

А. П. ИВАНОВ

**ТЕСТЫ
и контрольные работы
по математике**

Учебное пособие



**Москва
Издательство МФТИ
2002**

ББК 22.10

И 201

УДК 517

Рецензенты: кафедра высшей математики Пермского государственного технического университета; д-р физ.-мат. наук проф. А. Е. Малых

Печатается по решению РИСа Пермского университета

И 201 Иванов А.П. Тесты и контрольные работы по математике. — М.: Издательство МФТИ, 2002. — 288 с. — ISBN 5-89155-096-2.

В пособии приводятся дидактические материалы в виде тематических и итоговых экзаменационных тестов и контрольных работ для систематизации знаний абитуриентов по математике, сдающих вступительный экзамен как в письменной форме, так и путем тестирования. Пособие предназначено слушателям подготовительных курсов, а также старшеклассникам, которые самостоятельно готовятся к поступлению в вуз.

Книга будет полезна также студентам математических специальностей и учителям математики, так как содержит значительное количество оригинальных заданий, на основе которых легко составить не менее 10 вариантов разноуровневых контрольных работ по каждой теме для системного повторения школьного курса математики.

Редактор Л. Л. Савенкова

Технический корректор Л. Г. Подорова

Корректор Г. А. Прохументик

ИБ № 214

Подписано в печать 01.10.2002. Формат 60×84 /16.

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 16,7. Уч.-изд. л. 17,1.

Тираж 3000 экз. Заказ № 6838

Оригинал-макет предоставлен автором книги

Издательство Московского физико-технического института.

141700 Долгопрудный Московской обл., Институтский пер., 6а

Тел./факс (095) 408-76-81, 409-93-28

Интернет-магазин литературы по фундаментальным и прикладным наукам

WWW.FIZMATEKNIGA.RU

Отпечатано в ППП Типография «Наука» АИЦ «Наука» РАН

121099 Москва, Шубинский пер., 6

ISBN 5-89155-096-2

© А. П. Иванов, 2000

© А. П. Иванов, 2002

Предисловие

Предлагаемая вниманию читателей книга принадлежит перу замечательного педагога, полного кавалера семи грантов "Соросовский учитель", кандидата физико-математических наук, доцента, заведующего кафедрой математики Пермского филиала Государственного университета Высшая школа экономики А.П. Иванова. Автор разработал оригинальную систему тестирования математических заданий, и вот уже 12 лет его книги, выдержавшие множество изданий, служат прекрасным подспорьем для учителей математики.

Отрадно, что эта продуманная, насыщенная дидактическим материалом книга выходит в издательстве физико-математической литературы вторым изданием. Она будет безусловно полезной как школьникам-абитуриентам, так и учителям массовых школ.

Соросовский профессор

П.Б. Гусятников

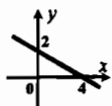
Предисловие автора

В настоящее время существует много прекрасных пособий (М.К. Потапов, К.У. Шахно, Б.В. Лидский, Шабунин М.И. и др.), однако при очень заниженных требованиях к обязательному минимальному уровню знаний учащихся по математике уровень этих пособий стал многим недоступным для понимания. При этом во многих пособиях для поступающих повторяется одна и та же неправда о том, что якобы требования предметных комиссий по математике не выходят за рамки школьной программы. Да, программа может быть и та же, но умения и навыки по одной и той же программе можно получить различные.

Одним из важнейших дидактических принципов является принцип системности знаний. К.Д. Ушинский очень образно обосновывает этот принцип: "Голова, наполненная отрывочными, бессвязными знаниями, похожа на кладовую, в которой все в беспорядке и где сам хозяин ничего не отыщет; голова, где только система без знаний, похожа на лавку, в которой на всех ящиках есть надписи, а в ящиках пусто. Истинная педагогика, избегая обеих крайностей, дает ученикам прежде материал и по мере накопления этого материала приводит его в систему. Чем больше и разнообразнее накапливается материал, тем выше становится система и, наконец, достигает до отвлеченности логических и философских положений."

Основное назначение данного пособия — систематизация знаний учащихся, самодиагностика и выявление пробелов с помощью тестов и контрольных работ с целью последующей своевременной коррекции.

Приведение в систему знаний по, казалось бы, простейшей теме "Линейная функция" позволяет перейти к рассмотрению очень большого класса задач, имеющих огромное прикладное значение в различных задачах с экономическим содержанием, именуемых обычно в вузовских курсах математики задачами линейного программирования. Поясним это на следующем перечне заданий тестового характера.



1. Чему равен угловой коэффициент прямой, изображенной на рисунке?
2. Через какую из точек $(0, 125; 2, 2)$, $(1; 3)$, $(0, 3; 0, 1)$, $(0; 7)$, $(0, 1; 0, 3)$ проходит прямая $y = kx - 7, 7$, параллельная прямой $y = 80x + 79$?
3. Какие из прямых А) $x - 3y = 5$; В) $3x + y = 5$; С) $-2x + 6y = 7$; D) $x + 3y = 2$ параллельны?
4. Чему равно расстояние между точками пересечения прямых $y = 3x + 2$ и $y = x - 5$ с осью абсцисс? (с осью ординат?)
5. Найти угол между прямыми $y = 2x$ и $y = -3x$.
6. Чему равно расстояние от точки пересечения прямых $y = 0, 6x + 5, 6$ и $5x + 3y = 10$ до начала координат?
7. Чему равно наибольшее значение функции $y = -3x + 2$ на отрезке $[-1; 2]$?
8. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $(0; 2)$ и $(-1; 3)$.
9. Как расположены точки $A(1; 3)$ и $B(2; 5)$ относительно прямой $y = \sqrt{2}x + \sqrt{3}$?
10. Найти расстояние от начала координат до прямой $y = 2x - 3$.
11. В какую линию переходит прямая $y = -\frac{3}{4}x + 3$ при симметрии относительно биссектрисы 2-го и 4-го координатных углов?
12. Найти функцию обратную $y = 2x - 6$.
13. Чему равна площадь фигуры, задаваемой условиями $x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y - 6 \leq 0$?
14. Найти расстояние между прямыми $y = x + 2$ и $y = x - 3$.
15. Сколько точек с целочисленными координатами находится внутри области $x > 0, y > 0, 2x + 3y - 6 < 0$?
16. Какие из указанных троек точек А) $(-1; 0)$; $(2; 1)$; $(-3; 1)$; В) $(1; 0)$; $(3; -1)$; $(2; -1)$; С) $(0; 5)$; $(1; 7)$; $(-1; 3)$ принадлежит одной прямой?

17. Чему равно наибольшее значение суммы $x+y$ в области, задаваемой условиями $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y+2x-8 \leq 0$, $y+x-6 \leq 0$?

Этот перечень можно значительно расширить и сложность каждой задачи усилить. Например в задании 5. можно привести следующие усложнения: а) найти угол между прямыми $y = 2x$ и $y = -3x + 2$; б) при каком a угол между прямыми $y = 2x$ и $y = -ax$ равен 45° ; в) при каких a острый угол между прямыми $y = 2x$ и $y = -ax$ меньше 60° , но больше 45° .

Противники использования тестовых заданий обычно говорят о том, что они "простоваты и соответствуют уровню слабой средней школы" и якобы при решении их нельзя увидеть и зафиксировать умение учащегося рассуждать. Да, многие из приведенных выше заданий являются достаточно простыми, но многократное обращение к ним в процессе обучения математике в VI-XI классах позволяет в быстрой и доступной для любого учащегося форме привести в систему следующие задания и умения, крайне необходимые при изучении других функций, стимулирующие аналитическое мышление:

- 1) геометрический смысл параметров k и b в линейной функции $y = kx + b$;
- 2) четкое аналитическое понимание принадлежности точки прямой или области;
- 3) знание условий пересечения, параллельности и совпадения прямых;
- 4) вычислительные навыки;
- 5) умение использовать графические соображения и строить области на плоскости координат;
- 6) умение находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке;
- 7) понятие обратной функции;
- 8) умение находить расстояние между точками, от точки до прямой, между параллельными прямыми (даже без специальных формул аналитической геометрии) и т.д.

Эти умения можно отнести к фундаментальным для успешного изучения и других функций. Очень важным является использование графических соображений. Поясним это на следующем примере. Мало кто из школьников сможет верно решить неравенство $\sqrt{x+2} > x$, используя только лишь аналитический подход. Однако графический способ решения быстро приводит к правильному решению $-2 \leq x \leq 2$. Безукоризненное знание вышеупомянутых элементарных сведений, приведенных в систему, позволит решить и достаточно сложное задание 17., а от этого задания можно смело переходить к решению серьезных задач с большим практическим экономи-

ческим смыслом следующего типа.

Небольшая мебельная фирма производит книжные шкафы и серванты. На изготовление одного книжного шкафа расходуется 1 м^2 древесно-стружечной плиты, $\frac{4}{3} \text{ м}^2$ сосновой доски и 1,5 человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для серванта даются цифрами: $1,5 \text{ м}^2$ древесно-стружечной плиты; $1,5 \text{ м}^2$ сосновой доски и 4,5 человеко-часа. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 500 руб., а серванта — 1200 руб. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 120 м^2 древесно-стружечной плиты, 150 м^2 сосновых досок и 315 человеко-часов рабочего времени. В каких количествах следует выпускать книжные шкафы и серванты, чтобы ожидаемая месячная прибыль была максимальной? Какова эта прибыль?

Можно высказать и обратное утверждение: без твердого знания указанных выше учебных элементов учащийся не сможет справиться со следующим заданием (даже, если не ограничивать время его выполнения) письменного экзамена:

Известно, что $y \geq |5x + 2| + |5x - 3|$. Найти $\min(x + y)$. Отметим, что наличие этих навыков у учащихся легко проверяется тестированием с помощью приведенных выше элементарных тестовых заданий 1.-16. за очень короткое время.

Для успешного изучения вузовского курса математики необходимо овладеть некоторыми навыками, которые недостаточно отрабатываются в школах. Таковыми являются: избавление от иррациональности в знаменателе; качественное знание всех формул сокращенного умножения и деления, позволяющее видеть, например, что $8 + 2\sqrt{15} = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$; деление многочленов; разложение многочленов на множители; выделение полного квадрата в квадратном трехчлене; хорошая техника алгебраических и тригонометрических преобразований; построение графиков функций с помощью преобразований; исследование функций не только с помощью производной, но и с использованием элементарных приемов; элементы теории равносильности уравнений и неравенств; метод замены; решение иррациональных неравенств; преобразование произведения тригонометрических функций в сумму или разность; понижение степени тригонометрических функций; умение решать "текстовые" задачи, а следовательно, возможность строить математические модели; графический подход к решению уравнений, неравенств; решение заданий с параметрами и модулями.

Приведение в систему знаний по этим разделам можно также с успехом проводить с помощью специально подобранных тестовых заданий [2,3].

При недостаточном же владении учащимся этими навыками он, будучи студентом, будет испытывать затруднения при решении заданий типа — вычислить неопределенные интегралы:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}; \quad \int \frac{dx}{x^3-2x+3}; \quad \int \frac{dx}{x^2+4x+6};$$
$$\int \sin^4 x dx; \quad \int \sin 2x \cdot \cos 5x dx.$$

Этот перечень нельзя считать достаточно полным — его можно продолжить. Указанные пробелы легко устранить, прорешав приведенные в данном пособии тесты и контрольные работы. Прodelать это лучше всего, следуя предлагаемой ниже схеме самостоятельной работы и методическим указаниям. Не расстраивайтесь и не паникуйте, если какие-то задания не будут сразу получаться. Не сидите долго над одним заданием, попробуйте выяснить, из-за чего конкретно не решается задание, после чего постарайтесь найти аналогичные задания в литературе; если Вам удастся сформулировать вопрос по не получающейся задаче и ответ на этот вопрос приведет Вас самостоятельно к ее решению, то польза от такого решения значительно больше, чем полученное от учителя готовое решение. Если задача не получается сразу, лучше вернуться к ней через несколько дней. Обращайте самое серьезное внимание на арифметические ошибки и путаницу со знаками при раскрытии скобок, так как чаще всего они не случайны.

Автор уверен, что после самостоятельного и творческого изучения данного пособия учащийся будет достаточно подготовлен для успешного поступления в вуз и изучения математических курсов в выбранном вузе.

Иванов А.П.

§1. Общие рекомендации по работе над курсом математики

Наиболее плодотворной и основной формой обучения является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих этапов: изучение материалов по учебникам и пособиям, решение задач, самопроверка, выполнение контрольных работ.

При изучении материала по учебникам или пособиям, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, проделывая на бумаге рекомендуемые к решению задания. Очень полезным является краткое конспектирование изучаемого теоретического материала, это приучит к необходимому в работе порядку, позволит избежать ошибок, которые происходят из-за небрежности и беспорядочности в записях. Кроме того, навыки конспектирования пригодятся при обучении в ВУЗе. Важнейшие формулы в конспекте полезно выделить, обводя рамкой или подчеркивая, чтобы при перечитывании конспекта они легче и лучше запоминались. Чтение учебника или пособия должно обязательно сопровождаться решением задач. При решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Решение каждого задания следует доводить до ответа. Задачи определенного типа необходимо решать до приобретения твердых навыков и только в случае полной уверенности в отработке приемов решения прорабатываемого типа заданий можно пропускать некоторые однотипные примеры. Однако было бы весьма полезно прорешать все приведенные в пособиях [1] задания.

Кроме того, желательно и очень полезно прорешать варианты письменных работ, предлагавшихся ранее на вступительных экзаменах. Не следует думать, что подготовка к экзамену по математике в форме тестирования не требует хороших навыков в решении письменных вариантов. Конечно, тестовые задания менее объемны, но тестирование будет успешным только в том случае, если экзаменуемый выполняет их качественно и быстро, а быстрота выполнения тестовых заданий (особенно из второй половины теста) напрямую зависит от наличия прочных навыков.

В процессе изучения курса математики учащийся должен выполнить 8 контрольных работ. Рецензии преподавателя на эти работы позволяют учащемуся судить о степени усвоения им соответствующего раздела курса математики. Не следует приступать к выполнению контрольных работ, не решив достаточного количества задач по материалу, соответствующему тематике этой контрольной работы. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу контрольной работы вызвано тем, что

учащийся не исполнил это требование. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно с тем, чтобы учащийся получил в процессе подготовки необходимые знания для успешной сдачи вступительного экзамена и дальнейшего успешного обучения в ВУЗе. Весь курс математики разбит на темы. Прежде чем приступать к изучению следующей темы, очень полезно осуществить самоконтроль уровня знаний по данной теме с помощью тестирования. Тест содержит 30 вопросов. К каждому вопросу прилагается 5 ответов, из которых только один правильный. Требуется выбрать правильный ответ и отметить его вариант в бланке тестирования. Верный ответ оценивается в один балл. Для тестирования отводится 60 минут. В настоящее время опубликованы 8 разноуровневых (5 категорий сложности) тематических тестов в двух вариантах по следующим наиболее важным темам [2,3]: преобразование алгебраических выражений (Т-11, Т-12, Т-13, Т-14, Т-15); простейшие функции (Т-21 — Т-25); простые уравнения (Т-31 — Т-35); простые неравенства (Т-41 — Т-45); показательная и логарифмическая функции (Т-51 — Т-55); тригонометрия (Т-61 — Т-65); последовательности (Т-71 — Т-75); планиметрия (Т-81 — Т-85), а также два варианта тестов по теме "Производная и ее приложения" (Т-91).

К тестам прилагаются правильные ответы, к которым, разумеется, следует обратиться только после проведения самотестирования. Если окажется, что за 60 минут Вы набрали не более 10 баллов, это означает, что Вам следует еще раз изучить данную тему, т.к. пока Ваш уровень соответствует "2", если сумма баллов более 10, но не превосходит 14 — Ваш уровень знаний на данный момент оценивается только оценкой "3", если же количество набранных Вами баллов превышает 19, можете быть уверены, что Ваши знания по теоретическому материалу оцениваются на "5". После получения таких результатов тестирования можно переходить к выполнению контрольной работы. Чтобы повторение курса математики носило системный характер, лучше всего проводить повторение по программе, прилагаемой ниже, с разбиением по темам всего курса математики и указанием тем контрольных тестов.

В §§16, 17, 18 приведены итоговые экзаменационные тесты: простые (сложность I), средние (сложность II), повышенной трудности (сложность III), время выполнения тестов сложности I, II — 60 минут, сложности III — 100 минут. Практика использования тестов показывает, что учащийся, знания которого приведены в систему, за 60 минут уверенно выполняет 19–20 заданий любых из приведенных тестов. Назначение последних 8–10 заданий из тестов сложности III — выявить наиболее грамотных, одаренных учащихся с хорошими математическими способностями.

§2. Рабочая программа по математике для поступающих

Тема 1. Действительные числа

Натуральные числа, разложение их на множители, признаки делимости. НОК и НОД. Решение примеров и задач.

Дробные числа, действия над дробями. Периодические дроби. Проценты. Три типа задач на проценты. Решения примеров и текстовых задач.

Рациональные и иррациональные числа. Модуль действительного числа, свойства модуля, геометрический смысл $|a|$ и $|a - b|$. Решение простейших уравнений и неравенств, содержащих "х" под знаком модуля.

Тема 2. Тождественные преобразования алгебраических выражений

Степени и корни. Действия над степенями. Извлечение корня. Арифметический корень. Действия над корнями. Избавление от иррациональности в знаменателе. Обобщение понятия показателя степени. Решение примеров.

Алгебраические преобразования. Одночлены и многочлены, действия над ними. Формулы сокращенного умножения и деления. Многочлены, зависящие от "х", корень многочлена. Деление многочленов. Разложение многочленов на множители. Тождественное преобразование алгебраических выражений.

Тестирование по темам 1 и 2 (Т-11 — Т-15).

Тема 3. Понятие функции

Определение функции, области определения и значений, четности нечетности. График функции. Преобразования графиков.

Тема 4. Свойства простейших функций

Линейная функция $y = a \cdot x + b$. Геометрический смысл a и b . Функция $y = k/x$. Дробно-линейная функция. Квадратная функция. Выделение полного квадрата. Построение графиков простейших функций и функций, содержащих аргумент под знаком модуля.

Тестирование по темам 3 и 4 (Т-21 — Т-25).

Тема 5. Простейшие уравнения и системы уравнений

Общие понятия. Равносильность уравнений. ОДЗ. Потеря и приобретение корней. Линейное уравнение, системы линейных уравнений. Уравнения и системы, сводящиеся к линейным. Решение примеров и текстовых задач.

Квадратные уравнения. Формулы корней. Геометрическая интерпретация. Теорема Виета. Решение примеров и текстовых задач.

Иррациональные уравнения. Системы уравнений. Решение примеров. Тестирование по теме 5 (Т-31 — Т-35).

Тема 6. Неравенства

Свойства числовых неравенств. Действия над неравенствами. Доказательство числовых неравенств и простейших буквенных неравенств. Теорема о среднем арифметическом и среднем геометрическом.

Решение и равносильность неравенств. Линейные неравенства и сводящиеся к ним. Графическое решение неравенств.

Квадратные неравенства и сводящиеся к ним. Метод интервалов.

Иррациональные неравенства. Решение смешанных заданий и текстовых задач на составление неравенств.

Тестирование по теме 6 (Т-41 — Т-45).

Тема 7. Тригонометрия

Начала тригонометрии. Единичный круг, определение тригонометрических функций. Оси тангенсов и котангенсов. Свойства тригонометрических функций, графики.

Основные тригонометрические формулы. Тригонометрические тождества. Формулы приведения. Тригонометрические теоремы сложения и их следствия (формулы двойного угла, половинного угла, понижение степени). Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму и разность. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного угла. Сложение тригонометрических функций. Решение примеров на тригонометрические преобразования.

Тригонометрические уравнения и неравенства. Основные методы решения уравнений. Решение тригонометрических неравенств с помощью единичного тригонометрического круга.

Тестирование по теме 7 (Т-61 — Т-65).

Тема 8. Показательная и логарифмическая функции

Решение простейших показательных уравнений. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Действия над логарифмами. Логарифмирование и потенцирование. Модуль перехода. Решения примеров.

Показательная и логарифмическая функции. Свойства и их графики. Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

Тестирование по теме 8 (Т-51 — Т-55).

Тема 9. Числовые последовательности

Арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия и бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Решение примеров и задач.

Тестирование по теме 9 (Т-71 — Т-75).

Тема 10. Планиметрия

Решение прямоугольных и косоугольных треугольников. Теоремы синусов и косинусов. Многоугольники. Решение задач.

Тема 11. Стереометрия

Основные понятия: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол и его измерение. Многогранники и круглые тела. Вычисление площадей и объемов. Решение задач.

Тестирование по темам 10 и 11 (Т-81—Т-85).

Все вышеперечисленные темы обязательны для повторения.

Приведем ниже перечень основных элементов знаний и формул, необходимых для проведения успешного тестирования.

§3. Основные элементы знаний и некоторые формулы

1. Переместительный закон сложения: $a + b = b + a$.
2. Сочетательный закон сложения: $(a + b) + c = a + (b + c)$.
3. Переместительный закон умножения: $a \cdot b = b \cdot a$.
4. Сочетательный закон умножения: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$.
5. Распределительный закон: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.
6. Понятие натурального числа. Признаки делимости.
7. Нахождение НОК и НОД нескольких чисел.
8. Определение рациональных чисел.
9. Правило умножения двух чисел, одно из которых равно нулю.
10. Свойство произведения чисел: $a \cdot b > 0$, если $a > 0, b > 0$ или $a < 0, b < 0$.
11. Свойство произведения чисел: $a \cdot b < 0$, если $a > 0, b < 0$ или $a < 0, b > 0$.
12. Свойство частного двух чисел: $\frac{a}{b} > 0$, если $a > 0, b > 0$ или $a < 0, b < 0$.
13. Свойство частного двух чисел: $\frac{a}{b} < 0$, если $a > 0, b < 0$ или $a < 0, b > 0$.
14. Правило деления суммы на число.
15. Иррациональные числа. Действительные числа. Числовая ось.
16. Абсолютная величина действительного числа $|a|$. Геометрический смысл $|a|$ и $|a - b|$.
17. Определение одночлена, многочлена.
18. Правило приведения подобных членов.
19. Правило раскрытия скобок многочлена.
20. Правило вынесения за скобки общего множителя в многочлене.
21. Определение натуральной степени.

22. Свойство умножения степеней с одинаковыми основаниями.
23. Свойство возведения степени в степень.
24. Правило возведения произведения и частного в степень.
25. Правило умножения многочлена на многочлен.
26. Степень многочлена, одночлена.
27. Формула $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
28. Формула $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
29. Формула $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$.
30. Формула $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
31. Формула $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
32. Формула $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.
33. Формула $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
34. Разложение многочленов на множители. Вынесение общего множителя за скобку. Способ группировки.
35. Определение отрицательной степени.
36. Определение нулевой степени.
37. Свойство деления степеней с одинаковыми основаниями.
38. Правило возведения дроби в степень.
39. Правило сокращения дробей.
40. Правило нахождения наименьшего общего знаменателя дробей.
41. Правило нахождения дополнительного множителя.
42. Правило сравнения двух дробей с одинаковыми числителями.
43. Правило сравнения двух дробей с одинаковыми знаменателями.
44. Свойство: дробь равна нулю, если ее числитель равен нулю.
45. Правило вынесения знака минус перед дробью.
46. Понятие функции. График функции. Нахождение абсциссы и ординаты точки по известному графику функции.
47. Понятие монотонности функции.
48. Построение графика функции $y = b$.
49. Построение графика $x = a$.
50. Построение графика функции $y = kx$.
51. Построение графика функции $y = kx + b$. Геометрический смысл коэффициентов k и b .
52. Графическое решение системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

53. Построение графика функции, сводящейся к линейной.
54. Понятие о решении (корне) уравнения.

55. Определение равносильности (эквивалентности) уравнений.

56. Свойство: если к обеим частям уравнения прибавить выражения, определенные при всех значениях неизвестного, то получится уравнение, равносильное данному.

57. Свойство: если обе части уравнения умножить на выражение определенное и отличное от нуля при всех значениях неизвестного, то получится уравнение, равносильное данному.

58. Решение линейного уравнения.

59. Решение подстановкой и методом сложения системы линейных уравнений.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

60. Определение арифметического квадратного корня.

61. Свойство квадратного корня: $\sqrt{x^2} = |x|$.

62. Правило извлечения квадратного корня из произведения. Вынесение множителя за знак квадратного корня.

63. Правило извлечения квадратного корня из дроби.

64. Правило извлечения квадратного корня из степени.

65. Свойство числового неравенства: если $a > b$, то $b < a$.

66. Свойство числового неравенства: если $a > b$, то $a + c > b + c$ для любого числа c .

67. Свойство числового неравенства: если $a > b$, то $a \cdot c > b \cdot c$ при $c > 0$ и $a > b$, то $a \cdot c < b \cdot c$ при $c < 0$.

68. Теорема о сложении неравенств одинакового смысла.

69. Теорема о вычитании неравенств противоположного смысла.

70. Теорема об умножении неравенств одинакового смысла.

71. Свойство числовых неравенств: если $a > b > 0$, то $a^n > b^n$ для любого натурального числа n .

72. Свойство числовых неравенств: если $a > 0, b > 0$ и $a^n > b^n$, где n — натурального число, то $a > b$.

73. Понятие эквивалентности неравенств.

74. Свойство: если к обеим частям неравенства прибавить выражение, определенное при всех значениях неизвестного, то получится неравенство, эквивалентное данному.

75. Свойство: если обе части неравенства умножить на выражение, определенное и положительное при всех значениях неизвестного, то получится неравенство, эквивалентное данному.

76. Свойство: если обе части неравенства умножить на выражение, определенное и отрицательное при всех значениях неизвестного и поменять знак неравенства на противоположный, то получится неравенство, эквивалентное данному.

77. Свойство: если $x > a, x < b$, причем $a > b$, то система неравенств решения не имеет.

78. Свойство: если $x > a, x < b$, причем $a < b$, то решение системы неравенств имеет вид: $a < x < b$.

79. Свойство: если $x < a, x < b$, причем $a < b$, то решение системы неравенств имеет вид: $x < a$.

80. Свойство: если $x > a, x > b$, причем $a < b$, то решение системы неравенств имеет вид $x > b$.

81. Свойство: если $|x| < a$ и $a > 0$, то $-a < x < a$.

82. Свойство: если $|x| > a$ и $a > 0$, то $x < -a, x > a$.

83. Формула решения приведенного квадратного уравнения.

84. Формула решения полного квадратного уравнения и уравнения с четным коэффициентом при x .

85. Теорема Виета.

86. Определение дискриминанта $D = b^2 - 4ac$.

87. Свойство: если дискриминант D положителен, то квадратное уравнение имеет действительные различные корни.

88. Свойство: если дискриминант D равен нулю, то квадратное уравнение имеет действительные равные корни.

89. Свойство: если дискриминант D отрицателен, то квадратное уравнение не имеет действительных корней.

90. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители.

91. Выделение в квадратном трехчлене полного квадрата.

92. Составление квадратного уравнения $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$ по корням x_1 и x_2 .

93. График функции $y = x^2$.

94. График функции $y = ax^2 + bx + c$ в случае действительных различных корней у квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

95. График функции $y = ax^2 + bx + c$ в случае действительных равных корней у квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

96. График функции $y = ax^2 + bx + c$ в случае отсутствия действительных корней у квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

97. Построение графика квадратной функции $y = ax^2 + bx + c$ с использованием выделения полного квадрата в квадратном трехчлене.

98. Запись интервалов знакопостоянства квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ ($a > 0$), если известны его корни x_1 и x_2 .
99. Запись интервалов знакопостоянства квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ ($a < 0$), если известны его корни x_1 и x_2 .
100. Запись решения квадратного неравенства $ax^2 + bx + c > 0$ при различных знаках коэффициента a и различных дискриминантах: $D > 0$, $D = 0$, $D < 0$.
101. Запись выражения a^{m+n} в виде произведения $a^m \cdot a^n$.
102. Запись выражения a^{m-n} в виде частного a^m/a^n .
103. Запись выражения $1/a^m$ в виде a^{-m} .
104. Запись степени $a^{m/n}$ в виде корня $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$.
105. Теорема об умножении показателей корня и подкоренного выражения на одно и то же число.
106. Правило приведения корней к одному показателю.
107. Правило умножения корней с одинаковыми показателями.
108. Правило деления корней с одинаковыми показателями.
109. Правило умножения корней с разными показателями.
110. Теорема о возведении в степень корня из положительного числа.
111. Теорема об извлечении корня из корня.
112. Правило освобождения от иррациональности в знаменателе.
113. Правило нахождения области допустимых значений корня четной функции.
114. Правило нахождения допустимых значений дробно-рациональной функции.
115. Теорема о сравнении степеней с одинаковыми показателями и положительными основаниями: если $a > b > 0$, то $a^n > b^n$ при любом натуральном n .
116. Теорема: если $0 < a < 1$, то из двух степеней a^m и a^n больше та, показатель которой меньше; если $a > 1$, то из двух степеней a^m и a^n больше та, показатель которой больше.
117. Определение арифметической прогрессии.
118. Формула общего члена арифметической прогрессии.
119. Формулы суммы членов арифметической прогрессии.
120. Теорема: каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго равен полусумме членов равностоящих от него.
121. Теорема: сумма двух членов арифметической прогрессии, равностоящих от ее концов, равна сумме крайних членов.
122. Определение геометрической прогрессии.
123. Формула общего члена геометрической прогрессии.

124. Теорема: квадрат любого члена геометрической прогрессии начиная со второго равен произведению членов, равностоящих от него.

125. Формула суммы членов геометрической прогрессии.

126. Определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

127. Формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

128. Обращение периодических десятичных дробей в обыкновенные.

129. График показательной функции.

130. Область определения показательной функции.

131. Свойство: показательная функция принимает только положительные значения.

132. Свойство: если $a > 1$, то $a^x > 1$ при всех $x > 0$ и $a^x < 1$ при всех $x < 0$; если $0 < a < 1$, то $a^x < 1$ при $x > 0$ и $a^x > 1$ при $x < 0$.

133. Свойство: если две степени одного и того же положительного числа, отличного от 1, равны, т.е. $a^x = a^y, a > 0, a \neq 1$, то равны и их показатели, т.е. $x = y$.

134. Определение логарифма данного числа по данному основанию.

135. Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b.$$

136. Формула $\log_a a = 1$.

137. Теорема: логарифм произведения двух положительных чисел равен сумме логарифмов этих чисел.

138. Теорема: логарифм частного двух положительных чисел равен разности логарифмов делимого и делителя.

139. Теорема: логарифм степени положительного числа равен произведению показателя этой степени на логарифм ее основания.

140. Формула перехода от логарифма при одном основании к логарифму при другом основании.

141. Формула $\log_a b = 1 / \log_b a, a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$.

142. Формула $\log_a (1/b) = -\log_a b, a > 0, a \neq 1, b > 0$.

143. Представление суммы логарифмов в виде логарифма произведения.

144. Представление разности логарифмов в виде логарифма частного.

145. Представление выражения $k \cdot \log_a b$ в виде $\log_a b^k$.

146. График логарифмической функции.

147. Свойство: областью определения логарифмической функции является множество положительных чисел.

148. Свойство: областью изменения логарифмической функции является множество всех действительных чисел.

149. Свойство: если логарифмы двух чисел по одному и тому же положительному основанию a , отличному от 1, равны, т.е. $\log_a x = \log_a y, a > 0, a \neq 1$, то и сами эти числа равны, т.е. $x = y$.

150. Свойство: при $x = 1$ логарифмическая функция $y = \log_a x$ принимает значение, равное нулю.

151. Свойство: если $a > 1$ и $x_1 > x_2 > 0$, то $\log_a x_1 > \log_a x_2$.

152. Свойство: если $0 < a < 1$ и $x_1 > x_2 > 0$, то $\log_a x_1 < \log_a x_2$.

153. Построение графиков функций $y = -f(x), y = f(x-a), y = c \cdot f(x), y = f(x) + b, y = f(kx), y = |f(x)|, y = f(|x|)$ по известному графику функции $y = f(x)$.

154. Градусная и радианная мера угла.

155. Определение $\cos \alpha$ через единичный тригонометрический круг.

156. Определение $\sin \alpha$ через единичный тригонометрический круг.

157. Определение $\operatorname{tg} \alpha$ через ось тангенсов.

158. Определение $\operatorname{ctg} \alpha$ через ось котангенсов.

159. Определение: $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$ и $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$.

160. Значение тригонометрических функций углов: $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$.

161. Свойство четности функции $y = \cos x$.

162. Свойство нечетности функции $y = \sin x$.

163. Свойство нечетности функции $y = \operatorname{tg} x$.

164. Определение периода функции $y = \cos x$ и $y = \cos ax$.

165. Определение периода функции $y = \sin x$ и $y = \sin ax$.

166. Определение периода функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{tg} ax$.

167. Свойство функции $y = \sin x$: наибольшее значение равно 1, а наименьшее равно -1 , т.е. $-1 \leq y \leq 1$.

168. Свойство функции $y = \cos x$: наибольшее значение равно 1, а наименьшее равно -1 , т.е. $-1 \leq y \leq 1$.

169. Свойство функции $y = \operatorname{tg} x$: $-\infty < y < +\infty$.

170. Свойство: областью определения функции $y = \sin x$ является вся числовая ось.

171. Свойство: областью определения функции $y = \cos x$ является вся числовая ось.

172. Свойство: областью определения функции $y = \operatorname{tg} x$ является вся числовая ось, кроме $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

173. Свойство: областью определения функции $y = \operatorname{ctg} x$ является вся числовая ось, кроме $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

174. Свойство: функция $y = \sin x$ положительна в 1-, 2-м и отрицательна в 3-, 4-м координатных углах.

175. Свойство: функция $y = \cos x$ положительна в 1-, 4-м и отрицательна во 2-, 3-м координатных углах.

176. Свойство: функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$ положительны в 1-, 3-м и отрицательны во 2-, 4-м координатных углах.

177. График функции $y = \sin x$.

178. График функции $y = \cos x$.

179. График функции $y = \operatorname{tg} x$.

180. График функции $y = \operatorname{ctg} x$.

181. Промежутки возрастания (убывания) тригонометрических функций.

182. Определение $\arcsin p, |p| \leq 1$.

183. Определение $\arccos p, |p| \leq 1$.

184. Определение $\operatorname{arctg} p$.

185. Определение $\operatorname{arcctg} p$.

186. Формула решений уравнения $\sin x = p$: $x = (-1)^n \arcsin p + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

187. Формула решений уравнения $\cos x = p$: $x = \pm \arccos p + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

188. Формула решений уравнения $\operatorname{tg} x = p$: $x = \operatorname{arctg} p + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

189. Формула решений уравнения $\operatorname{ctg} x = p$: $x = \operatorname{arcctg} p + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

190. Решение простейших тригонометрических неравенств с использованием единичного тригонометрического круга.

191. Формулы приведения.

192. Формула $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

193. Формула $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \cos^{-2} \alpha$.

194. Формула $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \sin^{-2} \alpha$.

195. Формула $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$.

196. Формула $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.

197. Формула $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$.

198. Формула $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$.

199. Формула $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$.

200. Формула

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

201. Формула

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

202. Формула $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

203. Формула $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

204. Формула $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ и формула понижения степени $\cos^2 \frac{\alpha}{2} = (1 + \cos \alpha)/2$.

205. Формула $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ и формула понижения степени $\sin^2 \frac{\alpha}{2} = (1 - \cos \alpha)/2$.

206. Формула

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

207. Формула

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

208. Формула

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

209. Формула

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

210. Формула $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$.

211. Формула $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$.

212. Формула $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$.

213. Формула $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$.

214. Формула $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$.

215. Формула $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$.

216. Формула $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$.

217. Формула

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}.$$

218. Формула

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}.$$

219. Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R.$$

220. Теорема косинусов.

221. Определение угла. Виды углов: острый, прямой, тупой.

222. Определение смежных углов.

223. Определение вертикальных углов.

224. Определение перпендикуляра к прямой.

225. Построение перпендикуляра к прямой из точки, не лежащей на прямой.

226. Построение перпендикуляра к прямой из точки, лежащей на прямой.

227. Свойство: кратчайшее расстояние от точки до прямой измеряется перпендикуляром.

228. Определение окружности.

229. Определение хорды, секущей, касательной к окружности.

230. Определение круга.

231. Определение центрального угла.

232. Теорема об измерении центрального угла.

233. Определение треугольника.

234. Определение медианы, биссектрисы, высоты в треугольнике.

235. Построение медианы, биссектрисы, высоты в треугольнике.

236. Определение равнобедренного, правильного треугольников.

237. Свойства равнобедренного треугольника.

238. Теорема: в треугольнике точка пересечения медиан делит их в отношении 2:1, считая от вершины.

239. Признаки равенства треугольников.

240. Свойство перпендикуляра, проведенного к отрезку через его середину.

241. Свойство биссектрисы угла.

242. Теорема о внешнем угле треугольника.

243. Определение проекции отрезка на прямую.

244. Теорема: из двух наклонных короче та, у которой проекция меньше.

245. Свойство углов, образующихся при пересечении двух параллельных прямых третьей.

246. Свойство внешнего угла треугольника.

247. Теорема о сумме внутренних углов треугольника.

248. Свойство катета, лежащего против угла в 30° .

249. Свойство углов с соответственно параллельными сторонами.

250. Свойство углов с соответственно перпендикулярными сторонами.

251. Теорема о сумме внутренних углов четырехугольника.

252. Определение параллелограмма. Признаки параллелограмма.

253. Теорема: у параллелограмма противоположные стороны и противоположные углы равны.

254. Свойство: диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам.

255. Определение прямоугольника.

256. Свойство: диагонали прямоугольника равны.

257. Определение ромба.

258. Определение трапеции. Определение равнобокой трапеции

259. Свойство средней линии трапеции.

260. Свойство средней линии треугольника.

261. Формула площади треугольника, квадрата.

262. Понятие равновеликих фигур.

263. Формула площади параллелограмма.

264. Формула площади ромба $S = \frac{1}{2}d_1d_2$.

265. Формула площади треугольника $S = \frac{1}{2}ah$.

266. Формула площади треугольника $S = \frac{1}{2}ab \sin \angle C$.

267. Формула площади трапеции.

268. Теорема Пифагора.

269. Теорема: диаметр, перпендикулярный к хорде, делит хорду пополам.

270. Определение вписанного угла.

271. Теорема об измерении вписанного угла.

272. Теорема: сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180° .

273. Теорема: суммы противоположных сторон описанного четырехугольника равны.

274. Построение окружности, вписанной в треугольник.

275. Формула длины дуги окружности.

276. Определение сектора круга. Формула площади сектора.
277. Признаки подобия треугольников.
278. Свойство высоты, опущенной из вершины прямого угла в прямоугольном треугольнике.
279. Теорема о биссектрисе внутреннего угла треугольника.
280. Теорема о квадрате стороны треугольника, лежащей против его тупого (острого) угла.
281. Нахождение катета по гипотенузе и острому углу.
282. Нахождение катета по катету и острому углу.
283. Нахождение гипотенузы по катету и острому углу.
284. Формула площади правильного треугольника.
285. Построение окружности, описанной около треугольника.
286. Построение окружности, вписанной в ромб.
287. Построение правильного треугольника, квадрата, правильного шестиугольника, вписанных и описанных около окружности. Выражение их сторон через радиусы окружностей.
288. Теорема о радиусе, проведенном в точку касания.
289. Определение двугранного угла.
290. Построение линейного угла данного двугранного угла.
291. Определение угла прямой с плоскостью.
292. Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость.
293. Определение прямой призмы. Определение прямого, прямоугольного параллелепипеда.
294. Свойство граней и диагоналей параллелепипеда.
295. Определение пирамиды, правильной пирамиды.
296. Свойство параллельных сечений в пирамиде.
297. Свойство: если все ребра пирамиды наклонены под одним углом к основанию, то высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания.
298. Свойство: если все грани пирамиды наклонены под одним углом к основанию, то высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание.
299. Формулы боковой (полной) поверхности, объема призмы.
300. Формула объема прямоугольного параллелепипеда.
301. Формулы боковой (полной) поверхности, объема пирамиды.
302. Определение апофемы пирамиды.
303. Формулы боковой (полной) поверхности правильной пирамиды.
304. Формулы боковой (полной) поверхности, объема усеченной пирамиды.

305. Определение конуса, цилиндра, шара.
306. Формулы боковой (полной) поверхности, объема цилиндра.
307. Формулы боковой (полной) поверхности, объема конуса.
308. Формулы боковой (полной) поверхности, объема усеченного конуса.
309. Формулы поверхности, объема шара.
310. Развертки боковой поверхности конуса, усеченного конуса.
311. Свойство осевого сечения конуса.
312. Определение вектора.
313. Построение суммы и разности векторов.
314. Умножение вектора на число.
315. Определение проекции вектора на ось. Координаты вектора.
316. Формула вычисления проекции вектора на ось.
317. Скалярное произведение двух векторов. Его свойства.
318. Выражение скалярного произведения векторов через их координаты.
319. Определение производной функции.
320. Геометрический смысл производной функции.
321. Производные суммы, произведения, частного функций.
322. Производные основных элементарных функций.
323. Понятие локального экстремума.
324. Необходимое и достаточное условие экстремума.
325. Первообразная. Первообразные основных элементарных функций.
326. Свойства первообразных.
327. Понятие определенного интеграла.
328. Формула Ньютона–Лейбница.
329. Вычисление площади с помощью определенного интеграла.

Поступающим следует обратить особое внимание на приведенные выше определения, свойства, теоремы, формулы, правила, поскольку без твердого их усвоения бесполезно браться за выполнение математического теста, если к тому же учесть, что приведенные элементы знаний требуется применить для решения небольшой задачи или написания письменной работы. Многие поступающие пренебрегают этим советом, не интересуются заранее какого рода испытание их ждет, не используют возможность проведения самостестирования в процессе подготовки к экзамену.

§4. Контрольные задания по теме № 1.
Действительные числа.
Преобразования алгебраических выражений

Для успешного выполнения этой контрольной работы следует внимательно повторить разделы 1 и 2 пособия [1], прорешать максимально большое количество примеров, приведенных в пособии, и провести самопроверку по теме Т-01.

Основным назначением теста является диагностика с целью выявления "слабых" мест в знаниях по данной теме и своевременная коррекция знаний. Достаточность уровня знаний определяется следующим образом, если за 60 минут тестирования количество правильно решенных заданий окажется не менее 19, то можно считать, что данная тема усвоена, однако при этом следует обязательно провести работу над ошибками, номера правильных ответов на вопросы теста приведены на стр.274, 275.

Т-01

Преобразования алгебраических выражений

01

Число $5537a2$ делится на 18 без остатка, если a заменить на цифру

☐ 1 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 5 ☐ 3 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 7 ☐ 5 ☐ 9.

02

Железо, хром и никель составляют в сплаве отношение $5 : 2 : 1$. Масса такого сплава, содержащего 5 т хрома, равна

☐ 1 10 т ☐ 2 12 т ☐ 3 15 т ☐ 4 18 т ☐ 5 20 т.

03

Число $3 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} - 5 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} + 6\sqrt{6}$ равно

☐ 1 $5\sqrt{3}$ ☐ 2 $\frac{17}{3}\sqrt{6}$ ☐ 3 $\frac{9}{2}\sqrt{6}$ ☐ 4 $\frac{16}{3}\sqrt{6}$ ☐ 5 $\frac{26}{3}\sqrt{6}$.

04

Число $\frac{9 \cdot 196 \cdot 625}{40 \cdot 49 \cdot 225}$ равно

☐ 1 1 ☐ 2 0,5 ☐ 3 2,5 ☐ 4 2 ☐ 5 5.

05

Число $1996\frac{184}{995} - 1995\frac{21}{199} + \frac{24}{199}$ равно

☐ 1 1,2 ☐ 2 0,2 ☐ 3 $\frac{193}{398}$ ☐ 4 $\frac{83}{398}$ ☐ 5 1.

06

Выражение $\left(\frac{a^{1/3} \cdot \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[15]{a^8}}\right)^{-5}$ при $a = 0,5$ равно

- [1] 1 [2] 2,5 [3] 3,5 [4] 4 [5] 5,5.

07

Выражение $\sqrt{\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}} - \frac{3}{\sqrt{7} - 2} + a$ равно 0 при a , равном

- [1] $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ [2] $2 + \sqrt{5}$ [3] $2 - \sqrt{5}$ [4] $\sqrt{5} - 2$ [5] $-\sqrt{5} - 2$.

08

Квадрат числа 1996 равен

- [1] 3999984 [2] 3994016 [3] 3984016 [4] 3988016 [5] 3994084.

09

Турист прошел 10 км со скоростью 5 км/ч и проехал на велосипеде 60 км со скоростью 20 км/ч. Средняя скорость его передвижения равна

- [1] 14 км/ч [2] 11 км/ч [3] 15 км/ч [4] 13 км/ч [5] 10 км/ч.

10

Выражение $27xy^2 - 27y^3 - 9x^2y + x^3$ при $x = -1,5, y = 1,5$ равно

- [1] 216 [2] -216 [3] 27 [4] -27 [5] -81.

11

Числа $a = 5\sqrt{2}, b = 4\sqrt{3}, c = 3\sqrt{6}$ удовлетворяют неравенствам

- [1] $a < b < c$ [2] $c < b < a$ [3] $b < a < c$ [4] $a < c < b$ [5] $b < c < a$.

12

Число $|4\sqrt{3} - 7| + |5\sqrt{2} - 7|$ равно

- [1] $4\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$ [2] $5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$ [3] $4\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 14$
[4] $14 - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$ [5] $4\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 14$.

13

Наименьшее общее кратное чисел 2100 и 6930 равно

- [1] 69300 [2] 693000 [3] 1455300 [4] 2100 [5] 21000.

14

Разность $\sqrt[3]{(\sqrt{3} - 2)^3} - \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ равна

- [1] $2 + 2\sqrt{3}$ [2] 4 [3] $-2\sqrt{3}$ [4] -4 [5] $2\sqrt{3}$.

15 Количество целых чисел, одновременно принадлежащих промежуткам, определяемым неравенствами $|x| \leq 2,5$, $|x+1| \leq 3$, равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

16 Выражение $\frac{a^{-2}b^{-1} + a^{-1}b^{-2}}{a^{-2} - b^{-2}}$ при $a = 2,5$, $b = -4,5$ равно

- 1** $-\frac{1}{7}$ **2** 7^{-2} **3** $\frac{1}{7}$ **4** 7 **5** $1\frac{3}{7}$.

17 Число $\left((5\sqrt{5})^{-1/3} + (3^{1/10})^{-5}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$ равно

- 1** $\frac{2}{15}$ **2** $\frac{1}{15}$ **3** $\frac{1}{5}$ **4** $\frac{1}{3}$ **5** $-\frac{2}{15}$.

18 На одном станке можно изготовить партию деталей за 4 ч, на другом — за 6 ч. Если включить оба станка, то эта партия будет изготовлена за

- 1** 2,4 ч **2** 3 ч **3** 2,5 ч **4** 2,6 ч **5** 5 ч.

19 Если одно число увеличить на 20%, а вдвое большее число — на 5%, то сумма этих чисел увеличится на

- 1** 25% **2** 30% **3** 15% **4** 20% **5** 10%.

20 Число $(3 - 2\sqrt{3})\sqrt{21 + 12\sqrt{3}}$ равно

- 1** 3 **2** -3 **3** 3,5 **4** $4\sqrt{3}$ **5** $-4\sqrt{3}$.

21 Если $a - \frac{1}{a} = \frac{5}{6}$, то выражение $a^2 + \frac{1}{a^2}$ равно

- 1** $\frac{97}{36}$ **2** 2,5 **3** $\frac{61}{36}$ **4** $-\frac{47}{36}$ **5** $\frac{25}{36}$.

22 Выражение $\frac{\sqrt{-a} - a}{\sqrt{a^2}}$, где $a \neq 0$, равно

- 1** $1 - \frac{1}{\sqrt{-a}}$ **2** $1 - \frac{1}{\sqrt{a}}$ **3** $1 + \frac{1}{\sqrt{a}}$ **4** $1 + \frac{1}{\sqrt{-a}}$ **5** не существует.

23

Если $\frac{x}{3y} = \frac{1}{5}$, то дробь $\frac{x+2y}{y-3x}$ равна

- ☐ 1 $\frac{13}{4}$ ☐ 2 $-3,25$ ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 $-4,5$.

24

После двух повышений на одно и то же число процентов зарплата выросла на 69%. Каждый раз она повышалась на

- ☐ 1 29% ☐ 2 30% ☐ 3 31% ☐ 4 34,5% ☐ 5 33,5%.

25

Выражение $\sqrt{a^2 - 7a + 13} - \sqrt{9 - 6a + a^2}$ при $a = 3,5$ равно

- ☐ 1 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ☐ 2 не существует ☐ 3 $1,5$ ☐ 4 $-0,5$ ☐ 5 $0,5$.

26

Если $x - y = 1,2$, $xy = -0,52$, то величина $x^2 + y^2$ равна

- ☐ 1 $2,58$ ☐ 2 $0,8$ ☐ 3 $0,6$ ☐ 4 $2,42$ ☐ 5 $0,4$.

27

Число $0,125 \cdot (2,1^3 + 12 \cdot 2,1 \cdot 1,9 + 1,9^3)$ равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 4 ☐ 4 8 ☐ 5 16 .

28

Остаток от деления многочлена $x^3 + x^2 + x - 1$ на $x + 2$ равен

- ☐ 1 -3 ☐ 2 -4 ☐ 3 -5 ☐ 4 -6 ☐ 5 -7 .

29

Выражение $\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2\right)^{1/2} \cdot (b^{-1} - a^{-1})^{-1/2}$ равно

- ☐ 1 $-\sqrt{a-b}$ ☐ 2 $\frac{a-b}{ab}$ ☐ 3 $\frac{b-a}{ab}$ ☐ 4 $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$ ☐ 5 $\sqrt{a-b}$.

30

При условии $|a| \geq 1$ выражение $\sqrt{1 - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}} - \sqrt{1 + \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}}$ равно

- ☐ 1 -2 ☐ 2 2 ☐ 3 $\frac{2}{a}$ ☐ 4 $-\frac{2}{a}$ ☐ 5 0 .

Перед выполнением письменной контрольной работы по теме № 1 весьма полезно прорешать ряд заданий, предлагавшихся ранее на вступительных экзаменах. Для успешного решения заданий обязательно учтите следующее:

1. При выполнении заданий 1, 4, 5 необходимо заметить полные квадраты числовых выражений вида $10 - 2\sqrt{21} = (\sqrt{3} - \sqrt{7})^2$. Нужно также учитывать, что $\sqrt{a^2} = |a|$, тогда, например, $\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{7})^2} = \sqrt{7} - \sqrt{3}$.

2. Для решения задания 6 выполните деление "уголком".

3. Для решения задания 9 следует аккуратно воспользоваться формулой куба разности $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

4. Для решения задачи 10 необходимо составить систему трех линейных уравнений, приняв за неизвестные x, y, z массы сплавов I, II и III типов, четко представляя, что если в x г сплава I медь и свинец входят в весовом отношении 7 : 2, то это означает, что меди содержится $\frac{7}{9}x$ г, а свинца — $\frac{2}{9}x$ г. Следует иметь в виду, что из полученной системы трех уравнений не удастся получить однозначные значения величин x, y и z , так как сумма этих уравнений представляет собой тождество и, следовательно, из этой системы можно выразить две неизвестные через третью, например в виде $x = \frac{2}{5}z, y = \frac{1}{5}z$, а это в свою очередь означает, что сплавы следует брать в весовом соотношении 2 : 1 : 5.

Ниже приводятся контрольные задания с двойной нумерацией (например, 5.0). Первое число (5) указывает номер задания в выполняемой Вами контрольной работе, второе число (0) указывает номер Вашего варианта.

1. Вычислить

$$1.0 \quad \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} + \sqrt[3]{7,218^3 + 30 \cdot 7,218 \cdot 2,782 + 2,782^3} - \sqrt{5} + \sqrt{3} - 10$$

$$1.1 \quad \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7,52^3 + 27 \cdot 7,52 \cdot 1,48 + 1,48^3} + \sqrt{3} - 28$$

$$1.2 \quad \sqrt{19 - 6\sqrt{10}} - \sqrt[6]{5,47^3 + 4,53^3 + 30 \cdot 5,47 \cdot 4,53} + 5$$

$$1.3 \quad \sqrt{49 - 20\sqrt{6}} - \sqrt[4]{1,23^3 + 9 \cdot 1,23 \cdot 1,77 + 1,77^3} - 11 - 3$$

$$1.4 \quad \sqrt{20 - 6\sqrt{11}} - \sqrt[6]{33 \cdot 7,2 \cdot 3,8 + 7,2^3 + 3,8^3} + 7$$

$$1.5 \quad \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt[6]{24 \cdot 4,6 \cdot 3,4 + 3,4^3 + 4,6^3} - 2$$

$$1.6 \quad \sqrt[3]{5,796^3 + 30 \cdot 5,796 \cdot 4,204 + 4,204^3} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - 4$$

$$1.7 \quad \sqrt{27 \cdot 4,82 \cdot 4,18 + 4,82^3 + 4,18^3} + \sqrt{5} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - 21$$

$$1.8 \quad \sqrt{14 - 4\sqrt{10}} - \sqrt[6]{4,37^3 + 5,63^3 + 30 \cdot 4,37 \cdot 5,63} + 10$$

$$1.9 \quad \sqrt{16 - 6\sqrt{7}} - \sqrt[6]{3,15^3 + 213,153,85 + 3,85^3} + 6$$

2. Решить "текстовую" задачу

2.0 Сплав меди и цинка весом в 24 кг при погружении в воду потерял в своем весе $2\frac{8}{9}$ кг. Определить количество меди и цинка в этом сплаве, если известно, что медь теряет в воде $11\frac{1}{9}\%$ своего веса, а цинк — $14\frac{2}{7}\%$ своего веса.

2.1 Две шкурки ценного меха были проданы с прибылью в 40%. Какую часть от общей стоимости составляет первоначальная цена шкурок, если от первой было получено прибыли 25%, а от второй 50%.

2.2 Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с 30%-ным содержанием никеля?

2.3 Двое рабочих за смену вместе изготовили 72 детали. После того, как первый рабочий повысил производительность на 15%, а второй на 25%, вместе за смену они стали изготавливать 86 деталей. Сколько деталей изготовляет каждый рабочий за смену после повышения производительности труда?

2.4 Сплав меди с серебром содержит серебра на 1845 г больше, чем меди. Если бы к нему добавили некоторое количество чистого серебра, по массе равное $\frac{1}{3}$ массы чистого серебра, первоначально содержащегося в сплаве, то получился бы новый сплав, содержащий 83,5% серебра. Какова масса сплава и каково первоначальное процентное содержание в нем серебра?

2.5 Автомобиль и гараж были проданы с прибылью в $15\frac{5}{18}\%$. Какую часть общей стоимости составляла первоначальная цена гаража, если от продажи автомобиля прибыль составила 12,5%, а от продажи гаража было получено прибыли $16\frac{2}{3}\%$?

2.6 Смешали молоко с жирностью 5% с "молоком-обратом", имеющим жирность 0,4% и получили 46 л молока с жирностью в 2,5%. Сколько литров "молока-обрата" было взято?

2.7 В 500 кг руды содержится некоторое количество железа. После удаления из руды 200 кг примесей, содержащих в среднем 12,5% железа, в оставшейся руде содержание железа повысилось на 20%. Какое количество железа осталось в руде?

2.8 Из молока, жирность которого составляет 5%, изготавливают тво-

рог жирностью 15,5%, при этом остается сыворотка жирностью 0,5%. Сколько творога получается из 1 т молока?

2.9 Пчелы, перерабатывая цветочный нектар в мед, освобождают его от значительной части воды. Исследования показали, что нектар обычно содержит 70% воды, а полученный из него мед содержит только 17% воды. Сколько килограммов нектара приходится перерабатывать пчелам для получения 1 кг меда?

3. Решить задачу

3.0 Найти двузначное число такое, что если его разделить на произведение цифр, из которых оно составлено, то в частном получится $\frac{16}{3}$, а если вычесть из него 9, то разность будет также двузначным числом, которое отличается от искомого числа только порядком следования цифр.

3.1 Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то получится в частном 4 и в остатке 3. Если же это число разделить на произведение его цифр, то получится в частном 3 и в остатке 5. Найти это число.

3.2 Ученику надо было найти произведение числа 136 на некоторое двузначное число, в котором цифра единиц вдвое больше цифры десятков. По рассеянности он поменял местами цифры двузначного числа, отчего и получил произведение на 1224 больше истинного. Чему равно истинное произведение?

3.3 Если неизвестное двузначное число разделить на число, изображенное теми же цифрами, но в обратном порядке, то в частном получится 4 и в остатке 3. Если же искомое число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 8 и в остатке 7. Найти это число.

3.4 Если бы ученик правильно перемножил два написанных на доске числа, то получил бы в произведении 4500. Но, переписывая с доски сомножители, в одном из них ученик вместо последней цифры 5 написал цифру 3 и после умножения в результате получил 4380. Какие числа должен был перемножить ученик?

3.5 Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 3 и в остатке 7. Если затем взять сумму квадратов цифр этого числа и вычесть из нее произведение тех же цифр, то получится первоначальное число. Найти это число.

3.6 Задумано целое положительное число. К его цифровой записи приписали справа какую-то цифру. Из получившегося нового числа вычли квадрат задуманного числа. Разность оказалась в 8 раз больше задуманного числа. Какое число задумано и какая цифра была приписана?

3.7 Какое двузначное число меньше суммы квадратов его цифр на 11 и больше их удвоенного произведения на 5?

3.8 Найти два двузначных числа A и B по следующим условиям. Если число A написать впереди записи числа B и полученное четырехзначное число разделить на B , то в частном получится 121. Если же число B написать впереди числа A и полученное четырехзначное число разделить на A , то в частном получится 84 и в остатке 14.

3.9 Найти два двузначных числа, обладающих свойством: если к большему искомому числу приписать справа ноль и за ним меньшее число, а к меньшему числу приписать справа большее число и затем ноль, то из образовавшихся таким образом двух пятизначных чисел первое будучи разделено на второе, дает в частном 2 и в остатке 590. Кроме того, известно, что сумма, составленная из удвоенного большего искомого числа и утроенного меньшего, равна 72.

4. Выяснить рационально или иррационально заданное число

$$4.0 \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\sqrt{2}+3}} - \frac{\sqrt{6-4\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}-3}$$

$$4.1 \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{12-6\sqrt{3}}}{2\sqrt{3}-4}$$

$$4.2 \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\sqrt{6}+5}} - \frac{\sqrt{10-4\sqrt{6}}}{2\sqrt{6}-5}$$

$$4.3 \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2\sqrt{6}+5}} + \frac{\sqrt{15-6\sqrt{6}}}{2\sqrt{6}-5}$$

$$4.4 \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6+4\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{12-8\sqrt{2}}}{4\sqrt{2}-6}$$

$$4.5 \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4\sqrt{3}+7}} + \frac{\sqrt{21-12\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}-7}$$

$$4.6 \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{21-12\sqrt{3}}}{7-4\sqrt{3}}$$

$$4.7 \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} - \frac{\sqrt{12+6\sqrt{3}}}{4+2\sqrt{3}}$$

$$4.8 \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}} + \frac{\sqrt{15+6\sqrt{6}}}{2\sqrt{6}+5}$$

$$4.9 \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6-4\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{12+8\sqrt{2}}}{4\sqrt{2}+6}$$

5. Решить уравнение

$$5.0 \quad \sqrt{4x^2-12x+9} - |2x+3| = 4x$$

$$5.1 \quad \sqrt{4x^2+12x+9} + |2x-3| = 6+x$$

$$5.2 \quad \sqrt{4x^2+4x+1} + |2x-1| = 4x$$

$$5.3 \quad \sqrt{4x^2-4x+1} - |2x+1| = 2-4x$$

$$5.4 \quad \sqrt{x^2-6x+9} - |x+3| = 2x$$

$$5.5 \quad \sqrt{x^2-4x+4} + |x+2| = 2x$$

$$5.6 \quad \sqrt{x^2+6x+9} + |x-3| = 2x+6$$

$$\begin{aligned}
 5.7 \quad & \sqrt{x^2 - 10x + 25} + |x + 5| = 2x \\
 5.8 \quad & \sqrt{x^2 + 10x + 25} - |x - 5| = 10 \\
 5.9 \quad & \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2x
 \end{aligned}$$

6. Упростить

$$\begin{aligned}
 6.0 \quad & \frac{a^3 + 4a^2 + 10a + 12}{a^3 - a^2 + 2a + 16} \cdot \frac{a^3 - 3a^2 + 8a}{a^2 + 2a + 6} \\
 6.1 \quad & \frac{a^3 - a^2 - a - 2}{a^3 + 1} \cdot \frac{a^3 - 2a^2 + 2a - 1}{a^3 + a^2 + a} \cdot \frac{a^2 + a}{a^2 - 3a + 2} \\
 6.2 \quad & \frac{a^3 + 3a^2 + 4a + 2}{a^3 - 1} \cdot \frac{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}{a^3 + 2a^2 + 2a} \cdot \frac{a - 1}{a + 1} \\
 6.3 \quad & \frac{a^3 + a^2 + a + 1}{a^3 - 1} \cdot \frac{a^3 + 3a^2 + 3a + 2}{a^3 + a^2} \cdot \frac{a - 1}{a + 2} \\
 6.4 \quad & \frac{a^3 + 2a^2 + 2a}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1} \cdot \frac{a^3 - 1}{a^3 + 3a^2 + 4a + 2} \cdot \frac{a + 1}{a - 1} \\
 6.5 \quad & \frac{a^3 + a^2 + a}{a^3 - 2a^2 + 2a - 1} \cdot \frac{a^3 + 1}{a^3 - a^2 - a - 2} \cdot \frac{a^2 - 3a + 2}{a^2 + a} \\
 6.6 \quad & \frac{a^2 + 2a + 6}{a^3 - 3a^2 + 8a} \cdot \frac{a^3 - a^2 + 2a + 16}{a^3 + 4a^2 + 10a + 12} \\
 6.7 \quad & \frac{a^3 + a^2}{a^3 + 3a^2 + 3a + 2} \cdot \frac{a^3 - 1}{a^3 + a^2 + a + 1} \cdot \frac{a^2 + 2a}{a^2 - a} \\
 6.8 \quad & \frac{a^3 + a + 2}{a^3 + 3a^2 + 3a + 2} \cdot \frac{a^4 + 3a^3 + 3a^2 + 2a}{a^2 - a + 2} \\
 6.9 \quad & \frac{a^4 + a^2 + 2a}{a^3 + 3a^2 + 3a + 2} \cdot \frac{a^3 + 8}{(a^2 + a)(a^2 - 2a + 4)} \cdot \frac{a^2 + a + 1}{a^2 - a + 2}
 \end{aligned}$$

7. Вычислить

$$\begin{aligned}
 7.0 \quad & \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[12]{y^{19}}} \cdot \left(\frac{x^{-\frac{1}{2}} \sqrt[3]{y}}{\sqrt[4]{xy^{-1}}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{x^{-\frac{3}{8}}}{y^{-\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{4}{3}}, \text{ при } x = 5, y = 20 \\
 7.1 \quad & \sqrt[3]{\frac{y^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x^{-1}}}{\sqrt[4]{xy^{-1}}}} \cdot \left(\frac{y^{\frac{3}{8}}}{x^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{y^{-1}}}{\sqrt[12]{x^{-19}}}, \text{ при } x = 0,05, y = 0, \\
 7.2 \quad & \left(\frac{\sqrt[7]{x}}{y^{-\frac{4}{21}}} \right)^{\frac{7}{2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x \sqrt{y^{-1}}}{\sqrt[3]{y} \sqrt[6]{x^2}}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{4}{3}}}{y^{\frac{1}{6}}} \right)^{-\frac{1}{4}}, \text{ при } x = \frac{1}{27}, y =
 \end{aligned}$$

$$7.3 \quad \sqrt[4]{\frac{y^{-1}\sqrt{x}}{6\sqrt{y^{-2}}\sqrt[3]{x^{-1}}}} \cdot \left(\frac{y^{-\frac{4}{3}}}{x^{-\frac{1}{6}}}\right)^{-\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{4}{21}}}{\sqrt[7]{y}}\right)^{\frac{7}{2}}, \text{ при } x = \frac{1}{9}, y = 27$$

$$7.4 \quad \left(\frac{\sqrt[6]{x^5}}{y^{-\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{6}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^5\sqrt{y^{-3}}}{4\sqrt{x}\sqrt[3]{y^5}}} \cdot \left(\frac{x^{-\frac{18}{123}}}{y^{\frac{1}{5}}}\right)^{-\frac{41}{18}} \cdot x^{-\frac{35}{12}}, \text{ при } x = 2, y = 5$$

$$7.5 \quad \left(\frac{\sqrt[6]{y^{-5}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{6}{5}} \cdot \left(\frac{y^{-\frac{18}{123}}}{x^{-\frac{1}{5}}}\right)^{-\frac{41}{18}} \cdot \sqrt[3]{\frac{y^{-5}\sqrt{x^3}}{4\sqrt{y^{-1}}\sqrt[3]{x^{-5}}}} \cdot y^{\frac{9}{4}},$$

при $x = 5, y = 2$

$$7.6 \quad \sqrt[4]{\frac{\sqrt[6]{x^{-2}}\sqrt[3]{y^{-1}}}{x^{-1}\sqrt{y}}} \cdot \left(\frac{y^{-\frac{1}{6}}}{x^{-\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{\sqrt[7]{x}}{y^{-\frac{4}{21}}}\right)^{\frac{7}{2}}, \text{ при } x = \frac{1}{27}, y = 9$$

$$7.7 \quad \left(\frac{y^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{y^{-\frac{1}{7}}}{x^{-\frac{4}{21}}}\right)^{\frac{7}{2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\sqrt[6]{y^2}\sqrt[3]{x}}{y\sqrt{x^{-1}}}}, \text{ при } x = \frac{1}{9}, y = 27$$

$$7.8 \quad \left(\frac{\sqrt[4]{xy^{-1}}}{x^{-\frac{1}{2}}\sqrt[3]{y}}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{3}{8}}}{y^{\frac{2}{3}}}\right)^{-\frac{4}{3}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{4}}}{12\sqrt[4]{y^{19}}}, \text{ при } x = 5, y = 20$$

$$7.9 \quad \sqrt[3]{\frac{y^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{x^{-1}}}{x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}}} \cdot \left(\frac{x^{-\frac{2}{3}}}{y^{-\frac{3}{8}}}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{12\sqrt[4]{x^{19}}}{\sqrt[4]{y}}, \text{ при } x = 0,05, y = 0,2$$

8. Упростить

$$8.0 \quad \frac{(\sqrt{x}+2)\left(\frac{2}{\sqrt{x}}-1\right) - (\sqrt{x}-2)\left(\frac{2}{\sqrt{x}}+1\right) - \frac{8}{\sqrt{x}}}{(2-\sqrt{x+2}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x}+1} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)}$$

$$8.1 \quad \frac{(\sqrt{x-2}+2)\left(\frac{2}{\sqrt{x-2}}-1\right) - (\sqrt{x-2}-2)\left(\frac{2}{\sqrt{x-2}}+1\right) - \frac{8}{\sqrt{x-2}}}{(2-\sqrt{x}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x-2}+1} - \frac{2}{\sqrt{x-2}}\right)}$$

$$8.2 \frac{(\sqrt{x-1}+2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 \right) - (\sqrt{x-1}-2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x-1}}}{(2 - \sqrt{x+1}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x-1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x-1}} \right)}$$

$$8.3 \frac{\frac{8}{\sqrt{x+1}} + (\sqrt{x+1}-2) \left(\frac{2}{\sqrt{x+1}} + 1 \right) + (\sqrt{x+1}+2) \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right)}{(2 - \sqrt{x+3}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x+1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right)}$$

$$8.4 \frac{(2 - \sqrt{x+2}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)}{(\sqrt{x}+2) \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - 1 \right) - (\sqrt{x}-2) \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x}}}$$

$$8.5 \frac{(2 - \sqrt{x}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x-2}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x-2}} \right)}{(\sqrt{x-2}+2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-2}} - 1 \right) - (\sqrt{x-2}-2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-2}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x-2}}}$$

$$8.6 \frac{(2 - \sqrt{x+1}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x-1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x-1}} \right)}{(\sqrt{x-1}+2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 \right) - (\sqrt{x-1}-2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x-1}}}$$

$$8.7 \frac{(2 - \sqrt{x+3}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x+1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right)}{\frac{8}{\sqrt{x+1}} + (\sqrt{x+1}-2) \left(\frac{2}{\sqrt{x+1}} + 1 \right) + \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right) (\sqrt{x+1}+2)}$$

$$8.8 \left(\frac{1 + \sqrt{1-x}}{1-x + \sqrt{1-x}} - \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x - \sqrt{1+x}} \right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} + \sqrt{1-x^2}$$

$$8.9 \left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x - \sqrt{1+x}} - \frac{1 + \sqrt{1-x}}{1-x + \sqrt{1-x}} \right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} + \sqrt{1-x^2}$$

9. Вычислить $x^3 + 3bx - 2a$ при

$x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} - \sqrt[3]{\sqrt{a^2 + b^3}} - a$ для следующих значений a и b :

9.0 $a = 2, b = 1$ 9.1 $a = 3, b = 1$ 9.2 $a = 4, b = 1$

9.3 $a = 3, b = 3$ 9.4 $a = 1, b = 4$ 9.5 $a = 2, b = 2$

9.6 $a = 2, b = 3$ 9.7 $a = 2, b = 4$ 9.8 $a = 2, b = 5$

9.9 $a = 3, b = 2$.

10. Решить "текстовую" задачу

10.0 Имеются три сплава, составленные из меди, свинца и никеля. В первый сплав входят только медь и свинец в весовом отношении 5 : 1, во второй сплав входят только свинец и никель в весовом отношении 2 : 3, в третий сплав входят только медь и никель в весовом отношении 1 : 2. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве медь, свинец и никель содержались в весовом отношении 11 : 4 : 5? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.1 Имеются три сплава, составленные из золота, серебра и платины. В первый сплав входят только золото и серебро в весовом отношении 5 : 1, во второй сплав входят только серебро и платина в весовом отношении 8 : 7, в третий сплав входят только золото и платина в весовом отношении 7 : 2. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве золото, серебро и платина содержались в весовом отношении 4 : 3 : 3? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.2 Имеются три сплава, составленные из меди, алюминия и магния. В первый сплав входят только медь и алюминий в весовом отношении 3 : 1, во второй сплав входят только алюминий и магний в весовом отношении 7 : 1, в третий сплав входят только медь и магний в весовом отношении 3 : 5. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве медь, алюминий и магний содержались в весовом отношении 6 : 7 : 2? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.3 Имеются три сплава, составленные из олова, свинца и висмута. В первый сплав входят только олово и свинец в весовом отношении 10 : 1, во второй сплав входят только свинец и висмут в весовом отношении 1 : 2, в третий сплав входят только олово и висмут в весовом отношении 2 : 1. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве олово, свинец и висмут содержались в весовом отношении 12 : 3 : 5? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.4 Имеются три сплава, составленные из магния, железа и хрома. В первый сплав входят только магний и железо в весовом отношении 5 : 1, во второй сплав входят только железо и хром в весовом отношении 5 : 1, в третий сплав входят только магний и хром в весовом отношении 1 : 1. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве магний, железо и хром содержались в весовом отношении

11 : 7 : 2? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.5 Имеются три сплава, составленные из золота, серебра и платины. В первый сплав входят только золото и серебро в весовом отношении 5 : 4, во второй сплав входят только серебро и платина в весовом отношении 3 : 2, в третий сплав входят только золото и платина в весовом отношении 1 : 1. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве золото, серебро и платина содержались в весовом отношении 5 : 4 : 1? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.6 Имеются три сплава, составленные из серебра, золота и меди. В первый сплав входят только серебро и золото в весовом отношении 1 : 2, во второй сплав входят только золото и медь в весовом отношении 2 : 1, в третий сплав входят только серебро и медь в весовом отношении 1 : 6. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве серебро, золото и медь содержались в весовом отношении 3 : 4 : 13? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.7 Имеются три сплава, составленные из олова, алюминия и магния. В первый сплав входят только олово и алюминий в весовом отношении 1 : 4, во второй сплав входят только алюминий и магний в весовом отношении 2 : 3, в третий сплав входят только олово и магний в весовом отношении 3 : 2. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве олово, алюминий и магний содержались в весовом отношении 5 : 2 : 3? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.8 Имеются три сплава, составленные из железа, цинка и никеля. В первый сплав входят только железо и цинк в весовом отношении 5 : 1, во второй сплав входят только цинк и никель в весовом отношении 2 : 3, в третий сплав входят только железо и никель в весовом отношении 1 : 2. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве железо, цинк и никель содержались в весовом отношении 8 : 3 : 9? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

10.9 Имеются три сплава, составленные из алюминия, вольфрама и цинка. В первый сплав входят только алюминий и вольфрам в весовом отношении 3 : 2, во второй сплав входят только вольфрам и цинк в весовом отношении 4 : 1, в третий сплав входят только алюминий и цинк в весовом отношении 3 : 4. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве алюминий, вольфрам и цинк содержались в весовом отношении 9 : 4 : 7? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

§5. Контрольные задания по теме № 2. Простейшие функции, преобразования графиков

Перед выполнением данной контрольной работы следует изучить разделы 3 и 4 пособия [1], прорешать приведенные в пособии примеры и задания и провести самотестирование по теме Т-02.

Т-02

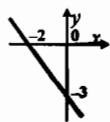
Простейшие функции

01

Из прямых А) $x - 2y = 3$, В) $2x + 2y = 5$, С) $-2x + 4y = \pi$,
Д) $2x + 4y = 6$ параллельны

☐ 1 А и В ☐ 2 А и С ☐ 3 А и Д ☐ 4 В и Д ☐ 5 С и Д.

02



Угловым коэффициентом прямой, изображенной на рисунке, равен

☐ 1 $\frac{2}{3}$ ☐ 2 $\frac{3}{2}$ ☐ 3 $-\frac{3}{2}$ ☐ 4 $-\frac{2}{3}$ ☐ 5 $\frac{1}{5}$.

03

Точки А(1; 3) и В(2; 5) расположены относительно прямой $y = \sqrt{2} \cdot x + \sqrt{3}$ следующим образом:

☐ 1 обе – ниже ☐ 2 А – выше, В – ниже ☐ 3 А – ниже, В – выше
☐ 4 обе – выше ☐ 5 А – на прямой, В – ниже.

04

Значение функции $f(x) = \frac{3}{\sqrt{7} - x} - \frac{1}{\sqrt{5} - x}$ при $x = 2$ равно

☐ 1 $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ ☐ 2 $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ ☐ 3 $\sqrt{7} - \sqrt{5} - 2$ ☐ 4 $\sqrt{7} - 2$ ☐ 5 $\sqrt{5} - 2$.

05

Прямая $y = kx - 7,7$, параллельная прямой $y = 80x + 79$ проходит через точку

☐ 1 (0, 125; 2, 2) ☐ 2 (1; 3) ☐ 3 (0, 3; 0, 1) ☐ 4 (0; 7) ☐ 5 (0, 1; 0, 3).

06

Сумма нулей функции $y = (x - \sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + x)$ равна

☐ 1 $-2\sqrt{2}$ ☐ 2 $2\sqrt{3}$ ☐ 3 $5 - 2\sqrt{2}$ ☐ 4 $5 + 2\sqrt{2}$ ☐ 5 5.

07

Расстояние от точки пересечения прямых $y = 0,6x + 5,6$ и $5x + 3y = 10$ до начала координат равно

☐ 1 $2\sqrt{3}$ ☐ 2 $2\sqrt{6}$ ☐ 3 $\sqrt{26}$ ☐ 4 4 ☐ 5 5.

08 Число $\sqrt{5}$ является нулем функции $y = -2x^2 + bx + 5$, если b равно

- 1** 1 **2** $\sqrt{2}$ **3** $\sqrt{3}$ **4** $0,5\sqrt{5}$ **5** $\sqrt{5}$.

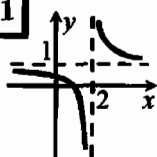
09 Расстояние между точками пересечения графика функции $y = 3 - |5x - 2|$ с осью абсцисс равно

- 1** 0,6 **2** 1,2 **3** 0,3 **4** 0,5 **5** 0,8.

10 Нечетной среди приведенных функций является

- 1** $y = (|x| - x)(|x| + 1)$ **2** $y = |1 - 2x| + |1 + 2x|$ **3** $y = \frac{1 - x}{1 + x}$
4 $y = \frac{|x|}{x} - x|x|$ **5** $y = (x - 1)(x + 1)$.

11 Гипербола, см. рисунок, имеет уравнение



- 1** $y = 1 + \frac{1}{x+2}$ **2** $y = \frac{-x-1}{x+2}$ **3** $y = \frac{x-3}{x-2}$
4 $y = 1 + \frac{1}{x-2}$ **5** $y = -2 + \frac{1}{x-2}$.

12 Графики функций $y = \frac{x+2}{|x+2|}$ и $y = |x-a|$ не имеют общих точек при всех a из множества

- 1** $(-\infty; -3]$ **2** $(-\infty; 3)$ **3** $(-3; +\infty)$ **4** $(-3; 3)$ **5** $[3; +\infty)$.

13 Функция $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x - 1$ достигает наибольшего значения при

- 1** $x = -\frac{1}{2}$ **2** $x = \frac{1}{2}$ **3** $x = -\frac{3}{4}$ **4** $x = \frac{3}{4}$ **5** $x = 2$.

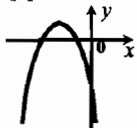
14 Расстояние между точками пересечения прямой $y = 0,5x + 1$ и гиперболы $y = \frac{4}{x}$ равно

- 1** $\sqrt{37}$ **2** $\sqrt{5}$ **3** $3\sqrt{5}$ **4** 3 **5** $5\sqrt{3}$.

15 Гипербола $y = \frac{k}{x}$ проходит через точку $(0,0375; 53, (3))$, если

- 1** $k = 1$ **2** $k = 2$ **3** $k = 3$ **4** $k = \frac{2}{3}$ **5** $k = 1,5$.

- 16** На рисунке изображена парабола $y = ax^2 + bx + c$, у которой коэффициенты удовлетворяют условиям



- ☐ $a < 0, b > 0, c < 0$ ☐ $a > 0, b < 0, c > 0$
☐ $a < 0, b > 0, c > 0$ ☐ $a > 0, b > 0, c < 0$
☐ $a < 0, b < 0, c < 0$

- 17** Расстояние от вершины параболы $y = -x^2 - 4x - 1$ до прямой $x = 3$ равно

- ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

- 18** Четная функция, совпадающая с функцией $y = x(x - 1)$ при $x \geq 0$, задается формулой

- ☐ $y = |x(x - 1)|$ ☐ $y = x^2 + |x|$ ☐ $y = |x| - x^2$
☐ $y = x^2 - |x|$ ☐ $y = |x(x + 1)|$

- 19** Обратной к функции $y = \frac{x}{x + 1}$ является функция

- ☐ $y = \frac{x + 1}{x}$ ☐ $y = \frac{x}{1 - x}$ ☐ $y = \frac{1}{x}$ ☐ $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ ☐ $y = -\frac{1}{x}$

- 20** Наибольшее значение функции $y = -x^2 + 2x + 1$ на промежутке $[0; 3]$ равно

- ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

- 21** Через точки $(1; 4)$, $(-3; 0)$, $(-1; 0)$ проходит парабола

- ☐ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$ ☐ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$ ☐ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$
☐ $y = 2x^2 - x + \frac{1}{2}$ ☐ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$

- 22** Все значения x , при которых график функции $y = |x - 1|$ находится ниже гиперболы $y = \frac{2}{x}$, образуют множество

- ☐ $(2; +\infty)$ ☐ $(1; +\infty)$ ☐ $(-\infty; 2)$ ☐ $(0; 2)$ ☐ $(5; +\infty)$

23 Все значения b , при которых парабола $y = x^2 - 2bx + 5$ целиком расположена выше прямой $y = 1$, определяются условием

- 1** $b < \pm 2$ **2** $b < -2$ **3** $b > 2$ **4** $-2 < b < 2$ **5** $|b| > 1$.

24 Расстояние между точками пересечения параболы $y = 1 - x^2$ с прямой $y = a$ составляет $\sqrt{5}$, если a равно

- 1** -0.25 **2** $-1,5$ **3** $1,5$ **4** $-2,25$ **5** $2,25$.

25 Прямая $y = -\frac{3}{4}x + 3$ при симметрии относительно прямой $y = -x$ переходит в прямую

- 1** $y = \frac{3}{4}x - 4$ **2** $y = -\frac{4}{3}x + 3$ **3** $y = -\frac{4}{3}x$
4 $y = -\frac{4}{3}x - 4$ **5** $y = -\frac{4}{3}x - 3$.

26 Площадь фигуры, заключенной между графиками функций $y = |x + 2|$ и $y = 4 - |x|$, равна

- 1** 6 **2** 2 **3** 7 **4** 4 **5** 5 .

27 Параболы $y = x^2 - 1$ и $y = 3x^2 - 2ax + 1$ имеют только одну общую точку, если

- 1** $a > 2$ **2** $a < -2$ **3** $a = \pm 2$ **4** $-2 < a < 2$ **5** $|a| > 2$.

28 Все значения a , при которых парабола $y = x(1-x)$ не пересекается с прямой $y = a - x$, определяется условием

- 1** $|a| > 1$ **2** $a < 1$ **3** $|a| < 1$ **4** $a > 1$ **5** $a > 0$.

29 Парабола $y = x^2 - 4x + 7$ при симметрии относительно точки $(1; 1)$ переходит в параболу

- 1** $y = -x^2 - 1$ **2** $y = x^2 - 1$ **3** $y = x^2 + 4x + 7$
4 $y = 1 - x^2$ **5** $y = x^2 + 4x - 7$.

30 Площадь фигуры, определяемой условиями $|x| + |y| \leq 2$ и $y \geq |x|$, равна

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** $2,5$.

Для успешного выполнения контрольной работы № 2 следует к каждому из заданий воспользоваться указаниями, приведенными ниже.

1. Использовать метод сложения для решения системы уравнений, предварительно избавившись от знаменателей.

2. Воспользоваться геометрическим смыслом параметров a и b линейной функции $y = ax + b$.

3 и 4. Использовать "кусочно-аналитическую" форму задания функции, избавившись от модулей.

5. Выполнить задание графически.

6. Заметить, что аргументы u функций в левой части соотношения взаимно обратны, использовать замену (например, $\frac{x+1}{x} = t$, выразить x через t) и записать второе недостающее соотношение для нахождения $f(t)$, заменив аргумент t на $\frac{1}{t}$.

7 и 8. Задания следует выполнять графически, построив на одной координатной плоскости графики функций $y = f(x)$ и $y = a$.

9. Воспользоваться графическими соображениями, построив указанную область. Для нахождения $\min(x+y)$ построить прямую $x+y=a$ и перемещая ее на плоскости параллельно самой себе, определить минимальное значение a .

10. Построить график функции используя кусочно-аналитическое задание функции.

1. Найти координаты точки пересечения прямых

$$1.0 \quad y = \frac{26,751}{3,249} - \frac{6,751}{3,249}x \text{ и } y = \frac{23,249}{6,751} - \frac{3,249}{6,751}x$$

$$1.1 \quad y = \frac{12,698}{2,302} - \frac{2,698}{2,302}x \text{ и } y = \frac{12,302}{2,698} - \frac{2,302}{2,698}x$$

$$1.2 \quad y = \frac{6,302}{2,698} - \frac{3,302}{2,698}x \text{ и } y = \frac{5,698}{3,302} - \frac{2,698}{3,302}x$$

$$1.3 \quad y = \frac{25,572}{2,428} - \frac{4,572}{2,428}x \text{ и } y = \frac{23,428}{4,572} - \frac{2,428}{4,572}x$$

$$1.4 \quad y = \frac{29,579}{2,421} - \frac{5,579}{2,421}x \text{ и } y = \frac{26,421}{5,579} - \frac{2,421}{5,579}x$$

$$1.5 \quad y = \frac{33,305}{2,695} - \frac{6,305}{2,695}x \text{ и } y = \frac{29,695}{6,305} - \frac{2,695}{6,305}x$$

$$1.6 \quad y = \frac{39,315}{2,685} - \frac{4,315}{2,685}x \text{ и } y = \frac{37,685}{4,315} - \frac{2,685}{4,315}x$$

$$1.7 \quad y = \frac{33,506}{2,494} - \frac{3,506}{2,494}x \text{ и } y = \frac{32,494}{3,506} - \frac{2,494}{3,506}x$$

$$1.8 \quad y = \frac{41,219}{0,781} - \frac{5,219}{0,781}x \text{ и } y = \frac{36,781}{5,219} - \frac{0,781}{5,219}x$$

$$1.9 \quad y = \frac{27,737}{0,263} - \frac{3,737}{0,263}x \text{ и } y = \frac{24,263}{3,737} - \frac{0,263}{3,737}x$$

2. При каких значениях m данные прямые а) не имеют общих точек, б) совпадают?

$$2.0 \quad \begin{aligned} 4x + 2(m+1)y &= 6 \text{ и} \\ (m+3)x + 4y &= -3 \end{aligned}$$

$$2.1 \quad \begin{aligned} 2x + my &= 3 \text{ и} \\ (m+2)x + 4y &= -3 \end{aligned}$$

$$2.2 \quad \begin{aligned} 2x + (m-1)y &= 3 \text{ и} \\ (m+1)x + 4y &= -3 \end{aligned}$$

$$2.3 \quad \begin{aligned} 2x + (m+1)y &= 3 \text{ и} \\ (m+3)x + 4y &= -3 \end{aligned}$$

$$2.4 \quad \begin{aligned} x + my &= 1,5 \text{ и} \\ (m+1)x + 2y &= -1,5 \end{aligned}$$

$$2.5 \quad \begin{aligned} x + (m-2)y &= 1,5 \text{ и} \\ (m-1)x + 2y &= -1,5 \end{aligned}$$

$$2.6 \quad \begin{aligned} x + (m+2)y &= 1,5 \text{ и} \\ (m+3)x + 2y &= -1,5 \end{aligned}$$

$$2.7 \quad \begin{aligned} 2x + (2m+6)y &= 3 \text{ и} \\ (2m+8)x + 4y &= -3 \end{aligned}$$

$$2.8 \quad \begin{aligned} 2x + 4my &= 3 \text{ и} \\ (4m+2)x + 4y &= -3 \end{aligned}$$

$$2.9 \quad \begin{aligned} 2x + 3my &= 3 \text{ и} \\ (3m+2)x + 4y &= -3 \end{aligned}$$

3. Построить график функции

$$3.0 \quad y = \frac{|x-1|}{x^2-1}$$

$$3.1 \quad y = \frac{x+1}{|x^2-1|}$$

$$3.2 \quad y = \frac{x-1}{|x^2-1|}$$

$$3.3 \quad y = \frac{x}{|x| \cdot (x-1)}$$

$$3.4 \quad y = \frac{x}{|x^2-x|}$$

$$3.5 \quad y = \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

$$3.6 \quad y = \frac{|x|}{x^2+x}$$

$$3.7 \quad y = \frac{x}{|x^2+x|}$$

$$3.8 \quad y = \frac{|x+2|}{x^2+x-2}$$

$$3.9 \quad y = \frac{x-1}{|x-1| \cdot (x+2)}$$

4. Построить график функции

$$4.0 \quad y = x \cdot |x - 1|$$

$$4.1 \quad y = |x| \cdot (x + 1)$$

$$4.2 \quad y = x \cdot |x + 1|$$

$$4.3 \quad y = |x + 1| \cdot (x - 2)$$

$$4.4 \quad y = |x - 1| \cdot (x + 1)$$

$$4.5 \quad y = (|x| + 1) \cdot (x - 1)$$

$$4.6 \quad y = (|x| - 1) \cdot (x + 1)$$

$$4.7 \quad y = (|x| - 2) \cdot (x + 2)$$

$$4.8 \quad y = (|x| + 2) \cdot (x - 2)$$

$$4.9 \quad y = |x + 1| \cdot (x - 1)$$

5. Найти область значений функции

$$5.0 \quad y = |x - 1| + |x + 1|, \text{ если } x \in [-2; 3]$$

$$5.1 \quad y = |x - 2| + |x + 2|, \text{ если } x \in [-3; 4]$$

$$5.2 \quad y = |2x - 1| + |2x + 1|, \text{ если } x \in [-1; 2]$$

$$5.3 \quad y = |2x - 2| + |2x + 2|, \text{ если } x \in [-2; 4]$$

$$5.4 \quad y = |x - 3| + |x + 3|, \text{ если } x \in [-4; 5]$$

$$5.5 \quad y = |2x - 3| + |2x + 3|, \text{ если } x \in [-2; 3]$$

$$5.6 \quad y = |3x - 2| + |3x + 2|, \text{ если } x \in [-1; 2]$$

$$5.7 \quad y = |x - 4| + |x + 4|, \text{ если } x \in [-5; 6]$$

$$5.8 \quad y = |4x - 3| + |4x + 3|, \text{ если } x \in [-1; 2]$$

$$5.9 \quad y = |4x - 5| + |4x + 5|, \text{ если } x \in [-2; 3]$$

6. Найти функцию $f(x)$, удовлетворяющую условию при всех допустимых значениях x

$$6.0 \quad f\left(\frac{x+1}{x}\right) - 3 \cdot f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x + 2$$

$$6.1 \quad f\left(\frac{x-1}{x}\right) + 2 \cdot f\left(\frac{x}{x-1}\right) = x + 1$$

$$6.2 \quad f\left(\frac{2x}{x+1}\right) - 2 \cdot f\left(\frac{x+1}{2x}\right) = x + 3$$

$$6.3 \quad f\left(\frac{2x}{x-1}\right) - 2 \cdot f\left(\frac{x-1}{2x}\right) = 2x + 1$$

$$6.4 \quad 2 \cdot f\left(\frac{x}{x+2}\right) + f\left(\frac{x+2}{x}\right) = 2x - 1$$

$$6.5. \quad f\left(\frac{x+3}{2x}\right) - 3 \cdot f\left(\frac{2x}{x+3}\right) = x - 2$$

$$6.6. \quad 4 \cdot f\left(\frac{3x}{x+2}\right) + 2 \cdot f\left(\frac{x+2}{3x}\right) = 2x + 5$$

$$6.7. \quad f\left(\frac{x-3}{x}\right) + 5 \cdot f\left(\frac{x}{x-3}\right) = 3x + 1$$

$$6.8. \quad f\left(\frac{x+4}{x}\right) - 2 \cdot f\left(\frac{x}{x+4}\right) = x - 5$$

$$6.9. \quad 2 \cdot f\left(\frac{x+1}{2x-2}\right) - 3 \cdot f\left(\frac{2x-2}{x+1}\right) = 3x + 2$$

7. Выполнить задание

7.0 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x + 1| + |x - 6|$ и $y = 2|x - 2| + x + a$ пересекаются ровно один раз. Указать абсциссу точки пересечения.

7.1 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x + 2| + |x - 7|$ и $y = 2|x - 3| + x + a$ пересекаются ровно два раза. Указать абсциссы точек пересечения.

7.2 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x + 3| + |x - 5|$ и $y = 2|x - 4| + x + a$ пересекаются ровно два раза. Указать абсциссы точек пересечения.

7.3 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x + 4| + |x - 3|$ и $y = 2|x - 2| + x + a$ пересекаются ровно два раза. Указать абсциссы точек пересечения.

7.4 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x| + |x - 3|$ и $y = 2|x - 2| + x + a$ пересекаются ровно один раз. Указать абсциссу точки пересечения.

7.5 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x + 1| + |x - 4|$ и $y = 2|x - 3| + x + a$ пересекаются ровно три раза. Указать абсциссы точек пересечения.

7.6 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x| + |x - 3|$ и $y = 2|x - 1| + x + a$ пересекаются ровно один раз. Указать абсциссу точки пересечения.

7.7 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x| + |x - 7|$ и $y = 2|x - 3| + x + a$ пересекаются ровно один раз. Указать абсциссу точки пересечения.

7.8 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x + 5| + |x - 3|$ и $y = 2|x - 1| + x + a$ пересекаются ровно два раза. Указать абсциссы точек пересечения.

7.9 Найти все значения параметра a , при которых графики функций $y = 2|x + 1| + |x - 2|$ и $y = 2|x - 1| + x + a$ пересекаются ровно три раза. Указать абсциссы точек пересечения.

8. Для каждого значения параметра a указать число точек пересечения прямой $y = a$ и графика функции

$$8.0 \quad y = x^2 + 5x + |3x + 15|$$

$$8.1 \quad y = x^2 - 4x + |4 - 2x|$$

$$8.2 \quad y = -x^2 + 3x + |x - 4|$$

$$8.3 \quad y = -2x^2 + 5x + |3x - 3|$$

$$8.4 \quad y = x^2 + 4x - |2x + 4|$$

$$8.5 \quad y = 3x^2 + 6x + |2x - 2|$$

$$8.6 \quad y = 2x^2 - 5x - |3x - 3|$$

$$8.7 \quad y = x^2 - 3x - |x - 3|$$

$$8.8 \quad y = x^2 + 3x - |x + 1, 5|$$

$$8.9 \quad y = x^2 + 3x - |2x + 2|$$

9. В заданной области найти $\min(x + y)$

$$9.0 \quad y \geq |x - 2| + |x + 2| + x$$

$$9.1 \quad y \geq |x - 1| + |x + 1| + x$$

$$9.2 \quad y \geq |2x - 4| + |2x + 4| + x$$

$$9.3 \quad y \geq |x - 3| + |x + 3| + x$$

$$9.4 \quad y \geq |x + 3| + |2x - 1| + x$$

$$9.5 \quad y \geq |x + 2| + |2x - 1| + x$$

$$9.6 \quad y \geq |x + 4| + |x - 4| + x$$

$$9.7 \quad y \geq |3x + 1| + |x - 3| + x$$

$$9.8 \quad y \geq |4x + 1| + |x - 4| + x$$

$$9.9 \quad y \geq |2x + 3| + |3x - 2| + x$$

10. Построить график, найти множество значений функции

$$10.0 \quad y = \frac{3|x| + 2}{x + 2}$$

$$10.1 \quad y = \frac{2|x| + 5}{x - 3}$$

$$10.2 \quad y = \frac{|x + 1| + 1}{x - 4}$$

$$10.3 \quad y = \frac{4|x + 5| - 1}{x + 2}$$

$$10.4 \quad y = \frac{|x + 3| - 4}{x + 1}$$

$$10.5 \quad y = \frac{2 - |x|}{3 - 2x}$$

$$10.6 \quad y = \frac{5|x - 3| + 2}{2x + 1}$$

$$10.7 \quad y = \frac{5 - |x - 2|}{3x + 4}$$

$$10.8 \quad y = \frac{4|x| + 5}{x + 2}$$

$$10.9 \quad y = \frac{2|x - 1| + 7}{x - 3}.$$

§6. Контрольные задания по теме № 3. Решение алгебраических уравнений

Перед выполнением этой контрольной работы следует изучить раздел 5 пособия [1], прорешать примеры и задания и провести самотестирование по теме Т-03.

Т-03

Простые уравнения

01

Сумма корней уравнения $3x^2 - 5x - 7 = 0$ равна

- ☐ 1 7 ☐ 2 -5 ☐ 3 $\frac{5}{3}$ ☐ 4 $-\frac{5}{3}$ ☐ 5 5.

02

Велосипедист проезжает 60 км со скоростью 12 км/ч. Если он увеличит скорость на 25%, то время на этот путь сократится на

- ☐ 1 30% ☐ 2 25% ☐ 3 20% ☐ 4 24% ☐ 5 35%.

03

Сумма всех корней уравнения $(x - 2)(x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2) = 0$ равна

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 -1 ☐ 5 -2.

04

Если величины x и y связаны соотношением $x^2 + 2y^2 = 3xy$, то наибольшее значения отношения $\frac{x}{y}$ равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

05

Сумма координат точки пересечения прямых $2x + 3y = -2$ и $3x + 2y = -8$ равна

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 -2 ☐ 4 4 ☐ 5 -4.

06

Числа $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$ являются корнями уравнения

- ☐ 1 $x^2 - \sqrt{3}x - \sqrt{3} - 1 = 0$ ☐ 2 $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{3} - 1 = 0$
☐ 3 $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{3} + 1 = 0$ ☐ 4 $x^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3} + 1 = 0$
☐ 5 $x^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3} - 1 = 0$.

07 Велосипедист, проехав 60 км, повернул обратно и, увеличив скорость на 20% против прежней, вернулся в исходный пункт через 5,5 ч после начала поездки. Его первоначальная скорость равна

- ☐ 1 24 км/ч ☐ 2 25 км/ч ☐ 3 18 км/ч ☐ 4 22 км/ч ☐ 5 20 км/ч.

08 Сумма корней уравнения $|2x + 3| = 4$ равна

- ☐ 1 1 ☐ 2 -1 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 -3.

09 Чтобы получить 13%-й раствор соли из 4 л 15%-го раствора, к нему 9%-го раствора нужно долить в количестве

- ☐ 1 1 л ☐ 2 2 л ☐ 3 3 л ☐ 4 4 л ☐ 5 5 л.

10 Произведение корней уравнения $x^2 + \sqrt{x^2} - 12 = 0$ равно

- ☐ 1 -16 ☐ 2 -12 ☐ 3 -9 ☐ 4 12 ☐ 5 1.

11 Расстояние между корнями уравнения $2\sqrt{x^2 - 6x + 9} = x$ равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 6.

12 Число корней уравнения $\sqrt{x} \cdot (x^3 + 8) = 0$ равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

13 Система уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 2, \\ ax + y = 1 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений, если a равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 -1,5 ☐ 4 1,5 ☐ 5 -2.

14 Все решения уравнения $\sqrt{(\operatorname{tg} 30^\circ - 2)x} = x$ образуют множество

- ☐ 1 $x \geq 0$ ☐ 2 $x = 0$ ☐ 3 $x \leq 0$ ☐ 4 $x = \sqrt{3}$ ☐ 5 нет решения.

15

Уравнение $\sqrt{-3x+3} = x-1$ имеет решение

- ☐ 1 $x_1 = 1, x_2 = -2$
☐ 2 $x_1 = -2$
☐ 3 $x_1 = 1$
☐ 4 $x \in (-2; 1)$
☐ 5 $x \in [1; +\infty)$.

16

Число корней уравнения $\frac{x}{|x|} = x^3$ равно

- ☐ 1 1
 ☐ 2 2
 ☐ 3 3
 ☐ 4 4
 ☐ 5 5.

17

Корень уравнения $\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} = \frac{4}{x\sqrt{x}}$ равен

- ☐ 1 $\sqrt{3}-1$
☐ 2 $\sqrt{3}+1$
☐ 3 $-1 \pm \sqrt{3}$
☐ 4 $\sqrt{2}-1$
☐ 5 $\sqrt{5}-1$.

18

Уравнение, корни которого на 2 больше корней уравнения $2x^2 + x - 7 = 0$, имеет вид

- ☐ 1 $2x^2 - 7x - 1 = 0$
☐ 2 $2x^2 + 9x + 3 = 0$
☐ 3 $2x^2 - 9x - 3 = 0$
☐ 4 $2x^2 + 7x + 1 = 0$
☐ 5 $2x^2 - 7x + 1 = 0$.

19

На промежутке $[\pi; \sqrt{17}]$ уравнение $|3-x| \cdot |x+4| = 0,125^{-1}$ имеет корень

- ☐ 1 1
 ☐ 2 2
 ☐ 3 3
 ☐ 4 4
 ☐ 5 5.

20

Оба корня уравнения $2x^2 - 2ax + 3a - 4 = 0$ равны 1 при

- ☐ 1 $a = 1$
☐ 2 $a = 2$
☐ 3 $a = 3$
☐ 4 $a = 4$
☐ 5 $a = 5$.

21

Уравнение с корнями, обратными корням уравнения $3x^2 - 4x - 5 = 0$, имеет вид

- ☐ 1 $3x^2 + 4x - 5 = 0$
☐ 2 $3x^2 + 4x + 5 = 0$
☐ 3 $5x^2 - 4x + 3 = 0$
☐ 4 $5x^2 - 4x - 3 = 0$
☐ 5 $5x^2 + 4x - 3 = 0$.

22

Если корни уравнения $3x^2 - 3x - 4 = 0$ увеличить втрое, то получится уравнение

- ☐ 1 $x^2 - x - 12 = 0$
☐ 2 $x^2 - x - 3 = 0$
☐ 3 $9x^2 - 9x - 4 = 0$
☐ 4 $9x^2 - 3x - 4 = 0$
☐ 5 $x^2 - 3x - 12 = 0$.

23 В уравнении $(x^2 - 2x + 2)^2 - x^2 + 2x - 22 = 0$ произведение корней равно

- ☐ 1 -6 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 -5 ☐ 5 -3.

24 Если парабола $y = -2x^2 - ax + b$ проходит через точки $(-3; -5)$, $(-1; 5)$, то a и b равны соответственно

- ☐ 1 -4, 3 ☐ 2 -3, -4 ☐ 3 4, -3 ☐ 4 3, 4 ☐ 5 -3, 4.

25 Из равенства $x^2 - 6x + y^2 + 4y + 13 = 0$ следует, что величина $x + y$ равна

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 -1 ☐ 4 -2 ☐ 5 невозможно определить.

26 Расстояние между корнями уравнения $x^2 - 4x - 8 = a$ равно 4, если a равно

- ☐ 1 -8 ☐ 2 2 ☐ 3 -4 ☐ 4 4 ☐ 5 -10.

27 Все значения a , при которых система уравнений $y = -x + a$, $x^2 + y^2 = 3$ имеет решения, образуют множество

- ☐ 1 $[-1; 1]$ ☐ 2 $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ ☐ 3 $[-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$ ☐ 4 $[-\sqrt{3}; \sqrt{6}]$ ☐ 5 $[0; 3]$.

28 Уравнение $\sqrt{1 - x^2} = |x - a|$, где $a > 0$, имеет единственное решение при a , равном

- ☐ 1 1 ☐ 2 $\sqrt{2}$ ☐ 3 3 ☐ 4 $\sqrt{3}$ ☐ 5 5.

29 Уравнение $|x^2 - 4x - 1| = a$ имеет четыре различных корня, если

- ☐ 1 $a = 10$ ☐ 2 $a = 8$ ☐ 3 $a > 6$
☐ 4 $0 < a < 5$ ☐ 5 таких значений a нет.

30 Все значения a , при которых система уравнений $y = |x| - a$, $x^2 + y^2 = 4$ имеет 4 различных решения образуют множество

- ☐ 1 $(\sqrt{2}; 2)$ ☐ 2 $(-2; -\sqrt{2})$ ☐ 3 $(-2; 2)$ ☐ 4 $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ ☐ 5 $(2; 2\sqrt{2})$.

Перечислим методические указания к заданиям контрольной работы.

1. Заметить полные квадраты в подкоренных выражениях.
- 2 и 3. Использовать метод замены.
4. Обратит особое внимание на ОДЗ и возможность появления посторонних корней.
- 5., 6., 7. Использовать метод замены и выявить посторонние корни.
8. Избавиться от модулей рассмотрением двух случаев.
9. Составить уравнения или систему уравнений.

1. Решить уравнение

$$1.0 \quad x^2 - 7x + \sqrt{|20\sqrt{6} - 49|} + \sqrt{49 + 20\sqrt{6}} = 0$$

$$1.1 \quad x^2 - 9x + \sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57} = 0$$

$$1.2 \quad x^2 + 5x + \sqrt{|24\sqrt{2} - 41|} = \sqrt{24\sqrt{2} + 41}$$

$$1.3 \quad x^2 + 9x + \sqrt{|52 - 30\sqrt{3}|} = \sqrt{30\sqrt{3} + 52}$$

$$1.4 \quad x^2 + 6x - \sqrt{|16\sqrt{5} - 36|} + \sqrt{36 + 16\sqrt{5}} = 0$$

$$1.5 \quad x^2 - 3x + \sqrt{|4\sqrt{7} - 11|} = \sqrt{11 + 4\sqrt{7}}$$

$$1.6 \quad x^2 + 5x - \sqrt{|6\sqrt{10} - 19|} + \sqrt{19 + 6\sqrt{10}} = 0$$

$$1.7 \quad x^2 + 6x + \sqrt{|31 - 8\sqrt{15}|} + \sqrt{31 + 8\sqrt{15}} = 0$$

$$1.8 \quad x^2 - 6x - \sqrt{|33 - 8\sqrt{17}|} + \sqrt{33 + 8\sqrt{17}} = 0$$

$$1.9 \quad x^2 + 6x - \sqrt{|8\sqrt{18} - 34|} + \sqrt{34 + 24\sqrt{2}} = 0$$

2. Решить уравнение

$$2.0 \quad (x^2 + 5x - 7) \cdot (2x^2 + 10x - 11) + 1 = 0$$

$$2.1 \quad (x^2 + 7x - 1) \cdot (2x^2 + 14x + 1) + 1 = 0$$

$$2.2 \quad (x^2 + 3x - 11) \cdot (2x^2 + 6x - 19) + 1 = 0$$

$$2.3 \quad (4x^2 + 10x - 7) \cdot (8x^2 + 20x - 11) + 1 = 0$$

$$2.4 \quad (x^2 + x - 13) \cdot (2x^2 + 2x - 23) + 1 = 0$$

$$2.5 \quad (x^2 + 9x + 7) \cdot (2x^2 + 18x + 17) + 1 = 0$$

$$2.6 \quad (x^2 + 10x - 28) (x^2 + 10x - 22) + 8 = 0$$

$$2.7 \quad (9x^2 + 15x - 7) \cdot (18x^2 + 30x - 11) + 1 = 0$$

$$2.8 \quad (4x^2 + 14x - 1) \cdot (8x^2 + 28x + 1) + 1 = 0$$

$$2.9 \quad (4x^2 + 6x - 11) \cdot (8x^2 + 12x - 19) + 1 = 0$$

3. Решить систему уравнений

$$3.0 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2,5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases} \quad 3.1 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = 1,5 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases} \quad 3.2 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3} \\ x^2 - y^2 = 32 \end{cases}$$

$$3.3 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{15}{4} \\ x^2 + y^2 = 68 \end{cases} \quad 3.4 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{17}{4} \\ x^2 - y^2 = 60 \end{cases} \quad 3.5 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{8}{3} \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases}$$

$$3.6 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{26}{5} \\ x^2 - y^2 = 96 \end{cases} \quad 3.7 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{24}{5} \\ x^2 + y^2 = 104 \end{cases} \quad 3.8 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{37}{6} \\ x^2 - y^2 = 140 \end{cases}$$

$$3.9 \quad \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{35}{6} \\ x^2 + y^2 = 148 \end{cases}$$

4. Решить уравнение

$$4.0 \quad \sqrt{5-x} = \sqrt{3} + 2 - x$$

$$4.1 \quad \sqrt{7-x} = \sqrt{5} + 2 - x$$

$$4.2 \quad \sqrt{8-2x} = x + \sqrt{2} - 3$$

$$4.3 \quad \sqrt{3x-1} = x + 2\sqrt{2} - 3$$

$$4.4 \quad \sqrt{2x+3} = x + \sqrt{5} - 1$$

$$4.5 \quad \sqrt{3x+9} = x + \sqrt{3} + 2$$

$$4.6 \quad \sqrt{x+5} = x + \sqrt{6} - 1$$

$$4.7 \quad \sqrt{4x+9} = x + \sqrt{5} + 1$$

$$4.8 \quad \sqrt{0,5x+1} = 2x + \sqrt{2} - 4$$

$$4.9 \quad \sqrt{0,75x+4} = 4 + \sqrt{7} - x$$

5. Найти рациональные корни уравнения

$$5.0 \quad \frac{\sqrt{x+2}}{x} + \frac{x}{\sqrt{x+2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.1 \quad \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.2 \quad \frac{\sqrt{x+3}}{x+1} + \frac{x+1}{\sqrt{x+3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.3 \quad \frac{\sqrt{2x+2}}{2x} + \frac{2x}{\sqrt{2x+2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.4 \quad \frac{\sqrt{2x+1}}{2x-1} + \frac{2x-1}{\sqrt{2x+1}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.5 \quad \frac{\sqrt{2x+3}}{2x+1} + \frac{2x+1}{\sqrt{2x+3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.6 \quad \frac{\sqrt{3x+2}}{3x} + \frac{3x}{\sqrt{3x+2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.7 \quad \frac{\sqrt{3x+1}}{3x-1} + \frac{3x-1}{\sqrt{3x+1}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.8 \quad \frac{\sqrt{3x+3}}{3x+1} + \frac{3x+1}{\sqrt{3x+3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$5.9 \quad \frac{\sqrt{3x}}{3x-2} + \frac{3x-2}{\sqrt{3x}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

6. Решить уравнение

$$6.0 \quad \frac{x^2 - x}{x - \sqrt{x}} = 6$$

$$6.1 \quad \frac{x^2 - x}{x + \sqrt{x}} = 2$$

$$6.2 \quad \frac{2x^2 - x}{2x - \sqrt{2x}} = 3$$

$$6.3 \quad \frac{2x^2 - x}{2x + \sqrt{2x}} = 1$$

$$6.4 \quad \frac{3x^2 - x}{3x - \sqrt{3x}} = 2$$

$$6.5 \quad \frac{3x^2 - x}{3x + \sqrt{3x}} = \frac{2}{3}$$

$$6.6 \quad \frac{4x^2 - x}{2x - \sqrt{x}} = 3$$

$$6.7 \quad \frac{4x^2 - x}{2x + \sqrt{x}} = 1$$

$$6.8 \quad \frac{5x^2 - x}{\sqrt{5x} - \sqrt{x}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$6.9 \quad \frac{5x^2 - x}{\sqrt{5x} + \sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

7. Решить уравнение

$$7.0 \quad \sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+2} - \sqrt{x+6} + 4\sqrt{x+2} = -1$$

$$7.1 \quad \sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+10} + 6\sqrt{x+1} = -2$$

$$7.2 \quad \sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2x+3} - \sqrt{2x+7} - 4\sqrt{2x+3} = -1$$

$$7.3 \quad \sqrt{x} - \sqrt{4x-4} - \sqrt{4x+8} + \sqrt{x-1} = -1$$

$$7.4 \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{4x+5} + \sqrt{16x+16} = -2$$

$$7.5 \quad \sqrt{2x+2} + 2\sqrt{2x-1} - \sqrt{2x-2} + 2\sqrt{2x-1} = -1$$

$$7.6 \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4x+8} - \sqrt{4x+9} - 2\sqrt{4x+8} = -2$$

$$7.7 \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{4x+4} - \sqrt{4x+5} - 2\sqrt{4x+4} = -1$$

$$7.8 \quad \sqrt{4x+1} - 2\sqrt{4x} - \sqrt{9x} = -2$$

$$7.9 \quad \sqrt{4x} - \sqrt{2x+1} - \sqrt{8x} = -1$$

8. Решить систему уравнений

$$8.0 \quad \begin{cases} x^2 - |y - x| + y^2 = 8, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

$$8.2 \quad \begin{cases} 2x^2 - |3y - x| + y^2 = 4, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

$$8.4 \quad \begin{cases} 2x^2 - |2x - y| - y^2 = 4, \\ 3x - 2y = 2. \end{cases}$$

$$8.6 \quad \begin{cases} x^2 - |3x + 2y| - 2y^2 = 4, \\ x - y = -1. \end{cases}$$

$$8.8 \quad \begin{cases} x^2 - |y - 4x| - 2y^2 = 4, \\ 2x - 3y = 1. \end{cases}$$

$$8.1 \quad \begin{cases} x^2 - |y - x| + 2y^2 = 8, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$$

$$8.3 \quad \begin{cases} 3x^2 - |2y + x| - y^2 = 2, \\ 3x + y = -3. \end{cases}$$

$$8.5 \quad \begin{cases} 2x^2 - |2x + y| - 2y^2 = 3, \\ 3x - y = 2. \end{cases}$$

$$8.7 \quad \begin{cases} x^2 + 2|y - x| - y^2 = 3, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$$

$$8.9 \quad \begin{cases} x^2 - |y + 2x| + 2y^2 = 3, \\ x + 4y = 1. \end{cases}$$

9. Решить "текстовую задачу"

9.0 Цены двух товаров, один из которых в три раза дешевле другого, повысили на одинаковое число процентов. Затем новую цену товара, который стоил дешевле, повысили, а новую цену второго товара понизили на то же число процентов, что и в первый раз. Каковы проценты изменения цен товаров, если окончательная сумма их цен на 2,82% больше их первоначальной стоимости?

9.1 Две партии товаров, одна из которых в четыре раза дороже другой, были уценены на одно и то же число процентов. Через некоторое время та партия, что дешевле, была уценена еще раз на то же число процентов, что и в первый раз. В результате таких уценок общая стоимость товаров двух партий уменьшилась по сравнению с первоначальной на 11,8%. На какое число процентов каждый раз уменьшалась цена товаров?

9.2 Два предприятия производят одну и ту же продукцию. Первое предприятие ежемесячно должно производить одинаковое количество продукции, но в первом месяце оно перевыполнило план, а во втором произвело продукции больше, чем в первом, на столько же процентов, на сколько был превзойден план в первом месяце. Второе предприятие, ежемесячное задание которого в четыре раза меньше, чем у первого, перевыполнило план двух месяцев на столько же процентов, на сколько первое предприятие перевыполнило план в первом месяце. Каковы эти проценты, если общий объем продукции, произведенной обоими предприятиями за два месяца, превышает общий плановый объем этих месяцев на 7,1%?

9.3 Два тела начинают одновременно двигаться равномерно по прямым Ox и Oy , пересекающимся под прямым углом. Первое тело движется

со скоростью v по прямой Ox от точки A к точке O , находящейся на расстоянии a от точки A . Второе тело движется со скоростью v_1 по прямой Oy от точки B к точке O , находящейся на расстоянии b от точки B . Найти наименьшее расстояние между этими точками во время движения.

9.4 Окно имеет форму прямоугольника, дополненного сверху полукругом. Периметр окна равен P . При каком отношении сторон прямоугольника окно будет пропускать больше света?

9.5 Прямоугольный садовый участок площадью 625 м^2 необходимо огородить забором, две смежные стороны которого деревянные, две другие — из металлической сетки. Один метр деревянного забора стоит 50 р, а сетчатого — 80 р. На строительство выделено 6000 р. Хватит ли этой суммы?

9.6 Железная дорога за простой вагонов под разгрузкой в первый день берет с предприятия 400 р, а в каждый последующий день на 300 р больше, чем в предыдущий. Бригада грузчиков должна разгрузить вагоны за 10 дней. Если она разгрузит вагоны раньше срока, то получит премию 2350 р за каждый сэкономленный день. При каком сроке разгрузки вагонов будут минимальными затраты предприятия по оплате простоя вагонов и выплате премии грузчикам?

9.7 Два проходческих комбайна начали рыть навстречу друг другу тоннель длиной 30 м. Стоимость проходки первого метра первым комбайном равна 1,5 тыс. р, а стоимость каждого последующего метра его проходки на 0,9 тыс. р больше предыдущего. Стоимость проходки каждого метра вторым комбайном равна 12,75 тыс. руб. Какую часть тоннеля следует пройти каждым комбайном, чтобы общая стоимость проходки тоннеля была минимальной?

9.8 Коммерческий банк каждые полгода добавляет к срочному вкладу, внесенному на срок не менее двух лет, деньги, составляющие определенные проценты от суммы, имевшейся на счете в начале этого полугодия. Каковы эти проценты, если клиенту, положившему на счет 75 р, банк обещает выплатить через два года 288,12 р?

9.9 Для бурения артезианской скважины садовый кооператив, состоящий из 20 членов, пригласил бригаду, поставившую следующие условия: за каждый последующий метр бурения платить на 220 р больше, чем за предыдущий. На таких условиях последний метр и третий с конца, вместе взятые, обходятся во столько, сколько стоило бы все бурение, если бы каждый метр, независимо от глубины, стоил столько, сколько стоил второй метр. Для оплаты всей работы, каждый из 20 членов кооператива, заплатил 136,5 р за каждый метр скважины. Определить глубину скважины.

§7. Контрольные задания по теме № 4. Решение алгебраических неравенств

Для выполнения этой контрольной работы изучите раздел 6 пособия [1], прорешайте примеры и задания, изучите образцы решения неравенств и проведите самотестирование по теме Т-04.

Т-04

Простые неравенства

01 Наименьшим целым решением неравенства $(2\sqrt{6} - 5)(3x - 7) < 0$ является

- ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 такого числа не существует.

02 Множество решений неравенства $-7 < 3 - 2x < -5$ равно

- ☐ 1 $(-5; -4)$ ☐ 2 $(-5; 4)$ ☐ 3 $(-4; 5)$ ☐ 4 $(4; 5)$ ☐ 5 $(-10; -8)$.

03 Если $a > 0$, то неравенство $\frac{2}{x} > \frac{1}{a}$ эквивалентно неравенству

- ☐ 1 $x < 0$ ☐ 2 $x > a$ ☐ 3 $x < 2a$ ☐ 4 $x > 2a$ ☐ 5 $0 < x < 2a$.

04 Неравенство $|x| + a - 2 \geq 0$ справедливо при любых x , если

- ☐ 1 $a \leq -2$ ☐ 2 $a = -2$ ☐ 3 $a \geq 2$ ☐ 4 $a \leq 2$ ☐ 5 $a \geq 0$.

05 Область определения функции $y = \sqrt{4 - x^2}$ задается соотношением

- ☐ 1 $x \leq \pm 2$ ☐ 2 $x \geq \pm 2$ ☐ 3 $-2 \leq x \leq 2$ ☐ 4 $x \leq 2$ ☐ 5 $x \geq 2$.

06 Уравнение $x^2 - 2ax + 9 = 0$ не имеет решений при

- ☐ 1 $a < \pm 3$ ☐ 2 $-3 < a < 3$ ☐ 3 $a > \pm 3$ ☐ 4 $a < 3$ ☐ 5 $a > -3$.

07 Область определения функции $y = \sqrt{|x^2 - 4| \cdot (x - 3)}$ равна множеству, заданному соотношением

- ☐ 1 $x \in [-2; 2] \cup [-3; +\infty)$ ☐ 2 $x \geq 3, x = \pm 2$ ☐ 3 $x > 3$
☐ 4 $x \in (-\infty; -2] \cup [2; 3]$ ☐ 5 $x \leq 4$.

08 Если $a + 2b = 6$ и $2 < b < 3$, то значения a заключены в промежутке

- 1** $(-2, 0)$ **2** $(0; 2)$ **3** $(-2; 2)$ **4** $(10; 12)$ **5** $(-12; 2)$.

09 Наибольшее целое решение неравенства $\frac{7}{|2x + 4|} > 1$ равно

- 1** 1 **2** -1 **3** 3 **4** -3 **5** 5.

10 Сумма целых решений неравенства $|x + 6| + |2x| \geq -3x$ при $x \in [-5; -1]$ равна

- 1** -1 **2** -2 **3** -5 **4** -6 **5** -15.

11 Множество решений неравенства $\frac{4}{2x + 3} > 1$ равно

- 1** $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ **2** $(-\infty; -\frac{3}{2})$ **3** $(\frac{1}{2}, +\infty)$ **4** $(-\frac{3}{2}; +\infty)$ **5** $(-\infty; \frac{1}{2})$.

12 Если $1 \leq a \leq 4$ и $4 \geq b \geq 2$, то произведение ab заключено в промежутке

- 1** $[2; 16]$ **2** $[4; 8]$ **3** $[4; 16]$ **4** $[8; 16]$ **5** $[1; 16]$.

13 Множество решений неравенства $\frac{2x - 1}{\sqrt{1 - x}} \geq 0$ равно

- 1** $[0, 5; +\infty)$ **2** $[0, 5; 1)$ **3** $(-\infty; 1)$
4 $[-0, 5; 0, 5] \cup (1; +\infty)$ **5** $(-\infty; 0, 5]$.

14 Если сумма всех сторон прямоугольника равна 2, то его площадь не больше, чем

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** $\frac{1}{4}$ **5** $\frac{1}{2}$.

15 Длина промежутка, на котором функция $y = 3 - \sqrt{1 - 6x + 9x^2}$ неотрицательна, равна

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 1,5 **5** 2,5.

16 Множество решений неравенства $\frac{1}{x+2} > \frac{2}{x-5}$ равно

- 1** $(-\infty; -9)$ **2** $(-\infty; -9) \cup (-2; 5)$ **3** $(-9; +\infty)$
4 $(9; +\infty)$ **5** $(5; +\infty)$.

17 Множество решений неравенства $4x + 4 < (x + 1)^2 < 4x + 9$ равно

- 1** $(-2; -1) \cup (3; 4)$ **2** $(-\infty; -2) \cup (-1; 3) \cup (4; +\infty)$ **3** $(-1; 3)$
4 $(-2; 4)$ **5** $(-1; 4)$.

18 Множество решений неравенства $\frac{\sqrt{3+5x-2x^2}}{(x-1)(x-4)} < 0$ равно

- 1** $(1; 4)$ **2** $(-\frac{1}{2}; 3)$ **3** $(-\frac{1}{2}; 4)$ **4** $(1; 3)$ **5** $(4; +\infty)$.

19 Все значения x , при которых выражение $\sqrt{\frac{x-2}{(x-4)(x+3)}}$ лишено смысла, образуют множество

- 1** $[-3; 2) \cup [4; +\infty)$ **2** $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$ **3** $(-\infty; -3]$
4 $(-\infty; -3] \cup (2; 4]$ **5** $(2; 4]$.

20 Множество решений неравенства $\frac{2x}{x+2} > \frac{x-8}{x-5}$ равно

- 1** $(-\infty; 5) \cup (8; +\infty)$ **2** $(-2; 5)$ **3** $(-5; 2)$
4 $(-2; 2)$ **5** $(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$.

21 Область определения функции $y = \sqrt{-x^2 + 3|x| - 2}$ совпадает с множеством

- 1** $[-2; 2]$ **2** $[-2; -1] \cup [1; 2]$ **3** $(-\infty; -1]$
4 $(-\infty; 1]$ **5** $[2; +\infty)$.

22 В прямоугольнике с площадью 36 большая сторона меньше 15. Возможные значения другой стороны образуют множество

- 1** $(3; 6]$ **2** $(2, 4; 9]$ **3** $[2, 4; 18]$ **4** $[6; 9)$ **5** $(2, 4; 6]$.

23 Прямые $y = -\frac{a}{2}x + 2,5$ и $y = x + 2a$ пересекаются в точке, лежащей ниже оси абсцисс и левее оси ординат, если

- 1** $a < \frac{5}{4}$ **2** $-2 < a < \frac{5}{4}$ **3** $a < -2$ **4** $a > -2$ **5** $a > \frac{5}{4}$.

24 Множество значений x , при которых функция $y = \sqrt{3-x} - \sqrt{4x-1}$ положительна, равно

- 1** $(0; 2]$ **2** $(0, 8; 3]$ **3** $(0; 3]$ **4** $(0; 0, 8]$ **5** $[0, 25; 0, 8)$.

25 Все решения неравенства $|x| \leq 2x - x^2$ образуют множество

- 1** $[0; 1]$ **2** $[0; 2]$ **3** $[-1; 0]$ **4** $[-1; 2]$ **5** $[-1; 1]$.

26 График функции $y = x^2 - ax + 1$ расположен выше оси абсцисс, если

- 1** $a < \pm 2$ **2** $a > \pm 2$ **3** $-2 < a < 2$ **4** $a > 2$ **5** $a < -2$.

27 Множество значений функции $y = 6 - \sqrt{7-6x-x^2}$ равно

- 1** $[2; +\infty)$ **2** $[6; 12]$ **3** $[2; 6]$ **4** $[0; 6]$ **5** $[0; 2]$.

28 Все решения неравенства $\sqrt{x+2} < x$ образуют множество

- 1** $(-1; 2)$ **2** $(0; 2)$ **3** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
4 $(2; +\infty)$ **5** $(-2; +\infty)$.

29 Множество решений неравенства $\sqrt{x^2 - 2x + 1} > 2x$ равно

- 1** $(-\infty; -1)$ **2** $(-\infty; \frac{1}{2})$ **3** $(-\infty; \frac{1}{3})$ **4** $(-1; +\infty)$ **5** $(\frac{1}{3}; +\infty)$.

30 Все решения неравенства $|x|x| - 1| \leq 2$ образуют множество

- 1** $[0; 1]$ **2** $[-\sqrt{3}; 1]$ **3** $[-\sqrt{3}; 0]$ **4** $[0; 2]$ **5** $[-1; \sqrt{3}]$.

Перечислим методические указания к заданиям данной контрольной работы.

1. Выписать систему условий, определяющих ОДЗ каждого слагаемого.
2. Потребовать выполнения условия неотрицательности подкоренного выражения на всей числовой оси.
3. Использовать замену.
4. Раскрыв модуль по определению рассмотреть два случая.
- 5.,6 Свести неравенства к виду $\sqrt{f(x)} < g(x)$.
7. Свести неравенство к виду $\sqrt{f(x)} > g(x)$.
8. Найти x и y как функции параметра a . Исходя из заданного ограничения свести задание к решению неравенства относительно параметра a .
9. Заметить полный квадрат, свести неравенство к виду $\sqrt{f(x)} < g(x)$.

1. Найти область определения функции

$$1.0 \quad y = \sqrt{|x| - 2} + \sqrt{x^2 - 9} + \frac{1}{\sqrt{5 - x}}$$

$$1.1 \quad y = \sqrt{6 - |x - 3|} + \sqrt{x + 1} + \frac{1}{\sqrt{10 - x}}$$

$$1.2 \quad y = \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{8 - 2x} + \sqrt{5 - |2 - 3x|}$$

$$1.3 \quad y = \sqrt{25 - x^2} + \sqrt{-2x + 40} + \sqrt{3 - |3 + 6x|}$$

$$1.4 \quad y = \sqrt{|x| \cdot (x^2 - 16)} + \sqrt{-x + 5} + \sqrt{2 - |x + 1|}$$

$$1.5 \quad y = \sqrt{x^2 - 25} + \sqrt{-x + 7} + \sqrt{|x - 1| - 3}$$

$$1.6 \quad y = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{-x + 1} + \sqrt{|x| - 1}$$

$$1.7 \quad y = \sqrt{9 - x^2} + \sqrt{x - 2} + \sqrt{|x - 1| - 0,5}$$

$$1.8 \quad y = \sqrt{16 - x^2} + \sqrt{3 - x} + \sqrt{3 - |x + 1|}$$

$$1.9 \quad y = \sqrt{9 - x^2} + \sqrt{5 - x} + \sqrt{2 - |x - 1|}$$

2. Указать все значения a , при которых функция определена на всей числовой оси

$$2.0 \quad y = \sqrt{(a + 1)x^2 - 2(a - 1)x + 3a - 3}$$

$$2.1 \quad y = \sqrt{ax^2 - 2(a - 2)x + 3a - 6}$$

$$2.2 \quad y = \sqrt{(a + 2)x^2 - 2ax + 3a}$$

$$2.3 \quad y = \sqrt{(a-1)x^2 - 2(a-3)x + 3a-9}$$

$$2.4 \quad y = \sqrt{(a+3)x^2 - 2(a+1)x + 3a+3}$$

$$2.5 \quad y = \sqrt{(a+4)x^2 - 2(a+2)x + 3a+6}$$

$$2.6 \quad y = \sqrt{(a-2)x^2 - 2(a-4)x + 3a-12}$$

$$2.7 \quad y = \sqrt{(a+5)x^2 - 2(a+3)x + 3a+9}$$

$$2.8 \quad y = \sqrt{(a-3)x^2 - 2(a-5)x + 3a-15}$$

$$2.9 \quad y = \sqrt{(a+6)x^2 - 2(a+4)x + 3a+12}$$

3. Решить неравенство

$$3.0 \quad \frac{x^3-1}{x-1} - \frac{3}{x^2+x+1} \leq 2$$

$$3.1 \quad \frac{x^3-8}{x-2} - \frac{2}{x^2+2x+4} \leq 1$$

$$3.2 \quad \frac{x^3+1}{x+1} + \frac{4}{x^2-x+1} \leq 5$$

$$3.3 \quad \frac{x^3+8}{x+2} - \frac{3}{x^2-2x+4} \geq 2$$

$$3.4 \quad \frac{(x-1)^3}{x-1} - \frac{4}{x^2-2x+1} \geq 3$$

$$3.5 \quad \frac{(x+2)^3}{x+2} - \frac{4}{x^2+4x+4} < 3$$

$$3.6 \quad \frac{(x-1)^3}{x-1} - \frac{3}{x^2-2x} < 3$$

$$3.7 \quad \frac{x^3+1}{x+1} - \frac{2}{2x^2-2x+3} \leq 1$$

$$3.8 \quad \frac{x^3-8}{x-2} + \frac{4}{(x+1)^2} \geq 8$$

$$3.9 \quad \frac{x^3-27}{x-3} + \frac{2}{x^2+3x+1} < 5$$

4. Решить неравенство

$$4.0 \quad \frac{x^2-1+|x+1|}{x(x-2)} \geq 0$$

$$4.1 \quad \frac{2|2x-1|}{x^2-x-2} > 1$$

$$4.2 \quad \frac{|x^2-1|+1+x}{x(x-2)} \leq 0$$

$$4.3 \quad \frac{|x^2-4|+x+2}{x^2-4x+3} \geq 0$$

$$4.4 \quad \frac{x^2-4+|x+2|}{x^2-4x+3} \leq 0$$

$$4.5 \quad \frac{4|x-3|}{x^2+x-2} \geq 1$$

$$4.6 \quad \frac{|5x-10|}{x^2-4x-5} \geq -2$$

$$4.7 \quad \frac{3|x-3|}{x^2-6x+8} < 2$$

$$4.8 \quad \frac{|4x-18|}{x^2-9x+20} \geq 3$$

$$4.9 \quad \frac{|x^2-9|-x+3}{x^2+6x+8} > 0$$

5. Решить неравенство

$$5.0 \quad \sqrt{\frac{3x-1}{2-x}} < 1 \quad 5.1 \quad \sqrt{\frac{5x-2}{1-x}} < 2 \quad 5.2 \quad \sqrt{\frac{3x-2}{1-x}} < 3$$

$$5.3 \quad \sqrt{\frac{4x-3}{1+x}} < 2 \quad 5.4 \quad \sqrt{\frac{x-3}{2-x}} < 4 \quad 5.5 \quad \sqrt{\frac{x-2}{1-x}} < 1$$

$$5.6 \quad \sqrt{\frac{x-5}{4-x}} < 2 \quad 5.7 \quad \sqrt{\frac{x-6}{5-x}} < 1 \quad 5.8 \quad \sqrt{\frac{3x-2}{x-1}} < 2$$

$$5.9 \quad \sqrt{\frac{x-3}{x+2}} < 1$$

6. Решить неравенство

$$6.0 \quad \sqrt{5x-4} + \sqrt{3x+1} < 3 \quad 6.1 \quad \sqrt{2x-1} + \sqrt{3x+1} < 3$$

$$6.2 \quad \sqrt{3x+4} + \sqrt{8x+9} \leq 2 \quad 6.3 \quad \sqrt{x+3} + \sqrt{8x+8} < \sqrt{2}$$

$$6.4 \quad \sqrt{x+1} + \sqrt{x+16} < 5 \quad 6.5 \quad 2\sqrt{3-2x} + \sqrt{x+3} \leq 6$$

$$6.6 \quad \sqrt{1-x} + \sqrt{3x} < \sqrt{3} \quad 6.7 \quad \sqrt{3x+8} + \sqrt{x+2} < \sqrt{2}$$

$$6.8 \quad \sqrt{3x-4} + \sqrt{5x-2} \leq 3\sqrt{2} \quad 6.9 \quad \sqrt{3x-4} + 3\sqrt{3-x} \leq \sqrt{5}$$

7. Решить неравенство

$$7.0 \quad \sqrt{x^2+3x+2} - \sqrt{x^2-x+1} < 1$$

$$7.1 \quad \sqrt{x^2+7x+12} - \sqrt{x^2-2x+5} < 4$$

$$7.2 \quad \sqrt{x^2-4x+3} - \sqrt{x^2+2x+2} < 1$$

$$7.3 \quad \sqrt{x^2-5x+6} - \sqrt{x^2-2x+2} \leq 1$$

$$7.4 \quad \sqrt{x^2+6x+8} - \sqrt{x^2+2x+3} \leq 1$$

$$7.5 \quad \sqrt{x^2+8x+15} - \sqrt{x^2+3x+4} \leq 2$$

$$7.6 \quad \sqrt{x^2+10x+21} - \sqrt{x^2+4x+5} < 2$$

$$7.7 \quad \sqrt{x^2+12x+20} - \sqrt{x^2+3x+3} \leq 2$$

$$7.8 \quad \sqrt{x^2+6x+8} - \sqrt{x^2+x+2} \leq 2$$

$$7.9 \quad \sqrt{x^2+8x+7} - \sqrt{x^2+x+2} < 2$$

8. Выполнить задание

8.0 При каких a система уравнений $\begin{cases} (a+1)x - ay = 4, \\ 3x - 5y = a. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y < 2$

8.1 При каких a система уравнений $\begin{cases} (a+2)x + ay = 1, \\ 2x - 4y = -a. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y < 1$

8.2 При каких a система уравнений $\begin{cases} (a-1)x + (a+1)y = a, \\ x - 2y = 4. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y < 3$

8.3 При каких a система уравнений $\begin{cases} ax + (a-1)y = 1, \\ x - 2y = a. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y > 1$

8.4 При каких a система уравнений $\begin{cases} (a+1)x + 2y = 4, \\ x + (2-a)y = a+1. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y > 2$

8.5 При каких a система уравнений $\begin{cases} (a+1)x + y = -2, \\ -3x + (a-1)y = a. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y > 1$

8.6 При каких a система уравнений $\begin{cases} (a-3)x + y = -2, \\ -2x + ay = a-2. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y < 4$

8.7 При каких a система уравнений $\begin{cases} 2x + (a+1)y = 1, \\ 3x + (2a+3)y = -a. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y < 3$

8.8 При каких a система уравнений $\begin{cases} (a-2)x + (a+2)y = -a, \\ 3x - 4y = -1. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y < 4$

8.9 При каких a система уравнений $\begin{cases} ax + 4y = -a, \\ (a+1)x - 3y = 3. \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$, для которых $x - y < 4$

шения $(x; y)$, для которых $x - y < 1$

9. Решить неравенство

$$9.0 \quad 3x + 4 > \sqrt{9 + 4x(x + 3)} + \sqrt{-2x^2 - 8x + 10}$$

$$9.1 \quad 4x - 5 > \sqrt{1 + 4x(x - 1)} + \sqrt{-8x^2 + 40x - 32}$$

$$9.2 \quad 5x - 6 > \sqrt{1 + 3x(3x + 2)} + \sqrt{-4x^2 + 16x + 20}$$

$$9.3 \quad 5x - 7 > \sqrt{4 + 3x(3x - 4)} + \sqrt{-2x^2 + 4x + 16}$$

$$9.4 \quad 4x - 5 > \sqrt{1 + x(x + 2)} + \sqrt{-3x^2 + 6x + 24}$$

$$9.5 \quad 3x - 5 > \sqrt{1 + 4x(x - 1)} + \sqrt{-2x^2 + 12x - 10}$$

$$9.6 \quad 7x - 2 > \sqrt{4 + 3x(3x + 4)} + \sqrt{-4x^2 + 12x - 8}$$

$$9.7 \quad 4x - 5 > \sqrt{4 + 3x(3x - 4)} + \sqrt{-2x^2 + 14x - 20}$$

$$9.8 \quad 5x - 7 > \sqrt{16 + x(9x - 24)} + \sqrt{-4x^2 + 12x + 40}$$

$$9.9 \quad 3x - 2 > \sqrt{1 + 4x(x - 1)} + \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$$

10. Решить неравенство

$$10.0 \quad \frac{4}{\sqrt{2-x}} - \sqrt{2-x} < 2$$

$$10.1 \quad \sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$$

$$10.2 \quad \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{4}} < \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$$

$$10.3 \quad \frac{6x}{x-2} - \sqrt{\frac{12x}{x-2}} - 2\sqrt[4]{\frac{12x}{x-2}} > 0$$

$$10.4 \quad \sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2x+4} > 0$$

$$10.5 \quad \sqrt{x^3 + 3x + 4} > -2$$

$$10.6 \quad \sqrt{5x-4} + \sqrt{3x+1} < 3$$

$$10.7 \quad \sqrt{x^2 + 3x + 2} - \sqrt{x^2 - x + 1} < 1$$

$$10.8 \quad \frac{2}{2 + \sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{2 - \sqrt{4-x^2}} > \frac{1}{x}$$

$$10.9 \quad \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} > 1 - x$$

§8. Контрольные задания по теме № 5. Тригонометрия

Для выполнения этой контрольной работы следует внимательно изучить разделы 9, 10 и 11 пособия [1], прорешать максимально большое количество примеров, приведенных в конце каждого из пунктов этих разделов, провести самотестирование по теме Т-06.

Т-06

Тригонометрия

01

Выражение $\sin \alpha |\sin \alpha| + \cos \alpha |\cos \alpha|$, где $\alpha \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$, равно

☐ 1 2 ☐ 2 ☐ -1 ☐ 3 ☐ $\cos 2\alpha$ ☐ 4 ☐ $-\cos 2\alpha$ ☐ 5 0.

02

Если $\sin \alpha = b - 2$ и $\alpha \in (-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6})$, то величина b заключена в промежутке

☐ 1 $(-\infty; \frac{5}{2})$ ☐ 2 $(1; 3)$ ☐ 3 $(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$
☐ 4 $(\frac{3}{2}; +\infty)$ ☐ 5 $(-\infty; \frac{3}{2}) \cup (\frac{5}{2}; +\infty)$.

03

Если $\frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha} = 2$, то величина $\operatorname{tg} \alpha$ равна

☐ 1 -3 ☐ 2 $-\frac{1}{3}$ ☐ 3 $\frac{1}{3}$ ☐ 4 3 ☐ 5 невозможно вычислить.

04

Если $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{5}{12}$ и $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, то величина $\sin \alpha$ равна

☐ 1 $\frac{12}{13}$ ☐ 2 $-\frac{12}{13}$ ☐ 3 $\frac{5}{13}$ ☐ 4 $-\frac{5}{13}$ ☐ 5 $\pm \frac{12}{13}$.

05

Выражение $\frac{1}{1 - 2 \cos 30^\circ} + \frac{1}{1 + 2 \sin 60^\circ}$ равно

☐ 1 1 ☐ 2 -1 ☐ 3 не определено ☐ 4 2 ☐ 5 -2.

06

Выражение $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) \sin(\frac{3}{2}\pi - \alpha) + \cos(\pi - \alpha) \sin(2\pi - \alpha)$ равно

☐ 1 1 ☐ 2 $-\sin 2\alpha$ ☐ 3 $\cos 2\alpha$ ☐ 4 $-\cos 2\alpha$ ☐ 5 $\sin 2\alpha$.

07

Выражение $\operatorname{tg} 615^\circ + \operatorname{tg} 375^\circ$ равно

- 1 $2\sqrt{3}$ 2 2 3 $3\sqrt{3}$ 4 4 5 $2\sqrt{2}$.

08

Произведение $\operatorname{tg} 3^\circ \operatorname{tg} 6^\circ \operatorname{tg} 9^\circ \dots \operatorname{tg} 87^\circ$ равно

- 1 1 2 2 3 $\sqrt{3}$ 4 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 5 вычислить невозможно.

09

Выражение $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \sin (\pi - \alpha) \cdot \operatorname{ctg} \left(\frac{3}{2}\pi + \alpha \right)$ равно

- 1 $\frac{1}{\cos \alpha}$ 2 $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$ 3 $\frac{-1}{\cos \alpha}$ 4 $-\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$ 5 2.

10

Если $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3} \right)$, $\beta \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4} \right)$, то

- 1 $\cos(\alpha - \beta) \in \left(\frac{1}{2}; 1 \right)$ 2 $\cos(\alpha - \beta) = 1$ 3 $\cos(\alpha - \beta) = 0$
 4 $\cos(\alpha - \beta) \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1 \right)$ 5 $\cos(\alpha - \beta) \in \left(0; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

11

Если синусы двух острых углов треугольника соответственно равны 0,2 и 0,6, то косинус внешнего угла треугольника, не смежного с двумя данными, равен

- 1 $\frac{8\sqrt{6}+3}{25}$ 2 $\frac{8\sqrt{6}-3}{5}$ 3 $\frac{8\sqrt{6}-3}{25}$ 4 $\frac{8\sqrt{6}+3}{5}$ 5 $\frac{6}{25}$.

12

Если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$, $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, то величина $\operatorname{tg} \beta$ равна

- 1 $-\frac{1}{7}$ 2 $\frac{1}{7}$ 3 $\frac{1}{6}$ 4 $\frac{2}{3}$ 5 7.

13

Область определения функции $y = \sqrt{x(x + \sin 40^\circ)(x + \operatorname{tg} 40^\circ)}$ совпадает с множеством

- 1 $[-\operatorname{tg} 40^\circ; -\sin 40^\circ] \cup [0; +\infty)$ 2 $[-\operatorname{tg} 40^\circ; 0]$ 3 $[-\sin 40^\circ; 0]$
 4 $(-\infty; -\operatorname{tg} 40^\circ] \cup [-\sin 40^\circ; 0]$ 5 $[-\sin 40^\circ; +\infty)$.

14

Четной среди приведенных является функция

1 $y = \sqrt{\sin x}$

2 $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$

3 $y = \sin x + \cos x$

4 $y = \sin^3 x$

5 $y = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}$.

15

Равенство $\sin \beta = 4,5 - a^2$, где $\beta \in [0; \frac{\pi}{6}]$, $a < 0$, выполняется при всех значениях a , принадлежащих множеству

1 $[-2; 0]$

2 $[-2\sqrt{2}; 0]$

3 $[-\frac{3}{2}\sqrt{2}; -2]$

4 $(-\infty; -2]$

5 $(-\infty; \frac{1}{2})$.

16

Все решения неравенства $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$ образуют промежутки вида

1 $(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$

2 $(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$

3 $(\pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n)$

4 $(\frac{\pi}{3} + \pi n; +\infty)$

5 $(\pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n)$.

17

Выражение $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$ равно

1 $\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{4} - \alpha)$

2 $\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - \alpha)$

3 $\operatorname{tg} 2\alpha$

4 $-2 \operatorname{ctg} 2\alpha$

5 $2 \operatorname{ctg} 2\alpha$.

18

Наибольшее значение функции $y = 2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x$ равно

1 1

2 2

3 3

4 4

5 5.

19

Если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$, то величина $\cos \frac{\alpha}{2}$ равна

1 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

2 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

3 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

5 $-\frac{1}{6}$.

20

Все решения уравнения $\cos x + \sin x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ определяются формулой

1 $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$

2 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

3 $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$

4 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$

5 $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

21

Наименьший положительный период функции $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x$ равен

- ☐ 1 $\frac{\pi}{2}$ ☐ 2 π ☐ 3 $\frac{3}{2}\pi$ ☐ 4 2π ☐ 5 3π .

22

Решения уравнения $\frac{|\sin x|}{\sin x} = x$ определяются соотношением

- ☐ 1 $x = 1$ ☐ 2 $x = \pm 1$ ☐ 3 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
☐ 4 $x = 2\pi n$ ☐ 5 $x \in (-\infty; +\infty)$.

23

$\sin(\arccos(-1)) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$ равен

- ☐ 1 $\frac{1}{2}$ ☐ 2 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ 3 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ 4 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ 5 $-\frac{1}{2}$.

24

Все решения уравнения $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$ определяются формулой

- ☐ 1 $-\frac{\pi}{3} \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$ ☐ 2 $\frac{\pi}{3} + (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$ ☐ 3 $-\frac{\pi}{6} \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$
☐ 4 $-\frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ ☐ 5 $\frac{\pi}{3} \pm \frac{2}{3}\pi + \pi n$.

25

Наименьший из углов, которые составляют часовая и минутная стрелка в 6 ч 10 мин, равен

- ☐ 1 $\frac{25}{36}\pi$ ☐ 2 $\frac{29}{36}\pi$ ☐ 3 $\frac{17}{18}\pi$ ☐ 4 $\frac{5}{6}\pi$ ☐ 5 $\frac{31}{36}\pi$.

26

Число точек пересечения графиков функций $y = \cos x$ и $y = (x - \frac{\pi}{4})(x - \frac{3}{4}\pi)$ равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

27

Величина $\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$ равна

- 1** $-\frac{1}{3}$ **2** $-\frac{2}{\sqrt{13}}$ **3** $-\frac{3}{\sqrt{13}}$ **4** $\frac{2}{\sqrt{13}}$ **5** $\frac{3}{\sqrt{13}}$.

28

Множество значений функции $y = -2\sin x - 6\cos x$ равно

- 1** $[-6; 6]$ **2** $[-8; 8]$ **3** $[-6; 0]$ **4** $[-8; 0]$ **5** $[-\sqrt{40}; \sqrt{40}]$.

29

Если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 2$, то угол α принадлежит четвертям

- 1** 1-й, 3-й **2** 2-й, 3-й **3** 4-й **4** 1-й, 2-й **5** 2-й.

30

Множество значений функции $y = \sin^2 x + 2\cos x$ равно

- 1** $[-1; 1]$ **2** $[-1; 2]$ **3** $[0; 2]$ **4** $[-2; 2]$ **5** $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

Перечислим методические указания к заданиям контрольной работы.

1. Свести задание к алгебраическому неравенству.
2. Использовать основные тригонометрические тождества для угла α и использовать операцию выделения полного квадрата.
- 3., 4. Использовать известные тригонометрические тождества.
- 5., 6., 7. Используя известные формулы приведения, сложения углов и основное тригонометрическое тождество, свести уравнения к простейшим.
8. Обратить особое внимание на области определения функций и учесть их при построении графиков.
9. Ввести вспомогательный угол, свести задание к простейшему уравнению.
10. Привести уравнение к квадратному.
11. Использовать однородность уравнений.
12. Обратить особое внимание на О.Д.З. уравнений и возможность появления посторонних решений.
13. Свести к простейшим неравенствам.
- 14., 15. Обратить внимание на О.Д.З. уравнения, возможность появления посторонних корней и правильно осуществить выборку решений.

1. При каких m может выполняться равенство

$$1.0 \quad \cos \varphi = \frac{m^2 - 4m - 4}{m^2 + 1}, \quad \text{если } 0 < \varphi < \frac{\pi}{3}$$

$$1.1 \quad \sin \varphi = \frac{m^2 - 4m - 4}{m^2 + 1}, \quad \text{если } \frac{\pi}{6} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$1.2 \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{3m^2 - 10m + 3}{m^2 - 10m + 25}, \quad \text{если } 0 < \varphi < \frac{\pi}{4}$$

$$1.3 \quad \operatorname{ctg} \varphi = \frac{|m^2 - 5m|}{6}, \quad \text{если } \frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$1.4 \quad \sin \varphi = \frac{3m^2 - 7m + 8}{2m^2 + 2}, \quad \text{если } \frac{\pi}{6} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$1.5 \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{m^2 - 3m + 2}{m^2 + 3m + 2}, \quad \text{если } \frac{\pi}{4} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$1.6 \quad \operatorname{ctg} \varphi = \frac{15}{4 + 3m - m^2}, \quad \text{если } 0 < \varphi < \frac{\pi}{4}$$

$$1.7 \quad \sin \varphi = \frac{m^2 + m + 1}{m^2 + 1}, \quad \text{если } \frac{\pi}{2} > \varphi > \frac{\pi}{6}$$

$$1.8 \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{3m^2 - 7m + 8}{m^2 + 1}, \quad \text{если } \operatorname{arctg} 2 > \varphi > \frac{\pi}{4}$$

$$1.9 \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{15}{4 + 3m - m^2}, \quad \text{если } \frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

Задание 2

$$2.0 \quad \text{Найти } \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha, \text{ если известно, что } \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$2.1 \quad \text{Найти } \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha, \text{ если известно, что } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$2.2 \quad \text{Найти } \sin^8 \alpha + \cos^8 \alpha, \text{ если известно, что } \sin 2\alpha = \frac{1}{3}$$

$$2.3 \quad \text{Найти } \sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha, \text{ если известно, что } \cos 2\alpha = \frac{1}{4}$$

$$2.4 \quad \text{Найти } \operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha, \text{ если известно, что } \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$$

$$2.5 \quad \text{Найти } \operatorname{tg}^6 \alpha + \operatorname{ctg}^6 \alpha, \text{ если известно, что } \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = -3$$

- 2.6 Найти $\operatorname{tg}^8 \alpha + \operatorname{ctg}^8 \alpha$, если известно, что $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$
- 2.7 Найти $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$, если известно, что $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$
- 2.8 Найти $\sin^8 \alpha + \cos^8 \alpha$, если известно, что $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$
- 2.9 Найти $\cos^8 \alpha - \sin^8 \alpha$, если известно, что $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$

Задание 3

- 3.0 Найти $\operatorname{ctg} 2\alpha$,
если известно, что $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\frac{2}{3}$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
- 3.1 Найти $\operatorname{tg} 2\alpha$,
если известно, что $\cos(\alpha - 90^\circ) = -\frac{2}{3}$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
- 3.2 Найти $\sin 2\alpha$,
если известно, что $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\frac{2}{3}$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
- 3.3 Найти $\cos 2\alpha$,
если известно, что $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\frac{2}{3}$
- 3.4 Найти $\operatorname{tg} 2\alpha$,
если известно, что $\cos(\alpha - 90^\circ) = 0,2$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- 3.5 Найти $\operatorname{ctg} 2\alpha$,
если известно, что $\sin(\alpha - 90^\circ) = 0,2$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- 3.6 Найти $\sin 2\alpha$,
если известно, что $\cos(\alpha - 90^\circ) = 0,2$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- 3.7 Найти $\cos 2\alpha$,
если известно, что $\sin(\alpha - 90^\circ) = 0,2$
- 3.8 Найти $\sin 2\alpha$,
если известно, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$
- 3.9 Найти $\cos 2\alpha$,
если известно, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$

4. Упростить

$$4.0 \quad \frac{\cos^2\left(\frac{5}{2}\pi - 2\alpha\right) + 4\cos^2\left(\frac{7}{2}\pi - \alpha\right) - 4}{1 + \cos(4\alpha - \pi) - 8\sin^2(5\pi - \alpha)}$$

$$4.1 \quad \frac{\cos 3\alpha + \cos 4\alpha + \cos 5\alpha}{\sin 3\alpha + \sin 4\alpha + \sin 5\alpha}$$

$$4.2 \quad \frac{\sin(2\alpha + \beta) + \sin(2\alpha - \beta) - \cos\left(\frac{3}{2}\pi - 2\alpha\right)}{\cos(2\alpha + \beta) + \cos(2\alpha - \beta) - \sin\left(\frac{3}{2}\pi + 2\alpha\right)}$$

$$4.3 \quad \frac{4\sin\left(\frac{5}{2}\pi + \alpha\right)}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{3}{2}\pi - \frac{\alpha}{2}\right) - \operatorname{ctg}^2\left(\frac{3}{2}\pi + \frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$4.4 \quad \frac{\sin(2\alpha + 2\pi) + 2\sin(4\alpha - \pi) + \sin(6\alpha + 4\pi)}{\cos(6\pi - 2\alpha) + 2\cos(4\alpha - \pi) + \cos(6\alpha - 4\pi)}$$

$$4.5 \quad \frac{1 + \cos(4\alpha - 2\pi) + \cos\left(4\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{1 + \cos(4\alpha + \pi) + \cos\left(4\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)}$$

$$4.6 \quad \frac{\sin 6\alpha}{\sin 2\alpha} + \frac{\cos(6\alpha - \pi)}{\cos 2\alpha}$$

$$4.7 \quad \frac{\cos^2\left(\frac{5}{4}\pi - 2\alpha\right) - \sin^2\left(\frac{5}{4}\pi - 2\alpha\right)}{\left(\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\right)\left(\cos\left(2\pi - \frac{\alpha}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)\right)\sin\alpha}$$

$$4.8 \quad \operatorname{ctg}(4\alpha - \pi) \left(\cos^4\left(\frac{5}{4}\pi - 2\alpha\right) - \sin^4\left(\frac{9}{4}\pi - 2\alpha\right) \right)$$

$$4.9 \quad \sin^2\left(\frac{9}{8}\pi + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{17}{8}\pi - \alpha\right)$$

5. Решить уравнение

$$5.0 \quad \sin(x - 10^\circ) \cdot \sin^2 50^\circ + \cos 80^\circ \cdot \sin 140^\circ = \sin 50^\circ \cdot \cos 170^\circ - \cos(100^\circ - x) \cdot \cos^2 130^\circ$$

- 5.1 $\sin(x + 20^\circ) \cdot \cos^2 80^\circ - \sin 20^\circ \cdot \cos 100^\circ = \sin 80^\circ \cdot \sin 70^\circ -$
 $-\cos(70^\circ - x) \cdot \sin^2 100^\circ$
- 5.2 $\sin(x + 10^\circ) \cdot \sin^2 35^\circ - \cos 80^\circ \cdot \cos 215^\circ = \sin 145^\circ \cdot \cos 170^\circ -$
 $-\cos(80^\circ - x) \cdot \cos^2 215^\circ$
- 5.3 $\sin(x - 25^\circ) \cdot \sin^2 95^\circ + \sin 25^\circ \cdot \cos 85^\circ = \sin 95^\circ \cdot \sin 65^\circ -$
 $-\cos(115^\circ - x) \cdot \cos^2 85^\circ$
- 5.4 $\sin(x - 20^\circ) \cdot \sin^2 130^\circ + \sin 160^\circ \cdot \cos 50^\circ = \cos 40^\circ \cdot \cos 20^\circ -$
 $-\cos(110^\circ - x) \cdot \cos^2 50^\circ$
- 5.5 $\sin(x + 10^\circ) \cdot \sin^2 50^\circ - \sin 170^\circ \cdot \cos 50^\circ = \cos 40^\circ \cdot \cos 10^\circ -$
 $-\cos(80^\circ - x) \cdot \cos^2 130^\circ$
- 5.6 $\sin(x + 20^\circ) \cdot \sin^2 190^\circ - \cos 70^\circ \cdot \cos 190^\circ = \cos 80^\circ \cdot \cos 160^\circ -$
 $-\cos(70^\circ - x) \cdot \cos^2 10^\circ$
- 5.7 $\sin(x + 20^\circ) \cdot \sin^2 50^\circ + \sin 160^\circ \cdot \cos 130^\circ = \sin 50^\circ \cdot \cos 160^\circ -$
 $-\cos(70^\circ - x) \cdot \cos^2 230^\circ$
- 5.8 $\sin(x + 15^\circ) \cdot \cos^2 110^\circ - \cos 65^\circ \cdot \sin 160^\circ = \cos 160^\circ \cdot \sin 115^\circ -$
 $-\cos(75^\circ - x) \cdot \cos^2 160^\circ$
- 5.9 $\sin(x - 15^\circ) \cdot \cos^2 130^\circ + \cos 37^\circ \cdot \sin 97^\circ = \cos 53^\circ \cdot \cos 97^\circ -$
 $-\cos(105^\circ - x) \cdot \cos^2 140^\circ$

6. Решить уравнение

- 6.0 $\cos x \cdot \operatorname{ctg} 68^\circ + \sin 158^\circ \cdot \sin 23^\circ = \cos 22^\circ \cdot \sin 67^\circ -$
 $-\sin(90^\circ + x) \cdot \operatorname{tg} 23^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \operatorname{tg} 22^\circ \cdot \operatorname{tg} 157^\circ$
- 6.1 $\cos x \cdot \operatorname{ctg} 68^\circ + \sin 22^\circ \cdot \sin 38^\circ = \sin 68^\circ \cdot \sin 52^\circ +$
 $+\sin(90^\circ - x) \cdot \operatorname{tg} 67^\circ + 0,5 \cdot \operatorname{tg} 22^\circ \cdot \operatorname{ctg} 23^\circ$
- 6.2 $\operatorname{tg} 88^\circ \cdot \cos x - \sin 88^\circ \cdot \cos 28^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 43^\circ +$
 $+\sin(x - 270^\circ) \cdot \operatorname{tg} 43^\circ - \cos 88^\circ \cdot \cos 62^\circ$
- 6.3 $\sin(90^\circ + x) \cdot \operatorname{tg} 55^\circ + \sin 125^\circ \cdot \sin 80^\circ = \cos 55^\circ \cdot \sin 10^\circ +$

- $$+ \operatorname{tg} 10^\circ \cdot \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \operatorname{tg} 125^\circ \cdot \operatorname{tg} 170^\circ$$
- 6.4 $\operatorname{tg} 72^\circ \cdot \cos x + \sin 108^\circ \cdot \sin 78^\circ = \cos 72^\circ \cdot \cos 78^\circ +$
 $+ \sin (90^\circ + x) \cdot \operatorname{tg} 27^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{tg} 72^\circ \cdot \operatorname{ctg} 63^\circ$
- 6.5 $\sin (270^\circ - x) \cdot \operatorname{tg} 117^\circ + \sin 63^\circ \cdot \sin 123^\circ = \cos 63^\circ \cdot \cos 57^\circ +$
 $+ \operatorname{tg} 18^\circ \cdot \cos x - 0,5 \cdot \operatorname{tg} 63^\circ \cdot \operatorname{ctg} 72^\circ$
- 6.6 $\sin (90^\circ + x) \cdot \operatorname{tg} 102^\circ + \sin 78^\circ \cdot \sin 18^\circ = \cos 102^\circ \cdot \sin 72^\circ -$
 $- \operatorname{tg} 33^\circ \cdot \cos x + 0,5 \cdot \operatorname{tg} 78^\circ \cdot \operatorname{ctg} 123^\circ$
- 6.7 $\sin (90^\circ + x) \cdot \operatorname{tg} 42^\circ + \sin 138^\circ \cdot \sin 18^\circ = \cos 42^\circ \cdot \cos 18^\circ +$
 $+ \operatorname{tg} 87^\circ \cdot \cos x + 0,5 \cdot \operatorname{tg} 42^\circ \cdot \operatorname{tg} 87^\circ$
- 6.8 $\cos x \cdot \operatorname{tg} 67^\circ + \cos 74^\circ \cdot \sin 104^\circ = \sin 106^\circ \cdot \cos 104^\circ -$
 $- \sin (90^\circ - x) \cdot \operatorname{tg} 158^\circ - 0,5 \cdot \operatorname{tg} 67^\circ \cdot \operatorname{ctg} 68^\circ$
- 6.9 $\cos x \cdot \operatorname{tg} 89^\circ + \sin 139^\circ \cdot \sin 109^\circ = \cos 139^\circ \cdot \sin 19^\circ -$
 $- \sin (90^\circ + x) \cdot \operatorname{tg} 46^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{tg} 46^\circ \cdot \operatorname{ctg} 1^\circ$

7. Решить уравнение

- 7.0 $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} \frac{7}{6}\pi = \operatorname{tg} \frac{7}{8}\pi - \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \cdot \operatorname{tg} x$
- 7.1 $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = \operatorname{tg} \frac{6}{5}\pi - \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} \cdot \operatorname{tg} x$
- 7.2 $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} - \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \cdot \operatorname{tg} x$
- 7.3 $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{16} - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{16} \cdot \operatorname{tg} x$
- 7.4 $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} \frac{3}{4}\pi = \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \cdot \operatorname{tg} x$
- 7.5 $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} \frac{4}{3}\pi = \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} \cdot \operatorname{tg} x$
- 7.6 $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \frac{4}{3}\pi = \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} - \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} \cdot \operatorname{tg} x$
- 7.7 $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{18} + \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{18} \cdot \operatorname{tg} x$

$$7.8 \quad \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} \frac{2}{3}\pi = 1 - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{tg} x$$

$$7.9 \quad \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \frac{9}{8}\pi = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \cdot \operatorname{tg} x$$

8. Построить график функции

$$8.0 \quad y = \sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 x)(0,5 - 0,5 \cos 2x)}$$

$$8.1 \quad y = \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} \cdot \frac{[1 - \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} + 2x)] \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - 2x)}{1 + \operatorname{ctg} 2x}$$

$$8.2 \quad y = \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} \cdot \frac{[1 + \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} + x)] \operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + x)}{1 + \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - x)}$$

$$8.3 \quad y = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} - \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right)$$

$$8.4 \quad y = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} - \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} \right)$$

$$8.5 \quad y = \sqrt{1 - \sin^2 x} \cdot \frac{(1 + \operatorname{tg} 2x) \operatorname{ctg} 2x}{1 + \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - 2x)}$$

$$8.6 \quad y = \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} + x) \sin(\pi + x)}{\operatorname{ctg}(\pi - x)} \cdot \sin x$$

$$8.7 \quad y = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} \cdot \frac{\cos^2(-x) \cos(\frac{\pi}{2} - x)}{\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - x) \sin(\pi - x)}$$

$$8.8 \quad y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})} - 1} \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}}$$

$$8.9 \quad y = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{\sin^2(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})} - 1} \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

9. Решить уравнение

$$9.0 \quad \sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$$

$$9.1 \quad \sqrt{3} \sin x - \cos x = -1$$

9.2 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = -1$	9.3 $\sqrt{3} \sin x + \cos x = -1$
9.4 $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2}$	9.5 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$
9.6 $\sqrt{3} \sin x - \cos x = -\sqrt{2}$	9.7 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = -\sqrt{2}$
9.8 $\sqrt{3} \sin x + \cos x = -\sqrt{2}$	9.9 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = -\sqrt{3}$

10. Решить уравнение

10.0 $\cos 4x = -2 \cos^2 x$	10.1 $\cos 4x = 4 \cos^2 x$
10.2 $3 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$	10.3 $2 \cos^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$
10.4 $\sin^2 3x = 3 \cos^2 3x$	10.5 $\cos^4 2x + 6 \cos^2 2x = \frac{25}{16}$
10.6 $2 \operatorname{tg}^4 3x - 3 \operatorname{tg}^2 3x + 1 = 0$	10.7 $\cos 4x + 2 \sin^2 x = 0$
10.8 $\cos 4x - 2 \sin^2 x = 0$	10.9 $2 \sin^2 x + 5 \cos x - 4 = 0$

11. Решить уравнение

11.0 $2 \sin^3 x + 2 \sin^2 x \cos x - \sin x \cos^2 x - \cos^3 x = 0$	
11.1 $6 \sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$	
11.2 $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x = 3 \cos^2 x$	
11.3 $3 \cos^2 x = \sin^2 x + \sin 2x$	11.4 $3 \sin 2x + 2 \cos 2x = 3$
11.5 $\sin 3z - \cos 3z = \sqrt{3/2}$	11.6 $3 \sin 5z - 2 \cos 5z = 3$
11.7 $4 \sin 3z + \frac{1}{3} \cos 3z = 3$	11.8 $4 \sin x + \cos x = 4$
11.9 $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + 0,25$	

12. Решить уравнение

12.0 $\sqrt{5 - 4 \operatorname{tg} x} = 2 - \operatorname{tg} x$	12.1 $\sqrt{4 \operatorname{ctg} x + 7} = 2 + \operatorname{ctg} x$
12.2 $\sqrt{4 - 2 \operatorname{ctg} x} = 1 - \operatorname{ctg} x$	12.3 $\sqrt{4 + 2 \operatorname{tg} x} = \operatorname{tg} x + 1$
12.4 $\sqrt{4 - 6 \operatorname{tg} x} = 1 - 3 \operatorname{tg} x$	12.5 $\sqrt{7 - 12 \operatorname{ctg} x} = 2 - 3 \operatorname{ctg} x$
12.6 $\sqrt{5 - \operatorname{ctg} x} = 3 \operatorname{ctg} x - 1$	12.7 $\sqrt{10 - 9 \operatorname{tg} x} = 3 \operatorname{tg} x - 2$

$$12.8 \quad \sqrt{13 - 6 \operatorname{tg} x} = 2 \operatorname{tg} x - 3$$

$$12.9 \quad \sqrt{37 - 12 \operatorname{ctg} x} = 2 \operatorname{ctg} x -$$

13. Решить неравенство

$$13.0 \quad 10^{|\sin x|} > 10^{|\cos x|}$$

$$13.1 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{|\sin x|} < 1$$

$$13.2 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{|\cos x|} < 1$$

$$13.3 \quad 0,5\sqrt{3} < 0,5 \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} < 0,5$$

$$13.4 \quad 0,5\sqrt{3} < 0,5 \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} < 0,5$$

$$13.5 \quad \sqrt{3} \cos^2 x < 4 \operatorname{tg} x$$

$$13.6 \quad \sqrt{3} \sin^2 x < 4 \operatorname{ctg} x$$

$$13.7 \quad \sin 4x + \cos 4x \operatorname{ctg} 2x > 1$$

$$13.8 \quad 2^{|\sin(\frac{\pi}{2} + x)|} > 2^{|\cos(\frac{3\pi}{2} - x)|}$$

$$13.9 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{|\cos(\frac{\pi}{2} + x)|} < 1$$

14. Решить уравнение

$$14.0 \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} = \frac{1}{3} \log_2 3 \cdot \log_4 8 \cdot \log_3 4$$

$$14.1 \quad \sqrt{\cos^2 x - |\sin x| \cdot \sin x} = \cos x - \sin x$$

$$14.2 \quad \sin x - \sqrt{-0,5 \sin 2x} + 2 \cos x = 0$$

$$14.3 \quad 2\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} \cos x = \sqrt{-\sin 2x}$$

$$14.4 \quad \sqrt{3 - \cos 2x - \sin 2x} = -2\sqrt{2} \cdot \sin x$$

$$14.5 \quad \sqrt{2 + \cos 2x - \sin 2x} = -\sqrt{6} \cdot \cos x$$

$$14.6 \quad \sqrt{3 - \cos 2x - \sin 2x} = -2\sqrt{2} \cdot \sin x$$

$$14.7 \quad 2 \cos 4x + 2\sqrt{3} \cdot \sin 2x + \sqrt{6} = 0$$

$$14.8 \quad \sqrt{1 - \frac{1}{\sin x}} = \operatorname{ctg} x$$

$$14.9 \quad \sqrt{1 + \frac{1}{\cos x}} = \operatorname{tg} x$$

15. Определить количество корней уравнения

$$15.0 \quad \cos \frac{\pi(x-3)}{2} \sqrt{\left(\frac{x}{4} - 1\right) \left(200 - \frac{3x}{2}\right)} = 0$$

$$15.1 \quad \cos \frac{\pi(x-4)}{3} \sqrt{\left(\frac{x}{3} - 2\right) \left(150 - \frac{2x}{3}\right)} = 0$$

$$15.2 \quad \sin \frac{\pi(x+3)}{6} \sqrt{\left(\frac{x}{2} - 1\right) \left(120 - \frac{3x}{2}\right)} = 0$$

$$15.3 \quad \sin \frac{\pi(x-3)}{2} \sqrt{\left(\frac{x}{8} - 1\right) \left(50 - \frac{3x}{4}\right)} = 0$$

$$15.4 \quad \sin \frac{\pi(x+2)}{3} \sqrt{\left(\frac{x}{7} - 2\right) \left(40 - \frac{4x}{3}\right)} = 0$$

$$15.5 \quad \cos \frac{\pi(x+2)}{2} \sqrt{\left(\frac{x}{7} - 2\right) \left(40 - \frac{4x}{3}\right)} = 0$$

$$15.6 \quad \cos \frac{\pi(x+3)}{2} \sqrt{\left(\frac{x}{9} - 1\right) (175 - 5x)} = 0$$

$$15.7 \quad \cos \frac{\pi(x+1)}{4} \sqrt{\left(\frac{x}{4} - 3\right) \left(100 - \frac{x}{3}\right)} = 0$$

$$15.8 \quad \cos \frac{\pi(x+5)}{4} \sqrt{\left(\frac{x}{3} - 2\right) \left(50 - \frac{x}{4}\right)} = 0$$

$$15.9 \quad \cos \frac{\pi(x-3)}{4} \sqrt{\left(\frac{x}{4} - 1\right) \left(70 - \frac{x}{2}\right)} = 0$$

§9. Контрольные задания по теме № 6. Логарифмы. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

Перед выполнением этой контрольной работы следует изучить раздел 8 пособия [1], прорешать большую часть примеров этого раздела и провести самотестирование по теме Т-05.

Т-05

Показательная и логарифмическая функции

01

Число $(3\sqrt{3})^{-2/3} + 81^{-1/4}$ равно

☐ 1 $\frac{4}{9}$ ☐ 2 $\frac{1}{12}$ ☐ 3 $\frac{2}{3}$ ☐ 4 1 ☐ 5 12.

02

Величина $\log_4 \sqrt{8 \cdot \sqrt[3]{2}}$ равна

☐ 1 $-\frac{7}{12}$ ☐ 2 $\frac{7}{6}$ ☐ 3 $\frac{5}{12}$ ☐ 4 $\frac{7}{12}$ ☐ 5 $\frac{5}{6}$.

03

Корень уравнения $2^{x+5} \cdot 3^x - 6^x = 1116$ равен

☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

04

Корень уравнения $36^{\sqrt{x-2}} = \frac{4}{9} \cdot (0, (3))^{-4}$ равен

☐ 1 6 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

05

Корень уравнения $\log_{0,5} \log_3 x = -2$ равен

☐ 1 $\frac{1}{3}$ ☐ 2 9 ☐ 3 27 ☐ 4 81 ☐ 5 $\frac{1}{9}$.

06

Число $81^{-0,25} \log_3 2$ равно

☐ 1 1 ☐ 2 -1 ☐ 3 0,5 ☐ 4 -0,5 ☐ 5 2.

07

Сумма корней уравнения $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}} = 1$ равна

☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 -1 ☐ 5 -3.

08

Величина $125^{\frac{1}{4 \cdot \log_2 5}}$ равна

- 1 $\sqrt[4]{5}$ 2 $\sqrt[4]{125}$ 3 $\sqrt[3]{4}$ 4 $\sqrt[4]{8}$ 5 $\sqrt[3]{25}$.

09

Если $\log_2 x = \frac{1}{2} \log_2 a - 2 \cdot \log_2 b + 3 \cdot \log_2 c - 1$, то величина x равна

- 1 $\sqrt{a} - b^2 + c^3 - 2$ 2 $\frac{\sqrt{a} - b^2}{c^2 - 2}$ 3 $\frac{a \cdot \sqrt[3]{c}}{b\sqrt{2}}$ 4 $\frac{2\sqrt{ab}}{c^2}$ 5 $\frac{\sqrt{a} \cdot c^3}{2b^2}$.

10

Четной среди приведенных является функция

- 1 $y = \lg \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$ 2 $y = \lg \frac{|x|}{x}$ 3 $y = 2^x - 2^{-x}$
4 $y = 3^x + 3^{-x}$ 5 $y = \lg(1-x)^2$.

11

Если $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, то величина $\lg 15$ равна

- 1 $a + b + 1$ 2 $a - b + 1$ 3 $b - a + 1$
4 $1 - a - b$ 5 $-1 - a - b$.

12

Неравенство $2^{-x} < \frac{x}{2}$ эквивалентно неравенству

- 1 $x > 1$ 2 $x < 1$ 3 $x < 2$ 4 $x > 2$ 5 $x > -2$.

13

Обратной к функции $y = \log_2(x-1)$ является функция

- 1 $y = 2^x + 1$ 2 $y = \log_2(1-x)$ 3 $y = \frac{1}{\log_2(1-x)}$
4 $y = 2^{x+1}$ 5 $y = 2^{x-1}$.

14

Множество решений неравенства $2^{x+2} \leq 4^{x-2}$ равно

- 1 $[4; +\infty)$ 2 $[5; +\infty)$ 3 $[6; +\infty)$ 4 $(-\infty; 6]$ 5 $(-\infty; 5]$.

15

Корень уравнения $\log_{0.5} \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{-x}} \right) = \frac{1}{3}$ равен

- 1 1 2 2 3 -1 4 -2 5 уравнение корней не имеет.

16

Число $9^{\log_3(1+0,5+0,25+0,125+0,0625+\dots)}$ равно
☐ 1 10 ☐ 2 2 ☐ 3 6 ☐ 4 4 ☐ 5 8.

17

Множество решений неравенства $2^{\log_{0,5}(-x)} \leq 3$ равно
☐ 1 $[-\frac{1}{3}; 0)$ ☐ 2 $(-\infty; 0)$ ☐ 3 $[-\log_2 3; 0)$
☐ 4 $(-\infty; -\frac{1}{3}]$ ☐ 5 решений нет.

18

Множество решений неравенства $\log_{0,5}(2 - \sqrt{x}) \leq 0$ равно
☐ 1 $(-\infty; 1]$ ☐ 2 $[0; 1]$ ☐ 3 $(-\infty; 4)$ ☐ 4 $[1; +\infty)$ ☐ 5 $[1; 4)$.

19

Множество решений неравенства $\log_{0,6} \log_{27} x > -1$ равно
☐ 1 $(1; 81)$ ☐ 2 $(\frac{1}{9}; \frac{1}{3})$ ☐ 3 $(\frac{1}{9}; 81)$ ☐ 4 $(0; 81)$ ☐ 5 $(1; 243)$.

20

$$\frac{\lg 4 + \lg 3}{8 \lg 2 + \lg 4}$$
Число равно

☐ 1 3 ☐ 2 6 ☐ 3 9 ☐ 4 12 ☐ 5 15.

21

Число точек пересечения графиков функций $y = \sqrt{4 - x^2}$ и $y = \pi^x$ равно
☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

22

Если $1 < \log_{0,5} a < 2$, $0 < \log_3 b < 0,5$, то все возможные произведения ab заключены в промежутке
☐ 1 $(1, \frac{3}{2})$ ☐ 2 $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$ ☐ 3 $(\frac{1}{2}; \sqrt{3})$ ☐ 4 $(2; 2\sqrt{3})$ ☐ 5 $(\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.

23

Множество решений неравенства $\log_{x-1} 5 \geq 1$ равно
☐ 1 $(2; 6]$ ☐ 2 $(1; 2)$ ☐ 3 $(1; 2) \cup (2; 6]$ ☐ 4 $(1; 6]$ ☐ 5 $[6; +\infty)$.

24Число корней уравнения $|\lg |x|| = x + 1$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

25Корень уравнения $3^x - 12 \cdot 3^{-x} = 1$ равен

- 1** $2 \cdot \log_3 2$ **2** $3 \cdot \log_2 3$ **3** $\sqrt{2}$ **4** $\log_2 9$ **5** -2 .

26Сумма расстояний корней уравнения $\log_x 2 \sqrt[6]{3} = \frac{1}{12}$ до начала координат равна

- 1** 0 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 6.

27Корень уравнения $3^{(-2^x)} = 2$ равен

- 1** $\log_2 \log_3 2$ **2** $\log_3 \log_2 3$ **3** $\log_2 \log_3 \frac{1}{2}$
4 $\log_3 \log_2 \frac{1}{3}$ **5** уравнение корней не имеет.

28Область определения функции $y = \sqrt{2 - \log_2 (x - 1)^2}$ совпадает с множеством

- 1** $(-\infty; 3]$ **2** $[-1; 1) \cup (1; 3]$ **3** $[-1; 3]$
4 $[3; +\infty)$ **5** $(-\infty; 1)$.

29Область определения функции $y = \sqrt{1 - |\log_2 x|}$ совпадает с множеством

- 1** $(0; 2]$ **2** $[\frac{1}{2}; 2]$ **3** $[2; +\infty)$ **4** $[-1; 1]$ **5** $[\frac{1}{2}; +\infty)$.

30Область определения функции $y = \log_{4-x} (x^2 - 2x)$ совпадает с множеством

- 1** $(-\infty; 0) \cup (2; 4)$ **2** $(0; 2)$ **3** $(-\infty; 0) \cup (2; 3) \cup (3; 4)$
4 $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ **5** $(2; +\infty)$.

Перечислим методические указания к заданиям контрольной работы.

1. Свести задание к однородному уравнению.

2. Прологарифмировать обе части уравнения.

3., 4., 6., 8., 9. Обратить особое внимание на О.Д.З. неравенства и помнить, что свойства логарифмов существенно зависят от основания.

5., 7. Перейти к одному основанию, провести замену.

10. Изучить пример 8.20 с.160 [2].

1. Решить уравнение

$$1.0 \quad 10 \cdot 4^x - 21 \cdot 10^x = 10 \cdot 25^x$$

$$1.1 \quad 6 \cdot 9^x + 5 \cdot 6^x = 6 \cdot 4^x$$

$$1.2 \quad 16^x + 36^x = 2 \cdot 81^x$$

$$1.3 \quad 2 \cdot 4^x + 25^{x+1} = 15 \cdot 10^x$$

$$1.4 \quad 64 \cdot 9^x + 27 \cdot 16^x = 84 \cdot 12^x$$

$$1.5 \quad 4^{x^2} + 6^{x^2} = 2 \cdot 9^{x^2}$$

$$1.6 \quad 3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$$

$$1.7 \quad 2 \cdot 49^x - 14^x = 21 \cdot 4^x$$

$$1.8 \quad 4 \cdot 25^{x^2} + 5 \cdot 16^{x^2} = 9 \cdot 20^{x^2}$$

$$1.9 \quad 5 \cdot 9^x + 22 \cdot 15^x = 15 \cdot 25^x$$

2. Решить уравнение

$$2.0 \quad x^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^5 + \lg x$$

$$2.1 \quad x^{\log_4 x - 2} = 2^3(\log_4 x - 1)$$

$$2.2 \quad x^{1 - \frac{1}{3} \lg x^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{100}} = 0$$

$$2.3 \quad x^{\lg x} = 1000x^2$$

$$2.4 \quad 27x^{\log_{27} x} = x^{\frac{10}{3}}$$

$$2.5 \quad 3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$$

$$2.6 \quad x^{2 \lg^2 x} = 10x^3$$

$$2.7 \quad x^{2 \log_2 x} = 8$$

$$2.8 \quad 6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} = 12$$

$$2.9 \quad x^{\log_3 x} = \sqrt[4]{3x^3}$$

3. Решить неравенство

$$3.0 \quad \log_{\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{7} + 2}{2}} (x^2 - 3x + 3) > 0$$

$$3.1 \quad \log_{\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{6} + 2}{2}} (5x - x^2 - 5) < 0$$

$$3.2 \quad \log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{7}{6}})} (x^2 - 4x + 4) > 0$$

$$3.3 \quad \log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{6}{7}} + \sqrt{\frac{8}{7}})} (6x - x^2 - 7) < 0$$

$$3.4 \quad \log_{\frac{\sqrt{7}+3}{4\sqrt{2}}} (x^2 - x - 1) > 0$$

$$3.5 \quad \log_{\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{10}}{6}} (5x - x^2 - 3) < 0$$

$$3.6 \quad \log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{10}{11}}+\sqrt{\frac{12}{11}})} (x^2 + 3x - 9) > 0$$

$$3.7 \quad \log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{\frac{6}{5}})} (4x - x^2 - 2) > 0$$

$$3.8 \quad \log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4}} (x^2 - 7x + 11) < 0$$

$$3.9 \quad \log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{4}{3}})} (5x - x^2 - 3) > 0$$

4. При каких значениях x график функции $y = 0,7^{\lg(ax^2 + bx + c)}$ расположен выше прямой $y = 1$

4.0	4.1	4.2	4.3	4.4
$a = 1$	$a = 4$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$b = -8$	$b = -16$	$b = -6$	$b = -10$	$b = 6$
$c = 8$	$c = 8$	$c = 1$	$c = 17$	$c = 1$
4.5	4.6	4.7	4.8	4.9
$a = 1$	$a = 4$	$a = 1$	$a = 4$	$a = 1$
$b = 10$	$b = 16$	$b = 8$	$b = -16$	$b = -8$
$c = 17$	$c = 8$	$c = 8$	$c = -8$	$c = -8$

5. Решить неравенство

$$5.0 \quad \log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$$

$$5.1 \quad \frac{1 - \log_4 x}{1 + \log_2 x} \leq \frac{1}{2}$$

$$5.2 \quad \log_2^2 (x - 1)^2 - \log_{0,5} (x - 1) > 5$$

$$5.3 \quad \log_2^2 x^2 - \log_{0,5} x > 5$$

$$5.4 \quad \log_{0,5}^2 x^2 - \log_2 x < 5$$

$$5.5 \quad \log_{0,5}^2 (x - 1)^2 - \log_2 (x - 1) < 5$$

$$5.6 \quad \frac{1 - \log_2 x}{1 + \log_4 x} \leq 2$$

$$5.7 \quad \log_2^2 x - \log_{0,5} x - 2 \geq 0$$

$$5.8 \quad \log_2^2 x + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$$

$$5.9 \quad \frac{1 - \log_3 x}{1 + \log_9 x} \leq 2$$

6. Решить неравенство

$$6.0 \quad \log_{2x} (x^2 - 5x + 6) < 1$$

$$6.1 \quad \log_{\frac{1}{2}} \log_2 \log_{x-1} 9 > 0$$

$$6.2 \quad \log_r \log_3 (9^x - 6) \geq 1$$

$$6.3 \quad \log_{x^2} (3 - 2x) > 1$$

$$6.4 \quad \log_1 (x + 1) < \log_{\frac{1}{x}} (2 - x)$$

$$6.5 \quad \log_x (x^2 + 3x - 3) > 1$$

$$6.6 \quad \log_{x^2} \left| \frac{2x}{x-3} \right| \leq \frac{1}{2}$$

$$6.7 \quad (4x^2 + 2x + 1)^{x^2 - x} > 1$$

$$6.8 \quad 1 < 3^{|x^2 - x|} < 9$$

$$6.9 \quad 5^{\log_x \frac{8 - 12x}{x - 6}} > 25$$

7. Решить неравенство

$$7.0 \quad \log_2 (x + 1) > \log_{x+1} 16$$

$$7.1 \quad \log_2 x > \log_x 16$$

$$7.2 \quad \log_2 (x - 1) > \log_{x-1} 16$$

$$7.3 \quad \log_2 (x - 1) < \log_{x-1} 16$$

$$7.4 \quad \log_2 x < \log_x 16$$

$$7.5 \quad \log_2 (x + 2) > \log_{x+2} 16$$

$$7.6 \quad \log_2 (x + 3) < \log_{x+3} 16$$

$$7.7 \quad \log_2 (x - 3) < \log_{x-3} 16$$

$$7.8 \quad \log_2 (x - 3) > \log_{x-3} 16$$

$$7.9 \quad \log_2 (x + 4) > \log_{x+4} 16$$

8. Выполнить задание

8.0 Найти решения неравенства $\sqrt{3x - x^2} < 4 - x$ из области определения функции $f(x) = \left(\log_{1/2} \log_3 \frac{x+1}{x-1} \right)^{1/2}$

8.1 Найти решения неравенства $\log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3 > 0$ из области определения функции $f(x) = \sqrt{5 - x - \frac{6}{x}}$

8.2 Найти решения неравенства $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2 + x}{x + 4} < 0$ из области определения функции $y = \sqrt{1 - \frac{64}{x^2}}$

8.3 Найти решения неравенства $\log_{0,5}(x + 3) < \log_{0,25}(x + 15)$ из области определения функции $y = \sqrt{3 - |x + 1|}$

8.4 Найти область определения функции $y = \log_2 \left(\log_{x/2} \frac{8x - 8}{8x - 5} + 1 \right)$

8.5 Найти область определения функции

$$y = \log_{0,5} \left(\log_{\sqrt{x}} \frac{4x - 14}{2x - 15} + 2 \right)$$

8.6 Найти область определения функции

$$f(x) = \lg [(\sin 2x \cdot \cos x - \sin x) \cdot \sqrt{(4x + \pi)(3\pi - 4x)}]$$

8.7 Найти область определения функции

$$f(x) = \sqrt{1 - \log_{x-1}(x^2 - 6x + 9)}$$

8.8 При каких x график функции $f(x)$ лежит ниже оси абсцисс, если

$$f(x) = \frac{1 + \log_3 5}{1 - \log_3 5 \cdot \log_5 \pi} + 1 - \log_3 \frac{6x^2 - 4x - 2}{\pi \arccos(-0,5)}?$$

8.9 При каких x график функции $f(x)$ лежит выше оси абсцисс, если

$$f(x) = \frac{\log_2 3}{2 - \log_2 3 \cdot \log_3 \pi} + 1 + 0,5 \cdot \log_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \frac{2x^2 - 3x - 5}{\arccos(-\frac{1}{\sqrt{2}})}?$$

9. Решить уравнение

$$9.0 \quad \log_2 \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) + \log_2 \cos x + \log_2 \sin x = 1$$

$$9.1 \quad \log_2 \sin x + \log_2(1 - 0,5 \sin x) + 1 = 2 \log_2 \cos x$$

$$9.2 \quad \frac{1}{(9 - x^2)^{\cos x}} = \left[\sqrt{9 - x^2} \right] \left(\frac{\cos 2x}{\sin x} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

$$9.3 \quad \frac{1}{(10 - x^2)^{\sin x}} = \left[\sqrt{10 - x^2} \right] \left(\frac{1}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\cos x} \right)$$

$$9.4 \quad \log_{\sin x}(\sin^2 2x - 2 \cos 2x) = 2 + \log_2^{-1} \sin x$$

$$9.5 \quad \log_{\sin x}(3 + \cos 2x - 4 \sin^2 2x) = 2 + \log_2^{-1} \sin x$$

$$9.6 \quad \log_{\cos \pi x}(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\pi x) = 2$$

$$9.7 \quad \log_{\sin \pi x}(1 + \sin 2\pi x) = 2$$

$$9.8 \quad \log_{1/3}(2 \cos x + 3 \sin x) + \log_3(6 \cos x + 5 \sin x) = -0,5 \log_{\sqrt{3}} \operatorname{tg} x$$

$$9.9 \quad \log_2(2 \sin x + \cos x) + \log_{1/2}(3 \sin x + 4 \cos x) + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{\operatorname{ctg} x} = 0$$

10. Определить, при каких значениях a неравенство имеет решения и найти эти решения

$$10.0 \quad \log_x(a + x - 1) > 2$$

$$10.1 \quad \log_{(-x)}(-x - a) > 2$$

$$10.2 \quad \log_{\frac{x-1}{2}}[\frac{1}{4} \cdot (2x - a - 2)] > 2$$

$$10.3 \quad \log_{x-1}(x + a - 1) > 2$$

$$10.4 \quad \log_{\frac{1-x}{2}}[\frac{1}{4} \cdot (2 - 2x - a)] > 2$$

$$10.5 \quad \log_{x+1}(a + x - 1) > 2$$

$$10.6 \quad \log_{x-1}(a + x - 1) > 2$$

$$10.7 \quad \log_{x+1}(x - a) > 2$$

$$10.8 \quad \log_x(x + a) > 2$$

$$10.9 \quad \log_{(-x)}(a - x) > 2$$

§10. Тест по теме № 7.

Числовые последовательности. Прогрессии

Для успешного усвоения этой темы достаточно изучить раздел 7 пособия [1] и прорешать типовые задания, приведенные в этом разделе. Для определения уровня Ваших знаний проведите самотестирование по тесту Т-07.

Т-07

Последовательности

01

В последовательности с общим членом $a_n = 5n - 2$ член, равный 133, имеет номер

1

26

2

27

3

28

4

25

5

24.

02 Пятый член последовательности, определяемой соотношениями $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + 3$, равен
☐ 1 7 ☐ 2 8 ☐ 3 9 ☐ 4 12 ☐ 5 14.

03 Сумма восьмого и девятого членов последовательности с общим членом $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} - 0,5n}$ равна
☐ 1 $-\frac{14 + 3\sqrt{2}}{12}$ ☐ 2 $-\frac{7 + \sqrt{2}}{6}$ ☐ 3 $\frac{14 - 3\sqrt{2}}{12}$ ☐ 4 $\frac{7 - \sqrt{2}}{6}$ ☐ 5 $2\sqrt{2}$.

04 Если первый и двадцатый члены арифметической прогрессии равны соответственно 76 и 19, то ее разность равна
☐ 1 -2 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 -3 ☐ 5 -2,5.

05 В арифметической прогрессии известны $a_1 = \sin 30^\circ$, $a_2 = \cos 120^\circ$. Десятый ее член равен
☐ 1 -9,5 ☐ 2 -8,5 ☐ 3 0,5 ☐ 4 -0,5 ☐ 5 8,5.

06 Члены арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 30$ и разностью $d = -2$, 6 отрицательны, начиная с номера
☐ 1 11 ☐ 2 12 ☐ 3 13 ☐ 4 14 ☐ 5 15.

07 В арифметической прогрессии $a_4 = 4$, $a_9 = 11$. Ее первый член и разность соответственно равны
☐ 1 -2; 0,7 ☐ 2 -0,2; 2 ☐ 3 -0,3; 1 ☐ 4 -0,1; 1,2 ☐ 5 -0,2; 1,4.

08 Сумма всех четных чисел от 30 до 80 включительно равна
☐ 1 1430 ☐ 2 1375 ☐ 3 1485 ☐ 4 1320 ☐ 5 1410.

09 Все члены последовательности $a_n = \frac{9}{3n + 1}$, принадлежащие интервалу $(\frac{2}{3}; \frac{7}{4})$, имеют номера
☐ 1 2, 3, 4 ☐ 2 3, 4, 5 ☐ 3 4, 5, 6 ☐ 4 5, 6, 7 ☐ 5 3, 4, 5, 6.

10 Сумма первых шести членов геометрической прогрессии с первым членом 128 и знаменателем 0,5 составляет

- ☐ 1 254 ☐ 2 248 ☐ 3 252 ☐ 4 280 ☐ 5 240.

11 В геометрической прогрессии седьмой член равен 6,4, а знаменатель составляет 2. Второй член прогрессии равен

- ☐ 1 0,1 ☐ 2 0,2 ☐ 3 0,15 ☐ 4 0,3 ☐ 5 0,5.

12 Наибольший член последовательности, заданной формулой $a_n = 20 + 18n - 2n^2$, равен

- ☐ 1 20 ☐ 2 30 ☐ 3 50 ☐ 4 80 ☐ 5 60.

13 Чтобы сумма первых натуральных чисел, кратных трем, равнялась 828, их нужно взять в количестве

- ☐ 1 22 ☐ 2 23 ☐ 3 24 ☐ 4 25 ☐ 5 26.

14 В геометрической прогрессии $b_4 = 12$, $b_7 = 1,5$. Ее первый член и знаменатель соответственно равны

- ☐ 1 -96; 0,5 ☐ 2 -96; -0,5 ☐ 3 -48; 1,5 ☐ 4 48; 1,5 ☐ 5 96; 0,5.

15 Сумма бесконечно убывающей прогрессии, у которой первый член и знаменатель равны $\frac{1}{\sqrt{3}}$, составляет

- ☐ 1 $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ☐ 2 $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ ☐ 3 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ☐ 4 $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ ☐ 5 $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$.

16 В прогрессии $-\frac{3}{2} - 1 - \frac{1}{2} + 0 + \dots$ сумма первых десяти членов равна

- ☐ 1 4,5 ☐ 2 5,5 ☐ 3 7,5 ☐ 4 6,5 ☐ 5 5.

17 Последовательность задана общим членом $a_n = \frac{2n-1}{3n+2}$. Неравенство $|a_n - \frac{2}{3}| < 0,1$ выполняется для всех n , начиная с номера

- ☐ 1 9 ☐ 2 6 ☐ 3 7 ☐ 4 8 ☐ 5 5.

18 Сумма первых шести членов прогрессии $\sqrt[4]{2}, -\sqrt{2}, \sqrt[4]{8}, -2, \dots$ с четными номерами равна

- ☐ 1 $7(2 + \sqrt{2})$ ☐ 2 $8 - \sqrt{2}$ ☐ 3 $-7(2 + \sqrt{2})$ ☐ 4 $\sqrt[4]{2} - 8$ ☐ 5 $8 - \sqrt[4]{2}$

19 Сумма $0,3115 + 0,000015 + 0,00000015 + \dots$ равна

- ☐ 1 $\frac{514}{1665}$ ☐ 2 $\frac{257}{825}$ ☐ 3 $\frac{257}{755}$ ☐ 4 $\frac{257}{1500}$ ☐ 5 $\frac{514}{1565}$

20 В геометрической прогрессии $b_4 \cdot b_8 = 27$. Величина b_6 равна

- ☐ 1 $3\sqrt{3}$ ☐ 2 $2\sqrt{3}$ ☐ 3 $-3\sqrt{3}$ ☐ 4 $\pm 3\sqrt{3}$ ☐ 5 $-2\sqrt{3}$

21 Если сумма четвертого и восемнадцатого членов арифметической прогрессии равна 20, то сумма первых двадцати одного члена равна

- ☐ 1 280 ☐ 2 315 ☐ 3 420 ☐ 4 210 ☐ 5 невозможно определить

22 Первый член последовательности не равен нулю и каждый из последующих вдвое меньше суммы предыдущих. Последовательность является прогрессией:

- ☐ 1 геометрической ☐ 2 арифметической
☐ 3 убывающей геометрической ☐ 4 убывающей арифметической
☐ 5 геометрической, если отбросить первый член

23 Последовательность с общим членом $a_n = \frac{2n+9}{n+c}$ является убывающей при всех следующих натуральных значениях c :

- ☐ 1 1, 2, 3, 4, 5, 6 ☐ 2 1, 5, 6 ☐ 3 1, 2, 3, 4 ☐ 4 1, 2, 6 ☐ 5 1, 2, 5, 6

24 Если в арифметической прогрессии $a_3 + a_8 + a_{14} + a_{19} = 38$, то величина $a_4 + a_{18}$ равна

- ☐ 1 4,75 ☐ 2 $\sqrt{19}$ ☐ 3 $\sqrt{38}$ ☐ 4 19 ☐ 5 9,5

25

Периодическая десятичная дробь $0,1(23)$ равна

- ☐ 1 $\frac{61}{450}$
☐ 2 $\frac{61}{495}$
☐ 3 $\frac{41}{330}$
☐ 4 $\frac{2}{15}$
☐ 5 $\frac{1}{8}$

26

Сумма $1 + \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^6 \frac{\pi}{8} + \dots$ равна

- ☐ 1 $4 - 2\sqrt{2}$
☐ 2 $4 + 2\sqrt{2}$
☐ 3 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$
☐ 4 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$
☐ 5 $2\sqrt{2} - 2$

27

Для того, чтобы сумма первых натуральных четных чисел была больше 150, их нужно взять не менее

- ☐ 1 10
 ☐ 2 11
 ☐ 3 75
 ☐ 4 76
 ☐ 5 12

28

Для бесконечно убывающей прогрессии выполняется равенство $1 - \operatorname{tg}^{-2} x + \operatorname{tg}^{-4} x - \operatorname{tg}^{-6} x + \operatorname{tg}^{-8} x - \operatorname{tg}^{-10} x + \dots = \sin^2 x$ при всех x , принадлежащих множеству вида

- ☐ 1 $(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \pi n)$
☐ 2 $(\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n)$
☐ 3 $(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$
☐ 4 $(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n) \cup (\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{3}{4}\pi + \pi n)$
☐ 5 $(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$

29

2-й, 9-й, 13-й члены арифметической прогрессии являются последовательными членами геометрической прогрессии. Ее знаменатель равен

- ☐ 1 $-\frac{7}{4}$
☐ 2 $\frac{3}{4}$
☐ 3 $-\frac{4}{7}$
☐ 4 $\frac{7}{4}$
☐ 5 $\frac{4}{7}$

30

Сумма десятичных логарифмов девяти последовательных членов геометрической прогрессии составляет 9. Произведение крайних из рассматриваемых членов равно

- ☐ 1 100
 ☐ 2 1000
 ☐ 3 3
 ☐ 4 0,1
 ☐ 5 10

§11. Контрольные задания по теме № 8. Геометрия

Для выполнения этой контрольной работы следует внимательно изучить разделы 12 и 13 пособия [1], было бы очень полезно постараться и прорешать все задачи по планиметрии и стереометрии, подобранные в пособии, т.к. эти задачи являются опорными. Кроме того, необходимо провести самотестирование по теме Т-08.

Обязательно последуйте этим советам, так как в последние годы геометрические задачи для учащихся являются зачастую непреодолимым препятствием.

Т-08

Планиметрия

01

В прямоугольнике диагонали пересекаются под углом в 60° , а сумма диагонали и меньшей стороны равна 36. Диагональ равна

☐ 1 12 ☐ 2 24 ☐ 3 36 ☐ 4 48 ☐ 5 $12\sqrt{3}$.

02

В выпуклом четырехугольнике два угла относятся как 3 : 5, третий равен их разности, а четвертый больше третьего на 12° . Меньший угол равен

☐ 1 44° ☐ 2 64° ☐ 3 62° ☐ 4 58° ☐ 5 36° .

03

Вертикальный шест высоты 2 м дает тень в 1,2 м. Высота столба, тень от которого составляет 4,5 м, равна

☐ 1 6,3 м ☐ 2 7,5 м ☐ 3 4,8 м ☐ 4 5,2 м ☐ 5 5,25 м.

04

В прямоугольной трапеции основания равны 4 и 8, а меньшая диагональ — $\sqrt{65}$. Площадь трапеции составляет

☐ 1 36 ☐ 2 45 ☐ 3 52 ☐ 4 38 ☐ 5 42.

05

Стороны четырехугольника относятся как 2 : 4 : 3 : 6. Периметр подобного ему четырехугольника составляет 150. Меньшая из сторон второго четырехугольника равна

☐ 1 10 ☐ 2 15 ☐ 3 18 ☐ 4 25 ☐ 5 20.

06 В параллелограмме, периметр которого равен 84, а высоты относятся как 3 к 4, меньшая сторона составляет

- ☐ 1 12 ☐ 2 18 ☐ 3 15 ☐ 4 30 ☐ 5 8.

07 В трапеции с высотой h боковые стороны и меньшее основание равны половине большего основания. Площадь трапеции равна

- ☐ 1 $h^2 \cdot \sqrt{2}$ ☐ 2 $h^2 \sqrt{3}$ ☐ 3 $h^2 \cdot \sqrt{5}$ ☐ 4 $h^2(\sqrt{3} + 1)$ ☐ 5 $2h^2$.

08 Площадь параллелограмма со сторонами 5 и 6 составляет $10\sqrt{5}$. Большая диагональ параллелограмма равна

- ☐ 1 $\sqrt{21}$ ☐ 2 9 ☐ 3 $\sqrt{101}$ ☐ 4 $\sqrt{97}$ ☐ 5 $\sqrt{42}$

09 Стороны прямоугольника, вписанного в окружность радиуса R , относятся как $a : b$. Площадь прямоугольника равна

- ☐ 1 $\frac{2R^4}{a^2 + b^2}$ ☐ 2 $\frac{R^4}{a^2 + b^2}$ ☐ 3 $\frac{4abR^2}{a^2 + b^2}$ ☐ 4 $\frac{2abR^2}{a^2 + b^2}$ ☐ 5 $\frac{abR^2}{a^2 + b^2}$.

10 В равнобедренном треугольнике радиус вписанного круга составляет 0,2 его высоты, а периметр треугольника равен 60. Меньшая сторона треугольника равна

- ☐ 1 20 ☐ 2 8 ☐ 3 12 ☐ 4 $8\sqrt{2}$ ☐ 5 24.

11 Площади вписанного и описанного около окружности правильных шестиугольников относятся как

- ☐ 1 1 : 2 ☐ 2 2 : 3 ☐ 3 3 : 4 ☐ 4 4 : 5 ☐ 5 5 : 6.

12 К окружности радиуса 5 из точки A проведена касательная длины $2\sqrt{6}$. Расстояние от точки A до ближайшей точки окружности равно

- ☐ 1 1,5 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 2,5 ☐ 5 3,5.

13 В треугольнике основание равно 60, а высота и медиана, проведенные к нему — 12 и 13. Большая боковая сторона равна

- ☐ 1 43 ☐ 2 34 ☐ 3 35 ☐ 4 36 ☐ 5 37.

14 В окружность вписаны квадрат и прямоугольник с углом α между диагоналями. Отношение их площадей равно

- ☐ 1 $\sin \alpha$ ☐ 2 $\sin \frac{\alpha}{2}$ ☐ 3 $\operatorname{tg} \alpha$ ☐ 4 $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ ☐ 5 $\sin \frac{\alpha}{3}$.

15 В равнобедренной трапеции, описанной около окружности, основания равны 20 см и 5 см. Радиус окружности составляет

- ☐ 1 8 см ☐ 2 6 см ☐ 3 7,5 см ☐ 4 4 см ☐ 5 5 см.

16 Высота, проведенная из вершины прямого угла треугольника, делит угол в отношении 1 : 2. Площадь треугольника она делит в отношении

- ☐ 1 $5 - 2\sqrt{6}$ ☐ 2 $3 - 2\sqrt{2}$ ☐ 3 1 : 3 ☐ 4 1 : 4 ☐ 5 $7 - 4\sqrt{3}$.

17 Окружности радиусов 2 и 3 касаются внутренним образом. Наибольшая из хорд большей окружности, касающихся меньшей, имеет длину

- ☐ 1 $3\sqrt{3}$ ☐ 2 2,5 ☐ 3 $4\sqrt{3}$ ☐ 4 $4\sqrt{2}$ ☐ 5 $2\sqrt{2}$.

18 Правильный треугольник вписан в единичный квадрат так, что они имеют одну общую вершину. Площадь треугольника равна

- ☐ 1 $2\sqrt{3} - 3$ ☐ 2 $2 - \sqrt{3}$ ☐ 3 0,75 ☐ 4 $4\sqrt{3} - 6$ ☐ 5 0,8.

19 В трапеции боковые стороны равны меньшему основанию, а диагонали — большему. Острый угол трапеции составляет

- ☐ 1 $\frac{2}{5}\pi$ ☐ 2 $\frac{3}{5}\pi$ ☐ 3 $\frac{4}{15}\pi$ ☐ 4 $\frac{7}{15}\pi$ ☐ 5 $\frac{9}{16}\pi$.

20 Основания равнобокой трапеции относятся как 2 : 5, а диагональ делит острый угол пополам. Тангенс этого угла равен

- ☐ 1 $\frac{7}{6}$ ☐ 2 $\frac{4}{7}$ ☐ 3 $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ☐ 4 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ☐ 5 $\frac{\sqrt{7}}{5}$.

21 В прямоугольном треугольнике катеты составляют 10 и 24. Радиус вписанной в треугольник окружности равен

- ☐ 1 7 ☐ 2 2 ☐ 3 6 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

22 Две окружности касаются друг друга и сторон прямого угла. Отношение их радиусов равно

- ☐ 1 $5 - 4\sqrt{3}$
☐ 2 $4 - 2\sqrt{3}$
☐ 3 $3\sqrt{2} - 4$
☐ 4 $\sqrt{2} - 1$
☐ 5 $3 - 2\sqrt{2}$.

23 Высота трапеции с основаниями 10 и 30 и сторонами 13 и $3\sqrt{41}$ равна

- ☐ 1 6
 ☐ 2 10
 ☐ 3 15
 ☐ 4 14
 ☐ 5 12.

24 В круге расстояние между параллельными хордами длины 10 и 24 равно 17. Площадь круга равна

- ☐ 1 144π
☐ 2 196π
☐ 3 169π
☐ 4 289π
☐ 5 225π .

25 Площадь трапеции с высотой 12 и диагоналями 20 и 15 равна

- ☐ 1 125
 ☐ 2 250
 ☐ 3 150
 ☐ 4 175
 ☐ 5 200.

26 В окружности радиуса 1, хорда, стягивающая некоторую дугу, равна $\sqrt{2} - \sqrt{2}$. Хорда, стягивающая вдвое большую дугу, равна

- ☐ 1 1
 ☐ 2 2
 ☐ 3 1,5
 ☐ 4 $\sqrt{2}$
☐ 5 $2\sqrt{2}$.

27 Окружность, вписанная в ромб, точкой касания делит его сторону в отношении 2 : 3. Синус угла ромба равен

- ☐ 1 $\frac{2\sqrt{6}}{5}$
☐ 2 $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
☐ 3 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
☐ 4 $\frac{2}{3}$
☐ 5 $\frac{1}{5}$.

28 Последовательность квадратов, начиная с единичного, такова, что вершины последующего делят стороны предыдущего в отношении 3 : 1. Сумма площадей всех членов этой последовательности равна

- ☐ 1 $1\frac{2}{3}$
☐ 2 $2\frac{2}{3}$
☐ 3 $2\frac{1}{3}$
☐ 4 $2\frac{1}{9}$
☐ 5 $2\frac{1}{2}$.

29 Равнобедренная трапеция с острым углом α описана около окружности. Точка касания окружности делит боковую сторону, считая от меньшего основания, в отношении

- ☐ 1 $\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}$
☐ 2 $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi - \alpha}{4}$
☐ 3 $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$
☐ 4 $\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi - \alpha}{4}$
☐ 5 $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$.

30

В описанной около круга неравнобокой трапеции диаметр, перпендикулярный основаниям, делит площадь трапеции в отношении 1 : 2.

Отношение синусов острых углов трапеции равно

1 1,5 **2** 2 **3** 1,6 **4** 4 **5** 1,2.

1. Длины катетов прямоугольного треугольника являются корнями квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Вычислить длину гипотенузы, площадь треугольника, радиусы вписанной и описанной окружностей, биссектрису прямого угла при следующих значениях a , b и c .

1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$a = 2$	$a = 1$	$a = -2$	$a = 3$	$a = 2$
$b = -12$	$b = -10$	$b = 7$	$b = -19$	$b = -20$
$c = 3$	$c = 7$	$c = -4$	$c = 7$	$c = 5$
1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
$a = 4$	$a = 3$	$a = 3$	$a = 3$	$a = 2$
$b = -40$	$b = -30$	$b = -40$	$b = -20$	$b = -10$
$c = 5$	$c = 5$	$c = 10$	$c = 8$	$c = 2$

2. Решить следующую планиметрическую задачу

2.0 Острый угол прямоугольного треугольника равен α . Найти отношение радиуса вписанной в треугольник окружности к радиусу описанной окружности. При каком значении α это отношение является наибольшим?

2.1 Дуга AB сектора AOB содержит α радианов. Через точку B и середину C радиуса OA проведена прямая. В каком отношении она делит площадь сектора?

2.2 Основания равнобедренной трапеции равны a и b ($a > b$), угол при большем основании равен α . Найти радиус окружности, описанной около трапеции.

2.3 Найти отношение площади сектора с данным центральным углом α радианов к площади вписанного в него круга.

2.4 Боковые стороны трапеции равны p и q ($p > q$), большее основание равно a . Углы при большем основании относятся, как 2 : 1. Найти меньшее основание.

2.5 Площадь равнобедренной трапеции равна S , угол между ее диагоналями, противолежащий боковой стороне равен α . Найти высоту трапеции.

2.6 Большее основание вписанной в круг трапеции равно диаметру круга, а угол при основании равен α . В каком отношении точка пересечения диагоналей трапеции делит ее высоту?

2.7 В каком отношении делит высоту равнобедренного треугольника ABC точка O , из которой все стороны видны под одним и тем же углом ($\angle AOB = \angle BOC = \angle COA$), если угол при основании треугольника равен α ($\alpha > \pi/6$)?

2.8 Высота равнобедренного треугольника равна h и составляет с боковой стороной угол α ($\alpha \geq \pi/6$). Найти расстояние между центрами вписанной в треугольник и описанной около него окружностей.

2.9 В окружность радиуса R вписан треугольник, вершины которого делят окружность на три части в отношении $2 : 5 : 17$. Найти площадь треугольника.

3. Решить задачу

3.0 Известно, что в треугольнике ABC $AB = a$, $\angle C = \alpha$. Найти радиус окружности, проведенной через вершины A, B и центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

3.1 Даны две стороны a и b треугольника и биссектриса l угла между ними. Найти этот угол.

3.2 Пусть OA — неподвижный радиус окружности с центром в точке O , B — середина радиуса OA ; M — произвольная точка окружности. Найти наибольшее значение угла OMB .

3.3 В треугольнике известны площадь S , сторона a и противолежащий ей угол α . Найти сумму двух других сторон.

3.4 Площадь равнобедренного тупоугольного треугольника равна 8, а медиана, проведенная к его боковой стороне, равна $\sqrt{37}$. Найти косинус угла при вершине.

3.5 Сторона треугольника равна 15, сумма двух других сторон равна 27. Найти косинус угла, противолежащего данной стороне, если радиус вписанной в треугольник окружности равен 4.

3.6 В прямоугольном треугольнике ABC проведена биссектриса AD острого угла A , равного α . Найти отношение радиусов окружностей, вписанных в треугольники ABD и ADC .

3.7 Внутри данного угла α расположена точка на расстоянии a от

вершины и на расстоянии b от одной стороны. Найти расстояние этой точки от другой стороны.

3.8 Равнобедренный треугольник с углом α при вершине пересечен прямой, проходящей через вершину угла при основании и составляющей с основанием угол β . В каком отношении эта прямая делит площадь треугольника?

3.9 В прямоугольном треугольнике найти угол между медианой и биссектрисой, проведенными из вершины острого угла, равного α .

4. Решить задачу

4.0 Стороны основания прямого параллелепипеда относятся, как 1 : 2, острый угол в основании равен α . Найти угол между меньшей диагональю параллелепипеда и плоскостью основания, если высота параллелепипеда равна большей диагонали основания.

4.1 В основании прямой призмы лежит ромб с острым углом α . Отношение высоты призмы к стороне основания равно k . Через сторону основания и середину противоположного бокового ребра проведена плоскость. Найти угол между этой плоскостью и плоскостью основания.

4.2 Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник с углом α при вершине. Диагональ грани, противоположной данному углу, равна l и составляет с плоскостью основания угол β . Найти объем призмы.

4.3 Через диагональ нижнего основания правильной четырехугольной призмы и противоположную вершину ее верхнего основания проведена плоскость. Угол между равными сторонами сечения равен α . Найти отношение высоты призмы к стороне основания.

4.4 Угол между диагоналями основания прямоугольного параллелепипеда равен α . Диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол β . Найти высоту параллелепипеда, если его объем равен V .

4.5 Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, у которой основания равны a и b ($a > b$), а острый угол равен α . Плоскость, проходящая через большее основание нижней трапеции, составляет с плоскостью нижнего основания угол β . Найти объем призмы.

4.6 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом α . Диагональ большей боковой грани равна d и образует с боковым ребром угол β . Найти объем призмы.

4.7 В основании прямой треугольной призмы лежит равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = BC = a$ и $\angle BAC = \alpha$. Через сторону AC проведена плоскость под углом φ ($\varphi < \pi/2$) к основанию. Найти

площадь сечения, если известно, что в сечении получился треугольник.

4.8 В прямоугольном параллелепипеде диагональ основания равна d и составляет со стороной основания угол α . Через эту сторону и противоположную ей сторону верхнего основания проведена плоскость, образующая с плоскостью основания угол β . Найти боковую поверхность параллелепипеда.

4.9 Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна l и составляет с боковым ребром угол α . Найти объем параллелепипеда, если периметр его основания равен P .

5. Решить задачу

5.0 Найти объем правильной четырехугольной пирамиды, если сторона ее основания равна a , а двугранный угол при основании равен α .

5.1 В правильной двенадцатиугольной пирамиде, ребра которой пронумерованы подряд, проведено сечение через первое и пятое ребра. Плоскость сечения образует с плоскостью основания пирамиды угол α , а площадь этого сечения равна S . Найти объем пирамиды.

5.2 Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно m и наклонено к плоскости основания под углом α . Найти объем пирамиды.

5.3 Найти косинус угла между смежными боковыми гранями правильной четырехугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно стороне основания.

5.4 Сторона основания треугольной пирамиды равна a , прилежащие к ней углы основания равны α и β . Все боковые ребра составляют с высотой пирамиды один и тот же угол φ . Найти объем пирамиды.

5.5 Высота правильной треугольной пирамиды равна H , двугранный угол при основании равен α . Найти полную поверхность пирамиды.

5.6 Отношение боковой поверхности правильной треугольной пирамиды к площади ее основания равно k . Найти угол между боковым ребром и высотой пирамиды.

5.7 Основанием четырехугольной пирамиды служит ромб со стороной a и острым углом α . Все боковые грани наклонены к плоскости основания под одним и тем же углом β . Найти полную поверхность пирамиды.

5.8 Боковая грань правильной усеченной треугольной пирамиды составляет с плоскостью основания угол α . Найти угол между высотой и боковым ребром пирамиды.

5.9 Боковое ребро правильной треугольной пирамиды образует со стороной основания угол α . Найти угол между боковым ребром и высотой

пирамиды и допустимые значения α .

6. Решить задачу

6.0 Высота конуса равна H , угол между образующей и высотой равен α . В этот конус вписан другой конус, так что вершина второго конуса совпадает с центром основания первого конуса, а соответствующие образующие обоих конусов взаимно перпендикулярны. Найти объем вписанного конуса.

6.1 Раднус круга, вписанного в прямоугольную трапецию, равен r , острый угол трапеции равен α . Эта трапеция вращается вокруг меньшей боковой стороны. Найти боковую поверхность тела вращения.

6.2 В основание конуса вписан квадрат, сторона которого равна a . Плоскость, проходящая через одну из сторон этого квадрата и через вершину конуса, при пересечении с поверхностью конуса образует равнобедренный треугольник, у которого угол при вершине равен α . Найти объем конуса.

6.3 Образующая конуса равна a , расстояние от вершины до центра вписанного шара равно b . Найти угол между образующей и плоскостью основания.

6.4 В конус вписан шар. Отношение радиуса окружности касания шаровой и конической поверхностей к радиусу основания равно k . Найти косинус угла между образующей конуса и плоскостью основания.

6.5 В конус вписана треугольная пирамида, у которой боковые ребра попарно перпендикулярны. Найти угол между образующей конуса и его высотой.

6.6 Основания двух конусов, имеющих общую вершину, лежат в одной плоскости. Разность их объемов равна V . Найти объем меньшего конуса, если касательные, проведенные к окружности его основания из произвольной точки окружности основания большего конуса, образуют угол α .

6.7 В конус вписан полушар: больший круг полушара лежит в плоскости основания конуса, а шаровая поверхность касается поверхности конуса. Найти объем полушара, если образующая конуса равна l и составляет с плоскостью основания угол α .

6.8 В шар вписан конус. Площадь осевого сечения конуса равна S , а угол между высотой и образующей равен α . Найти объем шара.

6.9 Объем конуса равен V . В конус вписана пирамида, в основании которой лежит равнобедренный треугольник с углом α между боковыми сторонами. Найти объем пирамиды.

7. Решить задачу

7.0 Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна a , боковое ребро составляет с плоскостью основания угол α . В пирамиду вписан куб так, что четыре его вершины лежат на апофемах пирамиды, четыре — на основании пирамиды. Найти ребро куба.

7.1 В конус помещен шар так, что их поверхности касаются. Радиус шара равен R , а угол при вершине осевого сечения конуса равен 2α . Найти объем тела, ограниченного поверхностями шара и конуса.

7.2 Из основания высоты правильной треугольной пирамиды на боковое ребро опущен перпендикуляр, равный p . Найти объем пирамиды, двугранный угол между ее боковыми гранями равен α .

7.3 Найти объем и боковую поверхность правильной треугольной пирамиды, если плоскость, проходящая через сторону основания a и середину ее высоты, наклонена к основанию под углом φ .

7.4 Из основания высоты правильной треугольной пирамиды на боковое ребро опущен перпендикуляр, равный p . Найти объем пирамиды, если двугранный угол между ее боковыми гранями равен α .

7.5 Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник, основание которого равно a , а угол при основании равен α . Найти объем призмы, если ее боковая поверхность равна сумме площадей оснований.

7.6 Из основания высоты правильной треугольной пирамиды на боковую грань опущен перпендикуляр, равный a . Найти объем пирамиды, если угол наклона бокового ребра к плоскости основания равен α .

7.7 Основанием пирамиды служит ромб со стороной a и острым углом α . Две боковые грани перпендикулярны основанию, а две другие наклонены к нему под углом φ . Найти объем и боковую поверхность пирамиды.

7.8 Перпендикуляр, опущенный из центра основания конуса на образующую, вращается около оси конуса. Найти угол между его образующей и осью, если поверхность вращения делит объем конуса пополам.

7.9 Основанием пирамиды служит ромб с острым углом α . Все боковые грани составляют с плоскостью основания один и тот же угол β . Площадь сечения, проведенного через большую диагональ основания и вершину пирамиды, равна S . Найти объем пирамиды.

§12. Итоговые контрольные задания

Данная контрольная работа является завершающей, по качеству выполнения ее можно судить о Вашей готовности к успешной сдаче экзамена по математике. Перед выполнением этой контрольной работы следует изучить все замечания, указанные преподавателем на выполненные Вами предыдущие контрольные работы. В обязательном порядке проведите самотестирование по итоговому тесту.

Т-ИТОГ

Итоговый тест

01 Если неполное частное равно 16, делитель 19, остаток 13, то делимое равно

- 1** 317 **2** 318 **3** 319 **4** 314 **5** 316.

02 Число $\log_4 26 - \log_2 \sqrt{13}$ равно

- 1** 1 **2** 3 **3** 0,5 **4** 2 **5** 2,5.

03 Если из 50 т железной руды выплавляют 20 т стали, содержащей 5% примесей, то процент примесей в руде составляет

- 1** 62% **2** 70% **3** 64,75% **4** 72,4% **5** 75%.

04 При $a = 0,027$ выражение $\left(\frac{\frac{1}{a^3} + a}{\frac{4}{a^3} - 1}\right)^{-1} + a^{-\frac{1}{3}}$ равно

- 1** 0,3 **2** $10/3$ **3** -0,35 **4** -25 **5** 0,35.

05 Функция $y = \frac{0,2x - 0,6}{0,2 - 0,1x}$ принимает положительные значения при всех x из множества

- 1** $(2; 3)$ **2** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ **3** $(1; 3)$ **4** $(2; +\infty)$ **5** $(-\infty; 3)$.

06 Длина отрезка, на котором определена функция

$y = \sqrt{(\operatorname{tg} 60^\circ - x)(x - \cos 30^\circ)}$ равна

- 1** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **2** $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ **3** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **4** $\sqrt{3}$ **5** 2.

07 В арифметической прогрессии известны $a_1 = \sin 30^\circ$, $a_2 = \cos 120^\circ$. Десятый член ее равен

- 1** -9,5 **2** -8,5 **3** 0,5 **4** -0,5 **5** 8,5.

08 Оба корня уравнения $x^2 - ax + 4 + 2x = a^2$ равны нулю при a , равном

- 1** ± 1 **2** 1 **3** ± 2 **4** 2 **5** -1.

09 Корнем уравнения $\lg \frac{x^2 + 5}{x + 25} = \lg(x + 3)$ является

- 1** -2,5 **2** -4 **3** 2,5 **4** 4 **5** корней нет.

10 Область определения функции $y = \sqrt{8 - (0,5)^x}$ совпадает с множеством

- 1** $(-\infty; -3]$ **2** $[-3; +\infty)$ **3** $(-\infty; 3]$ **4** $[3; +\infty)$ **5** $[-3; 3]$.

11 Выражение $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} \cdot \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}$ равно

- 1** $\sqrt{\sqrt{2} - 1}$ **2** $-\sqrt{\sqrt{2} - 1}$ **3** 1 **4** -1 **5** $\sqrt{\sqrt{2} + 1}$.

12 В геометрической прогрессии $b_3 = -24$, $b_6 = 3$. Ее первый член и знаменатель соответственно равны

- 1** -48; 0,5 **2** 48; -0,5 **3** -96; -0,5 **4** 48; 0,5 **5** 96; 0,5.

13 В равнобедренной трапеции, описанной около окружности, основания равны 20 см и 5 см. Радиус окружности составляет

- 1** 8 см **2** 6 см **3** 7,5 см **4** 4 см **5** 5 см.

14 Если $a > 0$, то неравенство $\frac{3}{x} < -\frac{1}{a}$ эквивалентно неравенству

- 1** $x > 0$ **2** $x < -3a$ **3** $x > -3a$ **4** $0 > x > -3a$ **5** $x > a/3$.

15

Равенство $\frac{\sqrt[4]{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}}}}{\sqrt[6]{x} \sqrt[3]{x^2}} = 0,5$ верно при x равном

- 1 $\sqrt[6]{2}$ 2 64 3 $\frac{1}{\sqrt[6]{2}}$ 4 $\frac{1}{64}$ 5 $\frac{1}{32}$.

16

Если $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} (\frac{3}{2}\pi - \alpha) = 5$, то $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ равняется

- 1 29 2 21 3 23 4 25 5 27.

17

Сумма действительных корней уравнения $(x-1)^2(x^2-2x) = 12$ равна

- 1 -3 2 2 3 3 4 4 5 0.

18

Если $\operatorname{tg} \alpha \cdot |\cos \alpha| + \operatorname{ctg} \alpha \cdot |\sin \alpha| = \sqrt{2} \sin (\alpha - \frac{\pi}{4})$, то угол α оканчивается

- 1 1-й четверти 2 2-й четверти 3 3-й четверти
4 4-й четверти 5 1-й и 2-й четвертях.

19

В трапеции с высотой h боковые стороны и меньшее основание равны половине большего основания. Площадь трапеции равна

- 1 $h^2 \cdot \sqrt{2}$ 2 $h^2 \cdot \sqrt{3}$ 3 $h^2 \cdot \sqrt{5}$ 4 $h^2 \cdot (\sqrt{3} + 1)$ 5 $2h^2$.

20

Корнями уравнения $x - 5 = 4\sqrt{x}$ являются

- 1 9 2 4 и 1 3 4 4 25 5 25 и 1.

21

Ордината вершины параболы $y = -x^2 + 2x + a$, проходящей через точку $(-1; 2)$, равна

- 1 -2 2 1 3 3 4 6 5 7.

22

Равенство $\operatorname{tg} \alpha = a^2 - 8$, где $\alpha \in (\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$ и $a < 0$, выполняется при всех следующих значениях a

- 1 $a < -3$ 2 $a > 3$ 3 $a \leq \pm 3$ 4 $-3 < a < 0$ 5 $3 > a > 0$.

- 23 Корнями уравнения $\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x-3} = \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x-5}$ являются
- ☐ 1 $-2; 2$ ☐ 2 $-2; 2; 3$ ☐ 3 2 ☐ 4 -2 ☐ 5 $-2; 3$.

- 24 Все углы из промежутка $(-\frac{3}{2}\pi; -\pi)$, удовлетворяющие неравенству $\sqrt{2}/2 \leq \sin x \leq \sqrt{3}/2$, образуют множество
- ☐ 1 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{7}{3}\pi]$ ☐ 2 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{2}{3}\pi]$ ☐ 3 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{7}{6}\pi]$
- ☐ 4 $[-\frac{4}{3}\pi; -\frac{5}{4}\pi]$ ☐ 5 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{4}{3}\pi]$.

- 25 График функции $y = x^2 - ax + 1$ расположен выше оси абсцисс, если
- ☐ 1 $a < \pm 2$ ☐ 2 $a > \pm 2$ ☐ 3 $-2 < a < 2$ ☐ 4 $a > 2$ ☐ 5 $a < -2$.

- 26 Все решения неравенства $|x|x| + 1| \leq 2$ образуют множество
- ☐ 1 $[-1; \sqrt{3}]$ ☐ 2 $[0; \sqrt{3}]$ ☐ 3 $[-\sqrt{3}; 1]$ ☐ 4 $[-\sqrt{2}; 1]$ ☐ 5 $[0; 2]$.

- 27 5-й, 8-й и 13-й члены арифметической прогрессии являются последовательными членами геометрической прогрессии. Ее знаменатель равен
- ☐ 1 $-3/2$ ☐ 2 $3/2$ ☐ 3 $-3/5$ ☐ 4 $3/5$ ☐ 5 $5/3$.

- 28 Множество значений функции $y = 6 - \sqrt{7 - 6x - x^2}$ равно
- ☐ 1 $[2; +\infty)$ ☐ 2 $[6; 12]$ ☐ 3 $[2; 6]$ ☐ 4 $[0; 6]$ ☐ 5 $[0; 2]$.

- 29 Множеством значений функции $y = \log_2(x^2 - 2x + 3)$ является
- ☐ 1 $[-1; 1]$ ☐ 2 $(-\infty; 1]$ ☐ 3 $[1; +\infty)$ ☐ 4 $(-\infty; -1]$ ☐ 5 $[-1; +\infty)$.

- 30 Равнобедренная трапеция с острым углом α описана около окружности. Точка касания окружности делит боковую сторону, считая от меньшего основания, в отношении
- ☐ 1 $\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}$ ☐ 2 $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi - \alpha}{4}$ ☐ 3 $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$ ☐ 4 $\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi - \alpha}{4}$ ☐ 5 $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$.

Вариант 0

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(2 + 4,5 + 7 + \dots + (4,5 + 2,5n)) + (2 + 4 + 6 + \dots + 2(n-1)) = 188,5$$

2. Построить график функции

$$y = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{1 + \sin^2 \frac{x}{2}} + \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \sin^2 \frac{x}{2}\right)^2} + \dots + \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \sin^2 \frac{x}{2}\right)^{k-1}} + \dots$$

3. Железная дорога за простой вагонов под разгрузкой в первый день берет с предприятия 40 р, а в каждый последующий день — на 30 р больше, чем в предыдущий. Бригада грузчиков должна разгрузить вагоны за 10 дней. Если она разгрузит вагоны раньше срока, то получит премию 235 р за каждый сэкономленный день. При каком сроке разгрузки будут минимальными затраты предприятия по оплате простоя вагонов и выплате премии грузчикам?

4. В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция, меньшее основание которой составляет $\frac{2}{5}$ большего. Все боковые грани пирамиды образуют угол 60° с основанием. Найти угол наклона меньшего бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания.

5. Решить неравенство $\log_{x/2} \frac{8x-8}{8x-5} > -1$.

6. Решить неравенство $\sqrt{x+8} + \sqrt{10-x} \geq 6,5 - \frac{\arcsin x}{\pi}$

7. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x-y}{x+y}\right)^{1/2} - \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^{1/2} = \frac{3}{2}, \\ xy = -15. \end{cases}$$

8. Решить уравнение $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}-2}{4}$.

Вариант 1

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(2,5 + 4,5 + 6,5 + \dots + (6,5 + 2n)) + (3 + 6 + 9 + \dots + 3(n+1)) = 223$$

2. Построить график функции

$$y = 2 \cos^2 \frac{x}{2} + \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{1 + \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \cos^2 \frac{x}{2}\right)^2} + \dots + \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \cos^2 \frac{x}{2}\right)^{k-1}} + \dots$$

3. Два проходческих комбайна начали рыть навстречу друг другу тоннель длиной в 30 м. Стоимость проходки первого метра первым комбайном равна 1,5 тыс. р, а стоимость каждого последующего метра его проходки на 0,9 тыс. р больше предыдущего. Стоимость проходки каждого метра вторым комбайном равна 12,75 тыс. р. Какую часть тоннеля следует пройти каждым комбайном, чтобы общая стоимость проходки тоннеля была минимальной?

4. В равнобедренной трапеции, являющейся основанием пирамиды, большее основание относится к меньшему как 4:3. Найти угол наклона большего бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания, если все двугранные углы при основании пирамиды равны 30° .

5. Решить неравенство $\log_{\sqrt{x}} \frac{4x - 14}{2x - 15} > -2$.

6. Решить неравенство $\sqrt{20 - x} + \sqrt{x + 12} \geq 8,5 - \frac{\arcsin(0,25x)}{\pi}$

7. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{y}\right)^{1/2} - \left(\frac{y}{x}\right)^{1/2} = \frac{8}{3}, \\ xy = 36. \end{cases}$$

8. Решить уравнение $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2} + 2}{4}$.

Вариант 2

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(1,5 + 3 + 4,5 + \dots + 1,5(n + 1)) + (3 + 4,5 + 6 + \dots + 1,5n) = 180$$

2. Построить график функции

$$y = \sin 2x + \sin 2x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos^2 2x + \dots + \sin 2x \cos^{k-1} 2x + \dots$$

3. Собрав половину партии приборов, бригада увеличила свою численность на 3 человека и закончила сборку на 1 ч раньше срока. Если бы численность бригады увеличилась на 6 человек, то сборка была бы закончена

на 1 ч 40 мин раньше срока. Каковы первоначальная численность бригады и плановое время сборки партии приборов?

4. В каком отношении делит высоту и боковую поверхность прямого кругового конуса плоскость, параллельная основанию конуса, если она рассекает конус на две равные по объему части?

5. Решить неравенство $x + 2 > \sqrt{-x}$.

6. Решить неравенство $\sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} \geq \cos^2 \frac{2\pi x}{3} - 2 \cos \frac{2\pi x}{3} + 5$

7. Решить уравнение

$$2 \log_3 - 5x (10x^2 - 41x + 21) + \log_7 - 2x (4x^2 - 28x + 49) = 25^{\frac{1}{2 \log_6 5}}.$$

8. Решить уравнение

$$\frac{1}{(9-x^2)^{\cos x}} = \left[\sqrt{9-x^2} \right]^{\left(\frac{\cos 2x}{\sin x} - \frac{1}{\sin x} \right)}.$$

Вариант 3

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(2+5, 5+9+\dots+(3, 5n-5)) + (2, 5+5+7, 5+\dots+2, 5(n+1)) = 251,5$$

2. Построить график функции

$$y = \sin 2x - \sin 2x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos^2 2x + \dots + (-1)^{k-1} \sin 2x \cos^{k-1} 2x + \dots$$

3. В цехе на нескольких одинаковых автоматах изготавливают партию деталей за определенное время. Если два из них не работают, то время изготовления партии деталей увеличивается на 30 мин. При трех неработающих автоматах оно увеличивается на 48 мин. Сколько всего автоматов в цехе и за какое время на них изготавливается партия деталей?

4. Плоскость, параллельная основанию прямого кругового конуса, делит боковую поверхность конуса в отношении 3:1, считая от вершины. Найти отношения объемов частей конуса и частей его высоты.

5. Решить неравенство $x + 4 > \sqrt{-2x}$.

6. Решить неравенство $\sqrt{x+2} + \sqrt{6-x} \geq \cos^2 \pi x - 2 \cos \pi x + 5$

7. Решить уравнение

$$\log_7 - 3x (15x^2 - 41x + 14) + 3 \log_2 - 5x (25x^2 - 20x + 4) = 49^{\frac{3}{2 \log_2 7}}.$$

8. Решить уравнение

$$\frac{1}{(10 - x^2)\sin x} = \left[\sqrt{10 - x^2} \right] \left(\frac{1}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\cos x} \right).$$

Вариант 4

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + \dots + (2n + 5 \cdot 5)) + (2 + 4 + 6 + \dots + 2(n - 2)) = 168,5$$

2. Построить график функции

$$y = \sin 2x + \sin 2x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \sin 2x \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \dots \\ + \sin 2x \sin^{k-1}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \dots$$

3. Два токаря, работая одновременно, могут изготовить партию деталей за 3 ч 36 мин. После усовершенствования оснастки, работая отдельно, первый токарь тратит на всю партию деталей на 2 ч, а второй — на 3 ч меньше, чем ранее, причем теперь, работая вместе, они изготавливают всю партию за 2 ч 24 мин. За какое время, работая отдельно, каждый из токарей может изготовить всю партию деталей, используя усовершенствованную оснастку?

4. В шар вписана правильная четырехугольная пирамида, сторона основания которой равна a и двугранный угол при основании равен α . Найти объем шара.

5. Решить неравенство $\frac{1}{\log_3(5 - 2x)^2} \leq \frac{1}{3 + \log_{1/3}(5 - 2x)}.$

6. Решить неравенство $\sqrt{x+5} + \sqrt{13-x} \geq 3 \cdot 2^{x^2-8x+17}$

7. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + \sqrt{xy} + y = \frac{19}{3}, \\ x - \sqrt{xy} + y = \frac{7}{3}. \end{cases}$$

8. Решить уравнение $\cos\left(x + \frac{23\pi}{2}\right) \sin\left(x - \frac{23\pi}{2}\right) = \left[1 + \operatorname{tg}^2\left(x - \frac{23\pi}{2}\right)\right]^{-1}.$

Вариант 5

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(1,5 + 4,5 + 7,5 + \dots + (3n + 4,5)) + (4 + 8 + 12 + \dots + 4(n - 1)) = 205,5$$

2. Построить график функции

$$y = \sin 2x - \sin 2x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \sin 2x \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \dots \\ + (-1)^{k-1} \sin 2x \sin^{k-1}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \dots$$

3. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 1 ч 12 мин. Ученик первого рабочего, работая отдельно, выполняет всю работу на 1 ч дольше, чем его наставник, а ученик второго рабочего продлевает то же самое на 1,5 ч дольше, чем его наставник. Работая вместе, оба ученика выполняют всю работу за 1 ч 48 мин. Сколько каждому ученику в отдельности нужно времени для выполнения всей работы?

4. В шар радиуса r вписана правильная треугольная пирамида, у которой боковое ребро наклонено под углом α к основанию. Найти объем пирамиды.

5. Решить неравенство
$$\frac{1}{\log_2(1 - 3x)^2 - 2} \leq \frac{1}{\log_{1/2}(1 - 3x) + 4}.$$

6. Решить неравенство
$$\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} \geq 0,5^{2x-x^2-3}$$

7. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x - \sqrt{\frac{x}{y}} - y = -1, \\ x + \sqrt{\frac{x}{y}} - y = 3. \end{cases}$$

8. Решить уравнение
$$\sin\left(x - \frac{17\pi}{2}\right) \sin\left(x + \frac{17\pi}{2}\right) = \left[1 + \operatorname{ctg}^2\left(x + \frac{17\pi}{2}\right)\right]^{-1}.$$

Вариант 6

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(3 + 4,5 + 6 + \dots + (6 + 1,5n)) + (2 + 4 + 6 + \dots + 2(n - 2)) = 157,5$$

2. Построить график функции

$$y = e^x + \frac{e^x}{1 + e^x} + \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} + \dots + \frac{e^x}{(1 + e^x)^{k-1}} + \dots$$

3. Акции двух инвестиционных фондов выросли за полгода в цене на некоторое число процентов — свое для каждого фонда. В следующие полгода рост курсов акций сохранился на прежнем уровне. Один владелец акций приобрел в начале первого полугодия на некоторую сумму акции 1-го фонда и на четверо большую сумму — акции 2-го фонда. Спустя два полугодия рыночная стоимость всех его акций на 210,4% превысила сумму, потраченную на акции год назад. Другой владелец акций в начале первого полугодия приобрел акции 1-го фонда, но спустя полгода, видя, что стоимость его акций растет медленнее, чем у 2-го фонда, продал свои акции и на всю полученную сумму приобрел акции 2-го фонда. В результате еще через полгода стоимость его акций на 188% превысила сумму, вложенную в акции год назад. На сколько процентов росла стоимость акций обоих фондов каждые полгода?

4. Диаметр окружности совпадает с меньшей диагональю параллелограмма, имеющего стороны $2\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ и угол $\arcsin \frac{\sqrt{114}}{12}$. Найти расстояние от вершины параллелограмма, не лежащей на окружности, до ближайшей точки окружности.

5. Решить неравенство $\left(\frac{2}{\sqrt{29} - \sqrt{11}}\right)^{x^2 + 3x} > \frac{20 - \sqrt{319}}{2}$.

6. Решить неравенство $\sqrt{x+7} + \sqrt{11-x} \geq \log_2(x^2 - 4x + 68)$

7. Решить уравнение $\sqrt{\cos^2 x - |\sin x| \cdot \sin x} = \cos x - \sin x$.

8. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - |y - x| + y^2 = 8, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

Вариант 7

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(3, 5 + 5, 5 + 7, 5 + \dots + (5, 5 + 2n)) + (3 + 6 + 9 + \dots + 3(n - 3)) = 258$$

2. Построить график функции

$$y = x^2 + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2} + \dots + \frac{x^2}{(1+x^2)^{k-1}} + \dots$$

3. Владелец акций потратил треть своих денег на приобретение акций одного АО, а остальные деньги — на акции другого АО. Спустя три месяца цены акций обоих АО выросли на определенные для каждого АО проценты, а еще через три месяца цены акций выросли на столько же процентов, что и в предыдущий период. В результате за полгода общая стоимость акций их владельца возросла на 98%. Если бы после первых трех месяцев владелец продал все акции первого АО по новой цене и на полученные деньги приобрел бы акции второго АО, то указанный прирост составил бы 110%. На сколько процентов каждые три месяца возрастали цены акций обоих АО?

4. Большая диагональ параллелограмма является диаметром окружности. Стороны параллелограмма составляют $2\sqrt{6}$ и $\sqrt{30}$, а угол между ними равен $\arcsin \frac{\sqrt{355}}{20}$. Найти расстояние от вершины параллелограмма, не лежащей на окружности, до ближайшей точки окружности.

5. Решить неравенство $\left(\frac{\sqrt{31} - \sqrt{13}}{2} \right)^{x^2 - x} > \frac{22 - \sqrt{403}}{2}$.

6. Решить неравенство $\sqrt{x+1} + \sqrt{7-x} \geq \log_3(x^2 - 6x + 90)$

7. Решить уравнение $\sqrt{\cos^2 x - \sin x \cdot |\sin x|} = \sin x - \cos x$.

8. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + |x - y| + y^2 = 8, \\ y - 2x = 5. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(5 + 10 + 15 + \dots + 5(n+2)) + (3 + 4,5 + 6 + \dots + (1,5n - 1,5)) = 315,5$$

2. Построить график функции

$$y = x + \frac{x}{1+x^2} + \frac{x}{(1+x^2)^2} + \dots + \frac{x}{(1+x^2)^{k-1}} + \dots$$

3. Для бурения артезианской скважины садовый кооператив, состоящий из 20 членов, пригласил бригаду, поставившую следующие условия: за каждый последующий метр бурения платить на 22 р больше, чем за предыдущий. На таких условиях последний метр и третий с конца вместе взятые обходятся во столько, сколько стоило бы все бурение, если бы каждый метр, независимо от глубины, стоил столько, сколько стоил второй метр. Для оплаты всей работы каждый из 20 членов кооператива заплатил по 13,65 р за каждый метр глубины скважины. Определить глубину скважины.

4. Боковая поверхность конуса, будучи развернута на плоскость, представляет круговой сектор с углом α и хордой a . Определить объем конуса.

5. Найти область определения функции $y = \sqrt{\frac{\arccos\left(-\frac{3}{\pi}\right) \cdot \log_{3/\pi} \frac{\pi}{4}}{1 - 2 \log_{\log_2 x} 2}}$.

6. Решить неравенство $\sqrt{x+6} + \sqrt{12-x} \geq \sin^2 \frac{\pi}{6} x - 2 \sin \frac{\pi}{6} x + 7$

7. Решить уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)} = \frac{1}{3} \log_2 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8.$$

8. Решить уравнение $\sqrt{x+3-2\sqrt{x+2}} - \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} = -1$.

Вариант 9

1. Найти натуральные n из уравнения

$$(2, 5 + 5 + 7, 5 + \dots + (2, 5n - 2, 5)) + (2 + 4 + 6 + \dots + 2(n + 3)) = 246$$

2. Построить график функции

$$y = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})^2} + \dots + \frac{\sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})^{k-1}} + \dots$$

3. Плотники подрядились изготовить и установить сруб садового домика на следующих условиях: за каждый последующий ряд платить им на 3 р больше, чем за предыдущий. На таких условиях самый верхний ряд и четвертый сверху, вместе взятые, обходятся заказчику во столько, сколько стоила бы вся работа, если бы каждый ряд независимо от высоты стоил столько, сколько стоил второй снизу ряд. В результате каждый ряд сруба обошелся в среднем в 26,4 р. Из скольких рядов состоит сруб домика?

4. Боковая поверхность конуса, будучи развернута на плоскость, представляет круговой сектор с углом α . Определить радиус конуса, если объем конуса равен V .

5. Найти область определения функции $y = \sqrt{\frac{2 \log_{\log_3 x} 3 - 1}{\arcsin\left(-\frac{2}{\pi}\right) \cdot \log_{2/\pi} \frac{\pi}{8}}}$.

6. Решить неравенство $\sqrt{x+3} + \sqrt{5-x} \geq \sin^2 \frac{\pi}{2} x - 2 \sin \frac{\pi}{2} x + 5$

7. Решить уравнение

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} = \frac{1}{3} \log_2 3 \cdot \log_4 8 \cdot \log_3 4.$$

8. Решить уравнение $\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}} = -1$.

§13. Дополнительные задания из вариантов письменных экзаменов

1. Решить текстовые задачи

1. По плану два станка на поточной линии должны за a ч обработать по одинаковому числу деталей. Первый станок выполнил задание, а второй станок оказался не вполне исправным, работал с перебоями, поэтому за то же время он обработал на n деталей меньше, чем первый. На обработку одной детали на втором станке затрачивалось в среднем на b мин больше, чем на первом. Сколько деталей обработал каждый станок?

2. Бассейн для плавания имеет три трубы для отвода воды. Через первую и вторую трубу вместе при закрытой третьей трубе наполненный бассейн становится пустым за a мин, через первую и третью трубы вместе при закрытой второй трубе — за b мин, а через вторую и третью трубу при закрытой первой трубе — за c мин. За какое время освобождается от воды наполненный бассейн через каждую трубу в отдельности?

3. Расстояние между городами равно a км. Два автомобилиста, выехав из этих городов навстречу друг другу, встретятся на полпути, если первый выедет на t ч раньше второго. Если же они выедут одновременно навстречу друг другу, то встреча произойдет через $2t$ ч. Определить скорость каждого автомобиля, если считать, что скорости их постоянны на всем пути.

4. В бассейн проведены две трубы, подающая и отводящая, причем через первую трубу бассейн наполняется на 2 ч дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на $\frac{1}{3}$ бассейне были открыты обе трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 ч. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн?

5. Имеется три сосуда, содержащие неравные количества жидкости. Для выравнивания этих количеств сделано три переливания. Сначала $\frac{1}{3}$ жидкости перелили из первого сосуда во второй, затем $\frac{1}{4}$ жидкости, оказавшейся во втором сосуде, перелили в третий и, наконец, $\frac{1}{10}$ жидкости, оказавшейся в третьем сосуде, перелили в первый. После этого в каждом сосуде оказалось 9 л жидкости. Сколько жидкости первоначально было в каждом сосуде?

6. Имелось два сплава, содержащих медь. В первом сплаве меди было 6 кг, а во втором — 12 кг. Процентное содержание меди в первом сплаве было на 40% меньше, чем во втором. После того, как их сплавляли вместе, получился новый сплав, содержащий 36% меди. Найти массу каждого сплава.

7. Смешивается некоторое количество 72%-го раствора кислоты и некоторое количество 58%-го раствора кислоты и в результате получается 62%-ный раствор. Если бы каждого раствора было взято на 15 л больше, то получился бы 63,25%-ный раствор. Сколько литров каждого раствора было взято первоначально для составления смеси?

8. Для заполнения бака водой первым насосом требуется на 3 ч меньше, чем вторым насосом. Если первый насос включить на 9 ч, а затем к нему подключить второй насос, то через 5 ч их совместной работы оставшуюся пустой часть бака одним вторым насосом можно заполнить за 3 ч. За какое время можно заполнить бак, включив оба насоса одновременно?

9. Время изготовления партии продукции на первой поточной линии на 6 ч больше, чем на второй. Если первую линию включить на 3 ч, а затем, остановив ее, включить вторую линию на 4 ч, то будет изготовлена половина партии продукции. За какое время будет изготовлена вся партия продукции, если обе поточные линии включить одновременно.

10. Начав изготавливать партию деталей, первый станочник через 30 мин прервал работу, и ее продолжил второй станочник. После того, как второй станочник проработал 18 мин, выяснилось, что для завершения всей работы первому станочнику потребовалось бы 1 ч 15 мин, а второму — 1 ч 30 мин. За какое время каждый из станочников, работая в отдельности, может изготовить всю партию деталей?

11. Самолет летит из A в B и возвращается обратно. В какую погоду

этот рейс будет совершен быстрее: в безветренную или при ветре, дующем с постоянной скоростью в направлении от *A* к *B*?

12. Имеется два сплава золота и серебра; в одном из них количество этих металлов находится в отношении 2:3, в другом — в отношении 3:7. Сколько нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 8 кг нового сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 5:11?

13. Одна емкость содержит смесь спирта с водой в отношении 4:5, а другая — в отношении 1:8. По сколько литров надо взять из каждой емкости, чтобы получить 36 литров смеси, в которой спирт и вода были бы в отношении 2:7?

14. Собрав половину партии приборов, бригада увеличила свою численность на 3 человека и закончила сборку на 1 ч раньше срока. Если бы численность бригады увеличилась на 6 человек, то сборка была бы закончена на 1 ч 40 мин раньше срока. Каковы первоначальная численность бригады и плановое время сборки партии приборов?

15. В цехе на нескольких одинаковых автоматах изготавливают партию деталей за определенное время. Если два из них не работают, то время изготовления партии деталей увеличивается на 30 мин. При трех неработающих автоматах оно увеличивается на 48 мин. Сколько всего автоматов в цехе и за какое время на них изготавливается партия деталей?

16. Два токаря, работая одновременно, могут изготовить партию деталей за 3 ч 36 мин. После усовершенствования оснастки, работая отдельно, первый токарь тратит на всю партию деталей на 2 ч, а второй — на 3 ч меньше, чем ранее, причем теперь, работая вместе, они изготавливают всю партию за 2 ч 24 мин. За какое время, работая отдельно, каждый из токарей может изготовить всю партию деталей, используя усовершенствованную оснастку?

17. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 1 ч 12 мин. Ученик первого рабочего, работая отдельно, выполняет всю работу на 1 ч дольше, чем его наставник, а ученик второго рабочего проделывает то же самое на 1,5 ч дольше, чем его наставник. Работая вместе, оба ученика выполняют всю работу за 1 ч 48 мин. Сколько каждому ученику в отдельности нужно времени для выполнения всей работы?

18. Три автоматические линии выпускают одинаковую продукцию, но имеют разную производительность. Производительность всех трех одновременно действующих линий в 1,5 раза выше производительности первой и второй линий, работающих одновременно. Сменное задание для первой линии вторая и третья линии, работая одновременно, могут выполнить на 4 ч 48 мин быстрее, чем его выполняет первая линия; это же задание вто-

рая линия выполняет на 2 ч быстрее, чем первая. Найти время выполнения сменного задания первой линией.

19. В резервуар проведены три трубы. Через первую и вторую в него наливается жидкость, а через третью выливается. Если в наполненном резервуаре одновременно открыть третью и первую трубы, то вся жидкость выливается за 40 мин, если открыть третью и вторую — за 50 мин, если только третью — за 24 мин. За сколько минут выльется жидкость из наполненного резервуара, если будут открыты одновременно три трубы.

20. Два пловца одновременно стартуют навстречу друг другу с противоположных сторон пруда. После встречи одному из них потребовалось 4,5 мин, чтобы доплыть до противоположного берега, а другому — 8 мин. За какое время каждый пловец проплыл расстояние между берегами?

21. Два самолета вылетают одновременно навстречу друг другу, один — из A в B , а другой — из B в A . После встречи один прилетает в конечный пункт через 3 ч 54 мин, а другой — через 1 ч 44 мин. За какое время каждый самолет преодолел расстояние между A и B ?

22. За 9 ч работы одного насоса и 7 ч работы второго было заполнено водой 31,25% объема бака. Если бы первый насос был включен на 12 ч, а второй на 14 ч, то воды было бы налито в бак на 60% больше, чем в действительности. За какое время каждым из насосов в отдельности можно заполнить бак водой?

23. На двух станках изготавливается партия одинаковых деталей. В первый день, когда один станок проработал 12 ч, а второй — 8 ч, было изготовлено 25% партии. На следующий день после того как первый станок проработал 9 ч, а второй — 18 ч, было изготовлено деталей на 25% больше, чем в первый день. За какое время на каждом из станков в отдельности можно изготовить партию деталей?

24. Три целых числа составляют геометрическую прогрессию. Если от третьего отнять 8, то числа составят арифметическую прогрессию. Если же второй и третий члены полученной арифметической прогрессии уменьшить на 2, то снова получится геометрическая прогрессия. Найти эти числа.

25. Три целых числа образуют геометрическую прогрессию. Если второе число увеличить на 1,5, то прогрессия станет арифметической, а если после этого увеличить последнее число на 6,75, то прогрессия снова станет геометрической. Найти эти числа.

26. Для изготовления пшеничного хлеба взято столько килограммов муки, сколько процентов составляет припек на эту муку. Для изготовления ржаного хлеба взято на 10 кг муки больше, т.е. столько килограммов, сколько процентов составляет припек на ржаную муку. Сколько килограм-

мов взято той и другой муки, если всего выпечено 112,5 кг хлеба?

27. Два куса латуни имеют массу 30 кг. Первый кусок содержит 5 кг чистой меди, а второй кусок — 4 кг. Сколько процентов меди содержит первый кусок латуни, если разность между процентным содержанием меди во втором и первом кусках латуни равна 15%?

28. Поезд отправился в путь длиной 120 км со своей обычной скоростью. Через 45 мин после начала движения он был остановлен и простоял 9 мин. Чтобы поезд прибыл на конечный пункт по расписанию, его скорость на оставшемся участке пути увеличили на 5 км/ч против обычной. На каком километре от начального пункта был остановлен поезд?

29. Дачник отправился на велосипеде за город на расстояние 55 км от дома. Через 1 ч 45 мин после отправления у велосипеда прокололась шина, и дачнику пришлось остаток пути идти пешком со скоростью, меньшей на 25 км/ч, чем он ехал прежде. На каком километре от дома прокололась шина, если дачник прибыл на место на 25 мин позже намеченного срока?

30. Двое рабочих, работающих на различных участках, получили вместе 114 р. В эту сумму помимо основной зарплаты вошли надбавки по 12 р каждому за вредные условия труда. Какие проценты от основной зарплаты составляют надбавки у каждого из рабочих, если эти проценты отличаются на 6%?

31. Каждый из двух автоматических станков после модернизации стал производить в час на 240 деталей больше, чем до нее. Общая же их часовая производительность стала равной 4080 деталям. На сколько процентов выросла после модернизации производительность каждого станка, если эти проценты разнятся на 3%?

32. Партия фруктов была приобретена за 125 тыс. р. В конце каждой недели из четырех, что она хранилась на складе, приходилось выбрасывать испорченные фрукты в количестве, составляющем одни и те же проценты от объема, имеющегося на этот момент. Каковы эти проценты, если после указанного срока фруктов осталось на 51,2 тыс. р?

33. Леспромхоз в январе заготовил древесины меньше плана, а в феврале при том же плане, что и в январе, он заготовил древесины меньше, чем в январе, на столько же процентов, на сколько был не выполнен план в январе. Второй леспромхоз, ежемесячный план которого в три раза меньше, чем у первого, не выполнил план двух месяцев на то же количество процентов, на которое не выполнил план января первый леспромхоз. Каковы эти проценты, если общий объем древесины, заготовленной обоими леспромхозами, меньше планового на 19,78125%?

34. Бассейн может наполниться водой с помощью двух насосов раз-

ной производительности. Если наполнить половину бассейна, включив лишь первый насос, а затем, выключив его, продолжить наполнение с помощью второго насоса, то весь бассейн наполнится за 2 ч 30 мин. При одновременной работе обоих насосов бассейн наполняется за 1 ч 12 мин. Какая часть бассейна наполняется за 20 мин насосом меньшей производительности?

35. Через 2 ч после того, как тракторист начал пахать поле, к нему присоединился второй, и они вместе закончили вспашку. Если бы трактористы поменялись ролями, то на вспашку поля потребовалось бы на 24 мин больше, чем было затрачено. Сколько времени трактористы работали вместе, если известно, что первый тракторист может вспахать четверть поля на 3 ч быстрее, чем второй — треть поля?

36. Группа пассажиров за 240 р арендовала автобус для междугородней поездки. Предполагалось, что эта сумма разделится поровну на всех пассажиров. Перед поездкой 4 пассажира отказались от нее, поэтому каждому участвующему в поездке при той же плате за аренду пришлось доплатить больше 5, но меньше 6 р. Сколько пассажиров приняло участие в поездке?

37. В день бригада, насчитывающая четное количество рабочих, зарабатывает 84 р, которые распределяются между членами бригады поровну. Если бы в бригаде было на 2 человека меньше, то при той же сумме, зарабатываемой всей бригадой в день, добавка к дневному заработку каждого члена бригады составила бы больше 1, но меньше 1,5 р. Какова численность бригады?

38. Если $\frac{4}{5}$ некоторой суммы денег положить в один банк, а остальные — во второй под другие годовые проценты, то через год вместе с годовыми процентами общая сумма денег возрастет до 315 тыс. р, а через два года — до 801 тыс. р. Если же в первый банк положить $\frac{1}{5}$ первоначальной суммы, а остальные — во второй, то через год общая сумма вкладов с начисленными процентами составит 360 тыс. р. Какова была бы через два года общая сумма вкладов при втором варианте их размещения в банках?

39. Акции двух инвестиционных фондов выросли за полгода в цене на некоторое число процентов — свое для каждого фонда. В следующие полгода рост курсов акций сохранился на прежнем уровне. Один владелец акций приобрел в начале первого полугодия на некоторую сумму акции 1-го фонда и на вчетверо большую сумму — акции 2-го фонда. Спустя два полугодия рыночная стоимость всех его акций на 210,4% превысила сумму, потраченную на акции год назад. Другой владелец акций в начале первого полугодия приобрел акции 1-го фонда, но спустя полгода, видя, что стоимость его акций растет медленнее, чем у 2-го фонда, продал свои акции

и на всю полученную сумму приобрел акции 2-го фонда. В результате еще через полгода стоимость его акций на 188% превысила сумму, вложенную в акции год назад. На сколько процентов росла стоимость акций обоих фондов каждые полгода?

40. Владелец акций потратил треть своих денег на приобретение акций одного АО, а остальные деньги — на акции другого АО. Спустя три месяца цены акций обоих АО выросли на определенные для каждого АО проценты, а еще через три месяца цены акций выросли на столько же процентов, что и в предыдущий период. В результате за полгода общая стоимость акций их владельца возросла на 98%. Если бы после первых трех месяцев владелец продал все акции первого АО по новой цене и на полученные деньги приобрел бы акции второго АО, то указанный прирост составил бы 110%. На сколько процентов каждые три месяца возрастали цены акций обоих АО?

41. Коммерческий банк начислял проценты по вкладу ежемесячно сначала в размере $14\frac{2}{3}\%$, а затем — $12,5\%$ в месяц. Известно, что каждая процентная ставка действовала целое число месяцев и по истечении срока хранения вклада первоначальная сумма вклада увеличилась на $207\frac{2011}{4802}\%$. Определить срок хранения вклада.

2. Решить уравнения и системы уравнений

- $\log_2(2\sqrt{5-x}+5) = 1 - \log_{0,5}(x-0,5).$
- $\sqrt{4\log_4 x - 2} + \sqrt{1 + \log_2 x} = 4.$
- $\log_2(x-2) + \log_{1/4}(3x-4) + 0,5 = 0.$
- $\log_{\sqrt{2}}(x-3) + \log_{1/2}(4-x) + 1 = 0.$
- $1 + \log_{\sqrt{3}}(1-x) + \log_{1/3}(13-5x) = 0.$
- $1 - \log_{1/\sqrt{5}}(2-x) + \log_{1/5}(44-18x) = 0.$
- $\sqrt{14+x} - \sqrt{3x+16} = 2.$
- $\sqrt{x+12} - \sqrt{2x+17} = 1.$
- $\log_5(1+5^x) + \log_{1/5}(5+5^{1-x}) + 3 = 0.$
- $\log_4(4+2^x) + \log_{1/4}(1+2^{2-x}) + 2 = 0.$

$$11. \quad \begin{cases} \left(\frac{x-y}{x+y}\right)^{1/2} - \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^{1/2} = \frac{3}{2}, \\ xy = -15. \end{cases}$$

$$12. \quad \begin{cases} \left(\frac{x}{y}\right)^{1/2} - \left(\frac{y}{x}\right)^{1/2} = \frac{8}{3}, \\ xy = 36. \end{cases}$$

$$13. \quad 2\log_{3-5x}(10x^2 - 41x + 21) + \log_{7-2x}(4x^2 - 28x + 49) = 25^{\frac{1}{2\log_6 5}}.$$

$$14. \quad \log_{7-3x}(15x^2 - 41x + 14) + 3\log_{2-5x}(25x^2 - 20x + 4) = 49^{\frac{3}{2\log_2 7}}.$$

$$15. \quad \begin{cases} x + \sqrt{xy} + y = \frac{19}{3}, \\ x - \sqrt{xy} + y = \frac{7}{3}. \end{cases}$$

$$16. \quad \begin{cases} x - \sqrt{\frac{x}{y}} - y = -1, \\ x + \sqrt{\frac{x}{y}} - y = 3. \end{cases}$$

$$17. \quad \sqrt{3x+4} - \sqrt{15-x} = 3.$$

$$18. \quad \sqrt{2x+8} - \sqrt{14-x} = 3.$$

$$19. \quad \begin{cases} \sqrt{\frac{y-3}{x+y}} - 6 \cdot \sqrt{\frac{x+y}{y-3}} + 1 = 0, \\ 2x^2 + 2xy + y^2 = 13. \end{cases}$$

$$20. \quad \begin{cases} 2 \cdot \sqrt{\frac{y+2}{2x+y}} - 3 \cdot \sqrt{\frac{2x+y}{y+2}} + 5 = 0, \\ x^2 - 2xy + 2y^2 = 20. \end{cases}$$

$$21. \quad \log_2 3 \cdot \log_3 \sqrt{2} \cdot 3^x \cdot (3^{x+1} - 5) = 1.$$

$$22. \quad \log_8 5 \cdot \log_5 2 \cdot 2^x \cdot (2^{x+1} - 5) = 1.$$

$$23. \quad \begin{cases} xy + y^2 = 4 - 2\sqrt{2}, \\ x^2 + xy = 4 + 2\sqrt{2}. \end{cases}$$

24.
$$\begin{cases} xy - y^2 = 2\sqrt{3} - 2, \\ x^2 - xy = 2\sqrt{3} + 2. \end{cases}$$
25.
$$\log_{3-2x}[4x^2 - 12x + 9 + 3(2^{3x} + 2^x + 3)] - 2^{2x + \frac{1}{\log_{17} 2}} = 2.$$
26.
$$\log_{3x-2}[9x^2 - 12x + 4 + 2(2 \cdot 3^{3x} + 3^x + 2)] - 3^{2x + \frac{1}{\log_{17} 3}} = 2.$$
27.
$$\begin{cases} \sqrt{x-y} - \sqrt{x+y} = 2, \\ x - 2y = 13. \end{cases}$$
28.
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2, \\ 2x - y = 6. \end{cases}$$
29.
$$(\sqrt{5} - 2)^x + (\sqrt{5} + 2)^x = 18.$$
30.
$$(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14.$$
31.
$$\begin{cases} x^2 - |y - x| + y^2 = 8, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$
32.
$$\begin{cases} x^2 + |x - y| + y^2 = 8, \\ y - 2x = 5. \end{cases}$$
33.
$$\sqrt{x+3-2\sqrt{x+2}} - \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} = -1.$$
34.
$$\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}} = -1.$$
35.
$$\log_{x+2}(x^2 + 3x + 2)^2 = 2.$$
36.
$$\log_{x+3}(x^2 + 2x - 3)^2 = 2.$$

3. Решить уравнения

1. $4^{\cos 2x} + 4^{\cos^2 x} = 3.$
2. $2^{\sin^2 x} + 5 \cdot 2^{\cos^2 x} = 7.$
3.
$$\frac{\cos 2x}{\sin 2x - 1} = \cos x + \sin x.$$
4.
$$\cos x = \sin x + \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}.$$
5.
$$\sqrt{1 + \frac{1}{\cos x}} = \operatorname{tg} x.$$

6. $\sqrt{1 - \frac{1}{\sin x}} = \operatorname{ctg} x.$
7. $\sqrt{4 + 3 \sin x - 2 \cos^2 x} = 2 \sin x + 1.$
8. $\sqrt{5 + 5 \cos x - 3 \sin^2 x} + 3 \cos x + 1 = 0.$
9. $\log_2 \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) + \log_2 \cos x + \log_2 \sin x = 1.$
10. $\log_2 \sin x + \log_2 (1 - 0,5 \sin x) + 1 = 2 \log_2 \cos x.$
11. $\sqrt{3 - 2 \cos x} = 2 - 3 \cos x.$
12. $\sqrt{2 - \sin x} = 1 - 2 \sin x.$
13. $\sin(x - \frac{\pi}{4}) \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3} - 2}{4}.$
14. $\cos(x - \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2} + 2}{4}.$
15. $\cos(x + \frac{23\pi}{2}) \sin(x - \frac{23\pi}{2}) = \left[1 + \operatorname{tg}^2(x - \frac{23\pi}{2}) \right]^{-1}.$
16. $\sin(x - \frac{17\pi}{2}) \sin(x + \frac{17\pi}{2}) = \left[1 + \operatorname{ctg}^2(x + \frac{17\pi}{2}) \right]^{-1}.$
17. $\cos(\frac{\pi}{2} + x) + \cos x = \cos 20^\circ - \sin 160^\circ \operatorname{tg} 80^\circ.$
18. $\sin x - \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = \frac{\operatorname{tg}^2 15^\circ}{7 - 4\sqrt{3}}.$
19. $\log_{\sin x}(\sin^2 2x - 2 \cos 2x) = 2 + \log_2^{-1} \sin x.$
20. $\log_{\sin x}(3 + \cos 2x - 4 \sin^2 2x) = 2 + \log_2^{-1} \sin x.$
21. $2 \cos 4x + 4\sqrt{2} \cdot \cos 2x - 2\sqrt{6} = 1.$
22. $2 \cos 4x + 2\sqrt{3} \cdot \sin 2x + \sqrt{6} = 0.$
23. $9^1 - \cos 6x = 3 \operatorname{ctg}^{-1} 3x.$
24. $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30.$
25. $\sqrt{3 - \cos 2x - \sin 2x} = -2\sqrt{2} \cdot \sin x.$
26. $2\sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} \cos x = \sqrt{-\sin 2x}.$

27. $\sin x - \sqrt{-0,5 \sin 2x} + 2 \cos x = 0.$
28. $\log_{1/3}(2 \cos x + 3 \sin x) + \log_3(6 \cos x + 5 \sin x) = -0,5 \log_{\sqrt{3}} \operatorname{tg} x.$
29. $\log_2(2 \sin x + \cos x) + \log_{1/2}(3 \sin x + 4 \cos x) + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{\operatorname{ctg} x} = 0.$
30. $\sqrt{\cos^2 x - |\sin x| \cdot \sin x} = \cos x - \sin x.$
31. $\sqrt{\cos^2 x - \sin x \cdot |\sin x|} = \sin x - \cos x.$

4. Решить неравенства

1. $\log_{0,5}(2^x - 6) + \log_2(2^x - 4) > x - 2.$
2. $\log_3(3^{x+1} - 28) + \log_{1/3}(2 \cdot 3^x - 1) < 3 - x.$
3. $\frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 7x + 2}} < 2.$
4. $\frac{2x - 1}{\sqrt{2x^2 - 7x + 3}} < 2.$
5. $\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2}\right)^{\frac{|6-x|}{2x+5}} < \frac{1}{\sqrt{3} + 1}.$
6. $(\sqrt{2} - 1)^{\frac{|x+4|}{3-2x}} > \sqrt{2} + 1.$
7. $2^{2x+3} - 5 \cdot 6^{x+1} + 3^{2x+3} < 0.$
8. $3 \cdot 4^{x+1} - 35 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^{x+1} > 0.$
9. $\log_{x/2} \frac{8x - 8}{8x - 5} > -1.$
10. $\log_{\sqrt{x}} \frac{4x - 14}{2x - 15} > -2.$
11. $\frac{1}{\log_3(5 - 2x)^2} \leq \frac{1}{3 + \log_{1/3}(5 - 2x)}.$
12. $\frac{1}{\log_2(1 - 3x)^2 - 2} \leq \frac{1}{\log_{1/2}(1 - 3x) + 4}.$
13. $\log_{1/\sqrt{3}} \frac{x - 5}{1 - 3x} + 2 > 0.$

14. $\log_{1/\sqrt{5}} \frac{x+8}{1-2x} + 4 > 0.$
15. $\log_{\text{ctg } 1} \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{2x+5}{2x+3} \right) \geq 0$
16. $\log_{\text{tg } \frac{9\pi}{8}} \left(\frac{9}{13} \cdot \frac{2x-9}{2x-5} \right) \geq 0$
17. $\log_5 x^2 - \log_{\sqrt{x}} 5\sqrt{5} < \sqrt{\log_{\sqrt{2}}^2 \frac{1}{4} + \log_{1/3}^2 27}.$
18. $\log_3 x - \log_x 3\sqrt{3} - \frac{1}{4} \log_2 \left(\frac{1}{3} \log_4 \sqrt{8} \right) < 0.$
19. $\frac{x^2 - |x| - 6}{x^2 - 3x - 4} > 0.$
20. $\left(\frac{2}{\sqrt{29} - \sqrt{11}} \right)^{x^2 + 3x} > \frac{20 - \sqrt{319}}{2}.$
21. $\left(\frac{\sqrt{31} - \sqrt{13}}{2} \right)^{x^2 - x} > \frac{22 - \sqrt{403}}{2}.$
22. $\frac{\arccos(-\frac{3}{\pi}) \cdot \log_{3/\pi} \frac{\pi}{4}}{1 - 2 \log_{\log_2 x} 2} \geq 0$
23. $\frac{2 \log_{\log_3 x} 3 - 1}{\arcsin(-\frac{2}{\pi}) \cdot \log_{2/\pi} \frac{\pi}{8}} \geq 0$

5. Решить геометрические задачи

1. Основание равнобедренного треугольника с острым углом α при вершине является диаметром окружности. Найти площадь трапеции, отсекаемой от треугольника прямой, проходящей через точки пересечения окружности с боковыми сторонами треугольника, если высота треугольника, проведенная к основанию, равна h .

2. Равнобедренная трапеция описана около окружности. Ее диагональ равна d , а острый угол при основании равен α . Найти радиус окружности.

3. Центры трех попарно касающихся внешним образом окружностей являются вершинами прямоугольного треугольника с острым углом α . В

каком отношении делит гипотенузу треугольника одна из точек касания окружностей?

4. Угол между общими касательными двух касающихся окружностей равен α . В каком отношении точка касания окружностей делит расстояние между центрами окружностей?

5. Отношение бокового ребра правильной треугольной пирамиды к стороне ее основания равно $\sqrt{2}$. Найти тангенс угла между боковой гранью и не принадлежащим ей боковым ребром.

6. В правильной треугольной пирамиде отношение стороны основания к высоте пирамиды равно $(3 - \sqrt{3})$. Вычислить котангенс угла между боковой гранью и не принадлежащим ей боковым ребром.

7. Правильная треугольная пирамида, у которой высота равна стороне основания, вписана в шар радиуса R . Найти объем пирамиды.

8. В шар радиуса R вписана правильная треугольная призма, у которой высота вдвое больше высоты основания. Найти объем призмы.

9. В правильной треугольной пирамиде отношение площади основания к площади полной поверхности равно $(\sqrt{2} - 1)$. Найти синус угла между боковым ребром пирамиды и стороной ее основания.

10. В правильной четырехугольной пирамиде площадь основания составляет треть площади полной поверхности. Найти синус угла наклона бокового ребра пирамиды к ее основанию.

11. Найти площадь равнобедренной трапеции, если ее высота равна 16, а диагональ равна 20.

12. Разность между площадью круга и площадью вписанного в него квадрата равна $2(\pi - 2)\sqrt{3}$. Найти площадь правильного шестиугольника, вписанного в этот круг.

13. В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция, меньшее основание которой составляет $2/5$ большего. Все боковые грани пирамиды образуют угол 60° с основанием. Найти угол наклона меньшего бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания.

14. В равнобедренной трапеции, являющейся основанием пирамиды, большее основание относится к меньшему как 4:3. Найти угол наклона большего бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания, если все двугранные углы при основании пирамиды равны 30° .

15. В каком отношении делит высоту и боковую поверхность прямого кругового конуса плоскость, параллельная основанию конуса, если она пересекает конус на две равные по объему части?

16. Плоскость, параллельная основанию прямого кругового конуса, делит боковую поверхность конуса в отношении 3:1, считая от вершины.

Найти отношения объемов частей конуса и частей его высоты.

17. В шар вписана правильная четырехугольная пирамида, сторона основания которой равна a и двугранный угол при основании равен α . Найти объем шара.

18. В шар радиуса r вписана правильная треугольная пирамида, у которой боковое ребро наклонено под углом α к основанию. Найти объем пирамиды.

19. В треугольнике одна из сторон равна $5a$, другая — $a\sqrt{3}$, а тангенс угла между ними равен $\sqrt{2}$. Найти радиус сферы, проходящей через вершины треугольника, если расстояние от ее центра до плоскости треугольника равно $\frac{a}{2}$.

20. На сфере радиуса R взяты три точки, являющиеся вершинами треугольника со стороной $\frac{5R}{9}$ и углами $\arccos \frac{1}{3}$ и $\arccos \sqrt{2/3}$, прилежащими к ней. Найти расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.

21. В пирамиде все грани — правильные треугольники со стороной b . Плоскость, проходящая через вершину пирамиды, делит ребра противоположной грани в отношении 1:5 и 1:3, считая от общей вершины этих ребер. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью.

22. В треугольной пирамиде все ребра равны a . Плоскость проходит через вершину пирамиды и делит одно ребро основания в отношении 1:2, а другое — 1:5, считая от общей вершины этих ребер. Найти площадь сечения пирамиды плоскостью.

23. Острый угол равен β . Во внешней его части находится точка, удаленная от сторон угла на расстояние c и d . На какое расстояние удалена точка от вершины угла.

24. Точка находится внутри острого угла, равного α , на расстоянии a и b от сторон угла. Найти расстояние от точки до вершины угла.

25. Основанием пирамиды служит прямоугольник. Каждое из боковых ребер равно a и составляет с прилежащими сторонами основания углы α и β . Найти объем пирамиды.

26. Основанием пирамиды служит прямоугольник. Две боковые грани перпендикулярны плоскости основания, две другие составляют с ней углы α и β . Найти боковую поверхность пирамиды, если ее высота равна h .

27. Основанием пирамиды является квадрат. Две боковые грани пирамиды перпендикулярны ее основанию, а две другие образуют между собой двугранный угол α . Найти площадь основания пирамиды, если площадь поверхности описанного около нее шара равна S .

28. Одно из боковых ребер пирамиды, в основании которой лежит квадрат со стороной a , перпендикулярно ее основанию. Угол между гранями, пересекающимися по наибольшему из боковых ребер, равен α . Найти радиус шара, описанного около пирамиды.

29. В равнобедренной трапеции с основаниями 2 и 6 и углом $\arccos(-\frac{2}{3})$ найти радиус окружности, касающейся боковой стороны, диагонали и большего основания трапеции.

30. В равнобедренной трапеции с основаниями 8 и 2 и углом $\arcsin \frac{\sqrt{7}}{4}$ найти радиус окружности, касающейся боковой стороны, диагонали и меньшего основания трапеции.

31. В прямоугольном треугольнике с гипотенузой a угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен α . Найти площадь треугольника.

32. Высота, опущенная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника на гипотенузу, равна h , а угол между биссектрисой и медианой, проведенными из той же вершины, равен α . Найти площадь треугольника.

33. Отношение площади диагонального сечения правильной четырехугольной пирамиды к площади ее основания равно $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3 + 2\sqrt{3}}$. Найти плоский угол при вершине пирамиды.

34. Найти плоский угол при вершине правильной четырехугольной пирамиды, если он равен углу между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

35. В основании пирамиды лежит ромб. Две боковые грани пирамиды перпендикулярны ее основанию и образуют двугранный угол величины $\arctg \frac{4}{3}$. Найти тангенс угла между двумя другими боковыми гранями, если высота пирамиды вдвое больше стороны ромба.

36. Основанием пирамиды является ромб с углом $\arctg \frac{\sqrt{7}}{3}$, через вершину которого проходит высота пирамиды, равная стороне основания. Найти тангенс двугранного угла между гранями пирамиды, ребром которого служит наибольшее ребро пирамиды.

37. Разность косинусов острых углов прямоугольного треугольника равна $\frac{2}{\sqrt{10}}$. Расстояние от точки пересечения медиан треугольника до гипотенузы равно 0,2. Какова длина гипотенузы?

38. Сумма синусов острых углов прямоугольного треугольника равна $\frac{5}{\sqrt{13}}$, а гипотенуза составляет $\sqrt{13}$. Найти расстояние от точки пересечения

медиан треугольника до гипотенузы.

39. Диаметр окружности совпадает с меньшей диагональю параллелограмма, имеющего стороны $2\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ и угол $\arcsin \frac{\sqrt{114}}{12}$. Найти расстояние от вершины параллелограмма, не лежащей на окружности, до ближайшей точки окружности.

40. Большая диагональ параллелограмма является диаметром окружности. Стороны параллелограмма составляют $2\sqrt{6}$ и $\sqrt{30}$, а угол между ними равен $\arcsin \frac{\sqrt{355}}{20}$. Найти расстояние от вершины параллелограмма, не лежащей на окружности, до ближайшей точки окружности.

41. Боковая поверхность конуса, будучи развернута на плоскость, представляет круговой сектор с углом α и хордой a . Определить объем конуса.

42. Боковая поверхность конуса, будучи развернута на плоскость, представляет круговой сектор с углом α . Определить радиус конуса, если объем конуса равен V .

43. Все грани треугольной пирамиды — правильные треугольники. Найти объем пирамиды, если расстояние между центрами ее двух граней равно 3.

44. В треугольной пирамиде все ребра равны между собой. Найти расстояние между центрами двух граней пирамиды, если площадь полной поверхности пирамиды равна $81\sqrt{3}$.

§14. Варианты письменных экзаменов по математике

Вариант 1

1. Найти двузначное число такое, что если его разделить на произведение цифр, из которых оно составлено, то в частном получится $\frac{16}{3}$, а если из него вычесть 9, то разность будет двузначным числом, которое отличается от искомого числа только порядком следования цифр.

2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно m и наклонено к плоскости основания под углом α . Найти объем пирамиды.

3. Упростить:

$$\frac{\frac{8}{\sqrt{x+1}} + (\sqrt{x+1} - 2) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x+1}} + 1 \right) + (\sqrt{x+1} + 2) \cdot \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right)}{(2 - \sqrt{x+3}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x+1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right)}$$

4. Найти $\operatorname{tg}^4 \alpha + \operatorname{ctg}^4 \alpha$, если известно, что $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 3$.
5. Решить неравенство

$$\log_2(x+4) > \log_{x+4} 16.$$

Вариант 2

1. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то получится в частном 4, а в остатке 3. Если же это число разделить на произведение его цифр, то получится в частном 3 и в остатке 5. Найти это число.

2. Основанием четырехугольной пирамиды служит ромб со стороной a и острым углом α . Все боковые грани наклонены к плоскости основания под одним и тем же углом β . Найти полную поверхность пирамиды.

3. Упростить:

$$\frac{(2 - \sqrt{x+1}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x-1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x-1}} \right)}{(\sqrt{x-1} + 2) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 \right) - (\sqrt{x-1} - 2) \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x-1}}}$$

4. Найти $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$, если известно, что $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$.
5. Решить неравенство

$$\log_2(x+3) < \log_{x+3} 16.$$

Вариант 3

1. После деления некоторого двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 4 и в остатке 3. После деления этого же двузначного числа на произведение его цифр в частном получается 1 и в остатке 14. Найти это двузначное число.

2. Решить уравнение

$$\sqrt{7-x} = \sqrt{3} + 4 - x.$$

3. Решить уравнение

$$\log_{4.8x-3.2x^2} \sin(\pi(4x^2 - 4x + 1, 25)) = 0.$$

4. Решить неравенство

$$x^2(\log_2 x - \log_x 16) > -64 \cdot \left(\frac{1}{\log_x 0,5} + 4 \cdot \log_x 2 \right).$$

5. Плоские углы при вершине треугольной пирамиды равны α , β и γ . Найти величину двугранного угла, образованного боковыми гранями с плоскими углами α и β , если $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = \arccos \frac{9\sqrt{2} + 3\sqrt{6} + 12\sqrt{3}}{48}$.

Вариант 4

1. Если двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 1, а в остатке 22. Если же из квадрата суммы цифр этого числа вычесть произведение его цифр, то получится число на 1 большее утроенного произведения этих цифр. Найти это двузначное число.

2. Решить уравнение

$$\sqrt{5-x} = \sqrt{3} + 2 - x.$$

3. Решить уравнение

$$\log_{0,8}(x - x^2 + 2) \sin(\pi(x^2 + 0,25)) = 0.$$

4. Решить неравенство

$$x^2(\log_x 625 - \log_5 x) > 16 \cdot \left(4 \cdot \log_x 5 - \frac{1}{\log_x 5}\right).$$

5. Величина двугранного угла, образованного боковыми гранями треугольной пирамиды, равна γ , плоские углы этих граней при вершине равны α и β . Найти третий плоский угол при вершине пирамиды, если $\alpha = 60^\circ$,

$$\beta = 45^\circ, \gamma = \arccos \frac{\sqrt{12 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{3}}{3}.$$

Вариант 5

1. Сумма кубов цифр двузначного числа равна 280, а сумма их равна 10. Чему равно это число?

2. Решить уравнение

$$\sqrt{8-x} = \sqrt{3} + 5 - x.$$

3. Решить уравнение

$$\log_{1,6}(3x - 2x^2) \cos(\pi(4x - 4x^2 - 0,75)) = 0.$$

4. Решить неравенство

$$x^2(\log_5 x - \log_x 625) > -16 \cdot \left(\frac{1}{\log_x 0,2} + 4 \cdot \log_x 5\right).$$

5. Плоские углы при вершине треугольной пирамиды равны α , β и γ . Найти величину двугранного угла, образованного боковыми гранями с плоскими углами α и β , если $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = \arccos \frac{\sqrt{12 + 6\sqrt{2}} + 2\sqrt{2}}{8}$.

Вариант 6

1. Сумма квадратов цифр двузначного числа, большего 40, равна 73, а произведение этих цифр больше разности их на 19. Чему равно это число?

2. Решить уравнение

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{3} - 1 - x.$$

3. Решить уравнение

$$\log_{1,6}(x - 2x^2 + 1) \sin(\pi(4x^2 + 0,25)) = 0.$$

4. Решить неравенство

$$x^2(\log_3 x - \log_x 81) > -25 \cdot \left(\frac{1}{\log_x \frac{1}{3}} + 4 \cdot \log_x 3 \right).$$

5. Плоские углы при вершине треугольной пирамиды равны α , β и γ . Найти величину двугранного угла, образованного боковыми гранями с плоскими углами α и β , если $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = \arccos \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 1}{8}$.

Вариант 7

1. Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 117, а разность между произведением цифр и их суммой в три раза меньше. Чему равно это число?

2. Решить уравнение

$$\sqrt{4-x} = \sqrt{3} + 1 - x.$$

3. Решить уравнение

$$\log_{\frac{4}{5}x - \frac{4}{5}x^2 + 1,6} \cos(\pi(0,25 - x^2)) = 0.$$

4. Решить неравенство

$$x^2(\log_x 16 - \log_2 x) > -64 \cdot \left(\frac{1}{\log_x 2} - 4 \cdot \log_x 2 \right).$$

5. Величина двугранного угла, образованного боковыми гранями треугольной пирамиды, равна γ , плоские углы этих граней при вершине равны α и β . Найти третий плоский угол при вершине пирамиды, если $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = \arccos \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6} - 3}{3}$.

Вариант 8

1. Смешали молоко с жирностью 5% с "молоком-обратом", имеющим жирность 0,4% и получили 46 л молока с жирностью в 2,5%. Сколько литров "молока-обрата" было взято?

2. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, у которой основания равны a и b ($a > b$), а острый угол равен α . Плоскость, проходящая через большее основание нижней трапеции и меньшее основание верхней, составляет с плоскостью нижнего основания угол β . Найти объем призмы.

3. Упростить

$$\left(\frac{1 + \sqrt{1-x}}{1-x + \sqrt{1-x}} - \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x - \sqrt{1+x}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} + \sqrt{1-x^2}.$$

4. Решить уравнение

$$2\sin^3 x + 2\sin^2 x \cos x - \sin x \cos^2 x - \cos^3 x = 0.$$

5. Решить неравенство

$$\log_x(x+1) < \log_{\frac{1}{x}}(2-x).$$

Вариант 9

1. Из молока, жирность которого составляет 5%, изготавливают творог жирностью 15,5%, при этом остается сыворотка жирностью 0,5%. Сколько творога получается из 1 т молока?

2. В основании прямой призмы лежит ромб с острым углом α . Отношение высоты призмы к стороне основания равно k . Через сторону основания и середину противоположного бокового ребра проведена плоскость. Найти угол между этой плоскостью и плоскостью основания.

3. Упростить

$$\left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x - \sqrt{1+x}} - \frac{1 + \sqrt{1-x}}{1-x + \sqrt{1-x}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} + \sqrt{1-x^2}.$$

4. Решить уравнение

$$\sin^3 x - 3 \sin^2 x \cos x - \sin x \cos^2 x + 3 \cos^3 x = 0.$$

5. Решить неравенство

$$\log_x(x^2 + 3x - 3) > 1.$$

Вариант 10

1. Основанием пирамиды объема V служит прямоугольник. Угол между диагоналями прямоугольника равен α , а высота пирамиды равна периметру основания. Найти площадь основания.

2. Решить уравнение

$$\sqrt{2} \cos \left(x - \frac{3}{4} \pi \right) + \sin x = |\cos x|.$$

3. Автолюбитель, желая за 4 года накопить средства на покупку автомобиля "Таврия", поместил в банк вклад в размере 5 тыс. рублей под 20% годовых. В конце каждого из первых трех лет будущий владелец авто после начисления ему банком процентов наметил дополнительно вносить на счет одну и ту же фиксированную сумму, такую, чтобы окончательный размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 369,44%. Какую сумму необходимо ежегодно добавлять вкладчику?

4. Решить неравенство

$$2\sqrt{2x^2 - 4x + 1} < 0,25 \cdot 4^x - 7 \cdot 0,5^{5-2x}.$$

5. Решить уравнение

$$\sqrt{\log_2 \frac{32}{x}} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \log_2 \frac{4}{x}.$$

Вариант 11

1. Основанием пирамиды служит прямоугольник площади S . Угол между диагоналями основания равен α , а высота пирамиды равна периметру основания. Найти объем пирамиды.

2. Решить уравнение

$$\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos x + |\sin x| = 0.$$

3. Автолюбитель, желая за 4 года накопить средства на покупку автомобиля "Волга", поместил в банк вклад в размере 8 тыс. рублей под 25% годовых. В конце каждого из первых трех лет будущий владелец авто после начисления ему банком процентов наметил дополнительно вносить на счет одну и ту же фиксированную сумму, такую, чтобы окончательный размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 501,5625%. Какую сумму необходимо ежегодно добавлять вкладчику?

4. Решить неравенство

$$3 \cdot 9^{1-x} + 6 \cdot 3^{2-2x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{8-\sqrt{x^2-5x+4}}.$$

5. Решить уравнение

$$\sqrt{\log_2 \frac{256}{x}} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = \log_2 \frac{32}{x}.$$

Вариант 12

1. Основанием пирамиды служит прямоугольник, диагональ которого равна d . Угол между диагоналями прямоугольника равен α , а высота пирамиды равна периметру основания. Найти объем пирамиды.

2. Решить уравнение

$$\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = |\cos(\pi - x)|.$$

3. Автолюбитель, желая за 4 года накопить средства на покупку автомобиля "Газель", поместил в банк вклад в размере 5 тыс. рублей под 20% годовых. В конце каждого из первых трех лет будущий владелец авто после начисления ему банком процентов наметил дополнительно вносить на счет одну и ту же фиксированную сумму, такую, чтобы окончательный размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 456,8%. Какую сумму необходимо ежегодно добавлять вкладчику?

4. Решить неравенство

$$0,5^{-\sqrt{2x^2+4x+1}} < 4 \cdot 0,25^{-x} - 7 \cdot 0,5^{1-2x}.$$

5. Решить уравнение

$$\sqrt{\log_2 \frac{128}{x}} - \operatorname{tg} \frac{4}{3} \pi = \log_2 \frac{16}{x}.$$

Вариант 13

1. Основанием пирамиды служит прямоугольник с периметром, равным $2p$. Угол между диагоналями прямоугольника равен α , а высота пирамиды равна p . Найти объем пирамиды.

2. Решить уравнение

$$-\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{5}{4}\pi \right) + \cos x = |\sin x|.$$

3. Автолюбитель, желая за 4 года накопить средства на покупку автомобиля "Жигули", поместил в банк вклад в размере 4 тыс. рублей под 25% годовых. В конце каждого из первых трех лет будущий владелец авто после начисления ему банком процентов наметил дополнительно вносить на счет одну и ту же фиксированную сумму, такую, чтобы окончательный размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 620,703125%. Какую сумму необходимо ежегодно добавлять вкладчику?

4. Решить неравенство

$$\frac{1}{3} \cdot 3^{-2x} + 6 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{2x+2} > 3^{-8+\sqrt{x^2-x-2}}.$$

5. Решить уравнение

$$\sqrt{\log_2 \frac{64}{x}} - \operatorname{ctg} \frac{7}{6}\pi = \log_2 \frac{8}{x}.$$

Вариант 14

1. Упростить

$$\sqrt[3]{\frac{y^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x-1}}{4 \sqrt{xy-1}}} \cdot \left(\frac{\frac{3}{8}}{x^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{y-1}}{\sqrt[12]{x-19}}, \text{ при } x = 0,05, y = 0,2$$

2. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \cos x \cdot \operatorname{ctg} 68^\circ + \sin 158^\circ \cdot \sin 23^\circ &= \cos 22^\circ \cdot \sin 67^\circ - \\ &- \sin(90^\circ + x) \cdot \operatorname{tg} 23^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \operatorname{tg} 22^\circ \cdot \operatorname{tg} 157^\circ \end{aligned}$$

3. Два токаря, работая одновременно, могут изготовить партию деталей за 3 ч 36 мин. После усовершенствования оснастки, работая отдельно, первый токарь тратит на всю партию деталей на 2 ч, а второй — на 3 ч меньше, чем ранее, причем теперь, работая вместе, они изготавливают всю партию за 2 ч 24 мин. За какое время, работая отдельно, каждый из

токарей может изготовить всю партию деталей, используя усовершенствованную оснастку?

4. В правильной четырехугольной пирамиде площадь основания составляет треть площади полной поверхности. Найти синус угла наклона бокового ребра пирамиды к ее основанию.

5. Найти решения неравенства $\sqrt{3x - x^2} < 4 - x$ из области определения функции $f(x) = \left(\log_{1/2} \log_3 \frac{x+1}{x-1} \right)^{1/2}$

Вариант 15

1. Упростить

$$\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{y^{-\frac{4}{21}}} \right)^{\frac{7}{2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{x\sqrt{y^{-1}}}{3\sqrt[6]{y}\sqrt[6]{x^2}}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{4}{3}}}{y^{\frac{1}{6}}} \right)^{-\frac{1}{4}}, \text{ при } x = \frac{1}{27}, y = 9$$

2. Решить уравнение

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \cos x - \sin 88^\circ \cdot \cos 28^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{tg} 88^\circ \cdot \operatorname{tg} 43^\circ + \\ &+ \sin(x - 270^\circ) \cdot \operatorname{tg} 43^\circ - \cos 88^\circ \cdot \cos 62^\circ \end{aligned}$$

3. Два токаря, работая одновременно, могут изготовить партию деталей за 3 ч 44 мин. После усовершенствования оснастки, работая отдельно, первый токарь тратит на всю партию деталей на 2 ч, а второй — на 3 ч меньше, чем ранее, причем теперь, работая вместе, они изготавливают всю партию за 2 ч 24 мин. За какое время, меньшее 10 часов, работая отдельно, каждый из токарей может изготовить всю партию деталей, используя усовершенствованную оснастку?

4. В правильной треугольной пирамиде отношение площади основания к площади полной поверхности равно $(\sqrt{2} - 1)$. Найти синус угла между боковым ребром пирамиды и стороной ее основания.

5. Найти решения неравенства $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2 + x}{x + 4} < 0$ из области определения функции $y = \sqrt{1 - \frac{64}{x^2}}$

Вариант 16

1. Решить неравенство

$$\log_{\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6} - 2\sqrt{7} + 2}{2}} (x^2 - 3x + 3) > 0$$

2. Решить неравенство

$$\frac{x^2 - 1 + |x + 1|}{x(x - 2)} \geq 0$$

3. Определить количество корней уравнения

$$\left(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} \frac{7}{6}\pi - \operatorname{tg} \frac{7}{8}\pi + \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \cdot \operatorname{tg} x \right) \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{4} - 1 \right) \left(200 - \frac{3x}{2} \right)} = 0$$

4. В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция, меньшее основание которой составляет $\frac{2}{5}$ большего. Все боковые грани пирамиды образуют угол 60° с основанием. Найти угол наклона меньшего бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания.

5. Имеются три сплава, составленные из меди, свинца и никеля. В первый сплав входят только медь и свинец в весовом отношении 5 : 1, во второй сплав входят только свинец и никель в весовом отношении 2 : 3, в третий сплав входят только медь и никель в весовом отношении 1 : 2. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве медь, свинец и никель содержались в весовом отношении 11 : 4 : 5? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

Вариант 17

1. Решить неравенство

$$\log_{\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{6} + 2}{2}} (5x - x^2 - 5) < 0$$

2. Решить неравенство

$$\frac{2|2x - 1|}{x^2 - x - 2} > 1$$

3. Определить количество корней уравнения

$$\left(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{6}{5}\pi + \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{5} \cdot \operatorname{tg} x \right) \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{3} - 2 \right) \left(150 - \frac{2x}{3} \right)} = 0$$

4. В равнобедренной трапеции, являющейся основанием пирамиды, большее основание относится к меньшему как 4 : 3. Найти угол наклона большего бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания, если все двугранные углы при основании пирамиды равны 30° .

5. Имеются три сплава, составленные из золота, серебра и платины. В первый сплав входят только золото и серебро в весовом отношении 5 : 1, во второй сплав входят только серебро и платина в весовом отношении 8 : 7,

в третий сплав входят только золото и платина в весовом отношении 7 : 2. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве золото, серебро и платина содержались в весовом отношении 4 : 3 : 3? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

Вариант 18

1. Решить неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{7}{6}})} (x^2 - 4x + 4) > 0$$

2. Решить неравенство

$$\frac{|x^2 - 1| + 1 + x}{x(x - 2)} \leq 0$$

3. Определить количество корней уравнения

$$\left(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \cdot \operatorname{tg} x \right) \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{2} - 1 \right) \left(120 - \frac{3x}{2} \right)} = 0$$

4. В шар вписана правильная четырехугольная пирамида, сторона основания которой равна a и двугранный угол при основании равен α . Найти объем шара.

5. Имеются три сплава, составленные из меди, алюминия и магния. В первый сплав входят только медь и алюминий в весовом отношении 3 : 1, во второй сплав входят только алюминий и магний в весовом отношении 7 : 1, в третий сплав входят только медь и магний в весовом отношении 3 : 5. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве медь, алюминий и магний содержались в весовом отношении 6 : 7 : 2? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

Вариант 19

1. Решить неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{6}{7}} + \sqrt{\frac{8}{7}})} (6x - x^2 - 7) < 0$$

2. Решить неравенство

$$\frac{|x^2 - 4| + x + 2}{x^2 - 4x + 3} \geq 0$$

3. Определить количество корней уравнения

$$\left(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{16} + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{16} \cdot \operatorname{tg} x \right) \cdot \sqrt{\left(\frac{x}{8} - 1 \right) \left(50 - \frac{3x}{4} \right)} = 0$$

4. В шар радиуса r вписана правильная треугольная пирамида, у которой боковое ребро наклонено под углом α к основанию. Найти объем пирамиды.

5. Имеются три сплава, составленные из олова, свинца и висмута. В первый сплав входят только олово и свинец в весовом отношении 10 : 1, во второй сплав входят только свинец и висмут в весовом отношении 1 : 2, в третий сплав входят только олово и висмут в весовом отношении 2 : 1. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве олово, свинец и висмут содержались в весовом отношении 12 : 3 : 5? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти смеси?

Вариант 20

1. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна l и составляет с боковым ребром угол α . Найти объем параллелепипеда, если периметр его основания равен P .

2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - |y - x| + y^2 = 8, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

3. Решить неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}(\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{7}{6}})} (x^2 - 4x + 4) > 0$$

4. Решить уравнение

$$\sin(x + 20^\circ) \cdot \cos^2 80^\circ - \sin 20^\circ \cdot \cos 100^\circ = \sin 80^\circ \cdot \sin 70^\circ - \cos(70^\circ - x) \cdot \sin^2 100^\circ$$

5. Два точки начинают одновременно двигаться равномерно по прямым Ox и Oy , пересекающимся под прямым углом. Первая точка движется со скоростью 4 м/с по прямой Ox от точки A к точке O , находящейся на расстоянии 100 м от точки A . Вторая точка движется со скоростью 3 м/с по прямой Oy от точки B к точке O , находящейся на расстоянии 125 м от точки B . Через сколько минут после начала движения расстояние между точками будет наименьшим?

Вариант 21

1. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом α . Диагональ большей боковой грани равна d и образует с боковым ребром угол β . Найти объем призмы.

2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + |x - y| + y^2 = 8, \\ y - 2x = 5. \end{cases}$$

3. Решить неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{\frac{6}{7}} + \sqrt{\frac{8}{7}}) (6x - x^2 - 7) < 0$$

4. Решить уравнение

$$\sin(x + 10^\circ) \cdot \sin^2 35^\circ - \cos 80^\circ \cdot \cos 215^\circ = \sin 145^\circ \cdot \cos 170^\circ - \\ - \cos(80^\circ - x) \cdot \cos^2 215^\circ$$

5. Две точки начинают одновременно двигаться равномерно по прямым Ox и Oy , пересекающимся под прямым углом. Первая точка движется со скоростью 12 м/с по прямой Ox от точки A к точке O , находящейся на расстоянии 84 м от точки A . Вторая точка движется со скоростью 5 м/с по прямой Oy от точки B к точке O , находящейся на расстоянии 100 м от точки B . Найти наименьшее расстояние между этими точками во время движения.

Вариант 22

1. Решить уравнение

$$\log_3 -_{2x} [4x^2 - 12x + 9 + 3(2^{3x} + 2^x + 3)] - 2^{2x + \frac{1}{\log_{17} 2}} = 2.$$

2. В треугольнике одна из сторон равна a , другая $\frac{5}{3}a$, а тангенс угла между ними равен $2\sqrt{2}$. Найти радиус сферы, проходящей через вершины треугольника, если объем пирамиды с вершиной в центре сферы и основанием, совпадающим с данным треугольником равен $\frac{5\sqrt{3}}{27}a^3$.

3. Найти сумму корней уравнения

$$\sqrt{(3\pi - x)(x + 2\pi)} \cdot \left(\sqrt{\cos(2\pi - 2x)} + \sqrt{1 - \sin 2x} - 2\sqrt{\sin x - \cos x} \right) = 0$$

4. В начале года фирма выбирает банк для получения кредита среди нескольких банков, кредитующих под разные проценты. Полученным кредитом фирма предполагает распорядиться следующим образом: 70% кредита направить на организацию продажи компьютеров, а остальные 30% — на проведение компьютерных курсов, при этом торговля компьютерами может принести прибыль в размере от 33% до 45% годовых, а курсы — от 23% до 35% годовых. В конце года фирма должна вернуть кредит банку вместе с процентами и при этом может рассчитывать на чистую прибыль от указанной деятельности не менее 12%, но не более 15% годовых от всего полученного кредита. Какими должны быть наименьшая и наибольшая процентные ставки кредитования выбираемых банков, чтобы фирма гарантированно обеспечила себе указанный выше уровень прибыли?

5. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{1+4x(x-1)} + \sqrt{-8x^2+40x-32} - 4x + 5}{\log_{\frac{7}{5}}(x-1) - \arccos(x-3)} > 0$$

Вариант 23

1. Решить уравнение

$$\log_5 - 2x [4x^2 - 20x + 25 + 3(2^{3x-3} + 2^{x+2}) - 2^{2x-2} + \frac{1}{\log_{17} 2}] = 2.$$

2. На сфере радиуса, равного 1, 5а взяты три точки, являющиеся вершинами остроугольного треугольника со стороной $\frac{5}{3}a$ и углами $\arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$, прилежащими к ней. Найти объем пирамиды с вершиной в центре сферы и основанием, совпадающим с данным треугольником.

3. Найти сумму корней уравнения

$$\sqrt{25-x^2} \cdot \left(\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)} + \sqrt{1 - \sin 2x} - 2\sqrt{\cos x - \sin x} \right) = 0.$$

4. В начале года фирма выбирает банк для получения кредита среди нескольких банков, кредитующих под разные проценты. Полученным кредитом фирма предполагает распорядиться следующим образом: 75% кредита направить на торговлю программным продуктом "Бухгалтерия", а остальные 25% — на организацию учебно-консультационного пункта "Математика", при этом торговля программным продуктом может принести прибыль в размере от 36% до 44% годовых, а "Математика" — от 20%

до 24% годовых. В конце года фирма должна вернуть кредит банку вместе с процентами и при этом может рассчитывать на чистую прибыль от указанной деятельности не менее 19%, но не более 22% годовых от всего полученного кредита. Какими должны быть наименьшая и наибольшая процентные ставки кредитования выбираемых банков, чтобы фирма гарантированно обеспечила себе указанный выше уровень прибыли?

5. Решить неравенство

$$\frac{5x - 6 - \sqrt{1 + 3x(3x + 2)} - \sqrt{-4x^2 + 16x + 20}}{\arcsin(x - 4) + \log_{\text{ctg} \frac{\pi}{3}}(x - 2) - \frac{\pi}{2}} < 0.$$

Вариант 24

1. Решить уравнение

$$\log_{3x-2}[9x^2 - 12x + 4 + 2(2 \cdot 3^{3x} + 3^{x+2}) - 3^{2x + \frac{1}{\log_{17} 3}}] = 2.$$

2. В остроугольном треугольнике одна из сторон равна a , другая $\frac{a\sqrt{6}}{9}$, а тангенс угла между ними равен $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Найти радиус сферы, проходящей через вершины треугольника, если объем пирамиды с вершиной в центре сферы и основанием, совпадающим с данным треугольником равен $\frac{\sqrt{2}}{108}a^3$.

3. Найти сумму корней уравнения

$$\sqrt{81 - x^2} \cdot (\sqrt{\cos 2x} + \sqrt{1 + \sin 2x} - 2\sqrt{\sin x + \cos x}) = 0.$$

4. В начале года фирма выбирает банк для получения кредита среди нескольких банков, кредитующих под разные проценты. Полученным кредитом фирма предполагает распорядиться следующим образом: 60% кредита направить на торговлю канцтоварами, а остальные 40% — на организацию подготовительных курсов, при этом торговля канцтоварами может принести прибыль в размере от 35% до 45% годовых, а курсы — от 20% до 25% годовых. В конце года фирма должна вернуть кредит банку вместе с процентами и при этом может рассчитывать на чистую прибыль от указанной деятельности не менее 12%, но не более 19% годовых от всего полученного кредита. Какими должны быть наименьшая и наибольшая процентные ставки кредитования выбираемых банков, чтобы фирма гарантированно обеспечила себе указанный выше уровень прибыли?

5. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{1+x(x+2)} + \sqrt{-3x^2+6x+24} + 5 - 4x}{\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(x-1) + \arcsin(x-3) - 2} > 0.$$

Вариант 25

1. Решить уравнение

$$\log_{3x+1}[9x^2+6x+1+54(2 \cdot 3^{3x}+3^x)-9 \cdot 3^{2x+\frac{1}{\log_{17}3}}]=2.$$

2. На сфере радиуса, равного R , взяты три точки, являющиеся вершинами треугольника со стороной $\frac{2R}{3}$ и острыми углами $\arccos \frac{1}{3}$ и $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$, прилежащим к ней. Найти объем пирамиды с вершиной в центре сферы и основанием, совпадающим с данным треугольником.

3. Найти сумму корней уравнения

$$\sqrt{(3\pi+x)(2\pi-x)} \cdot \left(\sqrt{\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)} + \sqrt{1+\sin 2x} - 2\sqrt{-\sin x - \cos x} \right) = 0.$$

4. В начале года фирма выбирает банк для получения кредита среди нескольких банков, кредитующих под разные проценты. Полученным кредитом фирма предполагает распорядиться следующим образом: 65% кредита направить на организацию торговли офисной мебелью, а остальные 35% — на проведение компьютерных курсов, при этом торговля мебелью может принести прибыль в размере от 38% до 55% годовых, а курсы — от 24% до 35% годовых. В конце года фирма должна вернуть кредит банку вместе с процентами и при этом может рассчитывать на чистую прибыль от указанной деятельности не менее 18%, но не более 23,1% годовых от всего полученного кредита. Какими должны быть наименьшая и наибольшая процентные ставки кредитования выбираемых банков, чтобы фирма гарантированно обеспечила себе указанный выше уровень прибыли?

5. Решить неравенство

$$\frac{3x-5-\sqrt{1+4x(x-1)}-\sqrt{-2x^2+12x-10}}{\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(x-2)-\arccos(x-4)} < 0.$$

Вариант 26

1. Решить неравенство

$$(x^2 - 4|x| + 3) \cdot \sqrt{\sin 126^\circ - a} \cdot \log_a \operatorname{ctg} 40^\circ > 0$$

2. Решить уравнение

$$\sin(x - 10^\circ) \cdot \sin^2 50^\circ + \cos 80^\circ \cdot \sin 140^\circ = \sin 50^\circ \cdot \cos 170^\circ - \\ - \cos(100^\circ - x) \cdot \cos^2 130^\circ$$

3. Найти натуральные n из уравнения

$$(2 + 4,5 + 7 + \dots + (4,5 + 2,5n)) + (2 + 4 + 6 + \dots + 2(n-1)) = 188,5$$

4. При каких x график функции $f(x)$ лежит ниже оси абсцисс, если

$$f(x) = \frac{1 + \log_3 5}{1 - \log_3 5 \cdot \log_5 \pi} + 1 - \log_3 \frac{6x^2 - 4x - 2}{\pi \arccos(-0,5)}$$

5. Основание равнобедренного треугольника с острым углом α при вершине является диаметром окружности. Найти площадь трапеции, отсекаемой от треугольника прямой, проходящей через точки пересечения окружности с боковыми сторонами треугольника, если высота треугольника, проведенная к основанию, равна h .

6. Имеются три фирмы " α ", " β ", " γ ". Эти фирмы являются учредителями трех акционерных обществ. Учредителями первого общества " $\alpha\beta$ " являются только " α " и " β ", причем они делят пакет акций в отношении 5 : 1, второго общества " $\beta\gamma$ " — только фирмы " β " и " γ ", они делят пакет акций в отношении 2 : 3. Учредителями третьего общества " $\alpha\gamma$ " являются только " α " и " γ ", пакет акций они делят в отношении 1 : 2. Возможно ли из трех акционерных обществ " $\alpha\beta$ ", " $\beta\gamma$ " и " $\alpha\gamma$ " создать новую компанию, такую что в этом новом объединении участие компаний " α ", " β " и " γ " определялось бы как 11 : 4 : 5? Если это возможно, то в каком отношении должны быть сформированы пакеты акций компаний " $\alpha\beta$ ", " $\beta\gamma$ " и " $\alpha\gamma$ "?

7. При каких значениях параметра a функция

$f(x) = \lg((x^2 + 3) \cdot \log_{0,5} a + 2x \cdot \log_2 a + 4x - 6)$ определена на всей числовой оси?

Вариант 27

1. Решить неравенство

$$(5|x| - x^2 - 6) \cdot \sqrt{a - \operatorname{ctg} 40^\circ} \cdot \log_a \sin 130^\circ > 0$$

2. Решить уравнение

$$\sin(x + 20^\circ) \cdot \cos^2 80^\circ - \sin 20^\circ \cdot \cos 100^\circ = \sin 80^\circ \cdot \sin 70^\circ -$$

$$-\cos(70^\circ - x) \cdot \sin^2 100^\circ$$

3. Найти натуральные n из уравнения

$$(2,5 + 4,5 + 6,5 + \dots + (6,5 + 2n)) + (3 + 6 + 9 + \dots + 3(n+1)) = 223$$

4. При каких x график функции $f(x)$ лежит выше оси абсцисс, если

$$f(x) = \frac{\log_2 3}{2 - \log_2 3 \cdot \log_3 \pi} + 1 + 0,5 \log \frac{2x^2 - 3x - 5}{\frac{\sqrt{\pi}}{2} \arccos(-\frac{1}{\sqrt{2}})}$$

5. Равнобедренная трапеция описана около окружности. Ее диагональ равна d , а острый угол при основании равен α . Найти радиус окружности.

6. Имеются три фирмы "Z", "S", "P". Эти фирмы являются учредителями трех акционерных обществ. Учредителями первого общества "ZS" являются только "Z" и "S", причем они делят пакет акций в отношении 5 : 1, второго общества "SP" — только фирмы "S" и "P", они делят пакет акций в отношении 8 : 7. Учредителями третьего общества "ZP" являются только "Z" и "P", пакет акций они делят в отношении 7 : 2. Возможно ли из трех акционерных обществ "ZS", "SP" и "ZP" создать новую компанию, такую что в этом новом объединении участие компаний "Z", "S" и "P" определялось бы как 4 : 3 : 3? Если это возможно, то в каком отношении должны быть сформированы пакеты акций компаний "ZS", "SP" и "ZP"?

7. При каких значениях параметра a функция

$f(x) = \lg((x^2 + 3) \cdot \log_{0,5} a + 2x \cdot \log_2 a + 2x^2)$ определена на всей числовой оси?

Вариант 28

1. Решить неравенство

$$(3|x| - x^2 - 2) \cdot \sqrt{\cos 26^\circ - a} \cdot \log_a \operatorname{tg} 46^\circ > 0$$

2. Решить уравнение

$$\sin(x + 10^\circ) \cdot \sin^2 35^\circ - \cos 80^\circ \cdot \cos 215^\circ = \sin 145^\circ \cdot \cos 170^\circ - \cos(80^\circ - x) \cdot \cos^2 215^\circ$$

3. Найти натуральные n из уравнения

$$(1,5 + 3 + 4,5 + \dots + 1,5(n+1)) + (3 + 4,5 + 6 + \dots + 1,5n) = 180$$

4. При каких x график функции $f(x)$ лежит ниже оси абсцисс, если

$$f(x) = \frac{\log_2 30 - 1}{\log_2 3 - \log_5 \pi \cdot \log_2 5} + 1 - 0,5 \log \frac{6x^2 - 16x + 8}{\sqrt{\frac{3}{\pi}} \operatorname{arccotg}(-\frac{1}{\sqrt{3}})}$$

5. В равнобедренной трапеции с основаниями 8 и 2 и углом $\arcsin \frac{\sqrt{7}}{4}$ найти радиус окружности, касающейся боковой стороны, диагонали и меньшего основания трапеции.

6. Имеются три фирмы "М", "А", "Г". Эти фирмы являются учредителями трех акционерных обществ. Учредителями первого общества "МА" являются только "М" и "А", причем они делят пакет акций в отношении 3 : 1, второго общества "АГ" — только фирмы "А" и "Г", они делят пакет акций в отношении 7 : 1. Учредителями третьего общества "МГ" являются только "М" и "Г", пакет акций они делят в отношении 3 : 5. Возможно ли из трех акционерных обществ "МА", "АГ" и "МГ" создать новую компанию, такую что в этом новом объединении участие компаний "М", "А" и "Г" определялось бы как 6 : 7 : 2? Если это возможно, то в каком отношении должны быть сформированы пакеты акций компаний "МА", "АГ" и "МГ"?

7. При каких значениях параметра a функция

$f(x) = \lg((x^2 - 2x) \cdot \log_{0,25} a - 3 \log_4 a - x^2 + 6x - 9)$ определена на всей числовой оси?

Вариант 29

1. Решить неравенство

$$(x^2 - 7|x| + 10) \cdot \sqrt{a - \operatorname{tg} 46^\circ} \cdot \log_a \cos 26^\circ > 0$$

2. Решить уравнение

$$\sin(x - 25^\circ) \cdot \sin^2 95^\circ + \sin 25^\circ \cdot \cos 85^\circ = \sin 95^\circ \cdot \sin 65^\circ - \cos(115^\circ - x) \cdot \cos^2 85^\circ$$

3. Найти натуральные n из уравнения

$$(2 + 5, 5 + 9 + \dots + (3, 5n - 5)) + (2, 5 + 5 + 7, 5 + \dots + 2, 5(n + 1)) = 251, 5$$

4. При каких x график функции $f(x)$ лежит выше оси абсцисс, если

$$f(x) = \frac{\log_5 12 - \log_{0,2} 0,25}{\log_5 4 - \log_2 \pi \cdot \log_5 2} + 1 + \log_{\frac{\pi}{4}} \frac{2x^2 - 7x}{\operatorname{arctg}(-1)}$$

5. Угол между общими касательными двух касающихся окружностей равен α . В каком отношении точка касания окружностей делит расстояние между центрами окружностей?

6. Имеются три фирмы "А", "В", "С". Эти фирмы являются учредителями трех акционерных обществ. Учредителями первого общества "АВ" являются только "А" и "В", причем они делят пакет акций в отношении 10 : 1, второго общества "ВС" — только фирмы "В" и "С", они делят пакет

акций в отношении 1 : 2. Учредителями третьего общества "AC" являются только "A" и "C", пакет акций они делят в отношении 2 : 1. Возможно ли из трех акционерных обществ "AB", "BC" и "AC" создать новую компанию, такую что в этом новом объединении участие компаний "A", "B" и "C" определялось бы как 12 : 3 : 5? Если это возможно, то в каком отношении должны быть сформированы пакеты акций компаний "AB", "BC" и "AC"?

7. При каких значениях параметра a функция

$f(x) = \lg((x^2 - 2x) \cdot \log_{0,25} a + 3(x^2 - \log_4 a) - 2x + 3)$ определена на всей числовой оси?

Вариант 30

1. Решить неравенство

$$(6|x| - x^2 - 5) \cdot \sqrt{\sin 32^\circ - a} \cdot \log_a \operatorname{tg} 44^\circ > 0$$

2. Решить уравнение

$$\sin(x - 20^\circ) \cdot \sin^2 130^\circ + \sin 160^\circ \cdot \cos 50^\circ = \cos 40^\circ \cdot \cos 20^\circ - \\ - \cos(110^\circ - x) \cdot \cos^2 50^\circ$$

3. Найти натуральные n из уравнения

$$(1, 5 + 3, 5 + 5, 5 + \dots + (2n + 5, 5)) + (2 + 4 + 6 + \dots + 2(n - 2)) = 168, 5$$

4. При каких x график функции $f(x)$ лежит выше оси абсцисс, если

$$f(x) = \frac{\log_3 2 - \log_{\sqrt{3}} \sqrt{6}}{\log_5 \pi \cdot \log_3 5 - \log_3 4} + 1 + \log_{\frac{\pi}{4}} \frac{2x^2 - 5x - 3}{\operatorname{arccotg}(-1)}$$

5. В равнобедренной трапеции с основаниями 2 и 6 и углом $\arccos(-\frac{2}{3})$ найти радиус окружности, касающейся боковой стороны, диагонали и большего основания трапеции.

6. Имеются три фирмы "U", "V", "W". Эти фирмы являются учредителями трех акционерных обществ. Учредителями первого общества "UV" являются только "U" и "V", причем они делят пакет акций в отношении 5 : 1, второго общества "VW" — только фирмы "V" и "W", они делят пакет акций в отношении 5 : 1. Учредителями третьего общества "UW" являются только "U" и "W", пакет акций они делят в отношении 1 : 1. Возможно ли из трех акционерных обществ "UV", "VW" и "UW" создать новую компанию, такую что в этом новом объединении участие компаний "U", "V" и "W" определялось бы как 11 : 7 : 2? Если это возможно, то в каком отношении должны быть сформированы пакеты акций компаний "UV", "VW" и "UW"?

7. При каких значениях параметра a функция

$f(x) = \lg((x^2 + 3) \cdot \log_{0,5} a - 2x(2 - \log_2 a) + 4x^2 + 6)$ определена на всей числовой оси?

Вариант 31

1 Упростить

$$\frac{(2 - \sqrt{x}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x-2}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x-2}} \right)}{(\sqrt{x-2} + 2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-2}} - 1 \right) - (\sqrt{x-2} - 2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-2}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x-2}}}$$

2. Решить уравнение

$$x \frac{\lg x + 5}{3} = 10^5 + \lg x$$

3. Большая диагональ параллелограмма является диаметром окружности. Стороны параллелограмма составляют $2\sqrt{6}$ и $\sqrt{30}$, а угол между ними равен $\arcsin \frac{\sqrt{355}}{20}$. Найти расстояние от вершины параллелограмма, не лежащей на окружности, до ближайшей точки окружности.

4. Построить график функции

$$y = \sin 2x + \sin 2x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos^2 2x + \dots + \sin 2x \cos^k 2x + \dots$$

5. Решить неравенство

$$3x + 4 > \sqrt{9 + 4x(x + 3)} + \sqrt{-2x^2 - 8x + 10}$$

6. Для каждого значения параметра a найти число корней уравнения $|x + 1| = ax - 4a - 1$. Выписать все решения.

7. Небольшая мебельная фирма производит книжные шкафы и серванты. На изготовление одного книжного шкафа расходуется 1 м^2 древесно-стружечной плиты, $\frac{4}{3} \text{ м}^2$ сосиновой доски и 1,5 человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для серванта даются цифрами: $1,5 \text{ м}^2$ древесно-стружечной плиты; $1,5 \text{ м}^2$ сосновой доски и 4,5 человеко-часа. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 500 руб, а серванта — 1200 руб. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 120 м^2 древесно-стружечной плиты, 150 м^2 сосновых досок и 315 человеко-часов рабочего времени. В каких количествах следует выпускать книжные шкафы и серванты, чтобы ожидаемая месячная прибыль была максимальной? Какова эта прибыль?

Вариант 32

1. Упростить

$$\left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x - \sqrt{1+x}} - \frac{1 + \sqrt{1-x}}{1-x + \sqrt{1-x}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} + \sqrt{1-x^2}$$

2. Решить уравнение

$$x^{\log_4 x - 2} = 2^3(\log_4 x - 1)$$

3. В прямоугольном треугольнике с гипотенузой a угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен α . Найти площадь треугольника.

4. Построить график функции

$$y = 2 \cos^2 \frac{x}{2} + \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{1 + \cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \cos^2 \frac{x}{2}\right)^2} + \dots + \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \cos^2 \frac{x}{2}\right)^k} + \dots$$

5. Решить неравенство

$$4x - 5 > \sqrt{1 + 4x(x-1)} + \sqrt{-8x^2 + 40x - 32}$$

6. Для каждого значения параметра a найти число корней уравнения $|x+3| = ax + a + 4$. Выписать все решения

7. Небольшая мебельная фирма производит книжные шкафы и письменные столы. На изготовление одного шкафа расходуется $1,5 \text{ м}^2$ сосновых досок стандартного сечения, 1 м^2 березовых досок и 3 человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для письменного стола даются цифрами: 1 м^2 сосновых досок; 1 м^2 березовых досок и 6 человеко-часов. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 900 руб, а письменного стола — 1200 руб. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 120 м^2 сосновых досок, 100 м^2 березовых досок и 540 человеко-часов рабочего времени. В каких количествах следует ежемесячно выпускать книжные шкафы и столы, чтобы ожидаемая месячная прибыль была максимальной? Какова эта прибыль?

Вариант 33

1. Упростить

$$\frac{(2 - \sqrt{x+3}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x+1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right)}{\frac{8}{\sqrt{x+1}} + (\sqrt{x+1} - 2) \left(\frac{2}{\sqrt{x+1}} + 1 \right) + \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right) (\sqrt{x+1} + 2)}$$

2. Решить уравнение

$$x^1 - \frac{1}{3} \lg x^2 - \frac{1}{\sqrt[3]{100}} = 0$$

3. Высота, опущенная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника на гипотенузу, равна h , а угол между биссектрисой и медианой, проведенными из той же вершины, равен α . Найти площадь треугольника.

4. Построить график функции

$$y = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{1 + \sin^2 \frac{x}{2}} + \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \sin^2 \frac{x}{2}\right)^2} + \dots + \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\left(1 + \sin^2 \frac{x}{2}\right)^k} + \dots$$

5. Решить неравенство

$$5x - 6 > \sqrt{1 + 3x(3x + 2)} + \sqrt{-4x^2 + 16x + 20}$$

6. Для каждого значения параметра a найти число корней уравнения $|x - 2| = 5 - 3ax + 4a$. Выписать все решения

7. Небольшая мебельная фирма производит книжные шкафы и стеллажи. На изготовление одного книжного шкафа расходуется 2 м^2 сосновой доски, 3 м^2 древесно-стружечной плиты и 2,6 человеко-часов рабочего времени. Аналогичные данные для стеллажа даются цифрами: 1 м^2 сосновой доски; $4,5 \text{ м}^2$ древесно-стружечной плиты и 2 человеко-часа. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 1100 руб, а стеллажа — 900 руб. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 160 м^2 сосновых досок, 360 м^2 древесно-стружечной плиты и 260 человеко-часов рабочего времени. В каких количествах следует ежемесячно выпускать книжные шкафы и стеллажи, чтобы ожидаемая месячная прибыль была максимальной? Какова эта прибыль?

Вариант 34

1. Упростить

$$\left(\frac{1 + \sqrt{1-x}}{1-x + \sqrt{1-x}} - \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x - \sqrt{1+x}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} + \sqrt{1-x^2}$$

2. Решить уравнение

$$x^{\lg x} = 1000x^2$$

3. Разность косинусов острых углов прямоугольного треугольника равна $\frac{2}{\sqrt{10}}$. Расстояние от точки пересечения медиан треугольника до гипотенузы равно 0,2. Какова длина гипотенузы?

4. Построить график функции

$$y = \sin 2x - \sin 2x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos^2 2x - \dots \\ + (-1)^{k-1} \sin 2x \cos^{k-1} 2x + \dots$$

5. Решить неравенство

$$5x - 7 > \sqrt{4 + 3x(3x - 4)} + \sqrt{-2x^2 + 4x + 16}$$

6. Для каждого значения параметра a найти число корней уравнения $2|x - 1| = ax - 3a - 7$. Выписать все решения

7. Небольшая мебельная фирма производит книжные полки и стеллажи. На изготовление одной книжной полки расходуется 1 м² сосновой доски, 1 м² древесно-стружечной плиты доски и $\frac{8}{3}$ человеко-часов рабочего времени. Аналогичные данные для стеллажа даются цифрами: 0,75 м² сосновой доски; 2,25 м² древесно-стружечной плиты и 3 человеко-часа. Прибыль от реализации одной книжной полки составляет 200 руб, а стеллажа — 300 руб. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 180 м² сосновой доски, 360 м² древесно-стружечной плиты и 660 человеко-часов рабочего времени. В каких количествах следует ежемесячно выпускать книжные полки и стеллажи, чтобы ожидаемая месячная прибыль была максимальной? Какова эта прибыль?

Вариант 35

1. Упростить

$$\frac{(2 - \sqrt{x+1}) : \left(\sqrt{\frac{2}{x-1}} + 1 - \frac{2}{\sqrt{x-1}} \right)}{(\sqrt{x-1} + 2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 \right) - (\sqrt{x-1} - 2) \left(\frac{2}{\sqrt{x-1}} + 1 \right) - \frac{8}{\sqrt{x-1}}}$$

2. Решить уравнение

$$27x^{\log_{27} x} = x^{\frac{10}{3}}$$

3. Сумма синусов острых углов прямоугольного треугольника равна $\frac{5}{\sqrt{13}}$, а гипотенуза составляет $\sqrt{13}$. Найти расстояние от точки пересечения медиан треугольника до гипотенузы.

4. Построить график функции

$$y = \sin 2x + \sin 2x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \sin 2x \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \dots \\ + \sin 2x \sin^k\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \dots$$

5. Решить неравенство

$$4x - 5 > \sqrt{1 + x(x + 2)} + \sqrt{-3x^2 + 6x + 24}$$

6. Для каждого значения параметра a найти число корней уравнения $2|x| = ax - 3a - 5$. Выписать все решения

7. Небольшая мебельная фирма производит книжные шкафы и столы. На изготовление одного книжного шкафа расходуется $1,5 \text{ м}^2$ древесно-стружечной плиты, 1 м^2 пластика и 3 человеко-часа рабочего времени. Аналогичные данные для стола даются цифрами: 2 м^2 древесно-стружечной плиты; $\frac{2}{3} \text{ м}^2$ пластика и 2,5 человеко-часа. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 500 руб, а стола — 400 руб. В течение одного месяца в распоряжении фирмы имеются: 360 м^2 древесно-стружечной плиты, 160 м^2 пластика и 560 человеко-часов рабочего времени. В каких количествах следует ежемесячно выпускать книжные шкафы и столы, чтобы ожидаемая месячная прибыль была максимальной? Какова эта прибыль?

§15. Итоговые экзаменационные тесты (простые)

Т-1	Сложность 1	1
01	Прямые $2x - 3y = 11$, $3x + 5y = -12$ пересекаются в точке	
1	(7; 1)	2
	(2,5; -2)	3
	(2; -3)	4
	(1; -3)	5
	(3; 1).	
02	Скорость реки составляет 3 км/ч. Моторная лодка проходит 18 км по течению за 30 мин быстрее, чем то же расстояние против течения реки. Собственная скорость лодки равна	
1	14 км/ч	2
	15 км/ч	3
	16 км/ч	4
	17 км/ч	5
	20 км/ч.	
03	Число -1 является корнем уравнения $2 x + 2 - x = ax + 7$, если	
1	$a = 4$	2
	$a = -4$	3
	$a = 6$	4
	$a = -6$	5
	$a = 0$.	
04	Сумма целых решений неравенства $ x - 4 < 4$ равна	
1	28	2
	27	3
	35	4
	20	5
	26.	
05	Длина отрезка, на котором определена функция $y = \sqrt{(9 - x)(x - 1)}$, равна	
1	9	2
	1	3
	8	4
	10	5
	7.	
06	Уравнение $x = 3 + 2\sqrt{x}$ имеет корни	
1	1	2
	9	3
	1; 9	4
	4	5
	1; 4.	
07	Корень уравнения $\frac{3}{x^2 + 2x} - \frac{2}{2x - x^2} = \frac{-3}{4 - x^2}$ равен	
1	1	2
	2	3
	3	4
	4	5
	корней нет.	
08	Область определения функции $y = \sqrt{\frac{x}{x-1}} + \sqrt{x+3}$ совпадает с множеством	
1	$[-3; 0]$	2
	$[-3; +\infty)$	3
	$[-3; 0] \cup (1; +\infty)$	
4	$(-\infty; -3] \cup (0; 1]$	5
	$[0; 1)$.	

Т-1

Сложность 1

2

09

Выражение $\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} + \frac{3}{\sqrt{11}-\sqrt{5}}$ равно

- 1 $\sqrt{7}$ 2 $\sqrt{11}$ 3 -1 4 0 5 $\sqrt{5}$.

10

СТВОМ

Область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 4}$ совпадает с множе-

- 1 $[-3; 3]$ 2 $x \leq \pm 2$ 3 $[-2; 2]$
4 $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ 5 $x \geq \pm 2$.

11

Множество всех решений неравенства $\frac{1}{x-2} > \frac{3}{3-x}$ равно

- 1 $(-\infty; 2; 25)$ 2 $(2; 2; 25) \cup (3; +\infty)$ 3 $(1; 5; +\infty)$
4 $(1; 5; 2) \cup (3; +\infty)$ 5 $(2; 25; +\infty)$.

12

Ордината вершины параболы $y = -x^2 + ax + 5$, проходящей через точку $(2; 5)$, равна

- 1 2 2 -6 3 -2 4 3 5 6 .

13

Выражение $\sin(\alpha - \pi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \frac{3}{2}\pi) \cdot \sin(\alpha - \frac{\pi}{2})$ равно

- 1 $-\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ 2 $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ 3 $-\sin^2 \alpha$
4 $-\cos^2 \alpha$ 5 $\sin^2 \alpha$.

14

Уравнение $2x^2 - 4x - a = 0$ не имеет решений при всех

- 1 $a < -1$ 2 $a < -2$ 3 $a > -3$ 4 $a > -4$ 5 $a > -5$.

15

Выражение $\frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} - \frac{a-b}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$ при $a = 8$, $b = -27$ равно

- 1 4 2 6 3 $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$ 4 -6 5 не существует.

16

Сумма всех двузначных чисел, кратных 7, равна

- 1 735 2 810 3 616 4 721 5 728 .

Т-1

Сложность I

3

17 Числа $a = \frac{\sqrt{37} - \sqrt{26}}{2}$ и $b = \sqrt{4^{-1}}$ удовлетворяют соотношению

1 $a < b$

2 $a = b$

3 $a > b$

4 нельзя сравнить

5 b не существует.

18 Если $3 < a < 4$ и $-6 < b < -3$, то произведение ab заключено в промежутке

1 (12; 18) 2 (-18; -12) 3 (-24; -9) 4 (-30; -8) 5 (8; 30).

19 В окружности радиуса $\frac{2}{\pi}$ длина дуги, содержащей $157^{\circ}30'$, равна

1 5.3 2 7 3 1,75 4 3,5 5 2,625.

20 Парабола $y = x^2 - 3x + 5$ и прямая $y = x + a$ касаются при a , равном

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

21 Цену товара сначала повысили на 20%, затем новую цену повысили еще на 30%. Конечная цена превышает первоначальную на

1 45% 2 50% 3 56% 4 54% 5 41%.

22 Все значения a , при которых парабола $y = a - 2x - x^2$ полностью расположена ниже оси абсцисс, определяются неравенством

1 $a < -1$ 2 $a > -2$ 3 $a > -3$ 4 $a > -4$ 5 $a > -5$.

23 Все решения уравнения $\sin x - \cos x = -1$ определяются формулой

1 $x = \frac{\pi}{2}n$

2 $x = \frac{\pi}{4} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n$

3 $x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{3}{4}\pi + 2\pi n$

4 $x = \frac{\pi}{4}(1 + (-1)^{(n+1)} + 4n)$

5 $x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} \pm 2\pi n$.

Т-1

Сложность 1

4

24 Медиана прямоугольного треугольника с катетами, равными 12 см и 16 см, проведенная к гипотенузе, составляет

- 1** 10 см **2** 6,5 см **3** 7 см **4** 4 см **5** 5 см.

25 Если $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то величина $\sqrt{0,5 + 0,5\sqrt{0,5 + 0,5\cos 4\alpha}}$ равна

- 1** $\cos \alpha$ **2** $\sin \alpha$ **3** $\pm \sin \alpha$ **4** $\pm \cos \alpha$ **5** $-\cos \alpha$.

26 Числа 1 и $\sqrt{3}$ являются 4-м и 7-м членами геометрической прогрессии. 10-й член этой прогрессии равен

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

27 Сумма $1 - \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{\pi}{8} - \cos^6 \frac{\pi}{8} + \dots$ равна

- 1** $\frac{12 - 2\sqrt{2}}{17}$ **2** $\frac{12 + 2\sqrt{2}}{17}$ **3** $\frac{4}{2 + \sqrt{2}}$ **4** $\frac{4}{2 - \sqrt{2}}$ **5** $2\sqrt{2}$.

28 Если $a + b = 10$, $ab = -7$, то $a^2 + b^2$ равно

- 1** 145 **2** 86 **3** 67 **4** 121 **5** 114.

29 Величина $\operatorname{tg}(\arccos 0,2)$ равна

- 1** $2\sqrt{6}$ **2** $-2\sqrt{6}$ **3** $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$ **4** $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ **5** $\sqrt{6}$.

30 Медиана, проведенная к боковой стороне равнобедренного треугольника, образует с основанием угол 45° . Тангенс угла при основании треугольника равен

- 1** $\sqrt{10}$ **2** 2,5 **3** $\frac{5}{3}$ **4** 4 **5** 3.

Т-2

Сложность I

1

01 Длина аквариума 90 см, ширина 40 см, а высота 60 см. Чтобы уровень воды был ниже верхнего края аквариума на 10 см, в него надо влить

- 1** 180 л **2** 18 л **3** 160 л **4** 16 л **5** 20 л.

02 Выражение $\sin(\frac{3}{2}\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \pi) - \cos(\frac{15}{2}\pi - \alpha)$ равно

- 1** 0 **2** $2 \sin \alpha$ **3** $-2 \sin \alpha$ **4** $2 \cos \alpha$ **5** $-2 \cos \alpha$.

03 Все корни уравнения $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ образуют множество

- 1** $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n$ **2** $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n$ **3** $\pm \frac{5}{12}\pi + \pi n$
4 $\frac{5}{12}\pi + \frac{\pi}{2}n$ **5** $\pm \frac{\pi}{12} + \pi n$.

04 Если одна из взаимно перпендикулярных диагоналей трапеции составляет 8 см, а площадь ее — 16 см^2 , то вторая диагональ равна

- 1** 1 см **2** 2 см **3** 3 см **4** 4 см **5** 6 см.

05 Значение выражения $\sin\left(\frac{2}{3}\pi(3n-1)\right)$, где $n \in \mathbb{Z}$, равно

- 1** $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ **2** $\pm \frac{1}{2}$ **3** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **4** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **5** $\frac{1}{2}$.

06 Площадь ромба со стороной 5 см и углом, равным $\arccos \frac{4}{5}$ составляет

- 1** 5 см^2 **2** 15 см^2 **3** 45 см^2 **4** 60 см^2 **5** 80 см^2 .

07 Выражение $(3 \cdot \sqrt[3]{4} - 0,5 \cdot \sqrt[3]{108}) \cdot \sqrt[3]{4}$ равно

- 1** 1 **2** $2,5 \cdot \sqrt[3]{2}$ **3** 3 **4** 4 **5** $3,5 \cdot \sqrt[3]{3}$.

08 Значение выражения $\left(\frac{a^{0,6} - a^{0,2}}{a^{1,2} - a^{0,8}}\right)^{-5}$ при $a = \sqrt[3]{3}$ равно

- 1** 0,5 **2** 2 **3** 3 **4** $\frac{1}{4}$ **5** 9.

Т-2

Сложность 1

2

09

Все значения a , при которых не пересекаются графики функций $y = x + a$ и $y = -\frac{4}{x}$, образуют множество

- 1 $a \leq \pm 4$ 2 $(-4; 4)$ 3 $a \leq \pm 2$ 4 $(-2; 2)$ 5 $(-2; 4)$.

10

Сумма $\cos \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6} + \dots + \cos^n \frac{\pi}{6} + \dots$ равна

- 1 $\frac{1}{3}$ 2 $2\sqrt{3} + 3$ 3 $-\frac{1}{3}$ 4 $3 - 2\sqrt{3}$ 5 $3 + \sqrt{3}$.

11

Если $\frac{x}{y} = 2$, то дробь $\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} - y^{-1}}$ равна

- 1 1 2 2 3 2,5 4 $-\frac{1}{3}$ 5 -3.

12

Число $(3 - \sqrt{10})\sqrt{19 + 6\sqrt{10}}$ является корнем уравнения

- 1 $\sqrt{-x} = 1$ 2 $\sqrt{x} = 1$ 3 $\sqrt{-x} = \sqrt{2}$
4 $\sqrt{x} = 2$ 5 такое уравнение не приведено.

13

Расстояние от вершины параболы $y = x^2 - 6ax + 9a^2 + 4a$ до начала координат равно 5 при a , равном

- 1 ± 1 2 ± 2 3 ± 3 4 ± 4 5 ± 5 .

14

Положительной среди приведенных является величина

- 1 $\cos 87^\circ - \cos 77^\circ$ 2 $\operatorname{tg} 2 - \operatorname{tg} 3$ 3 $\sin 2 - \sin 3$
4 $\operatorname{ctg} 52^\circ - \operatorname{ctg} 42^\circ$ 5 $\sin 12^\circ - \operatorname{tg} 12^\circ$.

15

Выражение $\sqrt{(0,09)^{-\frac{3}{2}} : \left(3\frac{1}{3}\right)^4 + 0,49^{\frac{1}{2}}}$ равно

- 1 ± 1 2 1 3 ± 2 4 2 5 0,35.

Т-2

Сложность 1

3

16 Если разделить 750 на две части так, чтобы 4% первой части в сумме с 12% второй части составил 5,6% всего числа, то меньшая часть числа равна

1 200 **2** 250 **3** 93,75 **4** 300 **5** 150.

17 Если $\alpha \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$, $\beta \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$, то $\sin(\alpha - \beta)$ принадлежит множеству

1 $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **2** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **3** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ **4** $\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **5** $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

18 Все решения неравенства $x + 2x^{-1} > 3$ совпадают с множеством

1 (1; 2) **2** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ **3** $(-\infty; 0) \cup (1; 2)$
4 (-1; 2) **5** $(0; 1) \cup (2; +\infty)$.

19 График функции $y = \frac{x^2}{a+1} + a(x+1) + 1$ расположен ниже оси абсцисс при всех a из множества

1 $a < \pm 2$ **2** $-2 < a < -1$ **3** $a \geq \pm 2$ **4** $a > 2$ **5** $a > -1$.

20 Выражение $\frac{\sin 80^\circ + \cos 50^\circ + 3\sqrt{2}}{\sin 50^\circ + \sin 10^\circ + \sqrt{6}}$ равно

1 $\sqrt{3}/3$ **2** $\sqrt{3}$ **3** $\sqrt{2}$ **4** $\sqrt{2}/2$ **5** 1.

21 Если $1 < a < 2$, $-2 > b > -4$, то частное a/b заключено в интервале

1 (-0,5; 2) **2** (-1; 2) **3** (-4; -1) **4** (-1; -0,25) **5** (-1; 4).

22 Площадь прямоугольного треугольника с гипотенузой 6 и периметром 14 равна

1 3 **2** 5 **3** 7 **4** 9 **5** 11.

23 Три числа 2, $x/2$ и $-\sqrt{x}$ являются последовательными членами арифметической прогрессии, если x равно

1 4 **2** 1 и 4 **3** 1 **4** -4 **5** -1.

Т-2

Сложность 1

4

24 Сторона треугольника длины 4 см лежит против угла, синус которого составляет $\sqrt{3} - 1$. Радиус описанной около треугольника окружности равен (в сантиметрах)

- 1** $2 + \sqrt{3}$ **2** $\sqrt{3} + 1$ **3** $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ **4** $\sqrt{2} + 1$ **5** $\sqrt{2} + 2$.

25 Функция $y = \sqrt{(x+5)^{-1} + (5-x)^{-1} - 0,4}$ определена на множестве

- 1** $(-5; 5)$ **2** $x > \pm 5$ **3** $x < \pm 5$
4 $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ **5** $(-\infty; +\infty)$.

26 В треугольнике со сторонами 2 см, 3 см и 4 см медиана, проведенная к стороне в 2 см, равна

- 1** $\frac{\sqrt{46}}{2}$ см **2** $\frac{\sqrt{73}}{2}$ см **3** 2,5 см **4** $\frac{\sqrt{62}}{2}$ см **5** 5 см.

27 Расстояние между нулями функции $y = x^2 - (\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2}$ равно

- 1** $\sqrt{2} + 1$ **2** $\sqrt{2} - 1$ **3** $\sqrt{2}$ **4** 1 **5** $1 - \sqrt{2}$.

28 Область определения функции $y = \sqrt{12 + x^2 - x^4}$ совпадает с множеством

- 1** $x \leq \pm 2$ **2** $x \geq \pm 2$ **3** $-2 \leq x \leq 2$ **4** $x \leq 2$ **5** $x \geq -2$.

29 Все решения неравенства $\sqrt{x+2} < x$ образуют множество

- 1** $(-1; 2)$ **2** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ **3** $(0; 2)$
4 $[-2; -1) \cup (2; +\infty)$ **5** $(2; +\infty)$.

30 Область значений функции $y = (x+1) \cdot |x-1|$ на промежутке $x \in [-2; 1]$ совпадает с множеством

- 1** $[-3; 2]$ **2** $[-3; -1]$ **3** $[-3; 0]$ **4** $[-3; 1]$ **5** $[-2; 1]$.

Т-3

Сложность 1

1

01 Сумма всех корней уравнения $(3+x)(x^2 + (\sqrt{-x})^2 - 6) = 0$ равна

- 1 -8 2 2 3 -5 4 -2 5 корней нет.

02 Выражение $\sqrt{\frac{2}{\sqrt{10} + \sqrt{8}} + \frac{2}{\sqrt{2} - 1}} - a$ равно 0 при a , равном

- 1 $\sqrt{10} - 2\sqrt{2}$ 2 $2 + \sqrt{10}$ 3 $\sqrt{10} - 2$ 4 $2\sqrt{2} + 2$ 5 $\sqrt{10} + 2\sqrt{2}$.

03 Площадь параллелограмма со сторонами 3 и 6 составляет 10,8. Меньшая диагональ параллелограмма равна

- 1 $\sqrt{21}$ 2 $9\sqrt{5}/5$ 3 $\sqrt{1845}/5$ 4 $\sqrt{97}$ 5 $\sqrt{42}$.

04 Выражение $\sqrt{a^2 - 3a + 2} - \sqrt{4 - 4a + a^2}$ при $a = 2,5$ равно

- 1 $\sqrt{5}/2$ 2 не существует 3 1,5 4 -0,5 5 0,5.

05 На одном станке можно изготовить партию деталей за 4 ч, на другом — за 5 ч. Если включить оба станка, то эта партия будет изготовлена за

- 1 $20/9$ ч 2 3 ч 3 2,5 ч 4 2,6 ч 5 5 ч.

06 Наибольшим целым решением неравенства $(2\sqrt{6} - 5)(3x - 13) > 0$ является

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 такого числа не существует.

07 В прямоугольном треугольнике катеты составляют 5 и 12. Радиус вписанной в треугольник окружности равен

- 1 1 2 2 3 6 4 4 5 5.

08 Число корней уравнения $\sqrt{x-2} \cdot (x^3 + 8) = 0$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

09 Если $a < 0$, то неравенство $\frac{2}{x} < \frac{1}{a}$ эквивалентно неравенству

- 1 $x > 0$ 2 $x > 2a$ 3 $x < 2a$ 4 $2a < x < 0$ 5 $x > -2a$.

Т-3

Сложность I

2

10

Через точки $(0; 1)$, $(1; 0)$, $(3; 0)$ проходит парабола

☐ $y = x^2 - 4x + 1$
 ☐ $y = x^2 + 4x + 1$
 ☐ $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$

☐ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$
 ☐ $y = x^2 + 4x - 1$.

11

Точки $A(1; 5)$ и $B(-1; -0, 5)$ расположены относительно прямой $y = 2\sqrt{2} \cdot x + \sqrt{5}$ следующим образом:

☐ обе – ниже
 ☐ A – выше, B – ниже
 ☐ A – ниже, B – выше

☐ обе – выше
 ☐ A – на прямой, B – ниже.

12

Чтобы получить 16%-й раствор соли из 4 л 20%-го раствора, к нему 8%-го раствора нужно долить в количестве

☐ 1 л
 ☐ 2 л
 ☐ 3 л
 ☐ 4 л
 ☐ 5 л.

13

Если одно число увеличить на 40%, а вдвое большее число – на 5%, то сумма этих чисел увеличится на

☐ 50/3%
 ☐ 30%
 ☐ 15%
 ☐ 20%
 ☐ 10%.

14

Множество решений неравенства $\frac{\sqrt{6+4x-2x^2}}{(x-1)(x+2)} < 0$ равно

☐ $(-1; 3)$
 ☐ $(-2; 3)$
 ☐ $(1; 3)$
 ☐ $(-1; 1)$
 ☐ $(-2; 1)$.

15

В треугольнике основание равно 80, а высота и медиана, проведенные к нему — 5 и 13. Меньшая боковая сторона равна

☐ $\sqrt{751}$
 ☐ $\sqrt{769}$
 ☐ $\sqrt{809}$
 ☐ $\sqrt{2725}$
 ☐ 33.

16

Выражение $\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 2\right)^{-1/2} \cdot (a^{-1} + b^{-1})^{1/2}$ равно

☐ $-\sqrt{a+b}$
 ☐ $\frac{a+b}{ab}$
 ☐ $\frac{a+b}{\sqrt{ab}}$
 ☐ $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$
 ☐ 1.

Т-3

Сложность 1

3

17 При условии $0 < a < 1$ выражение $\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{2}{a} + 1} - \sqrt{\frac{1}{a^2} - \frac{2}{a} + 1}$ равно

1 -2 2 3 $\frac{2}{a}$ 4 $-\frac{2}{a}$ 5 0.

18 Все значения b , при которых парабола $y = -x^2 + 2bx - 7$ целиком расположена ниже прямой $y = 2$, определяются условием

1 $b < 3$ 2 $b > -3$ 3 $b < \pm 3$ 4 $|b| < 3$ 5 $|b| > 3$.

19 Все значения a , при которых система уравнений $y = |x| + a$, $x^2 + y^2 = 4$ имеет 4 различных решения образуют множество

1 $(\sqrt{2}; 2)$ 2 $(-2\sqrt{2}; -2)$ 3 $(-2; 2)$ 4 $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ 5 $(2; 2\sqrt{2})$.

20 В равнобедренном треугольнике радиус вписанного круга составляет 0,375 его высоты, а периметр треугольника равен 16. Меньшая сторона треугольника равна

1 3 2 12 3 5 4 6 5 10.

21 Сумма $x + y$ решений системы уравнений $\begin{cases} 1,3x + 1,7y = -6,7 \\ 7x + 3y = 27 \end{cases}$ равна

1 1 2 2 3 -1 4 -2 5 3.

22 Корнем уравнения $\lg \frac{x^2 + 2x + 6}{x - 1} = \lg(x + 1)$ является

1 -3,5 2 -4 3 2,5 4 4 5 корней нет.

23 Все решения уравнения $9^{\sin x} \cdot 2^{2 \sin x} = 6$ определяются формулой, ($n \in \mathbb{Z}$)

1 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 2 $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$ 3 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

4 $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ 5 $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.

Т-3

Сложность I

4

24

Выражение $5^{\frac{\log_2 27}{\log_2 5}}$ равно

- 1 1 2 9 3 27 4 24 5 25.

25

Все решения уравнения $\sqrt{-\cos x} = \sqrt{-\sin x}$ образуют множество, ($n \in \mathbb{Z}$)

- 1 $-\frac{\pi}{4} + \pi n$ 2 $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ 3 $\frac{5\pi}{4} + 2\pi n$
 4 $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 5 решений нет.

26

Сумма первых n членов арифметической прогрессии равна $3n - 2n^2$. Пятый член этой прогрессии равен

- 1 -17,5 2 -15 3 27 4 17 5 26.

27

Число $||\sin 44^\circ - \operatorname{tg} 44^\circ| + |\operatorname{ctg} 46^\circ - \sin 43^\circ||$ равно

- 1 $\sin 44^\circ - \cos 47^\circ$ 2 $2 \operatorname{tg} 44^\circ - \cos 47^\circ - \sin 44^\circ$
 3 $\sin 43^\circ - \cos 46^\circ$ 4 $\sin 43^\circ + \cos 46^\circ$
 5 $\cos 47^\circ + \cos 46^\circ - 2 \operatorname{ctg} 46^\circ$.

28

Решением уравнения $(\sqrt{5} - 2)^{4x-4} - (2 + \sqrt{5})^x = 0$ является

- 1 0,6 2 0,8 3 0,5 4 5/6 5 1,2.

29

Выражение $\cos^6 \frac{9\pi}{8} - \sin^6 \frac{\pi}{8}$ равно

- 1 $-\frac{5}{8}$ 2 $\frac{5}{8}$ 3 $\frac{7\sqrt{2}}{16}$ 4 $-\frac{7\sqrt{2}}{16}$ 5 $\frac{7\sqrt{2}}{4}$.

30

Один рабочий за 18 дней работы получил столько, сколько другой — за 24 дня. За сколько дней совместной работы они получили бы заработанные ими обоими деньги, считая, что дневной заработок одного и того же рабочего в обоих случаях одинаков?

- 1 $18\frac{3}{4}$ дня 2 $22\frac{2}{9}$ дня 3 $17\frac{7}{9}$ дня 4 19,2 дня 5 $20\frac{4}{7}$ дня.

Т-4

Сложность 1

1

01

Если 8% числа 120 равно 5% числа a , то a равно

- ☐ 1 180 ☐ 2 185 ☐ 3 190 ☐ 4 192 ☐ 5 200.

02

Расстояние между корнями уравнения $14x^2 - 5x - 1 = 0$ равно

- ☐ 1 $\frac{3}{14}$ ☐ 2 $\frac{11}{14}$ ☐ 3 $\frac{5}{14}$ ☐ 4 $\frac{9}{14}$ ☐ 5 $\frac{13}{14}$.

03

Уравнение $3 \cos \pi x = 2a + 5$ имеет решения при любых значениях a из множества

- ☐ 1 $(-\pi; \frac{\pi}{2})$ ☐ 2 $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ ☐ 3 $(-\pi; -\frac{\pi}{2})$ ☐ 4 $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ ☐ 5 $(-\pi; 2\pi)$.

04

Сумма корней уравнения $100x^3 + x^2 = 99x$ равна

- ☐ 1 0,01 ☐ 2 -0,01 ☐ 3 1 ☐ 4 -1 ☐ 5 99.

05

Все решения уравнения $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + \sin 4x = 1$ определяются формулой ($n \in \mathbb{Z}$)

- ☐ 1 $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n$ ☐ 2 $\frac{\pi}{4}n$ ☐ 3 $\frac{\pi}{2}n$ ☐ 4 πn ☐ 5 решений нет.

06

Корнем уравнения $ax + 3a + 2(x - 1) = 3x + a^2$ является любое число, если a равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 таких a не существует.

07

Решение неравенства $3\sqrt{11}(6 - 3x) > 10(6 - 3x)$ определяется соотношением

- ☐ 1 $x > 0,5$ ☐ 2 $x < 0,5$ ☐ 3 $x < 2$ ☐ 4 $x > 2$ ☐ 5 решений нет.

08

Корнями уравнения $x - 5 = 4\sqrt{x}$ являются

- ☐ 1 25 и 1 ☐ 2 25 ☐ 3 1 ☐ 4 5 ☐ 5 9.

Т-4

Сложность I

2

09 В трапеции, у которой боковые стороны и меньшее основание составляют 6 см, а большее основание — 12 см, диагональ равна

- 1** $3\sqrt{3}$ **2** $2\sqrt{3}$ **3** $6\sqrt{3}$ **4** $10\sqrt{3}$ **5** 5.

10 Число $\left| \sin\left(\frac{\pi}{2} + 0,5\right) - \cos(\pi - 1) \right| - \left| \sin\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 0,5\right) \right|$ равно

- 1** $2 \cos 1$ **2** $-\sin 0,5 - \cos 0,5$ **3** $\sin 2 + \cos 1$
4 $\sin 0,5 - \cos 0,5$ **5** $\cos 0,5 + \sin 0,5$.

11 Выражение $(\sqrt[4]{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{2}-1})\sqrt{\sqrt{2}+1}$ равно

- 1** 0 **2** $\sqrt{2}$ **3** $\sqrt{2}-2$ **4** 2 **5** $2-\sqrt{2}$.

12 Произведение корней уравнения $\sqrt{x^2+11} - \sqrt{x^2-5} = 2$ равно

- 1** 14 **2** -14 **3** 13 **4** -13 **5** -9.

13 Корни уравнения $\frac{\sqrt{6-x-x^2}}{2x-5} = \frac{\sqrt{6-x-x^2}}{x-2}$ заключены в промежутке

- 1** $(-5; -2)$ **2** $(-2; -1)$ **3** $(2; 4)$ **4** $(1; 3)$ **5** $(-1; 1)$.

14 Число $\sqrt{36 + (0,04)^{-1,5} \cdot (0,125)^{-\frac{4}{3}} - \left(\frac{1}{121}\right)^{-\frac{1}{2}}}$ равно

- 1** ± 45 **2** 45 **3** -45 **4** 30 **5** -30.

15 Выражение $\frac{\operatorname{tg} 2,6\pi \cdot \cos 0,9\pi}{\sin 0,4\pi \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{10}}$ равно

- 1** 1 **2** -1 **3** $\sin \frac{\pi}{10}$ **4** $-\cos \frac{\pi}{10}$ **5** $\sin \frac{\pi}{5}$.

16 В геометрической прогрессии $2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}, \cos 2\pi, \sin \frac{\pi}{3}, \dots$ седьмой член равен

- 1** $\frac{27\sqrt{3}}{32}$ **2** $\frac{27}{64}$ **3** $\frac{9}{32}$ **4** $\frac{9\sqrt{3}}{32}$ **5** $-\frac{9\sqrt{3}}{32}$.

Т-4

Сложность 1

3

17 Прямые $2x + y = 5$ и $x - 2ay = 6$ пересекаются в точке из второй координатной четверти, если

- ☐ 1 $a > -\frac{1}{4}$
☐ 2 $a \in (-\infty; -\frac{3}{5}) \cup (-\frac{1}{4}; +\infty)$
☐ 3 $a \in (-\frac{3}{5}; -\frac{1}{4})$
☐ 4 $a < -\frac{3}{5}$
☐ 5 $a > -0,6$.

18

Величина $\cos(\operatorname{arccotg}(-\frac{4}{3}))$ равна

- ☐ 1 0,8
 ☐ 2 -0,8
 ☐ 3 0,6
 ☐ 4 -0,6
 ☐ 5 0,3.

19

Бесконечное произведение $\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[18]{2} \cdot \sqrt[54]{2} \dots$ равно

- ☐ 1 2
 ☐ 2 $\sqrt[3]{4}$
☐ 3 $\sqrt[4]{8}$
☐ 4 0,5
 ☐ 5 $\sqrt[3]{2}$.

20

Некоторый весовой товар подорожал на 25%. На деньги, что раньше можно было купить 1 кг товара, теперь его можно купить

- ☐ 1 $\frac{8}{9}$ кг
 ☐ 2 $\frac{5}{6}$ кг
 ☐ 3 $\frac{20}{23}$ кг
 ☐ 4 0,8 кг
 ☐ 5 0,75 кг.

21

Выражение $5^{\frac{\log_3 48 - 1}{\log_3 10 - \log_3 2}}$ равно

- ☐ 1 16
 ☐ 2 18
 ☐ 3 24
 ☐ 4 27
 ☐ 5 5.

22

Выражение $\frac{(a-2)^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{1-2a^{-1}}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4-4a+a^2}}$ равно

- ☐ 1 $(2 - \sqrt{a})^{-1}$
☐ 2 $(\sqrt{a} - 2)^{-1}$
☐ 3 $(\sqrt{a} + 2)^{-1}$
☐ 4 $-(\sqrt{a} + \sqrt{2})^{-1}$
☐ 5 $(\sqrt{a} + \sqrt{2})^{-1}$.

23

Если включить один насос на 2 ч, а другой на 3 ч, то они заполнят водой 90% бака. Если, напротив, первый насос включить на 3 ч, а второй на 2 ч, то будет заполнено 70% бака. Если включить оба насоса на 1 ч, то бак заполнится на

- ☐ 1 20%
 ☐ 2 32%
 ☐ 3 35%
 ☐ 4 38%
 ☐ 5 40%.

Т-4

Сложность 1

4

24 Множество решений неравенства $\log_{\frac{x}{4}}(2-x) > 1$ равно

- 1 (1, 6; 2) 2 (0; 1, 6) 3 $(-\infty; 2)$ 4 $(-\infty; 1, 6)$ 5 $(1, 6; +\infty)$.

25 В треугольнике со сторонами 3, 5, 6 медиана, проведенная к большей стороне, равна

- 1 $2\sqrt{2}$ 2 $\frac{\sqrt{105}}{4}$ 3 $\frac{45}{4\sqrt{14}}$ 4 $\frac{4\sqrt{210}}{11}$ 5 $2\sqrt{3}$.

26 Уравнение $(\sqrt{2}+1)^x - 2(\sqrt{2}-1)^x = 1$ имеет решение

- 1 $\log_{\sqrt{2}+1} 2$ 2 $\log_{\sqrt{2}+1} 0,5$ 3 $\log_2(\sqrt{2}-1)$ 4 0,5 5 2.

27 Решение неравенства $\sqrt{-\cos x} > \sqrt{\sin x}$ совпадает с множеством

- 1 $(\frac{3}{4}\pi + \pi n; \frac{5}{4}\pi + \pi n)$ 2 $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{4} + \pi n)$
 3 $(\frac{3}{4}\pi + \pi n; \pi + \pi n)$ 4 $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + 2\pi n)$
 5 $(\frac{3}{4}\pi + 2\pi n; \pi + 2\pi n)$.

28 Число корней уравнения $|x+1|(x-2) - a = 0$ при $-2,25 < a < 0$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

29 Наибольшее значение функции $y = \log_{0,5}(x^2 - 10x + 29)$ равно

- 1 $\log_2 3$ 2 2 3 3 4 -2 5 такого значения среди ответов нет.

30 Периметр четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность радиуса $\frac{\sqrt{2}}{\cos 10^\circ \cos 5^\circ}$ так, что величины дуг AB , BC , CD , AD пропорциональны числам 3, 4, 5, 6 равен

- 1 $2 \cos 10^\circ \cos 5^\circ$ 2 8 3 4 4 $10 \cos 10^\circ$ 5 $4 \cos 5^\circ$.

Т-5

Сложность I

1

01

Число $(3\sqrt{3})^{-2/3} + 81^{-1/4}$ равно

- ☐ 1 $\frac{4}{9}$ ☐ 2 $\frac{1}{12}$ ☐ 3 $\frac{2}{3}$ ☐ 4 1 ☐ 5 12.

02

Сумма корней уравнения $3x^2 - 5x - 7 = 0$ равна

- ☐ 1 7 ☐ 2 -5 ☐ 3 $\frac{5}{3}$ ☐ 4 $-\frac{5}{3}$ ☐ 5 5.

03

Число $2 \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} - \frac{3}{7} \cdot \sqrt{14} + 7 \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$ равно

- ☐ 1 $\frac{45}{\sqrt{14}}$ ☐ 2 $\frac{51}{\sqrt{14}}$ ☐ 3 $\frac{48}{\sqrt{14}}$ ☐ 4 $\frac{47}{\sqrt{14}}$ ☐ 5 $9\sqrt{14}$.

04

Прямая $y = kx - 7,7$, параллельная прямой $y = 80x + 79$, проходит через точку

- ☐ 1 (0, 125; 2, 2) ☐ 2 (1; 3) ☐ 3 (0, 3; 0, 1) ☐ 4 (0; 7) ☐ 5 (0, 1; 0, 3).

05

Число $1996\frac{184}{995} - 1995\frac{21}{199} + \frac{24}{199}$ равно

- ☐ 1 1, 2 ☐ 2 0, 2 ☐ 3 $\frac{193}{398}$ ☐ 4 $\frac{83}{398}$ ☐ 5 1.

06

Выражение $\sin \alpha |\cos \alpha| - \cos \alpha |\sin \alpha|$, где $\alpha \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$, равно

- ☐ 1 0 ☐ 2 $\sin 2\alpha$ ☐ 3 $-\sin 2\alpha$ ☐ 4 $2 \cos 2\alpha$ ☐ 5 1.

07

Периодическая десятичная дробь $0,1(23)$ равна

- ☐ 1 $\frac{61}{450}$ ☐ 2 $\frac{61}{495}$ ☐ 3 $\frac{41}{330}$ ☐ 4 $\frac{2}{15}$ ☐ 5 $\frac{1}{8}$.

08

В параллелограмме, периметр которого равен 84, а высоты относятся как 3 : 4, меньшая сторона составляет

- ☐ 1 12 ☐ 2 18 ☐ 3 15 ☐ 4 30 ☐ 5 8.

Т-5

Сложность I

2

09 Система уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 2, \\ ax + y = 1 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений, если a равно

- 1 1 2 2 3 -1,5 4 1,5 5 -2.

10 После двух повышений на одно и тоже число процентов зарплата возросла на 69%. Каждый раз она повышалась на

- 1 29% 2 30% 3 31% 4 34,5% 5 33,5%.

11 В арифметической прогрессии $a_4 = 4$, $a_9 = 11$. Ее первый член и разность соответственно равны

- 1 -2; 0,7 2 -0,2; 2 3 -0,3; 1 4 -0,1; 1,2 5 -0,2; 1,4.

12 Область определения функции $y = \sqrt{4 - x^2}$ определяется соотношением

- 1 $x \leq \pm 2$ 2 $x \geq \pm 2$ 3 $-2 \leq x \leq 2$ 4 $x \leq 2$ 5 $x \geq 2$.

13 Число $9^{\log_3(1 + 0,5 + 0,25 + 0,125 + 0,0625 + \dots)}$ равно

- 1 10 2 2 3 6 4 4 5 8.

14 Уравнение $\sqrt{-2x + 2} = x - 1$ имеет решение

- 1 $x_1 = 1, x_2 = -1$ 2 $x_1 = 1$ 3 $x_1 = -1$
4 $x \in (-1; 1)$ 5 $x \in [1; +\infty)$.

15 Множество решений неравенства $\frac{4}{2x + 3} > 1$ равно

- 1 $(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ 2 $(-\infty; -\frac{3}{2})$ 3 $(\frac{1}{2}; +\infty)$
4 $(-\frac{3}{2}; +\infty)$ 5 $(-\infty; \frac{1}{2})$.

Т-5

Сложность I

3

16 Площади вписанного и описанного около окружности правильных шестиугольников относятся как

- 1** 1 : 2 **2** 2 : 3 **3** 3 : 4 **4** 4 : 5 **5** 5 : 6.

17

Выражение $\operatorname{tg} 615^\circ + \operatorname{tg} 375^\circ$ равно

- 1** $2\sqrt{3}$ **2** 2 **3** $3\sqrt{3}$ **4** 4 **5** $2\sqrt{2}$.

18

Если $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, то величина $\lg 60$ равна

- 1** $a + b + 1$ **2** $a - b + 1$ **3** $b - a + 1$
4 $1 - a - b$ **5** $2a - b + 1$.

19

Прямые $y = -(a + 1)x + 6$ и $y = x + 3a$ пересекаются в точке, лежащей ниже оси абсцисс и левее оси ординат, если

- 1** $a < 2$ **2** $-2 < a < 2$ **3** $a > 2$ **4** $a < -2$ **5** $a > -2$.

20

В геометрической прогрессии $b_4 \cdot b_8 = 27$. Величина b_6 равна

- 1** $3\sqrt{3}$ **2** $2\sqrt{3}$ **3** $-3\sqrt{3}$ **4** $\pm 3\sqrt{3}$ **5** $-2\sqrt{3}$.

21

Все решения неравенства $\operatorname{ctg} x < \sqrt{3}$ образуют промежутки вида

- 1** $(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$ **2** $(\frac{\pi}{6} + \pi n; \pi + \pi n)$ **3** $(\pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n)$
4 $(\frac{\pi}{6} + \pi n; +\infty)$ **5** $(\pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n)$.

22

Множество решений неравенства $\log_x - 2 \geq 1$ равно

- 1** (3; 4] **2** (2; 3) $\cup$ (3; 4] **3** [4; $+\infty$) **4** (3; $+\infty$) **5** (2; $+\infty$).

23

Если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$, $\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = 2$, то величина $\operatorname{tg} \beta$ равна

- 1** $\frac{1}{3}$ **2** $-\frac{1}{3}$ **3** $\frac{1}{6}$ **4** $\frac{1}{14}$ **5** $\frac{2}{7}$.

Т-5**Сложность 1****4****24**

Если $a - \frac{1}{a} = \frac{5}{6}$, то выражение $a^2 + \frac{1}{a^2}$ равно

- [1] $\frac{97}{36}$ [2] 2,5 [3] $\frac{61}{36}$ [4] $-\frac{47}{36}$ [5] $\frac{25}{36}$

25

Расстояние между точками пересечения графиков функций $y = x^2$ и $y = 2 - |x|$ равно

- [1] 1 [2] $2\sqrt{2}$ [3] $4\sqrt{2}$ [4] 4 [5] 2.

26

В уравнении $(x^2 - 2x + 2)^2 - x^2 + 2x - 22 = 0$ произведение корней равно

- [1] -6 [2] 2 [3] 3 [4] -5 [5] -3.

27

Четная функция, совпадающая с функцией $y = x(x - 1)$ при $x \geq 0$, задается формулой

- [1] $y = |x(x - 1)|$ [2] $y = x^2 + |x|$ [3] $y = |x| - x^2$
[4] $y = x^2 - |x|$ [5] $y = x^2 + 1$.

28

Область определения функции $y = \sqrt{1 - |\log_2 x|}$ совпадает с множеством

- [1] $(0; 2]$ [2] $[\frac{1}{2}; 2]$ [3] $[2; +\infty)$ [4] $[-1; 1]$ [5] $[\frac{1}{2}; +\infty)$.

29

Площадь фигуры, определяемой условиями $y \leq 3 - |x|$, $y \geq a$, $a \in (0; 3)$, равна 2, 25 при следующем значении a :

- [1] 1,4 [2] 1,5 [3] 1,6 [4] 2 [5] 2,1.

30

В описанной около круга равнобокой трапеции расстояние от центра круга до дальней вершины трапеции втрое больше, чем до ближней. Тангенс острого угла трапеции равен

- [1] 1,2 [2] 0,7 [3] 0,75 [4] 0,8 [5] 1,25.

Т-6

Сложность 1

1

01 Из прибыли в 5 млн. р. фирма отчисляет 28% в строительный фонд, причем 7% из них для строительства базы отдыха. Сколько денег из прибыли выделяет фирма для строительства базы отдыха?

- 1** 10800 р. **2** 108000 р. **3** 98000 р. **4** 980000 р. **5** 2 млн. р.

02 Все решения неравенства $x^{-1} < 3$ совпадают с множеством

- 1** $(-\infty; 0)$ **2** $(\frac{1}{3}; +\infty)$ **3** $(0; 3)$ **4** $(-\infty; 0) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$ **5** $(0; \frac{1}{3})$.

03 Вычислить $(\sqrt{\sqrt{3}+2} - \sqrt{2-\sqrt{3}})^2$

- 1** 4 **2** 2 **3** $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ **4** $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ **5** 6.

04 Вычислить $\lg 198,13 - \lg 0,019813$

- 1** 10^4 **2** 1000 **3** 3 **4** 4 **5** невозможно без таблиц.

05 Выражение $\sin(\frac{3}{2}\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \pi) - \cos(\frac{15}{2}\pi - \alpha)$ равно

- 1** 0 **2** $2 \sin \alpha$ **3** $-2 \sin \alpha$ **4** $2 \cos \alpha$ **5** $-2 \cos \alpha$.

06 Первый из отрицательных членов прогрессии 3; 2, 9; 2, 8; ... имеет номер

- 1** 31 **2** 30 **3** 33 **4** 29 **5** 32.

07 Четной среди приведенных является функция

- 1** $y = 3^x - 3^{-x}$ **2** $y = x - \sqrt{x^2}$ **3** $y = \sqrt[3]{x} + 3x^5$
4 $y = |x+2| + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ **5** $y = x^2 - x^3$.

08 Сумма целых значений аргумента из области определения функции $y = \frac{\sqrt{(10-x)(x+8)}}{x-2}$ равна

- 1** 21 **2** 17 **3** 19 **4** 18 **5** 16.

Т-6

Сложность I

2

09

Вычислить $5^{3-\log_5 15}$

- [1] $\frac{25}{3}$ [2] 25 [3] 0,12 [4] 3 [5] 5.

10

 $\cos 105^\circ$ равен

- [1] $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ [2] $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ [3] $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ [4] $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ [5] $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$.

11

Стороны прямоугольника относятся как 1 : 3. Отношение площади прямоугольника к площади описанного около него круга равно

- [1] $\frac{3}{4\pi}$ [2] $\frac{3}{2\pi}$ [3] $\frac{2}{3\pi}$ [4] $\frac{6}{5\pi}$ [5] $\frac{5}{6\pi}$.

12

Через точки (0; -2), (3; 0) проходит прямая

- [1] $2x + 3y = 6$ [2] $2x - 3y = -6$ [3] $2x + 3y = -6$
[4] $2x - 3y = 6$ [5] $3x + 2y = 6$.

13

Если функция $f(x)$ определена при всех x и имеет наибольшее значение равно 2, то наибольшее значение функции $y = 4 \cdot f(3x - 1) - 6$ равно

- [1] -1 [2] 2 [3] -3 [4] 4 [5] 8.

14

При каком q один корень уравнения $x^2 - 9x + q = 0$ вдвое больше другого?

- [1] -18 [2] 8 [3] 18 [4] 12 [5] -12.

15

Если $\lg x = \frac{1}{3} \lg a + 2 \lg c^2 - \lg b$, то x равняется

- [1] $\sqrt[3]{a}(c^4 - b)$ [2] $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot c^4}{b}$ [3] $c^4 \cdot \sqrt[3]{a+b}$
[4] $c^4 \cdot \sqrt[3]{a-b}$ [5] $\sqrt[3]{a} + c^4 - b$.

16

Равенство $\operatorname{tg} \alpha = a^2 - 8$, где $\alpha \in (\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$ и $a < 0$, выполняется при всех следующих значениях a

- [1] $a < -3$ [2] $a > 3$ [3] $a \leq \pm 3$ [4] $-3 < a < 0$ [5] $3 > a > 0$.

Т-6

Сложность I

3

17

Сумма всех двузначных чисел, кратных 8, равна

- ☐ 1 560 ☐ 2 672 ☐ 3 616 ☐ 4 504 ☐ 5 728.

18

Парабола $y = -x^2 + 2x + 1$ и прямая $y = 3x + a$ касаются при a , равном

- ☐ 1 -0,75 ☐ 2 -1 ☐ 3 2 ☐ 4 -2 ☐ 5 1,25.

19

Цена товара после двух повышений цен выросла на 170%, причем первый раз цена повышалась на 80%. Второе повышение цены осуществлено на

- ☐ 1 90% ☐ 2 45% ☐ 3 30% ☐ 4 40% ☐ 5 50%.

20

Уравнение параболы с вершиной в точке $(1; -3)$, проходящей через точку $(2; -2)$, имеет вид

- ☐ 1 $y = -x^2 - 2x - 2$ ☐ 2 $y = x^2 - 2x - 2$ ☐ 3 $y = x^2 + 2x - 2$
☐ 4 $y = -x^2 - 2x + 2$ ☐ 5 $y = -x^2 + 2x + 3$.

21

Решить неравенство $(x^3 - 4x)\sqrt{x+1} > 0$

- ☐ 1 $(-\infty; -2) \cup (0; 1)$ ☐ 2 $(-\infty; -2)$ ☐ 3 $(-2; 0)$
☐ 4 $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$ ☐ 5 $(2; +\infty)$.

22

Область определения функции $y = \sqrt{\sin \frac{\pi}{6} - \frac{1}{x}}$ совпадает с множеством

- ☐ 1 $(0; 2]$ ☐ 2 $[2; +\infty)$ ☐ 3 $(-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$ ☐ 4 $[-2; 0)$ ☐ 5 $(\frac{1}{2}; +\infty)$.

23

Упростить выражение $\frac{9^a - 1}{3^a + 1} \cdot (9^a + 3^a + 1) - 27^a$

- ☐ 1 1 ☐ 2 3^a ☐ 3 $\cos 7\pi$ ☐ 4 -3^a ☐ 5 9^a .

Т-6

Сложность I

4

24

Корнем уравнения $\lg \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \lg x$ является

- 1 $-2, 5$ 2 -4 3 $2, 5$ 4 4 5 корней нет.

25

В треугольнике со сторонами 3, 5, 6 медиана, проведенная к большей стороне, равна

- 1 3 2 4 3 3,5 4 $2\sqrt{3}$ 5 $2\sqrt{2}$.

26

Гипербола, см. рисунок, имеет уравнение

- 1 $y = \frac{1-x}{2-x}$ 2 $y = \frac{3-x}{2-x}$ 3 $y = \frac{3-x}{x-2}$
 4 $y = \frac{1-x}{x-2}$ 5 $y = -\frac{1}{x+2} - 1$.

27

Наименьшее решение неравенства $2|x+2| \leq x+4$ принадлежит промежутку

- 1 $(-0,5; 0,5)$ 2 $(-1,5; 0,5)$ 3 $(-4; -3)$ 4 $(1; 2)$ 5 $(-3; -2,5)$.

28

Ящик вмещает 12 кг риса или 16 кг пшена. Если ящик заполнить и тем и другим на одинаковые суммы, то содержимое будет весить 15 кг и стоить 90 рублей. Суммарная стоимость 1 кг риса и 1 кг пшена равна

- 1 12 руб 2 14 руб 3 15 руб 4 18,75 руб 5 17 руб.

29

Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ определяются формулой

- 1 $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ 2 $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$ 3 $\frac{\pi}{3} + \pi n$
 4 $\frac{\pi}{6} + \pi n$ 5 $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$.

30

Множество значений функции $y = 0,5^{2x-x^2}$ совпадает с промежутком

- 1 $(0; 0,5]$ 2 $[0,5; +\infty)$ 3 $(0; 2]$ 4 $(-\infty; 2]$ 5 $(-\infty; 0,5]$.

Т-7

Сложность I

1

01 Определить длину отрезка, разделенного на 2 части так, что большая превышает меньшую на 6,6 см и весь отрезок делится серединой меньшего отрезка в отношении 1 : 5.

- 1** 12,6 **2** 19,8 **3** 30,4 **4** 68,4 **5** 20,4.

02 Величина x в пропорции $\frac{7,2}{x} = \frac{28 - 30\frac{1}{4} : 2,2}{1,5 + 2, (6) + 3,75}$ равна

- 1** 3,75 **2** 4 **3** 8 **4** 2 **5** 2,25.

03 Четной среди приведенных функций является функция

- 1** $y = -x - \sqrt{x}$ **2** $y = 1 - x \cdot |x|$ **3** $y = x^3 + x^2$
4 $y = \frac{|x|}{x} - x^3$ **5** $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$.

04 Прямые $2x + y - 1 = 0$ и $y - x + a = 0$ пересекаются во втором координатном угле, если

- 1** $a > -1$ **2** $a < -1$ **3** $0 < a < 1$ **4** $a > 1$ **5** такое невозможно.

05 Число $\log_1 \log_2 128$ равно

- 1** 1 **2** -1 **3** 0,5 **4** -0,5 **5** не существует.

06 Положительной среди приведенных является величина

- 1** $\cos 37^\circ - \cos 27^\circ$ **2** $\cos 137^\circ - \cos 127^\circ$ **3** $\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{5}$
4 $\cos 2 - \cos 1$ **5** $\cos 1 - \cos 0,5$.

07 Лодка прошла 45 км против течения реки и такое же расстояние вниз по течению реки, затратив всего 14 часов. Если скорость течения реки 2 км/ч, то собственная скорость лодки равна

- 1** 5 км/ч **2** 6 км/ч **3** 7 км/ч **4** 8 км/ч **5** 9 км/ч.

08 Вычислить $\frac{1}{2^{0,5} - 1} - \sqrt[5]{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{2}}{2^{-0,3}}$

- 1** $2\sqrt{3} - 4$ **2** $2\sqrt{2} - 3$ **3** 3 **4** 4 **5** -3.

Т-7

Сложность I

2

09

Если $8 < a < 16$, $-4 < b < -2$, то частное $\frac{a}{b}$ заключено в промежутке

- 1 $(-2; 8)$ 2 $(2; 8)$ 3 $(-8; -2)$ 4 $(-8; 2)$ 5 $(-4; 16)$.

10

В равнобедренной трапеции с высотой $2 - \sqrt{2}$ и углом $\pi/4$ между ее диагоналями, противолежащим боковой стороне, средняя линия равна

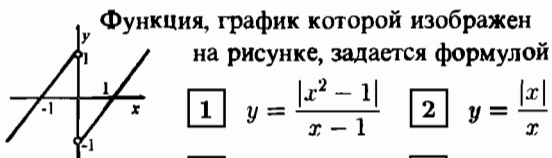
- 1 $\sqrt{2}$ 2 $2\sqrt{2}$ 3 2 4 4 5 $\sqrt{2} + 2$.

11

Выражение $a \cdot \left(\frac{a^{-2} - a}{(\sqrt{a})^{-1} - \sqrt{a}} - \sqrt{a} \right)$ при $a = 125$ равно

- 1 $-\frac{126\sqrt{5}}{125}$ 2 $\frac{126\sqrt{5}}{125}$ 3 $\sqrt{5}$ 4 $-5,04 \cdot \sqrt{5}$ 5 $5,04 \cdot \sqrt{5}$

12



- 1 $y = \frac{|x^2 - 1|}{x - 1}$ 2 $y = \frac{|x|}{x} - x$ 3 $y = \frac{|x|}{x}$
4 $y = |x| - x$ 5 $y = x - \frac{|x|}{x}$.

13

Сумма координат точки пересечения прямых $y = -\frac{5,86}{3,14}x + \frac{5,86}{3,14}$ и $y = -\frac{3,14}{5,86}x + \frac{21,14}{5,86}$ равна

- 1 2,72 2 2 3 3 4 4 5 3,43.

14

Множество всех решений неравенства $(x + 1)^{-1} > (x - 3)^{-1}$ равно

- 1 $(-\infty; +\infty)$ 2 $(-1; 3)$ 3 $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
4 $(3; +\infty)$ 5 $(-1; +\infty)$.

15

Сумма корней уравнения $\cos \pi x = -0,5$, принадлежащих промежутку $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}]$ равна

- 1 -2 2 $-\frac{4}{3}$ 3 0 4 $\frac{4}{3}$ 5 2.

Т-7

Сложность I

3

16

Последовательность задана формулой $a_n = \frac{2}{n+1}$. Промежутку $(0,04; 0,08)$ принадлежит следующее число ее членов

1 24 2 25 3 26 4 23 5 27.

17

Область значений функции $y = x^2 - 2x + 2$ на промежутке $x \in [0; 3]$ совпадает с множеством

1 $[2; 5]$ 2 $[5; 6]$ 3 $[-2; 5]$ 4 $[1; 5]$ 5 $[1; 3]$.

18

Среди приведенных выбрать число, ближайшее к корню уравнения $\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} = 2$

1 2π 2 $\frac{3}{2}\pi$ 3 $\frac{5}{4}\pi$ 4 π 5 $\frac{\pi}{2}$.

19

Уравнением, корни которого на 1 больше корней уравнения $x^2 - 5x - 1 = 0$, является

1 $x^2 - 7x + 3 = 0$ 2 $x^2 - 7x + 5 = 0$ 3 $x^2 + 7x + 4 = 0$
4 $x^2 + 7x + 3 = 0$ 5 $x^2 - 7x + 2 = 0$.

20

Сумма корней уравнения $x^2 - x + 9 + \sqrt{x^2 - x + 9} = 12$ равна

1 3 2 -3 3 -1 4 1 5 -2.

21

Скорость поезда на некотором участке пути была увеличена с 100 км/ч до 125 км/ч. Время, затраченное на этот участок уменьшилось против прежнего на

1 25% 2 20% 3 30% 4 $\frac{100}{3}\%$ 5 35%.

22

Все значения b , при которых парабола $y = x^2 - 2bx + 5$ целиком расположена выше прямой $y = 1$, определяются условием

1 $b < \pm 2$ 2 $b < -2$ 3 $b > 2$ 4 $-2 < b < 2$ 5 $|b| > 1$.

23

Наименьший положительный период функции $y = \cos^2 x - \sin x$ равен

1 $\frac{\pi}{2}$ 2 π 3 $\frac{3}{2}\pi$ 4 2π 5 $\frac{\pi}{4}$.

24 Множество значений функции $y = \log_2(x^2 - 4x + 12)$ не пересекается с областью определения функции $y = \ln(3a - x)$, если

- ☐ 1 $a > 1$ ☐ 2 $a < 1$ ☐ 3 $a < 2$ ☐ 4 $a > -1$ ☐ 5 такое невозможно.

25 Сумма целых решений неравенства $|\sqrt{x^2 + 2x + 1} - 2x - 3| \leq 4$ равна

- ☐ 1 0 ☐ 2 -12 ☐ 3 6 ☐ 4 10 ☐ 5 -5.

26 Величина $\sqrt{0,5 + 0,5 \cdot \sqrt{0,5 + 0,5 \cdot \cos \alpha}}$ при $2\pi < \alpha < \frac{5}{2}\pi$ равна

- ☐ 1 $-\cos \frac{\alpha}{4}$ ☐ 2 $\cos \frac{\alpha}{4}$ ☐ 3 $\sin \frac{\alpha}{4}$ ☐ 4 $-\sin \frac{\alpha}{4}$ ☐ 5 0.

27 Если $\log_2 \frac{\pi}{6} = a$, то выражение $\frac{\log_2(\arccos(-\frac{1}{2})) - 3}{\log_2 \pi - \log_2 3 - 1}$ равно

- ☐ 1 $\frac{a}{a-1}$ ☐ 2 $\frac{a+1}{a}$ ☐ 3 $1 - \frac{1}{a}$ ☐ 4 $\frac{1}{a} - 1$ ☐ 5 не имеет смысла.

28 Корень уравнения $\lg x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{\sqrt[3]{10}} x + \dots + \log_{\sqrt[10]{10}} x = 11$ равен

- ☐ 1 10^5 ☐ 2 10^{10} ☐ 3 $\sqrt[5]{10}$ ☐ 4 $\sqrt[10]{10}$ ☐ 5 $\sqrt[5]{5}$.

29 Расстояние между прямыми $y = -x + 1$ и $y + x = a$ равно $\sqrt{2}$ при двух значениях a , сумма которых составляет

- ☐ 1 -2 ☐ 2 2 ☐ 3 4 ☐ 4 -4 ☐ 5 $2\sqrt{2}$.

30 Имеются три сплава, составленные из меди, свинца и никеля. В первый сплав входят только медь и свинец в весовом отношении 5 : 1, во второй сплав входят только свинец и никель в весовом отношении 2 : 3, в третий сплав входят только медь и никель в весовом отношении 1 : 2. Возможно ли из этих трех сплавов составить новый сплав, так, чтобы в этом новом сплаве медь, свинец и никель содержались в весовом отношении 11 : 4 : 5? Если это возможно, то сколько процентов от общего количества должен составлять первый сплав?

- ☐ 1 15% ☐ 2 40% ☐ 3 50% ☐ 4 60% ☐ 5 такое невозможно.

§16. Итоговые экзаменационные тесты (средней сложности)

Т-8

Сложность II

1

01 Дробь $\frac{3-x}{1,8x+3,6}$ положительна при всех x , удовлетворяющих условию

- ☐ 1 $-2 < x < 3$
☐ 2 $0,2 < x < 6$
☐ 3 $x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
☐ 4 $x > 2$
☐ 5 $x < 2$

02 Уравнение $\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{4}{x}$ имеет корень

- ☐ 1 1
 ☐ 2 2
 ☐ 3 3
 ☐ 4 4
 ☐ 5 5

03 Длина промежутка, на котором график функции $y = |4x+2|$ лежит не выше прямой $y = 10$, равна

- ☐ 1 1
 ☐ 2 2
 ☐ 3 3
 ☐ 4 4
 ☐ 5 5

04 Числа $\frac{1}{3}$ и $-\frac{3}{2}$ являются корнями уравнения

- ☐ 1 $6x^2 + 7x + 3 = 0$
☐ 2 $6x^2 - 7x + 3 = 0$
☐ 3 $6x^2 + 7x - 3 = 0$
☐ 4 $4x^2 - 7x - 3 = 0$
☐ 5 $4x^2 - 7x + 3 = 0$

05 Набор состоит из двух предметов. Цену одного из них увеличили на 60%, а цену второго, который стоил в 2 раза дороже первого, увеличили на 30%. В результате стоимость набора возросла на

- ☐ 1 35%
 ☐ 2 90%
 ☐ 3 40%
 ☐ 4 45%
 ☐ 5 50%

06 Выражение $\frac{\sqrt{a^2 - \sqrt{72}a + 18}}{3\sqrt{2} - a}$ при $a < 4$ равно

- ☐ 1 -1
 ☐ 2 1
 ☐ 3 -0,5
 ☐ 4 $a + 3\sqrt{2}$
☐ 5 $a + \sqrt{3}$

07 Четной среди приведенных функций является

- ☐ 1 $y = x \cdot |x|$
☐ 2 $y = (1-x)^3(1+x)^3$
☐ 3 $y = \frac{|x|}{x} + x^2$
☐ 4 $y = \frac{1+x}{1-x}$
☐ 5 $y = \sqrt{x^2 + 2x - 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

Т-8

Сложность II

2

08 Значение выражения $(a-1)^{-1} + (b-1)^{-1}$ при $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$, $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$ равно **1** -1 **2** 6 **3** 3 **4** 1 **5** $\sqrt{3}$.

09 Если один из корней уравнения $ax^2 + (a-1)x - 6 = 0$ равен -3, то второй его корень равен **1** 1 **2** 2 **3** -3 **4** 4 **5** -5.

10 Область определения функции $y = \sqrt{(x^2 - 25) \cos 0,8\pi}$ задается неравенством **1** $x \leq \pm 5$ **2** $x \geq \pm 5$ **3** $-5 \leq x \leq 5$
4 $x \geq 5$ **5** $x \in (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.

11 Сумма целых чисел, заключенных между корнями уравнения $x^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{20})x - 10 = 0$, равна **1** 5 **2** 6 **3** 7 **4** -7 **5** -6.

12 Число $||\cos 43^\circ - \operatorname{ctg} 44^\circ| - |\operatorname{ctg} 44^\circ - \sin 48^\circ||$ равно **1** $\cos 48^\circ - \cos 47^\circ$ **2** $2 \operatorname{tg} 44^\circ - \sin 43^\circ - \cos 48^\circ$
3 $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$ **4** $\cos 42^\circ - \sin 47^\circ$
5 $\sin 43^\circ - 2 \operatorname{tg} 44^\circ + \cos 48^\circ$.

13 Если $a - b = 2$ и $|a| < 3$, то величина b находится в промежутке **1** $(-\infty; -5)$ **2** $(1; 5)$ **3** $(-1; 5)$ **4** $(-5; -1)$ **5** $(-5; 1)$.

14 Величина $\frac{y-x}{x \cdot y}$, где $(x; y)$ - решение системы уравнений, $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} = \frac{17}{4}$ и $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = \frac{1}{4}$, равна **1** $\frac{4}{3}$ **2** 2 **3** $\frac{3}{4}$ **4** 4 **5** $\frac{5}{4}$.

15 Члены последовательности с общим членом $a_n = 2 + \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \pi n)}{n-1}$ располагаются на числовой оси на расстоянии меньшем 0,01 от точки 2, начиная с номера **1** 101 **2** 102 **3** 103 **4** 100 **5** 99.

Т-8

Сложность II

3

16 Все значения a , при которых парабола $y = x^2 + 3x - a$ и прямая $y = x - 2$ не пересекаются, определяются неравенством

- 1** $a > 1$ **2** $a < 1$ **3** $a > 2$ **4** $a < 2$ **5** $a > 3$.

17 В тупоугольном равнобедренном треугольнике с боковой стороной 2 см и площадью 1,2 см² радиус описанной окружности равен

- 1** $\sqrt{10}/3$ **2** $\sqrt{10}/2$ **3** $\sqrt{10}$ **4** 0,6 **5** 0,8.

18 Область определения функции

$y = \sqrt[4]{(x^2 - 3x)\sqrt{0,5 - a} \log_a \cos^{-1} 15^\circ}$ совпадает с множеством

- 1** $[0; 3]$ **2** $[3; +\infty)$ **3** $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$ **4** $[0; +\infty)$ **5** $[\frac{1}{2}; 5]$.

19 Все решения уравнения $\sin(x - \pi/6) \sin(x + \pi/6) = 0,5$ определяются формулой

- 1** $\pm\pi/6 + \pi n$ **2** $(-1)^{n+1}\pi/12 + \pi n/2$ **3** $\pm\pi/3 + \pi n$
4 $\pm\pi/12 + \pi n$ **5** $\pi/12 + (-1)^n\pi/12 + \pi n/2$.

20 Все углы из промежутка $(-\pi; -\frac{\pi}{2})$, удовлетворяющие неравенству $\operatorname{ctg} x \geq \sqrt{3}$, образуют множество

- 1** $(-\pi; -\frac{2\pi}{3})$ **2** $(-\pi; \frac{5\pi}{6})$ **3** $(-\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{2})$ **4** $(-\frac{5\pi}{6}; 0)$ **5** $(-\pi; -\frac{5\pi}{6})$.

21 Квадратная функция, график которой проходит через точки $(0; -1)$; $(1; 0)$; $(2; -1)$ задается уравнением

- 1** $y = x^2 - 2x - 1$ **2** $y = -x^2 - 2x - 1$ **3** $y = -x^2 - 2x + 1$
4 $y = x^2 + 2x + 1$ **5** $y = -x^2 + 2x - 1$.

22 Величина $\operatorname{tg}(\arccos(-0,6))$ равна

- 1** $4/3$ **2** $3/4$ **3** $-3/4$ **4** $-4/3$ **5** $\sqrt{3}$.

23 Наименьшее значение функции $y = \frac{2}{2x - x^2 - a}$ превосходит число 2 при всех следующих значениях a

- 1** $a > 0$ **2** $a < 0$ **3** $a > 1$ **4** $0 < a < 1$ **5** $a < 1$.

Т-8

Сложность II

4

24 Все решения неравенства $x(x - \log_{\pi/3} \cos \frac{\pi}{3})(x - \log_{\pi/4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}) > 0$ образуют множество

1 $(1; \log_{\pi/3} \frac{1}{2}) \cup (\log_{\pi/4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}; +\infty)$ **2** $(\log_{\pi/3} \frac{1}{2}; 0) \cup (\log_{\pi/4} \frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty)$

3 $(0; +\infty)$ **4** $(-\infty; \log_{\pi/3} \frac{1}{2}) \cup (0; \log_{\pi/4} \frac{\sqrt{3}}{3})$

5 $(\log_{\pi/3} \frac{1}{2}; \log_{\pi/4} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6})$.

25 В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Косинус его большего острого угла равен

1 $1/\sqrt{5}$ **2** $\sqrt{5}/3$ **3** 0,6 **4** $\sqrt{5}/5$ **5** 0,8.

26 Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ равна

1 0,5 **2** 0,75 **3** 1 **4** $\sqrt{2}$ **5** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

27 Параллелограмм с острым углом 60° и площадью $1 + 2 \operatorname{tg} 30^\circ$ описан около двух касающихся окружностей одного радиуса, равного

1 1 **2** 0,5 **3** $\sqrt{2}/2$ **4** 0,25 **5** $\sqrt{3}/2$.

28 Уравнение $8|x+1| = \frac{a}{|x|}$ имеет ровно 4 корня при условии

1 $0 < a < 2$ **2** $0 < a < 4$ **3** $a > 2$ **4** $a > 4$ **5** нет таких a .

29 Равнобокая трапеция с площадью $10\sqrt{5} \text{ см}^2$ и боковым ребром 5 см такова, что в нее можно вписать окружность. Радиус описанной около трапеции окружности равен

1 3 см **2** $5\sqrt{6}$ см **3** 7,5 см **4** 3,75 см **5** 5 см.

30 Область значений функции $y = 0,2^{-x^2+4x-6}$ равна

1 (0; 25] **2** (0; 125] **3** [25; $+\infty$) **4** [125; $+\infty$) **5** [25; 125).

Т-9

Сложность II

1

01 Яблоки при сушке потеряли 83% своей массы. Из 300 кг свежих яблок сушеных получится

- 1 75 кг 2 64 кг 3 51 кг 4 36 кг 5 249 кг.

02

Сумма $\sqrt{19321} + 2$ равна

- 1 139 2 141 3 151 4 149 5 143.

03

Сумма первых 10 членов последовательности с общим членом $a_n = \frac{2+5n}{2}$ равна

- 1 117,5 2 127,5 3 150 4 147,5 5 157,5.

04

Равенство $\frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot x^{1/6} \cdot x^{-1/2}}{\sqrt[4]{x^{2/3}}} = 2$ верно при x равном

- 1 $\sqrt[6]{2}$ 2 64 3 32 4 $\frac{1}{64}$ 5 $\frac{1}{32}$.

05

Область определения функции $y = \sqrt{(0,4)^x - \frac{125}{8}}$ совпадает с множеством

- 1 $(-\infty; -3]$ 2 $[-3; +\infty)$ 3 $(-\infty; 3]$ 4 $[3; +\infty)$ 5 $[-3; 3]$.

06

Числом, большим 1, из приведенных степеней является

- 1 $(\sqrt{1,01})^{-\pi}$ 2 $\left(\frac{\pi}{3}\right)^{\cos 100^\circ}$ 3 $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{2}}$ 4 $0,5^{\cos 100^\circ}$ 5 $0,5^\pi$.

07

Если периметр описанной равнобедренной трапеции с острым углом 60° равен $4a$, то диагональ трапеции равна

- 1 $2a$ 2 $1,5a$ 3 $\frac{4}{3}a$ 4 $\frac{a\sqrt{7}}{2}$ 5 $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

08

Отрицательным числом из приведенных является

- 1 $\log_{\sqrt{2}} \operatorname{tg} 46^\circ$ 2 $\log_{\frac{\pi}{4}} \frac{\pi}{3}$ 3 $\log_2 \frac{\pi}{3}$
4 $\log_{\frac{\pi}{4}} \sin 16^\circ$ 5 $\log_3 \operatorname{ctg} 40^\circ$.

09

Цена акции после двух "скачков" возросла на 110%, причем первый раз цена подскочила на 40%. Второе повышение составило

- 1 70% 2 35% 3 80% 4 90% 5 50%.

10

Если радиус окружности, вписанной в круговой сектор центральным углом в 120° равен a , то радиус кругового сектора составляет

- 1 $a(1 + \frac{2}{\sqrt{3}})$ 2 $\frac{1}{3}a$ 3 $a(\sqrt{2} + 1)$ 4 $a(\sqrt{2} - 1)$ 5 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

11

Все решения уравнения $\cos x \cdot (1 - \operatorname{ctg} x) + 1 = \operatorname{ctg} x$ определяются множествами ($k, n \in \mathbb{Z}$)

- 1 $-\frac{\pi}{4} + \pi n$ 2 $\pi + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + \pi n$ 3 $\pi + 2\pi n$
4 $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 5 πn .

12

Расстояние между нулями функции $y = 261x^2 - 485x + 224$ равно

- 1 485/261 2 17/9 3 1/9 4 37/261 5 2/9.

13

Выражение $\cos^6 \frac{3\pi}{8} + \sin^6 \frac{5\pi}{8}$ равно

- 1 $-\frac{5}{8}$ 2 $\frac{5}{8}$ 3 $\frac{7\sqrt{2}}{16}$ 4 $-\frac{7\sqrt{2}}{16}$ 5 $\frac{7\sqrt{2}}{4}$.

14

Наибольшее значение функции $y = \frac{0,5}{1 + \sin x}$ на промежутке $x \in [\frac{\pi}{6}; \frac{5}{6}\pi]$ равно

- 1 100 2 $\frac{1}{4}$ 3 $\frac{1}{3}$ 4 4 5 1.

15

Все решения неравенства $\log_{\frac{1}{1+x^2}}(4x-2) > -1$ образуют множество

- 1 $(-3; 1)$ 2 $(-3; -1)$ 3 $(-\infty; -3) \cup (-1; \frac{1}{2})$
4 $(1; 3)$ 5 $(\frac{1}{2}; 1) \cup (3; +\infty)$.

Т-9

Сложность II

3

16 Если $\operatorname{tg} \alpha \cdot |\cos \alpha| + |\operatorname{ctg} \alpha| \cdot \sin \alpha = -\sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$, то угол α оканчивается в

- 1** 1-й четверти **2** 2-й четверти **3** 3-й четверти
4 4-й четверти **5** 1-й или 2-й четверти.

17 Если в равнобедренной трапеции средняя линия равна a , а угол между ее диагоналями, противолежащий основанию, составляет α , то высота трапеции равна

- 1** $a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ **2** $a \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ **3** $\frac{a}{\cos \alpha/2}$ **4** $\frac{a}{\sin \alpha/2}$ **5** $a \cos \frac{\alpha}{2}$.

18 Все решения уравнения $(\cos x - \frac{1}{2}) / \sqrt{x(\frac{\pi}{2} - x)} = 0$ определяются множеством ($n \in \mathbb{Z}$)

- 1** $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ **2** $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$ **3** $\frac{\pi}{3}$ **4** $\frac{\pi}{6}$ **5** $\emptyset$.

19 Числа $a = (\sin 150^\circ)^{\operatorname{ctg} 44^\circ}$, $b = (0,5)^{\cos 275^\circ}$ и $c = (\sin 30^\circ)^{\sin 15^\circ}$ удовлетворяют неравенствам

- 1** $c > b > a$ **2** $b > c > a$ **3** $c > a > b$ **4** $a > b > c$ **5** $b > a > c$.

20

Выражение $1,5 \cdot 3^{\frac{\log_5 16}{\log_5 3}}$ равно

- 1** 1 **2** 9 **3** 27 **4** 24 **5** 25.

21 Область определения функции

$y = \lg((x^2 - x^3) \log_a \operatorname{tg} 43^\circ \cdot \sqrt{a - \operatorname{ctg} 44^\circ})$ совпадает с множеством

- 1** $0 < x < 1$ **2** $x > 1$ **3** $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$ **4** $(-\infty; 0)$ **5** $-1 < x < 1$

22

Область определения функции $y = \sqrt{(4^x - 16) \cdot \log_{0,5} \frac{3}{x}}$ совпадает с множеством

- 1** $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ **2** $(0; 2] \cup [3; +\infty)$ **3** $[2; 3]$
4 $[0; 3]$ **5** $[2; +\infty)$.

Т-9

Сложность II

4

- 23** Все решения неравенства $\sqrt{\sin x} > \sqrt{-\cos x}$ образуют множество ($n \in \mathbb{Z}$)
- 1** $(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n)$ **2** $[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n)$
- 3** $(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \pi + 2\pi n]$ **4** $[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + 2\pi n)$
- 5** $(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; 2\pi n]$.

- 24** Функция $y = \sqrt{\sqrt{x+5} + \sqrt{5-x} - 4}$ определена на множестве
- 1** $[-5; 5]$ **2** $[-4; 4]$ **3** $[-5; -4] \cup [4; 5]$ **4** $x = 0$ **5** $\emptyset$.

- 25** Если сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии с положительными членами равна 405, а сумма ее первых 4 членов равна 325, то 5-й член этой прогрессии равен
- 1** 2, (6) **2** 5 **3** 26, (6) **4** 48 **5** 56.

- 26** Если в прямоугольном треугольнике с катетом в 6 см радиус вписанной окружности равен 2 см, то другой катет составляет
- 1** 16 см **2** 8 см **3** 12 см **4** 6 см **5** 5 см.

- 27** Вычислить $(\cos 35^\circ + 2 \cos 85^\circ) / \sqrt{3} \cos 55^\circ$
- 1** $\sqrt{3}$ **2** 1 **3** 2 **4** $\sqrt{3}/2$ **5** $1/2$.

- 28** Все решения неравенства $\sqrt{x+2} > x$ образуют множество
- 1** $[-2; 2)$ **2** $(-1; 2)$ **3** $[0; 2]$ **4** $[-1; 2)$ **5** $(0; 3)$.

- 29** Функция $y = |\log_2 x - 1| + |2 - \log_{0,5} x|$ является линейной на промежутке
- 1** $(0; 1]$ **2** $[1; 4]$ **3** $[2; 4]$ **4** $[0, 25; 2]$ **5** $[1; +\infty)$.

- 30** Наименьшее значение функции $y = (\sin 30^\circ)^{2 \cos x} - \cos^2 x - 3$ равно
- 1** 0,25 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 1.

Т-10

Сложность II

1

01

Через точки $(0; 1)$ и $(2; 0)$ проходит прямая

- ☐ 1 $2x + y - 2 = 0$ ☐ 2 $x + 2y - 2 = 0$ ☐ 3 $x - 2y - 2 = 0$
☐ 4 $x - 2y + 2 = 0$ ☐ 5 $2x - y + 2 = 0$.

02

Решением неравенства $\frac{\sqrt{2}-1, (4)}{x^2-4} < 0$ является множество

- ☐ 1 $x > \pm 2$ ☐ 2 $x < -2, x > 2$ ☐ 3 $-2 < x < 2$ ☐ 4 $x < \pm 2$ ☐ 5 $x > 0$.

03

Уравнение $\sqrt{x-7} + \sqrt{2-x} = 3$ имеет решение

- ☐ 1 6 ☐ 2 -2 ☐ 3 $3 \pm 2\sqrt{15}$ ☐ 4 9 ☐ 5 не имеет решений.

04

Площадь правильного 8-угольника, вписанного в окружность радиуса $\sqrt{2}$ составляет

- ☐ 1 $24 - 16\sqrt{2}$ ☐ 2 $4\sqrt{2}$ ☐ 3 $\sqrt{2} - 1$ ☐ 4 4 ☐ 5 $\sqrt{2}$.

05

Наименьшее значение функции $y = \frac{1}{2}x^2 - x + a$ превосходит число 2,5 при

- ☐ 1 $a < 1$ ☐ 2 $a > 1$ ☐ 3 $a > 3$ ☐ 4 $a < 3$ ☐ 5 $a > 2$.

06

Двое рабочих, работая совместно с одинаковой производительностью, могут выполнить заказ за 5,5 часа. Если один из них увеличит свою производительность на 20%, то работая одновременно, они выполнят заказ за

- ☐ 1 3,5 часа ☐ 2 3 часа ☐ 3 3 часа 12 мин ☐ 4 4 часа ☐ 5 5 часов.

07

Наименьший положительный период функции $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 2x$ равен

- ☐ 1 π ☐ 2 2π ☐ 3 $\frac{\pi}{2}$ ☐ 4 $\frac{3}{2}\pi$ ☐ 5 3π .

08

Если числа $1, x^2, 6 - x^2$ представляют собой три первых последовательных члена геометрической прогрессии, то шестой член этой прогрессии равен

- ☐ 1 27 ☐ 2 243 ☐ 3 256 ☐ 4 32 ☐ 5 81.

Т-10

Сложность II

2

- 09** Область значений функции $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ совпадает с множеством
- 1** $[-1; 1]$ **2** $[-1 - \sqrt{3}; \sqrt{3} - 1]$ **3** $[-1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}]$
4 $[-2; 2]$ **5** $[\sqrt{3} - 1; \sqrt{3} + 1]$.

- 10** Сумма наибольшего и наименьшего корней уравнения $\sin 2x / \sqrt{7 + 6x - x^2} = 0$ равна
- 1** 2π **2** 0 **3** $\frac{\pi}{2}$ **4** $-\frac{\pi}{2}$ **5** $-\pi$.

- 11** Числом, меньшим 1, из приведенных является
- 1** $(\cos 15^\circ) \operatorname{tg} 280^\circ$ **2** $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\cos 100^\circ}$ **3** $\pi^{\cos 300^\circ}$
4 $(\operatorname{tg} 46^\circ)^{\log_{\sqrt{3}} \sin 23^\circ}$ **5** $(\operatorname{ctg} 46^\circ)^{\log_{\sqrt{3}} \sin 23^\circ}$.

- 12** Сумма координат точки пересечения графиков функций $y = x^2 + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2} + \dots$ и $y = \frac{1}{x} + 1$ равна
- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** графики не пересекаются.

- 13** Продавец, продавая яблоки по 1 руб 40 коп за штуку, имеет $6\frac{2}{3}\%$ убытка. Чтобы иметь прибыль в $33\frac{1}{3}\%$, он должен продавать каждое яблоко за
- 1** 4 р. 75 коп **2** 5 р. 25 коп **3** 2 р. 15 коп **4** 1 р. 92 коп **5** 2 р.

- 14** Наибольшее значение функции $y = |2^x - 1| - |2 - 0,5^{-x}|$ на отрезке $[0; 1]$ равно
- 1** 1 **2** 2 **3** -1 **4** $\frac{10}{3}$ **5** $0,5$.

- 15** В прямоугольном треугольнике даны гипотенуза $2a$ и меньший угол α . Расстояние между основаниями медианы и высоты, проведенными из вершины прямого угла, равно
- 1** $a \operatorname{tg} (45^\circ - \alpha)$ **2** $a \cos 2\alpha$ **3** $-a \cos 2\alpha$ **4** $a \operatorname{tg} (\alpha - 45^\circ)$ **5** $a \sin 2\alpha$.

Т-10	Сложность II	3
16	Выражение $\frac{a}{a^2+1}\sqrt{1+\left(\frac{a^2-1}{2a}\right)^2}$ при $a < 0$ равно ☐ 1 $\pm 0,5$ ☐ 2 ± 1 ☐ 3 $0,5$ ☐ 4 $-0,5$ ☐ 5 1.	
17	Сумма корней уравнения $\sqrt{x} \cdot 2^{x^2} + 16 = 16\sqrt{x} + 0,5^{-x^2}$ равна ☐ 1 -2 ☐ 2 2 ☐ 3 1 ☐ 4 3 ☐ 5 0.	
18	$\arccos(\sin(-\frac{\pi}{5}))$ равен ☐ 1 $-\pi/5$ ☐ 2 $7\pi/10$ ☐ 3 $\pi/5$ ☐ 4 $2\pi/5$ ☐ 5 $3\pi/5$.	
19	При данном отношении трех чисел $x : y : z = 1 : 3 : 5$ дробь $\frac{2x - 5y + 3z}{3x - y + 4z}$ равна ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 $0,5$ ☐ 4 $0,1$ ☐ 5 10.	
20	Область определения функции $y = \sqrt{\frac{3^x + \log_2(x^2 + 1)}{x + 1} - \frac{3^x - \log_{0,5}(x^2 + 1)}{x - 2}}$ совпадает с множеством ☐ 1 $(-1; 1)$ ☐ 2 $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ ☐ 3 $(-2; 1)$ ☐ 4 $(-1; 2)$ ☐ 5 $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.	
21	Если радиус вписанного круга в равнобочную трапецию с площадью 60 см^2 равен $2,5 \text{ см}$, то радиус окружности, описанной около этой трапеции, равен ☐ 1 16 см ☐ 2 $31,2 \text{ см}$ ☐ 3 $\frac{150}{7} \text{ см}$ ☐ 4 $\frac{300}{7} \text{ см}$ ☐ 5 $15,6 \text{ см}$.	
22	Если $\log_2 \frac{\pi}{6} = a$, то выражение $\frac{\log_2(\arccos(-\frac{1}{2})) - 3}{\log_2 \pi - \log_2 3 - 1}$ равно ☐ 1 $\frac{a}{a-1}$ ☐ 2 $\frac{a+1}{a}$ ☐ 3 $1 - \frac{1}{a}$ ☐ 4 $\frac{1}{a} - 1$ ☐ 5 не имеет смысла.	
23	Выражение $\cos 135^\circ \cdot (\sqrt{1 + \cos 210^\circ} - \sqrt{1 - \cos 390^\circ})$ равно ☐ 1 $-2 \cos 15^\circ$ ☐ 2 $-2 \sin 15^\circ$ ☐ 3 $2 \cos 15^\circ$ ☐ 4 $2 \sin 15^\circ$ ☐ 5 0.	

24 Стороны треугольника равны 3 см, 6 см, 7 см. Биссектриса большего угла треугольника равна

- 1** $\frac{8}{13}\sqrt{105}$ см **2** $\frac{8}{3}$ см **3** $\frac{4\sqrt{21}}{5}$ см **4** $\frac{16}{3}$ см **5** $\frac{16}{5}$ см.

25 Свободный член приведенного квадратного уравнения с рациональными коэффициентами, одним из корней которого является $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} 60^\circ}$, равен

- 1** 0,5 **2** -0,5 **3** -2 **4** 2 **5** 1.

26 Наибольшее значение функции $y = \log_{\cos 45^\circ} (\sin^2(45^\circ - x) + (\sin x - \cos x)^2 + 1)$ равно

- 1** 0 **2** 1 **3** 2 **4** -2 **5** -4.

27 Сумма целых решений неравенства $\sqrt{6+x} \geq x$ равна

- 1** -15 **2** -5 **3** 5 **4** 15 **5** 21.

28 Уравнение $|x| = \frac{a^2}{|x+4|}$ имеет 4 корня, если

- 1** $0 < |a| < 2$ **2** $0 < a < 2$ **3** $a > 2$ **4** $a < -2$ **5** $a < -2, a > 2$.

29 Область определения функции $y = \sqrt{2 - \log_{(x-3)}(x-1)}$ совпадает с множеством

- 1** $(3; 4) \cup [5; +\infty)$ **2** $(2; 3) \cup (3; 4]$ **3** $(4; 5]$ **4** $[5; +\infty)$ **5** $(3; 5]$.

30 Система уравнений $\begin{cases} |x| + |y| = a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ имеет восемь решений, если

- 1** $a \in (\frac{1}{\sqrt{2}}; 1)$ **2** $a = \frac{1}{2}$ и $a = 1$ **3** $a = \sqrt{2}$ и $a = 1$
4 $a \in (1; \sqrt{2})$ **5** $a \in (\frac{1}{2}; 1)$.

01 Велосипедист проезжает 60 км со скоростью 12 км/ч. Если он увеличит скорость на 25%, то время на этот путь сократится на

1 30% **2** 25% **3** 20% **4** 24% **5** 35%.

02 Число $\frac{(1,8)^2 \cdot 0,004}{0,0625 \cdot 81}$ равно

1 $(0,2)^3$ **2** $(0,2)^4$ **3** $0,1 \cdot (0,4)^4$ **4** $(0,4)^3$ **5** $(0,4)^4$.

03 Множество решений неравенства $-7 < 3 - 2x < -5$ равно

1 $(-5; -4)$ **2** $(-5; 4)$ **3** $(-4; 5)$ **4** $(4; 5)$ **5** $(-10; -8)$.

04 Выражение $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) \sin(\frac{3}{2}\pi - \alpha) + \cos(\pi - \alpha) \sin(2\pi - \alpha)$ равно

1 1 **2** $-\sin 2\alpha$ **3** $\cos 2\alpha$ **4** $-\cos 2\alpha$ **5** $\sin 2\alpha$.

05 Числа $a = 5\sqrt{2}$, $b = 4\sqrt{3}$, $c = 3\sqrt{6}$ удовлетворяют неравенствам

1 $a < b < c$ **2** $c < b < a$ **3** $b < a < c$
4 $a < c < b$ **5** $b < c < a$.

06 Число $\left(\left(\frac{1}{3} \right)^{1/2} - (6\sqrt{6})^{-1/3} \right) \cdot \left(3^{-1/2} + \frac{1}{\sqrt{6}} \right)$ равно

1 $-\frac{1}{6}$ **2** $\frac{1}{2}$ **3** 3 **4** $\frac{1}{6}$ **5** 6.

07 Если $\frac{x}{3y} = \frac{1}{5}$, то дробь $\frac{x+2y}{y-3x}$ равна

1 $\frac{13}{4}$ **2** -3,25 **3** 3 **4** -4 **5** -4,5.

08 Корень уравнения $3^{x+3} \cdot 4^x - 12^x = 3744$ равен

1 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

09 Сумма целых решений неравенства $|x + 5| + |2x| \geq -2x$ при $x \in [-4; -1]$ равна **1** -10 **2** -6 **3** -3 **4** -2 **5** -1.

10 Точки $A(-1; -2, 5)$ и $B(2; 2)$ расположены относительно прямой $y = \sqrt{3} \cdot x - \sqrt{2}$ следующим образом

- 1** A – ниже, B – выше **2** обе – выше **3** A – на прямой, B – выше
4 A – выше, B – ниже **5** обе – ниже.

11 Если $\alpha \in (\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3})$, $\beta \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4})$, то $\sin(\beta - \alpha)$ принадлежит промежутку

- 1** $(-\frac{1}{2}; 0)$ **2** 1 **3** 0 **4** $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0)$ **5** $(-1; -\frac{1}{2})$.

12 В прямоугольном треугольнике катеты составляют 10 и 24. Радиус вписанной в треугольник окружности равен

- 1** 7 **2** 2 **3** 6 **4** 4 **5** 5.

13 Числа $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$ являются корнями уравнения

- 1** $x^2 - \sqrt{2}x - \sqrt{2} - 1 = 0$ **2** $x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2} - 1 = 0$
3 $x^2 + \sqrt{2}x - \sqrt{2} + 1 = 0$ **4** $x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2} + 1 = 0$
5 $x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2} - 1 = 0$.

14 Нечетной среди приведенных является функция

- 1** $y = (|x| - x)(|x| + 1)$ **2** $y = |1 - 2x| + |1 + 2x|$ **3** $y = \frac{1 - x}{1 + x}$
4 $y = \frac{|x|}{x} - x|x|$ **5** $y = (x - 1)(x + 1)$.

15 В геометрической прогрессии седьмой член равен 0, 125, а знаменатель составляет 0, 5. Второй член прогрессии равен

- 1** 8 **2** 16 **3** 32 **4** 4 **5** 0, 625.

T-11

Сложность II

3

16 Множество значений функции $y = 2 - |x + 1|$ на промежутке $[-2; 4]$ равно

- 1** $[-3; 0]$ **2** $[0; 2]$ **3** $[-2; 2]$ **4** $[-3; 1]$ **5** $[-3; 2]$.

17

Величина $125^{\frac{1}{4 \cdot \log_2 5}}$ равна

- 1** $\sqrt[4]{5}$ **2** $\sqrt[4]{125}$ **3** $\sqrt[3]{4}$ **4** $\sqrt[4]{8}$ **5** $\sqrt[3]{25}$.

18

Число корней уравнения $\sqrt{x-3} \cdot (x^3 - 6) = 0$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

19

Наименьший положительный период функции $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x$ равен

- 1** $\frac{\pi}{2}$ **2** π **3** $\frac{3}{2}\pi$ **4** 2π **5** 3π .

20

Множество решений неравенства $\frac{1}{x-3} < \frac{2}{x+4}$ равно

- 1** $(10; +\infty)$ **2** $(-4; 3) \cup (10; +\infty)$ **3** $(3; 10)$
4 $(-4; +\infty)$ **5** $(-\infty; -4) \cup (3; 10)$.

21

Область определения функции $y = \sqrt{-x^2 + 3|x| - 2}$ совпадает с множеством

- 1** $[-2; 2]$ **2** $[-2; -1] \cup [1; 2]$ **3** $(-\infty; -1]$
4 $(-\infty; 1]$ **5** $[2; +\infty)$.

22

Все решения уравнения $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$ определяются формулой

- 1** $-\frac{\pi}{3} \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$ **2** $\frac{\pi}{3} + (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$ **3** $-\frac{\pi}{6} \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$
4 $-\frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ **5** $\frac{\pi}{3} \pm \frac{2}{3}\pi + \pi n$.

23 Если парабола $y = -2x^2 - ax + b$ проходит через точки $(-3; -5)$, $(-1; 5)$, то a и b равны соответственно

- 1** $-4, 3$ **2** $-3, -4$ **3** $4, -3$ **4** $3, 4$ **5** $-3, 4$.

24 Площадь трапеции с высотой 12 и диагоналями 20 и 15 равна

- 1** 125 **2** 250 **3** 150 **4** 175 **5** 200.

25 Для того, чтобы сумма первых натуральных четных чисел была больше 150, их необходимо взять не менее

- 1** 10 **2** 11 **3** 75 **4** 76 **5** 12.

26 Область определения функции $y = \sqrt{2 - \log_3(x - 2)^2}$ совпадает с множеством

- 1** $(-1; 5]$ **2** $(-\infty; 5]$ **3** $(-\infty; -1]$ **4** $[-1; 2) \cup (2; 5]$ **5** $(2; 5]$.

27 Графики функций $y = \frac{x+2}{|x+2|}$ и $y = |x-a|$ не имеют общих точек при всех a из множества

- 1** $(-\infty; -3]$ **2** $(-\infty; 3)$ **3** $(-3; +\infty)$ **4** $(-3; 3)$ **5** $[3; +\infty)$.

28 Множество решений неравенства $\log_{0,4} \log_4 x > -1$ равно

- 1** $(1; 32)$ **2** $(2; 16)$ **3** $(0; 32)$ **4** $(\frac{1}{4}; 16)$ **5** $(16; +\infty)$.

29 Все решения неравенства $\sqrt{x+2} < x$ образуют множество

- 1** $(-1; 2)$ **2** $(0; 2)$ **3** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
4 $(2; +\infty)$ **5** $(-2; +\infty)$.

30 Площадь фигуры, определяемой условиями $|x| + |y| \leq 2$ и $y \geq |x|$, равна

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 2,5.

Т-12

Сложность II

1

01 Турист проехал 285 км на автомобиле со скоростью 60 км/ч, прошел пешком 17 км со скоростью 6 км/ч и проплыл на плоту 27 км со скоростью 5 км/ч, затратив на весь путь

- 1** 13 ч **2** 12 ч **3** 13 ч 23 мин **4** 12 ч 59 мин **5** 13 ч 9 мин.

02

Квадрат числа 1996 равен

- 1** 3999984 **2** 3994016 **3** 3984016 **4** 3988016 **5** 3994084.

03Сумма нулей функции $y = (x - \sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + x)$ равна

- 1** $-2\sqrt{2}$ **2** $2\sqrt{3}$ **3** $5 - 2\sqrt{2}$ **4** $5 + 2\sqrt{2}$ **5** 5.

04Число $|3\sqrt{7} - \sqrt{65}| - |8 - \sqrt{65}|$ равно

- 1** $3\sqrt{7} - 8$ **2** $3\sqrt{7} - 2\sqrt{65} + 8$ **3** $8 - 3\sqrt{7}$
4 $3\sqrt{7} - 8 - 2\sqrt{65}$ **5** $2\sqrt{65} - 8 - 3\sqrt{7}$.

05

В прямоугольнике диагонали пересекаются под углом в 60° , а сумма диагонали и меньшей стороны равна 36. Диагональ равна

- 1** 12 **2** 24 **3** 36 **4** 48 **5** $12\sqrt{3}$.

06

Если $\frac{\cos \alpha - 3 \sin \alpha}{2 \cos \alpha - \sin \alpha} = 2$, то величина $\operatorname{ctg} \alpha$ равна

- 1** -3 **2** $\frac{1}{3}$ **3** $-\frac{1}{3}$ **4** 3 **5** невозможно вычислить.

07

Наибольшим целым решением неравенства $(4\sqrt{3} - 7)(2x - 5) > 0$ является

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** такого числа не существует.

08

Расстояние между точками пересечения графика функции $y = 3 - |5x - 2|$ с осью абсцисс равно

- 1** 0,6 **2** 1,2 **3** 0,3 **4** 0,5 **5** 0,8.

09

Сумма восьмого и девятого членов последовательности с общим членом $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} - \frac{n}{3}}$ равна

- [1] $6 + \sqrt{10}$ [2] $\sqrt{10}$ [3] $6 - \sqrt{10}$ [4] $7 + \sqrt{10}$ [5] $2\sqrt{10}$.

10

Число корней уравнения $\frac{x}{|x|} = x^3$ равно

- [1] 1 [2] 2 [3] 3 [4] 4 [5] 5.

11

Множество решений неравенства $\frac{2x-1}{\sqrt{1-x}} \leq 0$ равно

- [1] $[\frac{1}{2}; +\infty)$ [2] $[\frac{1}{2}; 1)$ [3] $(-\infty; 1)$
 [4] $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}] \cup (1; +\infty)$ [5] $(-\infty; \frac{1}{2}]$.

12

Произведение $\operatorname{ctg} 3^\circ \operatorname{ctg} 6^\circ \operatorname{ctg} 9^\circ \dots \operatorname{ctg} 87^\circ$ равно

- [1] 1 [2] 2 [3] $\sqrt{3}$ [4] $\frac{\sqrt{3}}{3}$ [5] вычислить невозможно.

13

Наименьший из углов, который составляют часовая и минутная стрелка в 6 ч 20 мин, равен

- [1] $\frac{11}{18}\pi$ [2] $\frac{5}{18}\pi$ [3] $\frac{7}{18}\pi$ [4] $\frac{5}{6}\pi$ [5] $\frac{7}{15}\pi$.

14

Все члены последовательности $a_n = \frac{7}{2n+3}$, принадлежащие интервалу $(\frac{2}{5}; \frac{3}{4})$, имеют номера

- [1] 2, 3, 4 [2] 3, 4, 5 [3] 4, 5, 6, 7 [4] 5, 6, 7 [5] 4, 5, 6.

15

К окружности радиуса 5 из точки А проведена касательная длины $2\sqrt{6}$. Расстояние от точки А до ближайшей точки окружности равно

- [1] 1, 5 [2] 2 [3] 3 [4] 2, 5 [5] 3, 5.

T-12

Сложность II

3

16 Сумма первых шести членов прогрессии $\sqrt{3}, \sqrt[4]{27}, 3, 3\sqrt[4]{3}, \dots$ с нечетными номерами равна

- 1 $13(3 + \sqrt{3})$ 2 $9 + \sqrt{3}$ 3 $9 + \sqrt[4]{3}$ 4 $\sqrt[4]{3} + 27$ 5 $9(3 + \sqrt{3})$.

17 Если $\log_3 x = -\frac{1}{2} \log_3 a + 3 \cdot \log_3 b - \log_3 c + 2$, то величина x равна

- 1 $b^3 + 9^2 - \sqrt{a} - c$ 2 $\frac{b^3 + 9}{c + \sqrt{a}}$ 3 $\frac{9 \cdot \sqrt[3]{b}}{a^2 c}$ 4 $\frac{9b^3}{c\sqrt{a}}$ 5 $\frac{3b}{2c\sqrt{a}}$.

18 Если величины x и y связаны соотношением $x^2 + 2y^2 = 3xy$, то наибольшее значение отношения $\frac{x}{y}$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

19 Корень уравнения $\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}} = \frac{4}{x\sqrt{x}}$ равен

- 1 $\sqrt{3} - 1$ 2 $\sqrt{3} + 1$ 3 $-1 \pm \sqrt{3}$ 4 $\sqrt{2} - 1$ 5 $\sqrt{5} - 1$.

20 Все значения x , при которых выражение $\sqrt{\frac{x-5}{(x-1)(x+4)}}$ лишено смысла, образуют множество

- 1 $(-\infty; -4] \cup (5; +\infty)$ 2 $(-\infty; -3)$ 3 $(-\infty; -4] \cup [1; 5)$
4 $(-\infty; 1] \cup (5; +\infty)$ 5 $[-4; 5)$.

21 Сумма $1 + \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^6 \frac{\pi}{8} + \dots$ равна

- 1 $4 - 2\sqrt{2}$ 2 $4 + 2\sqrt{2}$ 3 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ 4 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ 5 $2\sqrt{2} - 2$.

22 Число точек пересечения графиков функций $y = \sqrt{4 - x^2}$ и $y = \pi^x$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

23 Корень уравнения $3^x - 12 \cdot 3^{-x} = 1$ равен

- 1 $2 \cdot \log_3 2$ 2 $3 \cdot \log_2 3$ 3 $\sqrt{2}$ 4 $\log_2 9$ 5 -2 .

24 Если корни уравнения $2x^2 - 18x + 27 = 0$ уменьшить втрое, то получится уравнение

- 1** $2x^2 - 3x + 9 = 0$ **2** $2x^2 - x + 9 = 0$ **3** $2x^2 - 6x + 3 = 0$
4 $2x^2 - 3x + 3 = 0$ **5** $2x^2 - 3x + 12 = 0$.

25 Все значения a , при которых система уравнений $y = -x + a$, $x^2 + y^2 = 3$ имеет решения, образуют множество

- 1** $[-1; 1]$ **2** $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ **3** $[-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$ **4** $[-\sqrt{3}; \sqrt{6}]$ **5** $[0; 3]$.

26 Обратной к функции $y = \log_2(x - 1)$ является функция

- 1** $y = 2^x + 1$ **2** $y = \log_2(1 - x)$ **3** $y = \frac{1}{\log_2(1 - x)}$
4 $y = 2^{x+1}$ **5** $y = 2^{x-1}$.

27 Парабола $y = ax^2 - (a^2 - 5)x + 4$ с ветвями, направленными вниз, симметрична относительно прямой $x = 2$, если a равно

- 1** -1 **2** -2 **3** -5 **4** 4 **5** 5 .

28 Наименьшее значение функции $y = 2\sin^2 x + 3\cos^2 x$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5 .

29 Равнобедренная трапеция с острым углом α описана около окружности. Отношение ее большего основания к меньшему равно

- 1** $\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2}$ **2** $\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi - \alpha}{4}$ **3** $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$ **4** $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$ **5** $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi - \alpha}{4}$.

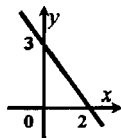
30 При условии $|a| \geq 1$ выражение $\sqrt{1 - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}} - \sqrt{1 + \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}}$ равно

- 1** -2 **2** 2 **3** $\frac{2}{a}$ **4** $-\frac{2}{a}$ **5** 0 .

01 Разность между наименьшим общим кратным и наибольшим общим делителем чисел 72 и 96 равна

- 1** 312 **2** 288 **3** 258 **4** 282 **5** 264.

02



Угловым коэффициентом прямой, изображенной на рисунке, равен

- 1** $-\frac{3}{2}$ **2** $\frac{3}{2}$ **3** $\frac{2}{3}$ **4** $-\frac{2}{3}$ **5** $-\frac{1}{5}$.

03

Сумма координат точки пересечения прямых $2x + 3y = -2$ и $3x + 2y = -8$ равна

- 1** 1 **2** 2 **3** -2 **4** 4 **5** -4.

04

К окладу прибавляется 25% районная надбавка, после чего взимается подоходный налог. Для того, чтобы получаемая на руки зарплата равнялась окладу, подоходный налог должен составлять

- 1** 15 % **2** 25 % **3** 20 % **4** 22,5 % **5** 17,5 %.

05

Вертикальный шест высоты 2 м дает тень 1,2 м. Высота столба, тень от которого составляет 4,5 м, равна

- 1** 6,3 м **2** 7,5 м **3** 4,8 м **4** 5,2 м **5** 5,25 м.

06

Выражение $\frac{1}{1 - 2 \cos 30^\circ} + \frac{1}{1 + 2 \sin 60^\circ}$ равно

- 1** 1 **2** -1 **3** не определено **4** 2 **5** -2.

07

Выражение $\left(\frac{b^{-1}}{a^{-2}} - \frac{a^{-1}}{b^{-2}} \right) \cdot \frac{b^{-1} - a^{-1}}{(a - b)^2 + 3ab}$ равно

- 1** $\frac{(a - b)^2}{ab}$ **2** $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2$ **3** $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)^2$
4 $-\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)^2$ **5** $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

Т-13

Сложность II

2

08

Корень уравнения $18^{\sqrt{x+2}} = \frac{16}{81} \cdot (0, (2))^{-3}$ равен

1 -1 2 2 3 0 4 -2 5 6.

09

Число $(3 - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{21 + 12\sqrt{3}}$ равно

1 3 2 -3 3 3,5 4 $4\sqrt{3}$ 5 $-4\sqrt{3}$.

10

Уравнение $-x^2 + 2ax - 16 = 0$ не имеет решений при

1 $a < \pm 4$ 2 $a > -4$ 3 $-4 < a < 4$ 4 $a > \pm 4$ 5 $a < -4$.

11

Если первый и двадцатый члены арифметической прогрессии равны соответственно 76 и 19, то ее разность равна

1 -2 2 2 3 3 4 -3 5 -2,5.

12

Произведение корней уравнения $x^2 + \sqrt{x^2} - 12 = 0$ равно

1 -16 2 -12 3 -9 4 12 5 1.

13

В равнобедренном треугольнике радиус вписанного круга составляет 0,2 его высоты, а периметр треугольника равен 60. Большая сторона треугольника равна

1 15 2 9 3 14 4 $18\sqrt{2}$ 5 24.

14

Корень уравнения $\log_{0,5} \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{-x}} \right) = \frac{1}{3}$ равен

1 1 2 2 3 -1 4 -2 5 уравнение корней не имеет.

15

Равенство $\cos \beta = a^2 - 3,5$, где $\beta \in [\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}]$, $a > 0$, выполняется при всех значениях a , принадлежащих множеству

1 $[2; +\infty)$ 2 $[\sqrt{3,5}; +\infty)$ 3 $[0; 2]$ 4 $[0; 3,5]$ 5 $[\sqrt{3,5}; 2]$.

16

Множество решений неравенства $\frac{2x+4}{x+6} > \frac{x-4}{x-1}$ равно

- ☐ 1 $(-\infty; -6) \cup (1; +\infty)$
☐ 2 $(-\infty; 6)$
☐ 3 $(-6; 1)$
☐ 4 $(1; +\infty)$
☐ 5 $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$.

17

В равнобедренной трапеции, описанной около окружности радиуса 5 м и имеющей основание 20 м, другое основание равно

- ☐ 1 6 м
 ☐ 2 7 м
 ☐ 3 7,5 м
 ☐ 4 4 м
 ☐ 5 5 м.

18

Число $8^{\frac{\lg 4 + \lg 3}{\lg 2 + \lg 4}}$ равно

- ☐ 1 3
 ☐ 2 6
 ☐ 3 9
 ☐ 4 12
 ☐ 5 15.

19

Сумма первых шести членов геометрической прогрессии с первым членом 128 и знаменателем 0,5 составляет

- ☐ 1 254
 ☐ 2 248
 ☐ 3 252
 ☐ 4 280
 ☐ 5 240.

20

Функция $y = -\frac{1}{3}x^2 - 4x + 3$ возрастает на промежутке

- ☐ 1 $[-6; +\infty)$
☐ 2 $(-\infty; -2]$
☐ 3 $(-\infty; -3]$
☐ 4 $(-\infty; -4]$
☐ 5 $(-\infty; -6]$.

21

Наибольшее целое решение неравенства $\frac{7}{|2x+4|} > 1$ равно

- ☐ 1 1
 ☐ 2 -1
 ☐ 3 3
 ☐ 4 -3
 ☐ 5 5.

22

На промежутке $[\frac{\pi}{3}; \pi]$ уравнение $|1-x| \cdot |x+2| = 0,25^{-1}$ имеет корень

- ☐ 1 1
 ☐ 2 2
 ☐ 3 3
 ☐ 4 4
 ☐ 5 5.

23 Сумма бесконечно убывающей прогрессии, у которой первый член и знаменатель равны $\frac{1}{\sqrt{3}}$, составляет

- 1** $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ **2** $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ **3** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ **4** $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ **5** $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$.

24 В круге радиуса 13 расстояние между параллельными хордами длины 10 и 24, расположенными по разные стороны от центра, равно

- 1** 13 **2** 14 **3** 15 **4** 16 **5** 17.

25 Если в арифметической прогрессии $a_2 + a_9 + a_{19} + a_{28} = 13$, то величина $a_6 + a_{22}$ равна **1** 3,25 **2** $\sqrt{19}$ **3** $\sqrt{38}$ **4** 6,5 **5** 26.

26 Число корней уравнения $|\lg |x|| = x + 1$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

27 Через точки $(1; 4)$, $(-3; 0)$, $(-1; 0)$ проходит парабола

- 1** $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$ **2** $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$ **3** $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$
4 $y = 2x^2 - x + \frac{1}{2}$ **5** $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$.

28 Величина $\operatorname{ctg}(\arcsin(-\frac{1}{4}))$ равна

- 1** -4 **2** $-\sqrt{15}$ **3** $\sqrt{15}$ **4** $1/\sqrt{15}$ **5** $-1/\sqrt{15}$.

29 Уравнение $\sqrt{1-x^2} = |x-a|$, где $a > 0$, имеет единственное решение при a , равном

- 1** 1 **2** $\sqrt{2}$ **3** 3 **4** $\sqrt{3}$ **5** 5.

30 Все решения неравенства $|x|x| + 1| \leq 2$ образуют множество

- 1** $[-1; \sqrt{3}]$ **2** $[0; \sqrt{3}]$ **3** $[-\sqrt{3}; 1]$ **4** $[-\sqrt{2}; 1]$ **5** $[0; 2]$.

01

Упростить $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$

- 1 18 2 12 3 20 4 60 5 120.

02

Корнем уравнения $ax + 2(x + 1) = a^2 + x + 2 + a$ является любое число, если a равно

- 1 1 2 2 3 3 4 -1 5 -2.

03

Корнем уравнения $\frac{8}{x} + \frac{11}{2x} = 4$ является

- 1 1 2 2,125 3 3,375 4 2,875 5 1,125.

04

Вычислить $(\sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}})^2$

- 1 $2\sqrt{5}$ 2 2 3 3 4 4 5 6.

05

Если $\begin{cases} \frac{y}{x} = 0, (4), \\ 2x - 5y = -4. \end{cases}$ то разность $y - x$ равна

- 1 -10 2 -14 3 10 4 14 5 12.

06

Лодка прошла 24 км против течения реки и такое же расстояние вниз по течению реки, затратив всего 15 часов. Если скорость течения реки 3 км/ч, то собственная скорость лодки равна

- 1 5 км/ч 2 6 км/ч 3 7 км/ч 4 8 км/ч 5 9 км/ч.

07

Областью определения функции $y = 3^{\sqrt{x-1}} + \sqrt{2x+1}$ является множество

- 1 $(-\infty; 1]$ 2 $[-1; 0]$ 3 $[1; +\infty)$ 4 $[-1; 1]$ 5 $\emptyset$.

08

Число $\log_2 \log_4 256$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

Т-14

Сложность II

2

09

Решением уравнения $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} \cdot (1,5)^{-3x+2} = 1$ является

- 1** 1 **2** 0,8 **3** 5/3 **4** 0,6 **5** 0,25.

10

Квадратным уравнением с корнями, равными $\sin 30^\circ$ и $\operatorname{tg} 60^\circ$, является

- 1** $2x^2 - 3\sqrt{3}x + 3 = 0$ **2** $2x^2 - (1 + 2\sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$
3 $2x^2 + 3\sqrt{3}x + 3 = 0$ **4** $6x^2 + (3 + 2\sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$
5 $2x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$.

11

Все значения a , при которых не пересекаются графики функций $y = x + a$ и $y = -\frac{1}{x}$, образуют множество

- 1** $a \leq \pm 4$ **2** $(-4; 4)$ **3** $a \leq \pm 2$ **4** $(-2; 2)$ **5** $(-2; 4)$.

12

Решением уравнения $\sqrt{3}x - \sqrt{6} = \frac{2-x^2}{\sqrt{2}+x}$ является число

- 1** $-\sqrt{2}$ **2** $-\sqrt{3}$ **3** $\sqrt{3}$ **4** $\sqrt{2}$ **5** $\sqrt{4}$.

13

Сумма координат точки пересечения графиков функций $y = -1 - x$ и $y = 3^{\log_3 x} + 1$ равна

- 1** 1 **2** -1 **3** 3 **4** 5 **5** графики не пересекаются.

14

Сумма первых шести членов геометрической прогрессии с первым членом 128 и знаменателем 0,5 составляет

- 1** 254 **2** 248 **3** 252 **4** 280 **5** 240.

15

Значение выражения $(a + \sqrt{2})^{-1} + (b + \sqrt{3})^{-1}$ при $a = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^{-1}$, $b = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{-1}$ равно

- 1** 0 **2** $\sqrt{2}$ **3** $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}$ **4** $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ **5** $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

16 Все решения неравенства $2^{x+3} + 2^x \geq x^2 \cdot 2^x$ совпадают с множеством

- 1 $x \leq \pm 3$ 2 $x \geq \pm 3$ 3 $[-3; 3]$
 4 $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ 5 $[3; +\infty)$.

17 Произведение корней уравнения

$$(x-4)(x^2+4x+16) = (x+2)(x-1)(x-2) \text{ равно}$$

- 1 -26 2 -68 3 -6,4 4 -15/6 5 -2,6.

18 В прямоугольном треугольнике сумма катетов равна 18 см, а длина гипотенузы равна 16 см. Площадь треугольника равна

- 1 13 см^2 2 $7,75 \text{ см}^2$ 3 $\frac{29}{4} \text{ см}^2$ 4 17 см^2 5 $17,2 \text{ см}^2$.

19 Отношение корней уравнения $x^2 + bx + 5 = 0$ равно 5 при следующих значениях b

- 1 ± 6 2 ± 2 3 ± 3 4 ± 4 5 ± 5 .

20 Все решения уравнения $36^{\cos x} \cdot 2^{2 \cos x} = 12$ определяются формулой ($n \in \mathbb{Z}$)

- 1 $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 2 $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$ 3 $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
 4 $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ 5 $\pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$.

21

Выражение $0,25 \cdot (3)^{\frac{\log_5 100}{\log_5 3}}$ равно

- 1 1 2 9 3 27 4 24 5 25.

22 Все решения неравенства $x - 2x^{-1} > 1$ совпадают с множеством

- 1 $(-1; 2)$ 2 $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ 3 $(-\infty; -1) \cup (0; 2)$
 4 $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$ 5 $(0; 1) \cup (2; +\infty)$.

23 Наибольший член последовательности, заданной формулой

$a_n = 10 + 18n - 2n^2$, равен ☐1 20 ☐2 30 ☐3 50 ☐4 80 ☐5 60.

24 В окружности радиуса 1 хорда, стягивающая некоторую дугу, равна $\sqrt{2} - \sqrt{2}$. Хорда, стягивающая вдвое большую дугу, равна

☐1 1 ☐2 2 ☐3 1,5 ☐4 $\sqrt{2}$ ☐5 $2\sqrt{2}$.

25 Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения $x^2 + |x| - 2 = 0$ равна

☐1 2 ☐2 4 ☐3 6 ☐4 8 ☐5 0.

26 Последовательность квадратов, начинающаяся с единичного, такая, что вершины последующего делят стороны предыдущего в отношении 3 : 1. Сумма площадей всех членов этой последовательности равна

☐1 $1\frac{2}{3}$ ☐2 $2\frac{2}{3}$ ☐3 $2\frac{1}{3}$ ☐4 $2\frac{1}{9}$ ☐5 $2\frac{1}{2}$.

27 График функции $\frac{x^2}{a-3} + a(x+1) - 3$ расположен ниже оси абсцисс при всех a из множества

☐1 $a < \pm 2$ ☐2 $a < -2$ ☐3 $a > 3$ ☐4 $2 > a > -2$ ☐5 $a > 2$.

28 Расстояние между нулями функции $y = 25 - (0,1)^x$ и $y = 10^x - 4$ равно

☐1 1 ☐2 2 ☐3 2,5 ☐4 $\lg 2,5$ ☐5 $\lg 6,25$.

29 Все решения неравенства $\log_{\frac{1}{1+x^2}}(6-4x) < -1$ образуют множество

☐1 $(-5; 0) \cup (0; 1)$ ☐2 $(-3; -1)$ ☐3 $(-\infty; -3) \cup (-1; 0,5)$
☐4 $(1; 3)$ ☐5 $(0,5; 1) \cup (3; +\infty)$.

30 Число корней уравнения $|x+1| \cdot (x-2) = a$ при $-\frac{9}{4} < a < 0$ равно

☐1 1 ☐2 2 ☐3 3 ☐4 4 ☐5 5.

Т-15

Сложность II

1

01 Если неполное частное равно 18, делитель 17, остаток 13, то делимое равно

- 1 317 2 318 3 319 4 314 5 316.

02

Число $\log_4 192 - \log_2 \sqrt{3}$ равно

- 1 1 2 3 3 0,5 4 2 5 2,5.

03

Если из 50 т железной руды выплавляют 20 т стали, содержащей 8% примесей, то процент примесей в руде составляет

- 1 62% 2 70% 3 64,75% 4 63,2% 5 75%.

04

При $a = 2\frac{6}{7}$ выражение $a^{-\frac{3}{2}} - \frac{a^{-1} - 1}{\frac{1}{a^2} - a}$ равно

- 1 0,3 2 25 3 -0,35 4 -25 5 0,35.

05

Функция $y = \frac{0,4 - 0,2x}{0,1x - 0,3}$ принимает отрицательные значения при x из множества

- 1 (2; 3) 2 $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ 3 (1; 3) 4 $(2; +\infty)$ 5 $(-\infty; 3)$.

06

Длина отрезка, на котором определена функция $y = \sqrt{(\operatorname{ctg} 30^\circ - x)(x + \sin 60^\circ)}$ равна

- 1 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2 $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ 3 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 4 $\sqrt{3}$ 5 2.

07

Члены арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = -30$ и разностью $d = 2,4$ положительны, начиная с номера

- 1 11 2 12 3 13 4 14 5 15.

08

Оба корня уравнения $x^2 + x + ax + 1 = a^2$ равны нулю при a , равном

- 1 ± 1 2 1 3 ± 2 4 2 5 -1.

09

Корнем уравнения $\lg \frac{x^2 + 4}{x + 24} = \lg(x + 5)$ является

- 1 $-2,5$ 2 -4 3 $2,5$ 4 4 5 корней нет.

10

Область определения функции $y = \sqrt{(0,5)^x - 8}$ совпадает с множеством

- 1 $(-\infty; -3]$ 2 $[-3; +\infty)$ 3 $(-\infty; 3]$ 4 $[3; +\infty)$ 5 $[-3; 3]$.

11

Выражение $\sqrt{\sqrt{2} - 1} \cdot \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}$ равно

- 1 $\sqrt{\sqrt{2} - 1}$ 2 $-\sqrt{\sqrt{2} - 1}$ 3 1 4 -1 5 $\sqrt{\sqrt{2} + 1}$.

12

В геометрической прогрессии $b_4 = 12$, $b_7 = 1,5$. Ее первый член и знаменатель соответственно равны

- 1 $-96; 0,5$ 2 $-96; -0,5$ 3 $-48; 1,5$ 4 $48; 1,5$ 5 $96; 0,5$.

13

В равнобедренной трапеции, описанной около окружности радиуса 5 м и имеющей основание 20 м, другое основание равно

- 1 6 м 2 7 м 3 $7,5$ м 4 4 м 5 5 м.

14

Если $a < 0$, то неравенство $\frac{2}{x} < \frac{1}{a}$ эквивалентно неравенству

- 1 $x < 0$ 2 $x > a$ 3 $x < 2a$ 4 $x > 2a$ 5 $0 > x > 2a$.

15

Равенство $\frac{\sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[3]{x^{-0,25}} \cdot x^{\frac{5}{12}}}{x^{1/3}} = 2$ верно при x равном

- 1 $\sqrt[6]{2}$ 2 64 3 $\frac{1}{\sqrt[6]{2}}$ 4 $\frac{1}{64}$ 5 $\frac{1}{32}$.

16

Если $\operatorname{ctg}(\frac{3}{2}\pi - \alpha) + \operatorname{ctg} \alpha = 5$, то $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ равняется

- ☐ 1 29 ☐ 2 21 ☐ 3 23 ☐ 4 25 ☐ 5 27.

17

Произведение действительных корней уравнения $(x-2)^2(x^2-4x+3)=12$ равно

- ☐ 1 -3 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 0.

18

Если $\operatorname{tg} \alpha \cdot |\cos \alpha| + |\operatorname{ctg} \alpha| \cdot \sin \alpha = \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$, то угол α оканчивается в

- ☐ 1 1-й четверти ☐ 2 2-й четверти ☐ 3 3-й четверти
☐ 4 4-й четверти ☐ 5 1-й четверти или 2-й четверти.

19

Площадь параллелограмма со сторонами 5 и 6 составляет $10\sqrt{5}$. Большая диагональ параллелограмма равна

- ☐ 1 $\sqrt{21}$ ☐ 2 9 ☐ 3 $\sqrt{101}$ ☐ 4 $\sqrt{97}$ ☐ 5 $\sqrt{42}$.

20

Корнями уравнения $x-6=\sqrt{x}$ являются

- ☐ 1 9 ☐ 2 9 и 4 ☐ 3 4 ☐ 4 25 ☐ 5 25 и 1.

21

Ордината вершины параболы $y = x^2 - 4x - a$, проходящей через точку $(-1; -2)$, равна

- ☐ 1 -2 ☐ 2 -11 ☐ 3 3 ☐ 4 6 ☐ 5 7.

22

Равенство $\operatorname{ctg} \alpha = a^2 - 8$, где $\alpha \in (0; \frac{\pi}{4})$ и $a > 0$, выполняется при всех следующих значениях a

- ☐ 1 $a < -3$ ☐ 2 $a > 3$ ☐ 3 $a < \pm 3$ ☐ 4 $-3 < a < 0$ ☐ 5 $a < 3$.

23

Корнями уравнения $\frac{\sqrt{6-x-x^2}}{x+3} = \frac{\sqrt{6-x-x^2}}{2x+5}$ являются

- ☐ 1 -2; 2 ☐ 2 -2; 2; -3 ☐ 3 2 ☐ 4 -3 ☐ 5 -3; -2.

24 Все углы из промежутка $(-\frac{3}{2}\pi; -\pi)$, удовлетворяющие неравенству $-\sqrt{3}/2 \leq \cos x \leq -\sqrt{2}/2$, образуют множество

- ☐ 1 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{7}{3}\pi]$
☐ 2 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{2}{3}\pi]$
☐ 3 $[-\frac{5}{4}\pi; -\frac{7}{6}\pi]$
☐ 4 $[-\frac{4}{3}\pi; -\frac{3}{4}\pi]$
☐ 5 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{2}{3}\pi)$.

25 Все решения неравенства $|x| \leq 2x - x^2$ образуют множество

- ☐ 1 $[0; 1]$
☐ 2 $[0; 2]$
☐ 3 $[-1; 0]$
☐ 4 $[-1; 2]$
☐ 5 $[-1; 1]$.

26 Множество решений неравенства $\sqrt{x^2 - 2x + 1} > 2x$ равно

- ☐ 1 $(-\infty; -1)$
☐ 2 $(-\infty; 1/2)$
☐ 3 $(-\infty; 1/3)$
☐ 4 $(-1; +\infty)$
☐ 5 $(1/3; +\infty)$.

27 Сумма десятичных логарифмов девяти последовательных членов геометрической прогрессии составляет 9. Произведение крайних из рассматриваемых членов равно

- ☐ 1 100
 ☐ 2 1000
 ☐ 3 3
 ☐ 4 0,1
 ☐ 5 10.

28 Все решения неравенства $\sqrt{3x - 2} > x$ образуют множество

- ☐ 1 $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
☐ 2 $(2; +\infty)$
☐ 3 $(2/3; +\infty)$
☐ 4 $(-\infty; 2)$
☐ 5 $(1; 2)$.

29 Множеством значений функции $y = \log_2(2x - x^2 + 1)$ является

- ☐ 1 $[-1; 1]$
☐ 2 $(-\infty; 1]$
☐ 3 $[1; +\infty)$
☐ 4 $(-\infty; -1]$
☐ 5 $[-1; +\infty)$.

30 В описанной около круга неравнобокой трапеции диаметр, перпендикулярный основаниям, делит площадь трапеции в отношении 1 : 2. Отношение синусов острых углов трапеции равно

- ☐ 1 1,5
 ☐ 2 2
 ☐ 3 1,6
 ☐ 4 4
 ☐ 5 1,2.

01

Число $2\sqrt{\frac{2}{7}} - \frac{3}{7}\sqrt{14} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{7}{2}}$ равно

- 1 $\frac{45}{\sqrt{14}}$ 2 $\frac{51}{\sqrt{14}}$ 3 $\frac{48}{\sqrt{14}}$ 4 $\frac{47}{\sqrt{14}}$ 5 $9\sqrt{14}$.

02

Точки $A(-1; -2, 5)$ и $B(2; 2)$ расположены относительно прямой $y = \sqrt{3}x - \sqrt{2}$ следующим образом:

- 1 A – ниже, B – выше 2 обе – выше 3 A – на прямой, B – выше
4 A – выше, B – ниже 5 обе – ниже.

03

Если $2a + b = 5$ и $-3 < b < -2$, то значения a заключены в промежутке

- 1 $(1; -\frac{3}{2})$ 2 $(-4; -\frac{7}{2})$ 3 $(\frac{7}{2}; 4)$ 4 $(-\frac{7}{2}; 4)$ 5 $(-1; \frac{3}{2})$.

04

Число $625^{0,25} \log_{5,0,5}$ равно

- 1 1 2 2 3 -1 4 -0,5 5 0,5.

05

Выражение $\frac{\sqrt{-a} - a}{\sqrt{a^2}}$, где $a \neq 0$, равно

- 1 $1 - \frac{1}{\sqrt{-a}}$ 2 $1 - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 3 $1 + \frac{1}{\sqrt{a}}$ 4 $1 + \frac{1}{\sqrt{-a}}$ 5 не существует.

06

Параболы $y = x^2 + 1$ и $y = 2x^2 + 4ax + 5$ имеют только одну общую точку, если

- 1 $a > 1$ 2 $a < -1$ 3 $-1 < a < 1$ 4 $a = \pm 1$ 5 $|a| > 1$.

07

Площадь параллелограмма со сторонами 5 и 6 составляет $10\sqrt{5}$. Большая диагональ параллелограмма равна

- 1 $\sqrt{21}$ 2 9 3 $\sqrt{101}$ 4 $\sqrt{97}$ 5 $\sqrt{42}$.

08

Наименьший член последовательности, заданной формулой $a_n = 10 - 32n + 3n^2$, равен

- 1 -70 2 -72 3 -74 4 -75 5 -76.

09

Выражение $\operatorname{ctg} \frac{13}{12}\pi - \operatorname{ctg} \frac{5}{12}\pi$ равно

- [1] $2\sqrt{3}$ [2] $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ [3] $3\sqrt{3}$ [4] 4 [5] $2\sqrt{2}$.

10

Если величины x и y связаны соотношением $x^2 + 10y^2 = 7xy$, то наибольшее значение отношения $\frac{x}{y}$ равно

- [1] 1 [2] 2 [3] 3 [4] 4 [5] 5.

11

В прямоугольнике с площадью 81 меньшая сторона больше 5. Возможные значения другой стороны образуют множество

- [1] (16, 2; 18] [2] [9; 18] [3] [9; 12) [4] [5; 12) [5] [9; 16, 2).

12

Множество решений неравенства $\log_{0,2}(3 - \sqrt{x}) \geq 0$ равно

- [1] $(-\infty; 4]$ [2] $[4; +\infty)$ [3] $[9; +\infty)$ [4] $[4; 9)$ [5] $(-\infty; 9)$.

13

Равенство $\cos \beta = a^2 - 3,5$, где $\beta \in [\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}]$, $a > 0$, выполняется при всех значениях a , принадлежащих множеству

- [1] $[2; +\infty)$ [2] $[\sqrt{3,5}; +\infty)$ [3] $[0; 2]$ [4] $[0; 3,5]$ [5] $[\sqrt{3,5}; 2]$.

14

Правильный треугольник вписан в единичный квадрат так, что они имеют общую вершину. Площадь треугольника равна

- [1] $2\sqrt{3} - 3$ [2] $2 - \sqrt{3}$ [3] 0,75 [4] $4\sqrt{3} - 6$ [5] 0,8.

15

Сумма первых шести членов прогрессии $\sqrt{3}, \sqrt[4]{27}, 3, 3\sqrt[4]{3}, \dots$ с нечетными номерами равна

- [1] $13(3 + \sqrt{3})$ [2] $9 + \sqrt{3}$ [3] $9 + \sqrt[4]{3}$ [4] $\sqrt[4]{3} + 27$ [5] $9(3 + \sqrt{3})$.

16

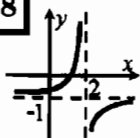
Множество решений неравенства $\sqrt{x^2 - 2x + 1} > 2x$ равно

- [1] $(-\infty; -1)$ [2] $(-\infty; \frac{1}{2})$ [3] $(-\infty; \frac{1}{3})$ [4] $(-1; +\infty)$ [5] $(\frac{1}{3}; +\infty)$.

17 Все решения уравнения $\cos x - \sqrt{3} \sin x = -1$ определяются формулой

- 1 $\frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 2 $\frac{\pi}{6} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$ 3 $-\frac{\pi}{6} \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$
 4 $-\frac{\pi}{6} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ 5 $\frac{\pi}{3} \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$.

18



Гипербола, см. рисунок, имеет уравнение

- 1 $y = \frac{1}{x-2} - 1$ 2 $y = -\frac{1}{x+2} - 1$ 3 $y = \frac{-x-1}{x+2}$
 4 $y = \frac{1-x}{x-2}$ 5 $y = \frac{-3-x}{x-2}$.

19

Множество решений неравенства $4x+4 < (x+1)^2 < 4x+9$ равно

- 1 $(-2; -1) \cup (3; 4)$ 2 $(-\infty; -2) \cup (-1; 3) \cup (4; +\infty)$ 3 $(-1; 3)$
 4 $(-2; 4)$ 5 $(-1; 4)$.

20

Система уравнений $\begin{cases} -4x + y = 2, \\ x + ay = -0,5 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений, если a равно

- 1 -4 2 4 3 $-0,25$ 4 $0,25$ 5 $0,2$.

21

Две окружности касаются друг друга и сторон прямого угла. Отношение их радиусов равно

- 1 $5 - 4\sqrt{3}$ 2 $4 - 2\sqrt{3}$ 3 $3\sqrt{2} - 4$ 4 $\sqrt{2} - 1$ 5 $3 - 2\sqrt{2}$.

22

Множество решений неравенства $\log_{x-2} 2 \geq 1$ равно

- 1 $(3; 4]$ 2 $(2; 3) \cup (3; 4]$ 3 $[4; +\infty)$ 4 $(3; +\infty)$ 5 $(2; +\infty)$.

23

Решения уравнения $\frac{|\cos x|}{\cos x} = x$ определяются соотношением

- 1 $x = 1$ 2 $x = \pm 1$ 3 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ 4 $x = 2\pi n$ 5 $x \in (-\infty; +\infty)$.

24 Парабола $y = x^2 - 4x + 7$ при симметрии относительно точки (1;1) переходит в параболу

- ☐ 1 $y = -x^2 - 1$ ☐ 2 $y = x^2 - 1$ ☐ 3 $y = x^2 + 4x + 7$
☐ 4 $y = 1 - x^2$ ☐ 5 $y = x^2 + 4x - 7$.

25 Количество целых чисел, одновременно принадлежащих промежуткам, определяемым неравенствами $|x| \leq 2, 5, |x + 1| \leq 3$, равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 4 ☐ 5 5.

26 Если корни уравнения $3x^2 - 3x - 4 = 0$ увеличить вдвое, то получится уравнение

- ☐ 1 $x^2 - x - 12 = 0$ ☐ 2 $x^2 - x - 3 = 0$ ☐ 3 $9x^2 - 9x - 4 = 0$
☐ 4 $9x^2 - 3x - 4 = 0$ ☐ 5 $x^2 - 3x - 12 = 0$.

27 Для бесконечно убывающей прогрессии выполняется равенство $1 - \operatorname{tg}^{-2} x + \operatorname{tg}^{-4} x - \operatorname{tg}^{-6} x + \operatorname{tg}^{-8} x - \operatorname{tg}^{-10} x + \dots = \sin^2 x$ при всех x , принадлежащих множеству вида

- ☐ 1 $(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \pi n)$ ☐ 2 $(\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n)$
☐ 3 $(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$ ☐ 4 $(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n) \cup (\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{3}{4}\pi + \pi n)$
☐ 5 $(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$.

28 Область определения функции $y = \log_{4-x}(x^2 - 2x)$ совпадает с множеством

- ☐ 1 (2; 4) ☐ 2 (0; 2) ☐ 3 $(-\infty; 0) \cup (2; 3) \cup (3; 4)$ ☐ 4 $(4; +\infty)$ ☐ 5 $(2; +\infty)$.

29 Из равенства $x^2 - 8x + y^2 + 6y + 25 = 0$ следует, что величина $x + y$ равна

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 -1 ☐ 4 -2 ☐ 5 невозможно определить.

30 В описанной около круга равнобокой трапеции расстояние от центра круга до дальней вершины трапеции вдвое больше, чем до ближней. Тангенс острого угла трапеции равен

- ☐ 1 1,2 ☐ 2 0,7 ☐ 3 0,75 ☐ 4 0,8 ☐ 5 1,25.

Т-17

Сложность II

1

01 Чтобы получить 13%-й раствор соли из 4 л 15%-го раствора, к нему 9%-го раствора нужно долить в количестве

- ☐ 1 1 л ☐ 2 2 л ☐ 3 3 л ☐ 4 4 л ☐ 5 5 л.

02 Длина общей части отрезков, определяемых неравенствами $|x + 1| \leq 2$ и $|x - 1,5| \leq 3$, равна

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 0,5 ☐ 4 1,4 ☐ 5 2,5.

03 Область определения функции $y = \sqrt{|x^2 - 4| \cdot (x - 3)}$, равна

- ☐ 1 $x \in [-2; 2] \cup [-3; +\infty)$ ☐ 2 $x \geq 3, x = \pm 2$ ☐ 3 $x > 3$
☐ 4 $x \in (-\infty; -2] \cup [2; 3]$ ☐ 5 $x \leq 4$.

04 Число $81^{-0,25 \cdot \log_3 2}$ равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 -1 ☐ 3 0,5 ☐ 4 -0,5 ☐ 5 2.

05 В арифметической прогрессии известны $a_1 = \sin 30^\circ$, $a_2 = \cos 120^\circ$. Десятый член ее равен

- ☐ 1 -9,5 ☐ 2 -8,5 ☐ 3 0,5 ☐ 4 -0,5 ☐ 5 8,5.

06 Стороны четырехугольника относятся как 2 : 4 : 3 : 6. Периметр подобного ему четырехугольника, у которого большая из сторон составляет 30, равен

- ☐ 1 150 ☐ 2 90 ☐ 3 75 ☐ 4 60 ☐ 5 120.

07 Если синусы двух острых углов треугольника соответственно равны 0,4 и 0,8, то косинус внешнего угла треугольника, не смежного с двумя данными, равен

- ☐ 1 $\frac{3\sqrt{21} + 8}{25}$ ☐ 2 $\frac{3\sqrt{21} + 8}{5}$ ☐ 3 $\frac{3\sqrt{21} - 8}{5}$ ☐ 4 $\frac{3\sqrt{21} - 8}{25}$ ☐ 5 $\frac{6}{25}$.

Т-17

Сложность II

2

08 Расстояние между корнями уравнения $2\sqrt{x^2 - 6x + 9} = x$ равно

- ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6.

09 Площадь треугольника, образованного осями координат и прямой $\sqrt{3}x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{3}$, равна

- ☐ $3\sqrt{6}$ ☐ $2\sqrt{6}$ ☐ $3\sqrt{2}$ ☐ $2\sqrt{3}$ ☐ $\sqrt{6}$.

10 Остаток от деления многочлена $x^3 + x^2 + x - 1$ на $x + 2$ равен

- ☐ -3 ☐ -4 ☐ -5 ☐ -6 ☐ -7.

11 В прямоугольнике с площадью 36 большая сторона меньше 15. Возможные значения другой стороны образуют множество

- ☐ (3; 6] ☐ (2, 4; 9] ☐ [2, 4; 18] ☐ [6; 9] ☐ (2, 4; 6].

12 В геометрической прогрессии $b_4 = 12$, $b_7 = 1, 5$. Ее первый член и знаменатель соответственно равны

- ☐ -96; 0, 5 ☐ -96; -0, 5 ☐ -48; 1, 5 ☐ 48; 1, 5 ☐ 96; 0, 5.

13 Неравенство $|x| + a - 2 \geq 0$ справедливо при любых x , если

- ☐ $a \leq -2$ ☐ $a = -2$ ☐ $a \geq 2$ ☐ $a \leq 2$ ☐ $a \geq 0$.

14 Множество решений неравенства $2^x + 2 \leq 4^{x-2}$ равно

- ☐ $[4; +\infty)$ ☐ $[5; +\infty)$ ☐ $[6; +\infty)$ ☐ $(-\infty; 6]$ ☐ $(-\infty; 5]$.

15 Отношение площадей равнобедренного треугольника с углом α при основании и квадрата, вписанных в окружность, равно

- ☐ $\cos 3\alpha \sin \alpha$ ☐ $\sin^2 \alpha \sin 2\alpha$ ☐ $\cos^2 \alpha \cos 2\alpha$
☐ $\sin^3 \alpha$ ☐ $\sin \frac{3}{2}\alpha$.

Т-17

Сложность II

3

16 Если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$, то величина $\cos \frac{\alpha}{2}$ равна

- 1 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ 2 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 3 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 4 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 5 $-\frac{1}{6}$.

17 Наибольшее значение функции $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ равно

- 1 0,125 2 0,2 3 0,25 4 4 5 5.

18 Выражение $(\sqrt[6]{243} + \sqrt{3})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1)$ равно

- 1 $4\sqrt{3}$ 2 $2\sqrt{3}$ 3 $\sqrt{3}$ 4 4 5 $\sqrt{3} + 1$.

19 Основания равнобокой трапеции относятся как 3 : 7, а диагональ делит острый угол пополам. Тангенс этого угла равен

- 1 $\frac{7}{4}$ 2 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 3 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 4 $\frac{\sqrt{5}}{4}$ 5 $\frac{4}{3}$.

20 Последовательность с общим членом $a_n = \frac{2n+9}{n+c}$ является убывающей при всех следующих натуральных значениях c :

- 1 1, 2, 3, 4, 5, 6 2 1, 5, 6 3 1, 2, 3, 4
4 1, 2, 6 5 1, 2, 5, 6.

21 Все решения неравенства $|x| \leq 2x - x^2$ образуют множество

- 1 $[0; 1]$ 2 $[0; 2]$ 3 $[-1; 0]$ 4 $[-1; 2]$ 5 $[-1; 1]$.

22 Расстояние между точками пересечения параболы $y = 1 - x^2$ с прямой $y = a$ составляет $\sqrt{5}$, если a равно

- 1 $-\frac{1}{4}$ 2 $-\frac{3}{2}$ 3 $\frac{3}{2}$ 4 $-\frac{9}{4}$ 5 $\frac{9}{4}$.

23 Если сумма четвертого и восемнадцатого членов арифметической прогрессии равна 20, то сумма первых двадцати одного члена равна

- 1 280 2 315 3 420 4 210 5 невозможно определить.

24 В окружности радиуса 1 хорда, стягивающая некоторую дугу, равна $\sqrt{2}$. Хорда, стягивающая вдвое меньшую дугу, равна

- ☐ 1 0,5 ☐ 2 1,5 ☐ 3 $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ ☐ 4 $\sqrt{2} - \sqrt{2}$ ☐ 5 $2\sqrt{2}$.

25 Параболы $y = x^2 - 1$ и $y = 3x^2 - 2ax + 1$ имеют только одну общую точку, если

- ☐ 1 $a > 2$ ☐ 2 $a < -2$ ☐ 3 $a = \pm 2$ ☐ 4 $-2 < a < 2$ ☐ 5 $|a| > 2$.

26 Последовательность квадратов, начинающаяся с единичного, такова, что вершины последующего делят стороны предыдущего в отношении 1 : 2. Сумма площадей всех членов этой последовательности равна

- ☐ 1 4,25 ☐ 2 2,4 ☐ 3 3 ☐ 4 2,5 ☐ 5 2,25.

27 Число $0,125 \cdot (2,1^3 + 12 \cdot 2,1 \cdot 1,9 + 1,9^3)$ равно

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 4 ☐ 4 8 ☐ 5 16.

28 Множество значений функции $y = \sin^2 x + 2 \cos x$ равно

- ☐ 1 $[-1; 1]$ ☐ 2 $[-1; 2]$ ☐ 3 $[0; 2]$ ☐ 4 $[-2; 2]$ ☐ 5 $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

29 Область определения функции $y = \log_{4-x}(x^2 - 2x)$ совпадает с множеством

- ☐ 1 $(-\infty; 0) \cup (2; 4)$ ☐ 2 $(0; 2)$ ☐ 3 $(-\infty; 0) \cup (2; 3) \cup (3; 4)$
☐ 4 $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ ☐ 5 $(2; +\infty)$.

30 Из равенства $x^2 - 6x + y^2 + 4y + 13 = 0$ следует, что величина $x + y$ равна

- ☐ 1 1 ☐ 2 2 ☐ 3 -1 ☐ 4 -2 ☐ 5 невозможно определить.

Т-18

Сложность II

1

01

Значение выражения $9x^2 + 24x + 16$ при $x = -4/3$ равно

- ☐ 1 0 ☐ 2 4, 25 ☐ 3 9, 5 ☐ 4 16 ☐ 5 25.

02

В выпуклом четырехугольнике два угла относятся как 3 : 4, третий равен их сумме, а четвертый меньше третьего на 39° . Меньший угол равен

- ☐ 1 45° ☐ 2 54° ☐ 3 57° ☐ 4 68° ☐ 5 37° .

03

Дробь $\frac{21^2 - 16^2}{55^2 - 18^2}$ равна

- ☐ 1 0, 75 ☐ 2 $-\frac{1}{75}$ ☐ 3 $\frac{1}{75}$ ☐ 4 $-\frac{5}{73}$ ☐ 5 $\frac{5}{73}$.

04

Если через одну трубу бассейн наполняется за 5 часов, а через вторую — за 3 часа, то бассейн наполнится на 40% за

- ☐ 1 1, 5 часа ☐ 2 45 минут ☐ 3 1, 2 часа ☐ 4 2 часа ☐ 5 50 минут.

05

Наименьший положительный период функции

 $y = \operatorname{ctg}(2x/3 + \pi/4)$ равен

- ☐ 1 $\frac{\pi}{2}$ ☐ 2 π ☐ 3 $\frac{3}{2}\pi$ ☐ 4 2π ☐ 5 $\frac{2}{3}\pi$.

06

Значение выражения $\frac{7}{5} - 0,0038 : (\frac{12}{65} - 0,17) - 0,14$ равно

- ☐ 1 0, 1 ☐ 2 -0, 1 ☐ 3 1 ☐ 4 0, 31 ☐ 5 0, 5.

07

Если первый и двадцатый члены арифметической прогрессии равны соответственно 76 и 19, то ее разность равна

- ☐ 1 -2 ☐ 2 2 ☐ 3 3 ☐ 4 -3 ☐ 5 -2, 5.

08

Найти число, если 1, 3% его составляет 65% от $\frac{17}{8}$

- ☐ 1 63, 75 ☐ 2 42, 5 ☐ 3 106, 25 ☐ 4 $10\frac{5}{8}$ ☐ 5 21, 25.

Т-18

Сложность II

2

09

Выражение $\cos \alpha \cdot |\sin \alpha| + \sin \alpha \cdot |\cos \alpha|$, где $\alpha \in (\pi; \frac{3}{2}\pi)$, равно

- 1 0 2 $\sin 2\alpha$ 3 $-\sin 2\alpha$ 4 $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ 5 $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha$.

10

Вычислить $\frac{\log_4 243}{\log_{0,25} 9}$

- 1 -3 2 -2,5 3 -2 4 -1,5 5 $-\frac{4}{3}$.

11

Графики функций $y = \frac{1}{x-4}$ и $y = \frac{2}{x-5}$ пересекаются в точке

- 1 (3; -1) 2 (1; -1) 3 (0; -1) 4 (1; 1) 5 (2; -1).

12

Вычислить произведение $\sqrt[3]{3\sqrt{2}-\sqrt{10}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{10}+\sqrt{18}}$

- 1 2 2 -2 3 3 4 ± 2 5 не существует.

13

Длина отрезка числовой оси, на котором определена функция $y = \sqrt{(-x + \sqrt{5} - 1)(x - \sqrt{2})} + \sqrt{(-x + \sqrt{6} - 1)(x - \sqrt{3})}$, равна

- 1 $\sqrt{3} + 1 - \sqrt{6}$ 2 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 3 0 4 $\sqrt{2} + 1 - \sqrt{6}$ 5 $\sqrt{2}$.

14

Уравнение $x^2 - 2ax + 9 = 0$ не имеет действительных корней при

- 1 $a \geq \pm 3$ 2 $a \leq \pm 3$ 3 $|a| \geq 3$ 4 $|a| < 3$ 5 $a \geq -3$.

15

Выражение $\log_3(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}) - \log_3(2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8})$ равно

- 1 0 2 1 3 -1 4 2 5 -2.

16

Яблоки при сушке теряют 85% своей массы. Для получения 465 г сушеных яблок необходимо свежих яблок взять

- 1 0,2 кг 2 3,52 кг 3 4 кг 4 3,1 кг 5 921,6 г.

17 Все решения уравнения $\sqrt{\cos x - \sin x} = 0$ образуют множество

- 1 $-\frac{\pi}{4} + \pi n$ 2 $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ 3 $\frac{3}{4}\pi + 2\pi n$
 4 $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 5 решений нет.

18 Уравнение $(x^3 - 27)(x^2 + \sqrt{x^2} - 2) = 0$ имеет

- 1 1 корень 2 2 корня 3 3 корня 4 4 корня 5 нет корней.

19 В геометрической прогрессии $b_4 \cdot b_8 = 27$. Величина b_6 равна

- 1 $3\sqrt{3}$ 2 $2\sqrt{3}$ 3 $-3\sqrt{3}$ 4 $\pm 3\sqrt{3}$ 5 $-2\sqrt{3}$.

20 Если $a = \sqrt{5}$, то выражение $\left(\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a-1}}\right)^2$ равно

- 1 1 2 2 3 $4 + 2\sqrt{5}$ 4 $4 - 2\sqrt{5}$ 5 $2\sqrt{13}$.

21 Вершины парабол $y = x^2 + 2x + 5$ и $y = -x^2 - |a|x + a + 1$ совпадают при a равном

- 1 -2 и 2 2 3 3 1 4 2 5 -2.

22 Сумма решений системы уравнений $\begin{cases} 0,7x + 0,3y = 2,7 \\ 13x + 17y = -67, \end{cases}$ равна

- 1 1 2 2 3 -1 4 -2 5 3.

23 Если наименьшее значение функции $y = x^2 + px + 4$, $p < 0$ равно 0, то расстояние между ее нулями равно

- 1 2 2 1 3 0 4 4 5 3.

24 Сумма корней уравнения $\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-3}{x-1} = \frac{5}{2}$ равна

- 1 1 2 -1 3 3 4 4 5 -3.

25 В окружность вписаны квадрат и прямоугольник с углом α между диагоналями. Отношение их площадей равно

- 1** $\sin \alpha$ **2** $\sin \frac{\alpha}{2}$ **3** $\operatorname{tg} \alpha$ **4** $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ **5** $\sin \frac{\alpha}{3}$.

26 Если число 1000 разделить на две части так, чтобы 8% первой части в сумме с 24% второй части составили 12% всего числа, то меньшая часть числа равна

- 1** 200 **2** 250 **3** 93,75 **4** 300 **5** 150.

27 Область значений функции $y = ax^2 - 2x + 1$, $a < 0$ совпадает с множеством

- 1** $[\frac{a-1}{a}; +\infty)$ **2** $[-\frac{1}{a}; +\infty)$ **3** $(-\infty; -\frac{1}{a}]$
4 $(-\infty; \frac{a-1}{a}]$ **5** $(-\infty; +\infty)$.

28 Если $\alpha \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3})$, то значения $\cos(\alpha - \beta)$ заключены в промежутке

- 1** $(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ **2** $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ **3** $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$
4 $(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ **5** $(\frac{1}{2}; 1]$.

29 Площадь прямоугольного треугольника с гипотенузой 6 и периметром 14 равна

- 1** 3 **2** 5 **3** 7 **4** 9 **5** 11.

30 Все решения неравенства $x^{\log_{0,5} x} \geq \frac{1}{16}$ образуют множество

- 1** $(-\infty; \frac{1}{4}] \cup [4; +\infty)$ **2** $(0; \frac{1}{4}] \cup [4; +\infty)$ **3** $[\frac{1}{4}; 4]$
4 $[\frac{1}{4}; +\infty)$ **5** $[4; +\infty)$.

T-19

Сложность II

1

01

Все решения неравенства $x^{-1} < 3$ совпадают с множеством

- ☐ $(-\infty; 0)$
☐ $(\frac{1}{3}; +\infty)$
☐ $(0; 3)$
☐ $(-\infty; 0) \cup (\frac{1}{3}; +\infty)$
☐ $(0; \frac{1}{3})$.

02

Вычислить $5^{3-\log_5 15}$

- ☐ $\frac{25}{3}$
☐ 25
 ☐ 0,12
 ☐ 3
 ☐ 5.

03

Выражение $\sin(\frac{3}{2}\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \pi) - \cos(\frac{15}{2}\pi - \alpha)$ равно

- ☐ 0
 ☐ $2 \sin \alpha$
☐ $-2 \sin \alpha$
☐ $2 \cos \alpha$
☐ $-2 \cos \alpha$.

04

Сумма целых чисел, заключенных между корнями уравнения $x^2 - (\sqrt{6} - \sqrt{24})x - 12 = 0$, равна

- ☐ 7
 ☐ 9
 ☐ -9
 ☐ 8
 ☐ -7.

05

Из прибыли в 5 млн. р. фирма отчисляет 28% в строительный фонд, причем 7% из них для строительства базы отдыха. Сколько денег из прибыли выделяет фирма для строительства базы отдыха?

- ☐ 10800 р.
 ☐ 108000 р.
 ☐ 98000 р.
 ☐ 980000 р.
 ☐ 2 млн. р.

06

Четной среди приведенных является функция

- ☐ $y = 3^x - 3^{-x}$
☐ $y = x - \sqrt{x^2}$
☐ $y = \sqrt[3]{x} + 3x^5$
☐ $y = |x + 2| + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$
☐ $y = x^2 - x^3$.

07

Вычислить $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \frac{6}{\sqrt{3}+3}$

- ☐ $\sqrt{3} - 3$
☐ $(2 - \sqrt{3})^{-1}$
☐ $2 - \sqrt{3}$
☐ $\sqrt{3} - 2$
☐ $3 + \sqrt{3}$.

08

Если $\lg x = \frac{1}{3} \lg a + 2 \lg c^2 - \lg b$, то x равняется

- ☐ $\sqrt[3]{a}(c^4 - b)$
☐ $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot c^4}{b}$
☐ $c^4 \cdot \sqrt[3]{a+b}$
☐ $c^4 \cdot \sqrt[3]{a-b}$
☐ $\sqrt[3]{a} + c^4 - b$.

09 Сумма целых значений аргумента из области определения функции $y = \frac{\sqrt{(10-x)(x+8)}}{x-2}$ равна

- 1** 21 **2** 17 **3** 19 **4** 18 **5** 16.

10 Сумма всех двузначных чисел, кратных 8, равна

- 1** 560 **2** 672 **3** 616 **4** 504 **5** 728.

11 Парабола $y = -x^2 + 2x + 1$ и прямая $y = 3x + a$ касаются при a , равном

- 1** -0,75 **2** -1 **3** 2 **4** -2 **5** 1,25.

12 $\cos 105^\circ$ равен

- 1** $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ **2** $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ **3** $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ **4** $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ **5** $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$.

13 При каком q один корень уравнения $x^2 - 9x + q = 0$ вдвое больше другого?

- 1** -18 **2** 8 **3** 18 **4** 12 **5** -12.

14 Если функция $f(x)$ определена при всех x и имеет наибольшее значение равное 2, то наибольшее значение функции $y = 4 \cdot f(3x - 1) - 6$ равно

- 1** -1 **2** 2 **3** -3 **4** 4 **5** 8.

15 Решением неравенства $\sin 5 \cdot (x - 3)(x - 5) > 0$ является множество

- 1** $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ **2** $(3; 5)$ **3** $(-\infty; 3) \cup (\sin 3; +\infty)$
4 $(-\infty; \sin 5) \cup (5; +\infty)$ **5** $(\sin 3; \sin 5)$.

16

Корнем уравнения $\lg \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \lg x$ является

- ☐ 1 $-2,5$ ☐ 2 -4 ☐ 3 $2,5$ ☐ 4 4 ☐ 5 корней нет.

17

В прямоугольнике диагонали пересекаются под углом в 60° , а сумма диагонали и меньшей стороны равна 36. Диагональ равна

- ☐ 1 12 ☐ 2 24 ☐ 3 36 ☐ 4 48 ☐ 5 $12\sqrt{3}$.

18

Все решения неравенства $\sqrt{x} < 2 - x$ составляют множество

- ☐ 1 $(1; 4)$ ☐ 2 $(-\infty; 1)$ ☐ 3 $[0; 1)$
☐ 4 $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$ ☐ 5 $[0; 1) \cup (4; +\infty)$.

19

Областью определения функции $y = \sqrt{\log_{\frac{x-1}{2x+2}} 0,2}$ является множество

- ☐ 1 $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ ☐ 2 $(-3; -1)$ ☐ 3 $1; 3$
☐ 4 $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ ☐ 5 $(-1; 3)$.

20

Последовательность $a_n = \frac{c \cdot n + 1}{n + 2}$ является возрастающей при следующих значениях c

- ☐ 1 $c > 0$ ☐ 2 $c < 0$ ☐ 3 $c > \frac{1}{2}$ ☐ 4 $c < \frac{1}{2}$ ☐ 5 $c < -1$.

21

Лодка прошла 32 км против течения реки и такое же расстояние вниз по течению реки, затратив всего 12 часов. Если скорость течения реки 2 км/ч, то собственная скорость лодки равна

- ☐ 1 5 км/ч ☐ 2 7 км/ч ☐ 3 9 км/ч ☐ 4 8 км/ч ☐ 5 6 км/ч.

22

Выражение $(\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{9})(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$ равно

- ☐ 1 $\sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{8}$ ☐ 2 1 ☐ 3 $\sqrt[3]{18} + \sqrt[3]{8}$ ☐ 4 $\sqrt[3]{18} + 2\sqrt[3]{3}$ ☐ 5 -1 .

23

Произведение корней уравнения $\lg^2(x-1)^2 = 1$ равно

1 -9 2 $\frac{(1+\sqrt{10})^2}{\sqrt{10}}$ 3 $0,9$

4 $-8,1$ 5 корень $1 + \sqrt{10}$ – единственный

24

Множество значений функции $y = 0,5^{2x-x^2}$ совпадает с промежутком

1 $(0; 0,5]$ 2 $[0,5; +\infty)$ 3 $(0; 2]$ 4 $(-\infty; 2]$ 5 $(-\infty; 0,5]$.

25

Произведение корней уравнения $\sqrt{4-x^2} \cdot (\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1) = 0$ составляет

1 2π 2 -2π 3 3π 4 -3π 5 4π .

26

Сумма десятичных логарифмов девяти последовательных членов геометрической прогрессии составляет 9. Произведение крайних из рассматриваемых членов равно

1 100 2 1000 3 3 4 $0,1$ 5 10 .

27

Множеством значений функции $y = (\sin x - \frac{1}{2})^{-1}$ является

1 $[-\frac{2}{3}; 2]$ 2 $[2; +\infty)$ 3 $(-\infty; -\frac{2}{3}]$ 4 $(-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [2; \infty)$ 5 $[-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}]$.

28

Все решения уравнения $\sin(\frac{\pi}{3} - x) \cdot \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ определяются формулой

1 $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ 2 $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$ 3 $\frac{\pi}{3} + \pi n$

4 $\frac{\pi}{6} + \pi n$ 5 $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$.

29

Площади вписанного и описанного около окружности правильных шестиугольников относятся как

1 $1:2$ 2 $2:3$ 3 $3:4$ 4 $4:5$ 5 $5:6$.

30

Число корней уравнения $|\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 1| = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 0 .

Т-20

Сложность II

1

01 Расстояние между точками пересечения прямой $y = 2x - 2$ и гиперболы $y = \frac{4}{x}$ равно ☐1 6 ☐2 $3\sqrt{5}$ ☐3 $2\sqrt{5}$ ☐4 $\sqrt{15}$ ☐5 $5\sqrt{3}$.

02 Вычислить $2^{\cos \frac{4\pi}{3}} \cdot 3^{\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{4}} \cdot 4^{\sin \frac{\pi}{6}}$
☐1 1 ☐2 -2 ☐3 $\frac{1}{3}$ ☐4 $\sqrt{2}$ ☐5 $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

03 Поезд прошел за 2 мин 4 км, а мотоцикл за 3 мин — 4 км. Сколько процентов составляет скорость мотоцикла от скорости поезда?
☐1 70% ☐2 $\frac{160}{3}\%$ ☐3 75% ☐4 90% ☐5 $\frac{200}{3}\%$.

04 Значение функции $f(x) = \frac{3}{\sqrt{5} + x} - \frac{1}{\sqrt{3} - x}$ при $x = 2$ равно
☐1 $3\sqrt{5} - 4 + \sqrt{3}$ ☐2 $3\sqrt{5} - 5 - \sqrt{3}$ ☐3 $3\sqrt{5} - \sqrt{3} - 8$
☐4 $\sqrt{5} - 18 + \sqrt{3}$ ☐5 $3\sqrt{5} - \sqrt{3} + 4$.

05 Вычислить $\log_2 \frac{4}{\sqrt{6}9}$
☐1 3 ☐2 2,5 ☐3 -3 ☐4 4 ☐5 -6.

06 Числа $\sqrt{7} + 3$ и $\sqrt{2}$ являются 4-м и 7-м членами геометрической прогрессии. 10-й член этой прогрессии равен
☐1 $3 - \sqrt{7}$ ☐2 $\frac{3 - \sqrt{7}}{2}$ ☐3 $\frac{3 + \sqrt{7}}{2}$ ☐4 $2(3 + \sqrt{7})$ ☐5 $2(3 - \sqrt{7})$.

07 Если сторона треугольника составляет 6 см, а тангенс противолежащего угла равен 3, то радиус описанной около этого треугольника окружности равен ☐1 $\frac{3}{\sqrt{10}}$ ☐2 $2\sqrt{10}$ ☐3 $\frac{6}{\sqrt{10}}$ ☐4 $\sqrt{10}$ ☐5 8.

08 Если продавец книг получает книгу со скидкой 20% с номинальной цены, а продает ее по номиналу, то процент прибыли продавца составляет ☐1 25% ☐2 20% ☐3 22,5% ☐4 30% ☐5 24%.

Т-20

Сложность II

2

09 Система уравнений $2x + ay = 3$ и $(a + 2)x + 4y = -3$ имеет бесконечное множество решений при a , равном

- 1** $-\cos^{-2} 30^\circ$ **2** $-8 \cos^2 135^\circ$ **3** $-\cos^{-2} 45^\circ$ **4** $\cos 180^\circ$ **5** $\sin 90^\circ$.

10 Графики функций $y = x^2 + x - 1$ и $y = ax - 2$ не пересекаются при всех значениях a из промежутка

- 1** $(-1; 4)$ **2** $(-1; 3)$ **3** $(-3; 1)$ **4** $(-3; -1)$ **5** $(3; +\infty)$.

11 Дробь $\frac{\log_5 243}{\log_{0,2} 9}$ равна

- 1** 2 **2** -4 **3** 2,5 **4** -2,5 **5** 4.

12 Если сумма третьего и шестого членов арифметической прогрессии равна 61, то сумма первых восьми ее членов равна

- 1** 264 **2** 224 **3** 488 **4** 244 **5** 448.

13 Наименьшее значение функции $y = 4x - x^2 - 5$ на промежутке $[-1; 3]$ равно

- 1** -1 **2** -10 **3** 2 **4** -2 **5** -3.

14 Выражение $\left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}} \right)^{-1} - \frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^{-2}}$ равно

- 1** $-\sqrt{ab}$ **2** $\sqrt{ab}$ **3** $3\sqrt{ab}$ **4** $-3\sqrt{ab}$ **5** $a + b$.

15 Сумма корней уравнения $(x^2 + 7x - 1)(2x^2 + 14x + 1) + 1 = 0$ равна

- 1** -10 **2** -14 **3** -6 **4** -5 **5** -7.

16 Все решения неравенства $x \leq \sqrt{x} + 2$ образуют множество

- 1** $[0; 1] \cup [4; +\infty)$ **2** $[1; 4]$ **3** $[0; 4]$
4 $[4; +\infty)$ **5** $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

17

Если $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg} \alpha = 5$, то $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ равняется

- 1 29 2 21 3 23 4 25 5 27.

18

Сумма корней уравнения $(x^2 - \pi^2)(\log_{\sin x}(2 \sin x - 1) - 2) = 0$ на промежутке $[-\pi; \pi]$ равна

- 1 $-\frac{3}{2}\pi$ 2 $\frac{\pi}{2}$ 3 $\frac{3}{2}\pi$ 4 0 5 корней нет.

19

Решения неравенства $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{\sin 40^\circ - a} \cdot \log_a \operatorname{ctg} 40^\circ > 0$ образуют множество

- 1 $(-\infty; 1)$ 2 $(3; +\infty)$ 3 $(1; 3)$ 4 $(1; +\infty)$ 5 $(-\infty; 3)$.

20

Уравнение $\frac{|x+2|}{x+2} = (x+a)^2$ имеет два корня при всех a , принадлежащих множеству

- 1 $(1; 3]$ 2 $(-\infty; 1)$ 3 $[3; +\infty)$ 4 $(-1; +\infty)$ 5 $(-3; +\infty)$.

21

Найти сумму целых решений неравенства $\sqrt{(x+6)(5-x)} < |x+6,3| + |x-5,7| - 12 + 2\sqrt{6}$

- 1 -6 2 -3 3 -2 4 2 5 1.

22

Уравнением, корни которого на 1 больше корней уравнения $x^2 - 3x - 1 = 0$, является

- 1 $x^2 - 5x + 1 = 0$ 2 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 3 $x^2 - 5x + 4 = 0$
4 $x^2 - 5x + 3 = 0$ 5 $x^2 - 5x - 2 = 0$.

23

Расстояние между линиями $x^2 + y^2 = 1$ и $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 4\sqrt{3}$ равно

- 1 $3\sqrt{3}$ 2 $2\sqrt{3}$ 3 5 4 4 5 6.

24 Решение неравенства $\log_{|\cos x|} x^2 < 0$ совпадает с множеством

- 1** $|x| > 1$ **2** $|x| > 1, x \neq \frac{\pi}{2} \cdot n, n \in \mathbb{Z}$ **3** $|x| < 1, x \neq 0$
4 $x < 1$ **5** $x > 1$.

25 Сумма корней уравнения $(\cos x - \sqrt{3} \sin x) \cdot \arccos\left(\frac{x - \pi}{\pi}\right) = 0$ равна

- 1** $\frac{5}{3}\pi$ **2** $\frac{10}{3}\pi$ **3** $\frac{4}{3}\pi$ **4** $\frac{8}{3}\pi$ **5** ∞ .

26 Одним из корней уравнения $x + 1 = a|x^2 - 1|$ является число, меньшее -1 при всех следующих значениях a

- 1** $a \in (-1; 0)$ **2** $a \in (-1; 1)$ **3** $a \in (0; 1)$
4 $a \in (-0, 5; 0)$ **5** $a \in (0; 0, 5)$.

27 В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 2-м, 3-м и 4-м станках весь тираж будет готов за 2 часа 12 минут; при печатании на 1-м, 3-м и 4-м — за 1 час 50 мин, а если листовки печатать на 1-м и 2-м станках, то тираж напечатают за 1 час 24 мин. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?

- 1** 1, 25 ч **2** 1, (3) ч **3** 1, 4 ч **4** 1, 1(6) ч **5** 1, 2 ч.

28 Функция $y = \sqrt{2ax + 4 - ax^2}$ определена на всей числовой оси, если

- 1** $a \leq -4$ **2** $a \geq 4$ **3** $0 \geq a \geq -4$ **4** $a > 0$ **5** $0 \leq a \leq 4$.

29 Решениями неравенства

$4x - 5 > \sqrt{1 + 4x(x - 1)} + \sqrt{-8x^2 + 40x - 32}$ являются все x из промежутка

- 1** $(0, 75; 1)$ **2** $(3, 6; 4)$ **3** $(4, 75; 5)$ **4** $(-0, 5; 1)$ **5** $(1; 2)$.

30 Расстояние между прямыми $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + 2$ и $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + a$ меньше $\sqrt{3}/2$ при всех a из промежутка

- 1** $(0, 5; 4)$ **2** $(0; 2)$ **3** $(1; 3)$ **4** $(-1; 3)$ **5** $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

§17. Итоговые экзаменационные тесты
(повышенной сложности)

T-21

Сложность III

I

01 Из прибыли в 5 млн. р. фирма отчисляет 28% в строительный фонд, причем 7% из них для строительства базы отдыха. Сколько денег из прибыли выделяет фирма для строительства базы отдыха?

- 1** 10800 р. **2** 108000 р. **3** 98000 р. **4** 980000 р. **5** 2 млн. р.

02 Числовое значение выражения $16x^2 - 16x - 71$ при $x = \frac{2 - 5\sqrt{3}}{4}$ равно

- 1** 0 **2** 1 **3** $\frac{7\sqrt{5}}{16}$ **4** 4 **5** $\frac{8\sqrt{3}}{4}$.

03 Наименьший положительный период функции $y = \sin 2x + 2 \cos \sqrt{2}x$ равен

- 1** π **2** 2π **3** 3π
4 6π **5** функция не является периодической.

04 Число $||\cos 46^\circ - \operatorname{ctg} 46^\circ| - |\operatorname{tg} 44^\circ - \sin 44^\circ||$ равно

- 1** 0 **2** $2 \sin 44^\circ$ **3** $-2 \cos 46^\circ$ **4** $2 \operatorname{tg} 44^\circ$ **5** $2 \operatorname{ctg} 44^\circ$.

05 Дробь $\frac{\log_4 625}{\log_{0,25} 0,2}$ равна

- 1** 2 **2** -4 **3** 2,5 **4** -2,5 **5** 4.

06 Нечетной среди приведенных функций является

- 1** $y = (x - 1)(x + 1)$ **2** $y = \frac{1 + x}{1 - x}$ **3** $y = |1 + x| - |1 - x|$
4 $y = x^3 + x^2$ **5** $y = |x| \cdot x + 2$.

07 Если годовая процентная ставка в банке "Дз" равна 100 %, то при условии ежедневного начисления процентов (считая, что в году 365 дней) за 33 дня срочный вклад увеличится в

- 1** $\left(\frac{366}{365}\right)^{33}$ раз **2** $\left(\frac{376}{365}\right)^3$ раз **3** $\left(\frac{368}{365}\right)^{11}$ раз **4** $\left(\frac{398}{365}\right)$ раз **5** $\left(\frac{100}{33}\right)$ раз.

Т-21

Сложность III

2

08 Из прямых А) $x - 3y = 2$, В) $x + y = e$, С) $(\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6})x - y = 5$, D) $x - y = \pi$ параллельны

1 А и В 2 А и D 3 В и D 4 С и D 5 А и С.

09 Последовательность задана общим членом $a_n = \frac{n \cdot \sin(\frac{4n+1}{2} \cdot \pi) + 4}{2n - 3}$.

Неравенство $|a_n - \frac{1}{2}| < 0,01$ выполняется, начиная с номера

1 553 2 277 3 276 4 550 5 272.

10 $\cos 195^\circ$ равен

1 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ 2 $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ 3 $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ 4 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ 5 $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$.

11 Множество значений функции $y = ||x - 2| - 3|$ при $x \in [-2; 6]$ совпадает с промежутком

1 $[0; 1]$ 2 $[0; 2]$ 3 $[0; 3]$ 4 $[1; 3]$ 5 $[1; 2]$.

12 Определить длину отрезка, разделенного на 2 части так, что большая превышает меньшую на 6,6 см и весь отрезок делится серединой меньшего отрезка в отношении 1 : 5.

1 12,6 2 19,8 3 30,4 4 68,4 5 20,4.

13 Числа $a = (\cos 60^\circ)^{\cos 295^\circ}$, $b = (0,5)^{\operatorname{ctg} 44^\circ}$ и $c = (\sin 150^\circ)^{\cos 85^\circ}$ удовлетворяют неравенствам

1 $c > b > a$ 2 $b > c > a$ 3 $c > a > b$ 4 $a > b > c$ 5 $b > a > c$.

14 Наименьшее значение суммы $x + y$ координат точки, принадлежащей области $x^2 + y^2 \leq 2$ равно

1 2 2 -2 3 $2\sqrt{2}$ 4 $-2\sqrt{2}$ 5 4.

15 Если отношение радиусов вписанной и описанной около остроугольного равнобедренного треугольника окружностей равно 0,375, то угол при основании треугольника составляет

1 $\arcsin \frac{3\sqrt{7}}{8}$ 2 $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{8}$ 3 $\arccos 0,75$ 4 $\arccos 0,25$ 5 45° .

Т-21

Сложность III

3

16 Наибольшее значение функции $y = 2\sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} - \frac{1}{2}\cos^2 x + 1$ заключено в промежутке

- 1 $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ 2 $(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3})$ 3 $(0; \frac{\pi}{4})$ 4 $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ 5 $[1; \frac{\pi}{2})$.

17

При $a = 0,008$ выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 1}{a^{\frac{1}{3}} + a} + a^{-\frac{1}{3}}$ равно

- 1 5^{-1} 2 5 3 $-0,2$ 4 0,25 5 0,75.

18

Область определения функции $y = \lg((\log_{\text{ctg} 42^\circ} 2^{\cos 105^\circ}) \cdot (x^2 - 1))$ совпадает с множеством

- 1 $(-10; 10)$ 2 $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ 3 $(-\infty; -1)$
4 $(-1; 1)$ 5 $(1; +\infty)$.

19

Корни квадратного трехчлена $y = ax^2 + (a + 2)x + 1 + \frac{1}{a}$ отрицательны при всех значениях a из промежутка

- 1 $(-2; 3)$ 2 $(-2; -1)$ 3 $(-1; 0)$
4 $(1; \sqrt{3})$ 5 $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$.

20

Если сумма двух чисел и их произведение равны соответственно $\sqrt{15}$ и -2 , то сумма квадратов таких чисел равна

- 1 19 2 11 3 5 4 3 5 49.

21

Значение выражения $\frac{1}{\sqrt{2a} - \sqrt{2a-1}} + \frac{1}{\sqrt{2a} + \sqrt{2a+1}}$ при $a > \frac{1}{2}$ равно

- 1 $\frac{-2}{\sqrt{2a-1} - \sqrt{2a+1}}$ 2 $\sqrt{2a-1} - \sqrt{2a+1}$ 3 $2\sqrt{2a}$
4 $\sqrt{2a+1} - \sqrt{2a-1}$ 5 $4a$.

22

Если числа $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{5x+9}$, $\sqrt{12x+25}$ являются первыми тремя последовательными членами арифметической прогрессии при $x > 0$, то шестой член этой прогрессии равен

- 1 18 2 22 3 23 4 19 5 27.

23 Множество значений функции $y = \log_3 \frac{x^2 - 4}{|x| - 2}$ при $x \in [-1; 1]$ совпадает с промежутком

- 1** $[0, (3); 1]$ **2** $[\log_3 2; 1]$ **3** $[1; 3]$ **4** $[1; \log_2 3]$ **5** $[1; 2]$.

24 Если $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, то $\lg 45$ равен

- 1** $a - b + 1$ **2** $a - 2b + 1$ **3** $2b - a + 1$ **4** $2a - b + 1$ **5** $a + b + 1$.

25 Функция $y = 6^{\log_6 x} + x^{\log_6 x}$ принимает значение, равное 12 при двух значениях x , сумма которых заключена в промежутке

- 1** $(2, 25; 4, 8)$ **2** $(5; 7)$ **3** $(7; 8)$ **4** $(7, 5; 8, 5)$ **5** $(8; 10)$.

26 Если высоты параллелограмма, проведенные из вершины тупого угла равны 3 см и 5 см, а синус угла между ними составляет 0,6, то большая диагональ равна

- 1** $\frac{5\sqrt{10}}{4}$ см **2** $\frac{5\sqrt{10}}{3}$ см **3** $\frac{5\sqrt{58}}{3}$ см **4** $\frac{5\sqrt{58}}{4}$ см **5** 6 см.

27 Указать промежуток, содержащий и наибольшее, и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{\pi} \arccos(x - 5) + |x - 7|$

- 1** $y \in [1; 4]$ **2** $y \in [\frac{\pi}{4}; 8]$ **3** $y \in [-2; 1]$ **4** $y \in [5; 9]$ **5** $y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.

28 Указать промежуток, содержащий корень уравнения

$$3^{-x} - 3 = x^3 + \frac{1}{\pi} \arccos(-1)$$

- 1** $(-\pi; -\frac{\pi}{2})$ **2** $(-\sqrt{2}; -0, 2)$ **3** $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ **4** $(0, 5; 1, 2)$ **5** $(\pi; 4]$.

29 Вычислить $x_1 x_2 + y_1 y_2$, где $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ — решения системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 + 4y + 4 = 0, \\ y = |x - 1| - 2. \end{cases}$

- 1** $\sqrt{2}$ **2** $-\sqrt{2}$ **3** $5 + \frac{4}{\sqrt{2}}$ **4** $5 - \frac{4}{\sqrt{2}}$ **5** 0.

30 Число корней уравнения $\sin(x + \frac{\pi}{8}) \cos(x - \frac{\pi}{8}) = -\frac{2}{3\pi} x + (\sqrt{2})^{-3}$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

01 Все решения неравенства $3^{x+2} \leq x^2 \cdot 3^x$ совпадают с множеством

- 1** $x \leq \pm 3$ **2** $x \geq \pm 3$ **3** $[-3; 3]$ **4** $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ **5** $[3; +\infty)$.

02 Область определения функции $y = \log_2((\operatorname{ctg} 42^\circ - x)(x - \sin 42^\circ))$ совпадает с множеством

- 1** $(\sin 42^\circ; \operatorname{ctg} 48^\circ)$ **2** $(\cos 48^\circ; \operatorname{ctg} 42^\circ)$
3 $(-\infty; \sin 42^\circ) \cup (\operatorname{ctg} 48^\circ; +\infty)$ **4** $(\operatorname{ctg} 42^\circ; \sin 42^\circ)$
5 $(\operatorname{ctg} 42^\circ; \sin 48^\circ)$.

03 Вследствие инфляции цены выросли на 150 %. Дума потребовала от правительства возвращения цен к прежнему уровню. Для этого цены должны быть уменьшены на

- 1** 60 % **2** 33, (3) % **3** 66, (6) % **4** 122, (2) % **5** 150 %.

04 Положительной среди приведенных является величина

- 1** $\cos 87^\circ - \cos 77^\circ$ **2** $\operatorname{tg} 2 - \operatorname{tg} 3$ **3** $\sin 2 - \sin 3$
4 $\operatorname{ctg} 52^\circ - \operatorname{ctg} 42^\circ$ **5** $\sin 12^\circ - \operatorname{tg} 12^\circ$.

05 Число нулей функции $y = \sqrt{x^2 - 1} \left(x^2 - \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{7}{6}} \right) \right) (x^3 + 8)$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

06 Выражение $\sqrt{11 - 4\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}$ равно

- 1** $2 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ **2** $2 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ **3** $2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} - 1$ **4** $\sqrt{3} - 2$ **5** $1 - 2\sqrt{3}$.

07 Выражение $\sin \left(\frac{3}{2}\pi - \alpha \right) \cdot \operatorname{tg} (\alpha - \pi) - \cos \left(\frac{15}{2}\pi - \alpha \right)$ равно

- 1** 0 **2** $2 \sin \alpha$ **3** $-2 \sin \alpha$ **4** $2 \cos \alpha$ **5** $-2 \cos \alpha$.

Т-22

Сложность III

2

08 Корнем уравнения $ax - 3a - 2(x + 1) = -3x + a^2$ является любое число, если a равно

- 1 1 2 2 3 3 4 -1 5 -2.

09 Если смешать 2 л 20 %-ной сметаны с 3 л 15 %-ной, то жирность смешанной сметаны составит

- 1 17,5 % 2 19 % 3 17 % 4 18 % 5 16 %.

10 Если косинус угла, противолежащего стороне в 40 см равен 0,6, то площадь описанного круга равна

- 1 225π 2 200π 3 625π 4 25π 5 125π .

11 Все решения неравенства $\frac{2}{x-3} > \cos 120^\circ$ образуют множество

- 1 $(-1; 3) \cup (3; +\infty)$ 2 $(-1; 3)$ 3 $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
4 $(3; 7)$ 5 $(-1; +\infty)$.

12 Значение выражения $\frac{1}{\sqrt{2a} - \sqrt{2a-1}} + \frac{1}{\sqrt{2a} + \sqrt{2a+1}}$ при $a > \frac{1}{2}$ равно

- 1 $\frac{-2}{\sqrt{2a-1} - \sqrt{2a+1}}$ 2 $\sqrt{2a-1} - \sqrt{2a+1}$ 3 $2\sqrt{2a}$
4 $\sqrt{2a+1} - \sqrt{2a-1}$ 5 $4a$.

13 Выражение $\log_{\sqrt{2}}(\sin \frac{\pi}{8}) + \log_{\sqrt{2}}(2 \cos \frac{\pi}{8})$ равно

- 1 0 2 1 3 -1 4 2 5 -2.

14 Если числа $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{5x+9}$, $\sqrt{12x+25}$ являются первыми тремя последовательными членами арифметической прогрессии при $x > 0$, то шестой член этой прогрессии равен

- 1 18 2 22 3 23 4 19 5 27.

15 Функция $y = \log_{x-1} \sin \frac{\pi}{6}$ принимает положительные значения на промежутке

- 1 $(-\infty; -5)$ 2 $(1; +\infty)$ 3 $(-5; 0)$ 4 $(0; 1)$ 5 $(-5; +\infty)$.

16 Если $a < 0$, то неравенство $\frac{3}{x} < \frac{1}{a}$ эквивалентно неравенству

- 1** $x < 3a$ **2** $3a < x < 0$ **3** $0 < x < 3a$ **4** $x > 3a$ **5** $x < 0, x > 3a$.

17 По отношению к прямой $y = \sqrt{5}x + \sqrt{10}$ точки $A(1; 5)$ и $B(2; 8)$ расположены следующим образом

- 1** обе – ниже **2** A – выше; B – ниже **3** A – ниже; B – выше
4 обе – выше **5** A – на прямой; B – ниже.

18 Прогрессия $1, \log_{0,5}(x-1), \log_{0,5}^2(x-1), \dots, \log_{0,5}^n(x-1)$ является монотонно возрастающей при всех значениях x из промежутка

- 1** $(-\infty; 1; 5)$ **2** $(1; 1; 5)$ **3** $(-1; 0)$ **4** $(2; 3)$ **5** $(0; 1)$.

19 Решением уравнения $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + 5^{\log_5(1-a)} = 6 - a^2$ являются

- 1** -1 и 3 **2** $\pm\sqrt{7}$ **3** $-\sqrt{7}$ **4** 3 **5** -1 .

20 Корень уравнения $5^{(-2^x)} = 2$ равен

- 1** $\log_5 \log_2 5$ **2** $-\log_2 \log_5 2$ **3** $-\log_5 \log_2 5$
4 $\log_5 \log_2 0,2$ **5** корней нет.

21 Если $\alpha \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3})$, $\beta \in (\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2})$, то величина $\cos(\alpha - \beta)$ принадлежит промежутку

- 1** $(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ **2** $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ **3** $(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$ **4** $(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ **5** $(\frac{1}{2}; 1]$.

22 Если угол между сторонами треугольника, равными 4 см и 6 см, составляет 120° , то биссектриса этого угла равна

- 1** 3,6 см **2** $\frac{\sqrt{26}}{2}$ см **3** 12 см **4** 6 см **5** 2,4 см.

23 Все решения уравнения $25^{\sin x} \cdot 2^{2 \sin x} = 0,1$ определяются формулой ($n \in \mathbb{Z}$)

- ☐ $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$
☐ $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n$
☐ $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$
☐ $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
☐ $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$.

24 Функция $y = |\log_2 x - 1| + |2 - \log_{0,5} x|$ является линейной на промежутке

- ☐ $(0; 1]$
☐ $[1; 2]$
☐ $[2; 4]$
☐ $[0; 25; 2]$
☐ $[1; +\infty)$.

25 Все решения неравенства $\sqrt{x+2} \leq x$ образуют множество

- ☐ $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$
☐ $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$
☐ $[2; +\infty)$
☐ $[-1; 2]$
☐ $(-\infty; +\infty)$.

26 Область значений функции $y = \log_2(x^2 - 4x + 12)$ на отрезке $x \in [2 - 2\sqrt{2}; 2 + 2\sqrt{6}]$ совпадает с множеством

- ☐ $[3; 4]$
☐ $[4; 5]$
☐ $[3; 6]$
☐ $[4; 6]$
☐ $[3; 5]$.

27 Наименьшее значение выражения $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 7$ равно

- ☐ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 5.

28 Если отношение радиусов вписанной и описанной около остроугольного равнобедренного треугольника окружностей равно $0,375$, то угол при основании треугольника составляет

- ☐ $\arcsin \frac{3\sqrt{7}}{8}$
☐ $\arcsin \frac{\sqrt{15}}{8}$
☐ $\arccos 0,75$
☐ $\arccos 0,25$
☐ 45° .

29 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ определяются формулой

- ☐ $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$
☐ $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$
☐ $\frac{\pi}{3} + \pi n$
☐ $\frac{\pi}{6} + \pi n$
☐ $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$.

30 Уравнение $|\sqrt{x^2 - 2x + 1} - 2| = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ имеет

- ☐ 1 корень
 ☐ 2 корня
 ☐ 3 корня
 ☐ 4 корня
 ☐ 5 корней.

01 Поезд прошел за 3 мин 6 км, а мотоцикл за 2 мин — 3 км. Сколько процентов составляет скорость мотоцикла от скорости поезда?

- 1** 70% **2** $\frac{160}{3}\%$ **3** 75% **4** 90% **5** $\frac{200}{3}\%$.

02 Значение выражения $(1\frac{1}{3})^{-2} : (0,75)^3 + (\sqrt{3})^4 : (1,5)^3$ равно

- 1** ± 1 **2** 1 **3** 4 **4** 2 **5** 3.

03 Одно колесо имеет в окружности 95 см, а другое 155 см. Определить наименьшее расстояние, на котором оба колеса сделают целое число оборотов.

- 1** 32 м 5 см **2** 28 м 5 см **3** 29 м 45 см
4 33 м 35 см **5** 31 м 5 см.

04 Значение выражения $54ab^2 + 8a^3 - 27b^3 - 36a^2b$ при $a = 2$ и $b = \frac{1}{3}$ равно

- 1** $\frac{35}{6}$ **2** $\frac{25}{3}$ **3** 27 **4** -8 **5** 8.

05 Число $\log_{0,2} \log_3 243$ равно

- 1** 1 **2** -1 **3** 0,5 **4** -0,5 **5** не существует.

06 Число нулей функции $y = x \cdot (x^3 - 1) \cdot (\sqrt{x} - 1) \cdot \lg(x - 1)$ равно

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 0.

07 Если годовая процентная ставка в банке "Дз" равна 100 %, то при условии начисления процентов через каждые 3 дня (считая, что в году 365 дней) за 33 дня срочный вклад увеличится в

- 1** $\left(\frac{366}{365}\right)^{33}$ раз **2** $\left(\frac{376}{365}\right)^3$ раз **3** $\left(\frac{368}{365}\right)^{11}$ раз
4 $\left(\frac{398}{365}\right)$ раз **5** $\left(\frac{100}{33}\right)$ раз.

08 Если $f(x) = 5x + 2$ и $f(2g(x) - 5) = 15 - 2x$, то $g(x)$ совпадает с функцией

- 1** $2,6 - 0,4x$ **2** $0,6 - 0,2x$ **3** $1,6 + 0,2x$
4 $3,8 - 0,2x$ **5** $0,2x - 0,8$.

09 Прогрессия $1, \log_{0,5}(x-1), \log_{0,5}^2(x-1), \dots, \log_{0,5}^n(x-1)$ является монотонно убывающей при всех значениях x из промежутка

- 1** $(-\infty; 1,5)$ **2** $(1; 1,5)$ **3** $(-1; 0)$ **4** $(1,5; 2)$ **5** $(0; 1)$.

10 Значение выражения $\left(\sin \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{3\pi}{8}\right)^2$ равно

- 1** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **2** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ **3** 1 **4** $\frac{3}{4}$ **5** $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

11 Множество значений функции $y = x^2 + 2x - a$ не пересекается с областью определения функции $y = \lg(-2a - x)$, если

- 1** $a \geq 1$ **2** $a \leq -1$ **3** $a \geq -1$
4 $a \geq 0$ **5** всегда не пересекаются.

12 Если катеты прямоугольного треугольника равны $2\sqrt{2}$ см и $3\sqrt{2}$ см, то биссектриса прямого угла составляет

- 1** 3,6 см **2** $\frac{\sqrt{26}}{2}$ см **3** 12 см **4** 6 см **5** 2,4 см.

13 Выражение $\frac{\sin 4,1\pi \cdot \operatorname{ctg} 1,6\pi \cdot \operatorname{ctg} 0,9\pi}{\sin 0,1\pi}$ равно

- 1** 1 **2** -1 **3** 2 **4** -2 **5** 0.5.

14 Функция $y = \log_{\frac{x-1}{x+5}} \cos \frac{\pi}{6}$ принимает отрицательные значения на промежутке

- 1** $(-\infty; -5)$ **2** $(1; +\infty)$ **3** $(-5; 0)$ **4** $(0; 1)$ **5** $(-5; +\infty)$.

15 Если отношение радиусов окружностей, касающихся друг друга и сторон угла, равно 4, то этот угол равен

- 1** 30° **2** $\arccos \frac{7}{9}$ **3** 60° **4** $\arccos 0,28$ **5** $\arccos \frac{1}{9}$.

16 Сумма наибольшего и наименьшего значений функции

$$y = -\frac{1}{3} \sin^2 x - \frac{4}{3} \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1} \text{ заключена в интервале}$$

- 1 $(-4; -\pi)$ 2 $(-1; 0, 5)$ 3 $(\pi; 4)$ 4 $(2; 3)$ 5 $(1; 3)$.

17

Выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right)^{\frac{1}{2}} \cdot (a^{-1} - b^{-1})^{-\frac{1}{2}}$ равно

- 1 $\sqrt{a-b}$ 2 $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$ 3 $\sqrt{b-a}$ 4 $\frac{1}{\sqrt{b-a}}$ 5 $-\sqrt{a-b}$.

18

Область определения функции $y = \log_2((x - \sin 42^\circ)(\operatorname{ctg} 48^\circ - x))$ совпадает с множеством

- 1 $(\sin 42^\circ; \operatorname{ctg} 48^\circ)$ 2 $(\cos 48^\circ; \operatorname{ctg} 42^\circ)$
 3 $(-\infty; \sin 42^\circ) \cup (\operatorname{ctg} 48^\circ; +\infty)$ 4 $(\operatorname{ctg} 42^\circ; \sin 42^\circ)$
 5 $(\operatorname{ctg} 42^\circ; \sin 48^\circ)$.

19

Вычислить $\cos(\operatorname{arccotg}(-\frac{4}{3}))$

- 1 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 2 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ 3 0,8 4 -0,8 5 $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

20

Значение площади области, ограниченной графиками функций $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot |x|$ и содержащей внутри себя точку $(0; \sqrt{3})$ заключено в промежутке

- 1 $[2, 01; 2, 22]$ 2 $[4, 01; 4, 5]$ 3 $[1, 05; 2]$
 4 $[3; 4]$ 5 такая область не существует.

21

Произведение $\sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \cdot (\sqrt{2} + 1)} \cdot \sqrt[6]{3 - 2\sqrt{2}}$ равно

- 1 $\sqrt{2} - 1$ 2 $1 - \sqrt{2}$ 3 -1 4 1 5 не имеет смысла.

22

Если числа $\sqrt{x-2}$, $\sqrt{5x-6}$, $\sqrt{12x-11}$ являются первыми тремя последовательными членами арифметической прогрессии при $x > 3$, то седьмой член этой прогрессии равен

- 1 18 2 22 3 23 4 19 5 27.

Т-23

Сложность III

4

- 23 Множеством значений функции $y = \log_{0,5} 2^{\sin(x + \frac{\pi}{6})}$ на отрезке $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ является

1 $[-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}]$ 2 $[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}]$ 3 $[\frac{1}{2}; 1]$ 4 $[-1; -\frac{1}{2}]$ 5 $[-\frac{1}{2}; 1]$.

24

Вычислить $\frac{\log_5 16 - \log_{25} 4}{\frac{1}{2} \log_5 0,08 + \log_5 10}$

1 1 2 2 3 $\log_3 8$ 4 $\log_5 4$ 5 $\log_2 5$.

25

- Функция $y = \log_2(\arccos(x - 1) - \frac{\pi}{3})$ определена во всех точках промежутка

1 $(\frac{5}{3}; 2]$ 2 $(-0, 1; 1, 8)$ 3 $(0, 1; 1, 3)$ 4 $(1, 5; 2, 5)$ 5 $(0; 2)$.

26

- Если боковые стороны треугольника равны 2 см и 4 см, а медиана, проведенная к основанию — $\sqrt{6}$ см, то это основание составляет

1 5 см 2 4 см 3 3 см 4 $3\sqrt{6}$ см 5 $2\sqrt{21}$ см.

27

- Ноль функции $y = \sin(\pi(x - x^2 + \frac{5}{2})) - 2x^2 + 8x - 9$ принадлежит промежутку

1 $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ 2 $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ 3 $(-\frac{\pi}{2}; \pi)$ 4 $(\pi; \frac{4}{3}\pi)$ 5 $(0; \frac{\pi}{2})$.

28

- Если функция $f(x)$ принимает наименьшее значение, равное -2 только при $x = -1$, то функция $g(x) = 5 - 2f(x + 2)$ принимает наибольшее значение, равное

1 1 2 3 3 13 4 9 5 5.

29

- Если отношение радиусов вписанной в трапецию и описанной около нее окружностей равно $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}$, то острый угол ее равен

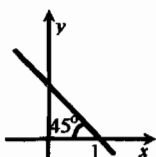
1 $\frac{3\pi}{8}$ 2 30° 3 75° 4 15° 5 $\frac{\pi}{8}$.

30

- Число корней уравнения $\sin(x - \frac{\pi}{8}) \cos(x + \frac{\pi}{8}) = -\frac{2}{3\pi}x - (\sqrt{2})^{-3}$ равно

1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

01



Прямой, изображенной на рисунке, соответствует уравнение

- ☐ $y = x + 1$ ☐ $y = -x + 1$ ☐ $y = -x - 1$
☐ $y = x - 1$ ☐ $y = x$.

02

Выражение $10\sqrt{0,6} - 6\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{15}$ равно

- ☐ $3\sqrt{15}$ ☐ $2\sqrt{15}$ ☐ $-\sqrt{15}$ ☐ $-2\sqrt{15}$ ☐ $\sqrt{15}$.

03

Уравнение $x^2 - 2ax + 4 = 0$ имеет действительные корни при

- ☐ $a \geq \pm 2$ ☐ $a \leq \pm 2$ ☐ $|a| \geq 2$ ☐ $|a| < 2$ ☐ $a \geq -2$.

04

Бассейн наполняется по одной трубе за 4 часа, а по второй — за 3 часа. Если открыть обе трубы одновременно, то бассейн наполнится на 70% за

- ☐ 2, 2 часа ☐ 1, 2 часа ☐ 1, 5 часа ☐ 2, 5 часа ☐ 2, 7 часа.

05

Вычислить $\frac{5^a \cdot 2^{a-1} + 5^{a-1} \cdot 2^a}{0,7 \cdot 10^{a-1}}$

- ☐ 10 ☐ -10 ☐ 9 ☐ -9 ☐ 7.

06

Если сумма первых n членов последовательности равна $2n^2 - n$, то пятнадцатый член этой последовательности равен

- ☐ 61 ☐ 62 ☐ 63 ☐ 59 ☐ 57.

07

Если $\lg x = \frac{1}{3} \lg a + 2 \lg c^2 - \lg b$, то x равняется

- ☐ $\sqrt[3]{a}(c^4 - b)$ ☐ $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot c^4}{b}$ ☐ $c^4 \cdot \sqrt[3]{a+b}$
☐ $c^4 \cdot \sqrt[3]{a-b}$ ☐ $\sqrt[3]{a} + c^4 - b$.

08

Решением уравнения $a^2x + 1 = 3ax + |a| - 2x$ является любое число, если

- ☐ $a = 2$ ☐ $a = 1$ ☐ $a = 1$ и $a = 2$
☐ $a = \pm 1$ ☐ такое невозможно.

09

Равенство $\frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{x^{-2}}}{x^{\frac{5}{6}}} = 2x^{-1}$ верно при x равном

- 1 $\frac{1}{64}$ 2 64 3 $\sqrt[6]{2}$ 4 $\frac{1}{\sqrt[6]{2}}$ 5 $\sqrt[3]{2}$.

10

В прямоугольном треугольнике сумма катетов равна 15 см, а длина гипотенузы равна 14 см. Площадь треугольника равна

- 1 13 см^2 2 $7,75 \text{ см}^2$ 3 $\frac{29}{4} \text{ см}^2$ 4 17 см^2 5 $17,2 \text{ см}^2$.

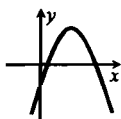
11

Вычислить $\frac{\log_4 81 - \log_2 3}{\log_4 90 + \log_4 0,1}$

- 1 1 2 2 3 $\log_3 8$ 4 $\log_5 4$ 5 $\log_{16} 5$.

12

На рисунке изображена парабола $y = ax^2 + bx + c$, у которой коэффициенты удовлетворяют условиям



- 1 $a < 0, b > 0, c < 0$ 2 $a > 0, b < 0, c > 0$
 3 $a < 0, b > 0, c > 0$ 4 $a > 0, b > 0, c < 0$
 5 $a < 0, b < 0, c < 0$.

13

Множество всех решений неравенства $(x+1)^{-1} > (x-3)^{-1}$ равно

- 1 $(-\infty; +\infty)$ 2 $(-1; 3)$ 3 $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
 4 $(3; +\infty)$ 5 $(-1; +\infty)$.

14

Если функция $f(x)$ определена при всех x и имеет наибольшее значение равное 2, то наибольшее значение функции $y = 4 \cdot f(3x-1) - 6$ равно

- 1 -1 2 2 3 -3 4 4 5 8.

15

Сумма всех положительных трехзначных чисел, кратных 39 равна

- 1 13104 2 12012 3 13775 4 12763 5 12558.

16 Все значения x , при которых график функции $y = |x - 1|$ находится ниже гиперболы $y = \frac{2}{x}$, образуют множество

- 1** $(-1; 0)$ **2** $(1; +\infty)$ **3** $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$
4 $(0; 2)$ **5** $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

17 Дробь $\frac{(a + \sqrt{ab} + b)^2 - (a - \sqrt{ab} + b)^2}{(2a)^2b + a \cdot (2b)^2}$ ($ab > 0$) равна

- 1** $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}$ **2** $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ **3** $\frac{2\sqrt{b}}{ab - 1}$ **4** $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ **5** $\frac{1}{\sqrt{ab}}$.

18 Выражение $\log_{\sqrt{2}}(\sin \frac{7\pi}{8}) + \log_{\sqrt{2}}(2 \cos \frac{\pi}{8})$ равно

- 1** 0 **2** 1 **3** -1 **4** 2 **5** -2.

19 Площадь четырехугольника с вершинами $A(3; 0)$, $B(2; 4)$, $C(-2; 3)$, $D(-1; -1)$ равна

- 1** 16 **2** $\sqrt{17}$ **3** 17 **4** 4 **5** 5.

20 Все решения неравенства $\log_{\frac{1}{1+x^2}}(4x - 2) > -1$ образуют множество

- 1** $(-3; 1)$ **2** $(-3; -1)$ **3** $(-\infty; -3) \cup (-1; \frac{1}{2})$
4 $(1; 3)$ **5** $(\frac{1}{2}; 1) \cup (3; +\infty)$.

21 Числа $a = (\cos 60^\circ)^{\cos 65^\circ}$, $b = (0,5)^{\cos 275^\circ}$ и $c = (\sin 150^\circ)^{\cos 46^\circ}$ удовлетворяют неравенствам

- 1** $c > b > a$ **2** $b > c > a$ **3** $c > a > b$ **4** $a > b > c$ **5** $b > a > c$.

22 Все решения уравнения $6^{2 \cos x} \cdot 4^{\cos x} = \frac{1}{12}$ определяются формулой

- 1** $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ **2** $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$ **3** $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
4 $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ **5** $\pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

23 Если $a = \sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{7}{6}}$, то выражение $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a - 2\sqrt{a-1}}$ равно

- ☐ 1 $2\sqrt{\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{7}{6}} - 1}$
☐ 2 2
 ☐ 3 $2\sqrt{\sqrt{\frac{6}{7}} + \sqrt{\frac{8}{7}} - 1}$
☐ 4 -2
 ☐ 5 $-2\sqrt{\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{\frac{7}{6}} - 1}$

24 Если стороны треугольника в 5 см и 10 см образуют угол, равный $2 \arccos 0,2$, то биссектриса этого угла составляет

- ☐ 1 $\frac{4}{3}$ см
 ☐ 2 2, (6) см
 ☐ 3 $\frac{2}{3}$ см
 ☐ 4 $\frac{16}{3}$ см
 ☐ 5 7,5 см.

25 Смешали 10%-й, 20%-й и 50%-й растворы соляной кислоты и получили 50 л 36% раствора, причем самого слабого раствора было взято в два раза меньше самого сильного. Сколько было взято 20%-го раствора

- ☐ 1 1 л
 ☐ 2 2 л
 ☐ 3 3 л
 ☐ 4 4 л
 ☐ 5 5 л.

26 Неравенство $\lg(x^2 + ax + 5) > 0$ справедливо при любых x , если параметр a принадлежит множеству

- ☐ 1 $(-\infty; -4)$
☐ 2 $(4; +\infty)$
☐ 3 $(-4; 4)$
☐ 4 $(0; 2\sqrt{5})$
☐ 5 $(-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$.

27 Множество значений функции $y = 2x + 2^{\log_2(4x - x^2)}$ совпадает с множеством

- ☐ 1 (8; 9)
 ☐ 2 (0; 9]
 ☐ 3 $(-1; 8]$
☐ 4 (7; 8)
 ☐ 5 (4; 6).

28 Наибольшее решение неравенства $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} \leq 12$ принадлежит промежутку

- ☐ 1 (2; 4)
 ☐ 2 (5; 7)
 ☐ 3 [1; 2]
 ☐ 4 (1, 5; 2, 5)
 ☐ 5 такого промежутка нет.

29 Указать промежуток, содержащий и наибольшее, и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{\pi} \arccos(x - 5) + |x - 7|$

- ☐ 1 $y \in [1; 4]$
☐ 2 $y \in [4; 8]$
☐ 3 $y \in [-2; 1]$
☐ 4 $y \in [5; 9]$
☐ 5 $y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.

30 Найти сумму нулей функции $y = \sqrt{2} \sin(2 \cos x - \frac{5\pi}{4}) - 1$ на промежутке $(-\frac{\pi}{2}; \pi)$

- ☐ 1 π
☐ 2 $2 \arccos \frac{\pi}{4}$
☐ 3 $\frac{\pi}{2}$
☐ 4 0
 ☐ 5 $\frac{3}{2}\pi - \arccos \frac{\pi}{4}$.

01 Три числа относятся как $0,3 : \frac{3}{4} : 0,5$, причем второе больше половины первого на 36. Сумма этих трех чисел составляет

- 1 60 2 75 3 46,5 4 93 5 95.

02 Сумма целых чисел, заключенных между корнями уравнения $x^2 - (\sqrt{6} - \sqrt{24})x - 12 = 0$, равна

- 1 7 2 9 3 -9 4 8 5 -7.

03 Наибольшее целое число из области определения функции

$$y = \lg \frac{x^2 - 7x + 12}{(x^2 + 1)\sqrt{5 - x}} \text{ равно}$$

- 1 1 2 2 3 -1 4 -2 5 такого числа нет.

04 Если наименьший положительный период функции $y = \sin^2\left(\frac{3\pi x}{a} + \frac{\pi}{3}\right)$ равен 5, то наименьшим периодом функции $y = \pi \operatorname{ctg}(2ax + \pi)$ является

- 1 $\frac{5}{4}\pi$ 2 $\frac{\pi}{15}$ 3 $\frac{\pi}{30}$ 4 2,5 5 5.

05 Сто пятьдесят вторая цифра после запятой в десятичной записи числа $\frac{431}{1111}$ равна

- 1 3 2 9 3 7 4 5 5 1.

06 Вычислить $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} + \frac{6}{\sqrt{3}+3}$

- 1 $\sqrt{3}-3$ 2 $(2-\sqrt{3})^{-1}$ 3 $2-\sqrt{3}$ 4 $\sqrt{3}-2$ 5 $3+\sqrt{3}$.

07 Решением уравнения $x = \sin \alpha + x \cos \alpha$ является любое число, если

- 1 $\alpha = \pi n$ 2 $\alpha = 2\pi n$ 3 $\alpha = (2n+1)\pi$

- 4 $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ 5 $\alpha = (4n-1) \cdot \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

Т-25

Сложность III

2

08

Число корней уравнения $|\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 1| = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 0.

09

Произведение корней уравнения $\lg^2(x-1)^2 = 1$ равно

- 1 -9 2 $\frac{(1+\sqrt{10})^2}{\sqrt{10}}$ 3 0,9
 4 -8,1 5 корень $1 + \sqrt{10}$ – единственный

10

Дробь $\frac{\sin 70^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 280^\circ}$ равна

- 1 $\sqrt{3}$ 2 $\operatorname{tg} 300^\circ$ 3 $\operatorname{tg} 315^\circ$ 4 1 5 -1.

11

Сумма всех положительных трехзначных чисел, кратных 39 равна

- 1 13104 2 12012 3 13775 4 12763 5 12558.

12

Если $f(x) = 3x - 5$, а $g(x)$ — есть функция обратная для $f(x)$, то наибольшее значение $f(-3g^2(x) + 1)$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 -2.

13

Число 377 разделено на 3 части так, что вторая составляет 25% первой, а третья 20% второй. Меньшая часть числа равна

- 1 290 2 260 3 52 4 14,5 5 7,75.

14

Сумма целых значений параметра a , при которых число $x = -4$ является решением неравенства $|x + 2a| - 3x < x^2$ равна

- 1 10 2 4 3 8 4 6 5 ∞ .

15

Областью определения функции $y = \sqrt{\log_{\frac{x-1}{2x+2}} 0,2}$ является множество

- 1 $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ 2 $(-3; -1)$ 3 1; 3
 4 $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ 5 $(-1; 3)$.

16 Произведение корней уравнения $\sqrt{4-x^2} \cdot (\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1) = 0$ составляет

- 1 2π 2 -2π 3 3π 4 -3π 5 4π .

17 В равнобедренный треугольник с углом α при основании вписана окружность радиуса r . Радиус описанной около треугольника окружности равен

- 1 $r \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin 2\alpha$ 2 $\frac{r \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}{\sin 2\alpha}$ 3 $\frac{r}{\operatorname{tg} \alpha}$ 4 $\frac{r}{\cos 2\alpha}$ 5 $\frac{r}{\sin 2\alpha}$.

18 Число нулей функции $f(x) = |x-2| - ax$ при $a \in (0; 1)$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 ∞ 5 0.

19 Если $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{28}} - \sqrt[3]{\sqrt{28} - 1}$, то величина $x^3 + 9x$ равна

- 1 -2 2 2 3 -4 4 4 5 0.

20 Решением неравенства $(\sin 3 - \sin 5)(x-3)(x-5) < 0$ является множество

- 1 $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ 2 $(3; 5)$ 3 $(-\infty; 3) \cup (\sin 3; +\infty)$
4 $(-\infty; \sin 5) \cup (5; +\infty)$ 5 $(\sin 3; \sin 5)$.

21 Числа $a = \log_5 11$, $b = 1,5$ и $c = \log_2 3$ удовлетворяют соотношению

- 1 $a < b < c$ 2 $a < c < b$ 3 $b < a < c$ 4 $b > a > c$ 5 $a > c > b$.

22 Множеством значений функции $y = (\sin x - \frac{1}{2})^{-1}$ является

- 1 $[-\frac{2}{3}; 2]$ 2 $[2; +\infty)$ 3 $(-\infty; -\frac{2}{3}]$ 4 $(-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [2; +\infty)$ 5 $[-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}]$.

23 Все решения неравенства $\sqrt{x} < 2 - x$ составляет множество

- 1 $(1; 4)$ 2 $(-\infty; 1)$ 3 $[0; 1)$
4 $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$ 5 $[0; 1) \cup (4; +\infty)$.

Т-25

Сложность III

4

24 Если $4,5 \sin 2\alpha - 2 \sin^2 \alpha + 4 = 0$ и $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3}{4}\pi)$, то значение $\operatorname{tg} \alpha$ равно ☐ 1 $-0,5$ ☐ 2 -4 ☐ 3 $0,5$ ☐ 4 4 ☐ 5 -2 .

25 Наибольшее решение неравенства $6^{\log_6 x} + x^{\log_6 x} \leq 12$ принадлежит промежутку ☐ 1 $(2; 4)$ ☐ 2 $(5; 7)$ ☐ 3 $[1; 2]$ ☐ 4 $(1, 5; 2, 5)$ ☐ 5 такого промежутка нет.

26 Наименьшее значение выражения $x + \sqrt{3}y$ в области $x^2 + y^2 \leq 1$ равно ☐ 1 -2 ☐ 2 $-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ☐ 3 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ☐ 4 $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ ☐ 5 2 .

27 Функция $y = (\operatorname{tg} x - \frac{1}{\sqrt{3}})(\frac{\pi}{2} + \arcsin(\operatorname{tg} x) + \log_2(x^2 + \frac{\pi}{3}))$ принимает только отрицательные значения на промежутках ☐ 1 $[-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n)$ ☐ 2 $[-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$ ☐ 3 $[-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n)$ ☐ 4 $[-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{3\pi}{2} + \pi n)$ ☐ 5 $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$.

28 Областью значений функции $y = \arctg(\sqrt{\sqrt{3}\sin x + \cos x + 5})$ является промежуток ☐ 1 $[\sqrt{3}; 7]$ ☐ 2 $[\frac{\pi}{3}; \arctg \sqrt{7}]$ ☐ 3 $[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}]$ ☐ 4 $[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}]$ ☐ 5 $[\arctg(5 - \sqrt{3} - 1); \arctg(5 + \sqrt{3} + 1)]$.

29 Вода, содержащая после использования на производстве 5% примесей, поступает на очистку. После очистки часть ее, содержащая 1,5% примесей, возвращается на производство, а остальная часть с 29,5% примесей сливается в отстойник. Какой процент воды, поступающей на очистку, возвращается на производство? ☐ 1 92% ☐ 2 90,5% ☐ 3 87,5% ☐ 4 74% ☐ 5 80%.

30 Площадь параллелограмма с острым углом в 30° равна 8. Если периметр параллелограмма минимален, то высота параллелограмма равна ☐ 1 2 ☐ 2 4 ☐ 3 1 ☐ 4 $2\sqrt{3}$ ☐ 5 $\sqrt{3}$.

01

Четной среди приведенных функций является

☐ $y = \frac{2}{x} - x^2$
☐ $y = \frac{2}{x}$
☐ $y = \frac{|x|}{x} + 1$
☐ $y = \frac{2}{|x|} - x^2$
☐ $y = x|x|$.

02

В 600 кг руды содержится некоторое количество железа. После удаления из руды 200 кг примесей, содержащих в среднем 15% железа, в оставшейся руде содержание железа повысилось на 10%. Какое количество железа осталось в руде?

☐ 104 кг
 ☐ 105 кг
 ☐ 160 кг
 ☐ 180 кг
 ☐ 187,5 кг.

03

Расстояние между корнями уравнения $x^2 - 2x - a = 0$ равно 4, если

☐ $a = 0$
☐ $a = -3$
☐ $a = 3$
☐ $a = 4$
☐ $a = 5$.

04

Неравенство $\frac{2x}{x+1} < 1$ равносильно неравенству

☐ $x < -1$
☐ $-1 < x < 1$
☐ $x < 1$
☐ $1 < x < 2$
☐ $x > 1$.

05

Все решения неравенства $5 \cdot 2^x + 2^{x+2} \leq x^2 \cdot 2^x$ совпадают с множеством

☐ $x \leq \pm 3$
☐ $x \geq \pm 3$
☐ $[-3; 3]$
☐ $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$
☐ $[3; +\infty)$.

06

Числа $\sqrt{7} + 3$ и $\sqrt{2}$ являются 4-м и 7-м членами геометрической прогрессии. 10-й член этой прогрессии равен

☐ $3 - \sqrt{7}$
☐ $\frac{3 - \sqrt{7}}{2}$
☐ $\frac{3 + \sqrt{7}}{2}$
☐ $2(3 + \sqrt{7})$
☐ $2(3 - \sqrt{7})$.

07

Выражение $\sin^6 \frac{\pi}{8} - \cos^6 \frac{7\pi}{8}$ равно

☐ $-\frac{5}{8}$
☐ $\frac{5}{8}$
☐ $\frac{7\sqrt{2}}{16}$
☐ $-\frac{7\sqrt{2}}{16}$
☐ $\frac{7\sqrt{2}}{4}$.

08

Корень уравнения $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2x-4} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-x+2\sqrt{2}} = 0$ заключен в промежутке

☐ (1; 1,5)
 ☐ (1,5; 1,8)
 ☐ (0,4; 0,7)
 ☐ (-0,3; -0,1)
 ☐ (2; 2,5).

09 Уравнение $\frac{|x+2|}{x+2} = (x+a)^2$ имеет два корня при всех a , принадлежащих множеству

- 1** $(1; 3]$ **2** $(-\infty; 1)$ **3** $[3; +\infty)$ **4** $(-1; +\infty)$ **5** $(-3; +\infty)$.

10 Числовое выражение $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{\sqrt{12-6\sqrt{3}}}{2\sqrt{3}-4}$ равно

- 1** $\sqrt{3}$ **2** 4 **3** $-\sqrt{3}$ **4** $2\sqrt{6}$ **5** $-2\sqrt{6}$.

11 Множеством значений функции $y = \log_{0,5}(2x - x^2 + 1)$ является

- 1** $[-1; 1]$ **2** $(-\infty; 1]$ **3** $[1; +\infty)$ **4** $(-\infty; -1]$ **5** $[-1; +\infty)$.

12 В равнобедренной трапеции диагональ a образует угол α с основанием. Площадь трапеции равна

- 1** $a^2 \sin 2\alpha$ **2** $\frac{1}{2}a^2 \sin 2\alpha$ **3** $a^2 \sin \alpha$ **4** $a^2 \cos \alpha$ **5** $a^2 \sin^2 \alpha$.

13 Все решения уравнения $2^{1-\cos x} + \cos^2 x - \cos^3 x + \dots = \sqrt[3]{4}$ определяются формулой

- 1** $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ **2** $\pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n$ **3** $\frac{2}{3}\pi + \pi n$ **4** $\frac{\pi}{3} + 2\pi n$ **5** $-\frac{\pi}{3} + \pi n$.

14 Все решения неравенства $\log_2 \frac{2x-3}{4x+7} > 0$ образуют множество

- 1** $(-\infty; -5) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)$ **2** $(-5; -\frac{7}{4})$ **3** $(\frac{3}{2}; +\infty)$
4 $(-\infty; -5)$ **5** $(-5; +\infty)$.

15 Все решения уравнения $2^{\log_2 \cos x} - 3^{\log_3(-\sin x)} = -1$ определяются множеством ($n \in \mathbb{Z}$)

- 1** $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **2** $\pi + 2\pi n$ **3** $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
4 $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ **5** нет решений.

16 Если $\alpha = 37^\circ 30'$, $\beta = 367^\circ 30'$, то $\cos \alpha \cdot \sin \beta$ равно

- 1** $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ **2** $-\frac{1+\sqrt{2}}{4}$ **3** $\frac{1-\sqrt{2}}{4}$ **4** $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ **5** $\frac{\sqrt{2}+1}{4}$.

17

Корень уравнения $2^{(-5^x)} = 5$ равен

- ☐ $\log_5 \log_2 5$ ☐ $-\log_2 \log_5 2$ ☐ $-\log_5 \log_2 5$
☐ $\log_5 \log_2 0,2$ ☐ корней нет.

18

Среднее арифметическое всех чисел $n \in Z$, при которых дробь $\frac{2n^2 + 7n + 1}{n + 2}$ является также целым числом, равно

- ☐ 2 ☐ -2 ☐ 1,5 ☐ -1,5 ☐ 5.

19

СТВОМ

Область значений функции $y = \operatorname{arctg} \frac{|x| - 1}{x - 1}$ совпадает с множе-

- ☐ $[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4})$ ☐ $(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}) \cup [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$ ☐ $(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$
☐ $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4})$ ☐ $(0; \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{3\pi}{4}; \pi)$.

20

Строительная фирма построила один дом за 50 дней; при увеличении производительности на 20% другой дом этой фирмой был построен за 25 дней. За сколько дней фирма могла бы построить оба дома, если бы строительство шло с постоянной производительностью на 20% меньше первоначальной?

- ☐ 120 ☐ 115 ☐ 105 ☐ 100 ☐ 110.

21

Нуль функции $y = \cos(\pi(3x - x^2 + 6)) - x^2 + 8x - 17$ принадлежит промежутку

- ☐ $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ ☐ $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ ☐ $(-\frac{\pi}{2}; \pi)$ ☐ $(\pi; \frac{4}{3}\pi)$ ☐ $(0; \frac{\pi}{2})$.

22

Решением

неравенства

$(a + 1) \left(\frac{x}{a} - 1 \right) - \frac{a^2 + 2a - 1}{a^2 - a} x < 2 \left(1 - \frac{x}{a - 1} \right)$ является любое $x \in R$ при всех a из промежутка

- ☐ $(-4; 1)$ ☐ $(1; 2)$ ☐ $(-4; -1)$ ☐ $(-4; 0)$ ☐ $(-5; 2)$.

23

Дробь $\frac{\operatorname{arctg}(-1)}{\arcsin(\cos \frac{7}{4}\pi)}$ равна

- ☐ 0,5 ☐ 1 ☐ 3 ☐ -3 ☐ -0,5.

24

Вычислить $\frac{8^{\sqrt[3]{\log_8 40}}}{40^{\sqrt[3]{\log_{40} 8} - \frac{1}{3}}}$

- 1 1 2 2 3 $\sqrt[3]{40}$ 4 $\sqrt[3]{5}$ 5 5.

25

Сумма целых решений неравенства

$$\frac{(\operatorname{arccotg}(-0,3) - 2 \arccos 0,6) \sqrt{(x+2)(11-x)}}{x^2 - 11x + 24} > 0 \text{ равна}$$

- 1 20 2 15 3 17 4 22 5 21.

26

Расстояние между линиями $x - y = 3$ и

$$(x - 2\sqrt{2} - 1)^2 + (y + 2\sqrt{2} + 2)^2 = 1 \text{ равно}$$

- 1 3 2 $2\sqrt{2}$ 3 $2\sqrt{2} - 1$ 4 4 5 5.

27

Найти площадь области, координаты точек которой удовлетворяют условию $(\frac{\pi}{6} + \arccos |x^2 - x - 1|) \sqrt{x^2 - 2x + 3 - y} \geq 0$, и ограниченной параболой, проходящей через точки $(0; 1)$, $(1; 0)$ и $(-1; 4)$

- 1 2 2 4 3 6 4 9 5 12.

28

Расстояние между прямыми $y = 2\sqrt{2}x + 2$ и $y - 2\sqrt{2}x = a$ меньше $\frac{1}{3}$ при всех a из промежутка

- 1 $(\frac{1}{3}; \frac{5}{3})$ 2 $(2; 3)$ 3 $(0; 3)$ 4 $(-1; 2)$ 5 $(-1; 4)$.

29

Решением неравенства $\sqrt{x-1+2a} \geq x-1$ является отрезок длины 4, при значении параметра a , равном

- 1 1 2 -1 3 2 4 -2 5 6.

30

Наименьшее значение выражения $y + x^2 - 8x$ в области $y \geq |x+1| + |x-3| - x - 1$ равно

- 1 -12,75 2 -9 3 5,75 4 3,25 5 -15,25.

01 Прямые $y = x - \frac{1}{a}$ и $0, 3y = x + 4$ пересекаются в точке, лежащей на оси абсцисс при

- 1 $a = 1$ 2 $a = -0,5$ 3 $a = 0,5$ 4 $a = 0,25$ 5 $a = -0,25$.

02 Бананы подешевели на 37,5%. Сколько кг бананов можно купить на те же деньги, на которые прежде продавали 2,1 кг

- 1 3,2 кг 2 3,4 кг 3 3,6 кг 4 3,36 кг 5 3,5 кг.

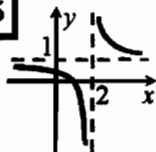
03 Последовательность задана формулой $a_n = \frac{2}{n+1}$. Промежутку $(0,04; 0,08)$ принадлежит следующее число ее членов

- 1 24 2 25 3 26 4 23 5 27.

04 Наибольшее значение функции $y = \frac{16}{x^2 - 6x + 17}$ равно

- 1 2 2 -2 3 -4 4 4 5 такого нет.

05 Гипербола (см. рис.) может иметь уравнение



- 1 $y = \frac{1-x}{2-x}$ 2 $y = \frac{3-x}{2-x}$ 3 $y = \frac{3-x}{x-2}$
4 $y = \frac{1-x}{x-2}$ 5 $y = -\frac{1}{x+2} - 1$.

06 Упростить $2\sqrt{12} - 2\sqrt{8} + \frac{12}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$

- 1 $2\sqrt{2}$ 2 $8\sqrt{3} - 10\sqrt{2}$ 3 $\sqrt{12}$ 4 $\sqrt{27}$ 5 $4\sqrt{3}$.

07 Сумма целых чисел x , удовлетворяющих условию $1 \leq \sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 4$ равна

- 1 20 2 -18 3 18 4 -16 5 16.

08 Значение выражения $\frac{\sqrt{x(x+8)} + \sqrt{16-x}}{\sqrt{x^2}}$ при $-\pi < x < -1$ равно

- 1 $\frac{8-x}{x-1}$ 2 $\frac{x+8}{x}$ 3 -1 4 1 5 $\frac{x-8}{x}$.

09 Функция $y = \sqrt[4]{(a+3)x^2 - 2(a+1)x + 3a + 3}$ определена на всей числовой осн, если значения параметра a принадлежат промежутку

- 1** $(-3; +\infty)$ **2** $(-\infty; -4] \cup [-1; +\infty)$ **3** $(-3; -1]$
4 $(-\infty; -4]$ **5** $[-1; +\infty)$.

10 Число нулей функции $f(x) = |1 - x| - ax$ при $a \in (-1; 0)$ равно

- 1** 0 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 1.

11 Наибольшее целое число из области определения функции

$$y = \lg \frac{x^2 - 8x + 15}{\sqrt{6 - x}} \text{ равно}$$

- 1** 5 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** такого числа нет.

12 Сумма корней уравнения $(x^2 - \pi^2)(\log_{\sin x}(2 \sin x - 1) - 2) = 0$ на промежутке $[-\pi; \pi]$ равна

- 1** 0 **2** $0,5\pi$ **3** $1,5\pi$ **4** $-0,5\pi$ **5** корней нет.

13 Число действительных корней уравнения

$$(x^2 + x - 2)(x^2 + 2(\sqrt{x + 6 - x^2})^2 + 4x - 20) = 0 \text{ равно}$$

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** корней нет.

14 Количество целочисленных значений функции $y = \sqrt{25 - \sqrt{x}} - 2$ равно

- 1** ∞ **2** 6 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

15 Если для любого x выполняется соотношение $f(2x + 1) = 4x^2 + 1$, то разность между наибольшим и наименьшим значениями $f(x)$ при $x \in [0; 2]$ равна

- 1** 1 **2** 0 **3** 3 **4** 4 **5** 5.

16 Длины катетов прямоугольного треугольника составляют $2a$ и a . Длина биссектрисы прямого угла равна

- 1** $\frac{2}{3}a$ **2** $\sqrt{3}a$ **3** $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$ **4** $\frac{\sqrt{2}}{3}a$ **5** $\frac{4\sqrt{2}}{3}a$.

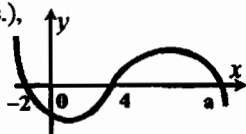
17 Функция $y = (\operatorname{ctg} x - \sqrt{3})(\arccos(\operatorname{ctg} x) + \log_2(x^2 + \frac{\pi}{3}))$ принимает только отрицательные значения на промежутках

- 1 $(\frac{\pi}{6} + \pi n; \pi(n+1))$ 2 $[\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n]$ 3 $(\pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n)$
 4 $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n)$ 5 $[-\frac{3\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$.

18 Если длины катетов прямоугольного треугольника являются корнями квадратного уравнения с рациональными коэффициентами и длина одного из катетов равна $\sqrt{2} + 3$, то гипотенуза этого треугольника составляет

- 1 $2\sqrt{7}$ 2 $\sqrt{22}$ 3 6 4 $\sqrt{14}$ 5 7.

19 Если график функции $f(x)$ имеет вид, (см. рис.), то произведение всех действительных корней уравнения $f(x^2 + 3) = 0$ равняется 3 при a , равном



- 1 5 2 7 3 8 4 9 5 6.

20

Вычислить $3^{\frac{\log_3 2 + \log_3 (3 \log_{1/3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3})}{\log_{\pi} 3 - \log_2 \pi}}$

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

21 Все три прямые $ax + y = a + 1$, $x - ay = -3$, $ax + ay = a^2 - 8$ пересекаются в одной точке, если a равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 таких a нет.

22

Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$ заключена в промежутке

- 1 $(0; 1)$ 2 $(2; 3)$ 3 $(3; 4)$ 4 $(4; 5)$ 5 $(1; 2)$.

23

Имеются два сплава золота и серебра; в одном из них количество этих металлов находится в отношении 3 : 5, в другом – в отношении 1 : 7. Возможно ли из этих сплавов составить новый сплав, так, чтобы в нем золото и серебро содержались бы в весовом отношении 1 : 3? Если это возможно, то в каком отношении надо взять эти сплавы?

- 1 1 : 1 2 1 : 2 3 1 : 3 4 1 : 7 5 невозможно.

Т-27

Сложность III

4

24

Сумма всех целых чисел от 98 до 860, кратных 12, равна

- 1 30225 2 30240 3 30744 4 31950 5 30844.

25

Множество решений неравенства $\arccos x^2 < 2$ совпадает с множеством

- 1 $[-1; 1]$ 2 $[-1; -\sqrt{\cos 2}) \cup (\sqrt{\cos 2}; 1]$ 3 $(-\sqrt{-\cos 2}; \sqrt{-\cos 2})$
 4 $(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4})$ 5 решений нет.

26

В равнобедренной трапеции диагональ a образует угол α с основанием. Площадь трапеции равна

- 1 $a^2 \sin 2\alpha$ 2 $\frac{1}{2}a^2 \sin 2\alpha$ 3 $a^2 \sin \alpha$ 4 $a^2 \cos \alpha$ 5 $a^2 \sin^2 \alpha$.

27

Вычислить $\frac{\sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{24} - 2 \sin \frac{13\pi}{24}}{\sin \frac{19\pi}{24}}$

- 1 1 2 -1 3 $\cos \frac{\pi}{8}$ 4 $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{24}$ 5 $\operatorname{ctg} \frac{19\pi}{24}$.

28

Выражение $\frac{2n^2 + 5n - 30}{n - 3}$ ($n \in N$) принимает целочисленные значения при всех n , сумма которых равна

- 1 8 2 11 3 12 4 9 5 16.

29

Наибольшее значение выражения $2x - 4y - x^2 - y^2$ равно

- 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5.

30

Указать промежуток, в каждой точке которого определена функция $y = \sqrt{\frac{2^x - \log_{0,5}(x^2 + 1)}{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}} + \frac{\log_2(x^2 + 1) + 2^x}{\frac{1}{2} - \sin x}$

- 1 $(2, 4; 2, 5)$ 2 $(0, 8; 1, 5)$ 3 $(-1, 5; 0, 9)$ 4 $(-0, 7; 0, 5)$ 5 $(0; \pi)$.

01 Если продавец книг получает книгу со скидкой 33, (3)% с номинальной цены, а продает ее по номиналу, то процент прибыли продавца составляет

- 1** 40% **2** 20% **3** 50% **4** 42, (3)% **5** 33, (3)%.

02 Неравенство $3^a \cdot x > 9x - 4$ не имеет решения, если

- 1** $a = 1$ **2** $a = 2$ **3** $a = 3$ **4** $a = 4$ **5** таких a нет.

03 Если сумма первых n членов последовательности равна $4n^2 - 3n$, то восьмой член этой последовательности равен

- 1** 61 **2** 62 **3** 63 **4** 59 **5** 57.

04 Число 0,5 является нулем функции $y = \log_2 x + \log_a 0,25$ при

- 1** $a = 2$ **2** $a = \pm 4$ **3** $a = 4$ **4** $a = \pm 0,25$ **5** $a = 0,25$.

05 Выражение $\frac{1}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^{-2}} - \frac{\frac{3}{a^2} + \frac{3}{b^2}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ равно

- 1** $-\sqrt{ab}$ **2** $\sqrt{ab}$ **3** $3\sqrt{ab}$ **4** $-3\sqrt{ab}$ **5** $a + b$.

06 Если сторона треугольника составляет 4 см, а тангенс противолежащего угла равен 0,5, то радиус описанной около этого треугольника окружности равен

- 1** $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **2** $\sqrt{5}$ **3** 3 **4** $2\sqrt{5}$ **5** 6.

07 Если $\alpha = 397^\circ 30'$, $\beta = 187^\circ 30'$, то $\cos \alpha \cdot \cos \beta$ равно

- 1** $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$ **2** $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$ **3** $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{4}$ **4** $-\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$ **5** $\frac{\sqrt{2} + 1}{4}$.

08 Сумма целых решений неравенства $(\sqrt{2}-1)^{x^2-2x} > (\sqrt{2}+1)^{-x-4}$ на промежутке $[0; 5]$ равна

- 1** 8 **2** 6 **3** 3 **4** 2 **5** 9.

09 Выражение $\sqrt{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{(1-\operatorname{tg} \frac{\pi}{3})^3 - (1-\sqrt{3})} \cdot \sqrt[3]{6\sqrt{3}+10}$ равно

- 1** $2\sqrt{3}-2$ **2** $-6-2\sqrt{3}$ **3** 2 **4** -4 **5** 0 .

10 Упростить $\frac{\log_{x^2} 4 + \log_{\frac{1}{x}} 0,25}{\log_x 2}$

- 1** $\log_2 \pi$ **2** 3 **3** -3 **4** 4 **5** -4 .

11 Вычислить $\sin(\arccos(-0,6) + \operatorname{arctg} 1)$

- 1** $0,7\sqrt{2}$ **2** $0,1\sqrt{2}$ **3** $-0,1\sqrt{2}$ **4** $-0,7\sqrt{2}$ **5** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

12 Сумма первых 17 членов арифметической прогрессии, девятый член которой равен 35, составляет

- 1** 560 **2** 297,5 **3** 1190 **4** 595 **5** невозможно определить.

13 Решение неравенства $\log_{1/|\sin x|} x^2 > 0$ совпадает с множеством

- 1** $|x| > 1$ **2** $|x| > 1, x \neq \frac{\pi}{2} \cdot n, n \in \mathbb{Z}$ **3** $|x| < 1, x \neq 0$
4 $x < 1$ **5** $x > 1$.

14 Множество значений функции $y = 2x - 1 + 4^{\log_4(4x - x^2)}$ совпадает с множеством

- 1** $(8; 9)$ **2** $(0; 9]$ **3** $(-1; 8]$ **4** $(7; 8)$ **5** $(4; 6)$.

15 Сумма корней уравнения $\arccos(\operatorname{tg} x) = x$ равна

- 1** π **2** $\arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{\pi}{4}$ **3** $2 \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
4 0 **5** вычислить невозможно.

16 Смешали 10%-й, 20%-й и 50%-й растворы соляной кислоты и получили 50 л 36% раствора, причем самого слабого раствора было взято в два раза меньше самого сильного. Сколько было взято 50%-го раствора

- 1** 16 л **2** 20 л **3** 30 л **4** 8 л **5** 32 л.

17 Уравнение $\frac{|x-2|}{x-2} = -(x-a)^2$ не имеет корней, если a принадлежит множеству

- 1** $(1; 3]$ **2** $(-\infty; -3)$ **3** $[3; +\infty)$ **4** $(-1; +\infty)$ **5** $(-3; +\infty)$.

18 Если удвоить второе число из трех, составляющих убывающую геометрическую прогрессию, то получится арифметическая прогрессия. Знаменатель геометрической прогрессии равен

- 1** $2 - \sqrt{3}$ **2** $\sqrt{3} - 1$ **3** $2 + \sqrt{3}$ **4** $2\sqrt{3} - 1$ **5** $2\sqrt{3} - 3$.

19 Вычислить $\frac{8^{\sqrt[3]{\log_8 40} + \frac{1}{3}}}{40^{\sqrt[3]{\log_{40}^2 8}}}$

- 1** 1 **2** 2 **3** $\sqrt[3]{40}$ **4** $\sqrt[3]{5}$ **5** 5.

20 Число корней уравнения $\cos \pi x + \cos 5\pi x = 2$ из промежутка $(-\pi; 2\pi)$ равно

- 1** 5 **2** 22 **3** 27 **4** 9 **5** 0.

21 Значение выражения $\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}-1}{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-1}$ при $x = 1,8$ равно

- 1** 1 **2** $\frac{2\sqrt{2}+1}{7}$ **3** $\sqrt{2}-1$ **4** -1 **5** $3-2\sqrt{2}$.

22 В равнобедренной трапеции с углом α при основании, диагональ, равная a , перпендикулярна боковой стороне. Средняя линия трапеции равна

- 1** $a \cdot \operatorname{tg} \alpha$ **2** $a \cdot \operatorname{ctg} \alpha$ **3** $a \cdot \cos \alpha$ **4** $a \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ **5** $a \cdot \sin \alpha$.

23 Неравенство $\log_{0,5}(x^2 + ax + 5) < 0$ справедливо при любых x , если параметр a принадлежит множеству

- 1** $(-\infty; -4)$ **2** $(4; +\infty)$ **3** $(-4; 4)$ **4** $(0; 2\sqrt{5})$ **5** $(-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$.

Т-28

Сложность III

4

24 При каких a система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y - |x| = a \end{cases}$ имеет четыре решения?

- 1 $a < -2$ 2 $-2\sqrt{2} < a < -2$ 3 $a > -2$
 4 $a > -2\sqrt{2}$ 5 $2 < a < 2\sqrt{2}$.

25 Сумма корней уравнения $(x^2 - \frac{\pi^2}{4})(\log_{\cos x}(-1 - 2\cos x) - 2) = 0$ на промежутке $(-\pi; \pi]$ равна

- 1 $-\pi$ 2 π 3 2π 4 $\frac{\pi}{2}$ 5 корней нет.

26 Среднее арифметическое всех чисел $n \in \mathbb{Z}$, при которых дробь $\frac{3n^2 - 5n + 3}{n - 2}$ является также целым числом, равно

- 1 2 2 -2 3 1,5 4 -1,5 5 5.

27 Найти сумму нулей функции $y = \operatorname{tg}(2\cos x - \frac{5\pi}{4}) - 1$ на промежутке $(0; \pi)$

- 1 $\arccos \frac{\pi}{4}$ 2 $2 \arccos \frac{\pi}{4}$ 3 $\frac{\pi}{2}$ 4 π 5 ∞ .

28 Нуль функции $y = \sin(\pi(x - x^2 + \frac{5}{2})) - 2x^2 + 8x - 9$ принадлежит промежутку

- 1 $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ 2 $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ 3 $(-\frac{\pi}{2}; \pi)$ 4 $(\pi; \frac{4}{3}\pi)$ 5 $(0; \frac{\pi}{2})$.

29 Решением неравенства $\sqrt{x+2-2a} \geq x+2$ является отрезок длины 4, при значении параметра a , равном

- 1 1 2 -1 3 2 4 -2 5 6.

30 Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 2}$ заключена в интервале

- 1 $(-2; -1)$ 2 $(-1; 0)$ 3 $(-1; 0, 25)$ 4 $(0; \sqrt{3})$ 5 $(1; 2)$.

01

Вычислить $\frac{4}{\sqrt{3}+1} + \frac{2}{\sqrt{3}-2} - \frac{6}{\sqrt{3}-3}$

- 1 $\sqrt{3}-3$ 2 $(2-\sqrt{3})^{-1}$ 3 $2-\sqrt{3}$ 4 $\sqrt{3}-2$ 5 $3+\sqrt{3}$.

02

Количество целых чисел от 38 до 196, дающих при делении на 4 остаток 3, равно

- 1 41 2 40 3 42 4 39 5 43.

03

Все значения параметра a , при которых расстояние от точки $(-3; 10)$ до оси симметрии параболы $y = -x^2 + 6ax + 1$ ($a < 0$) составляет 3, равны

- 1 -1 2 -2 и -4 3 -6 4 -3 5 -2.

04

Сумма всех целых решений неравенства $x^4 - 10x^2 + 9 \leq 0$ равна

- 1 6 2 2 3 0 4 -6 5 -2.

05



На рисунке изображен график функции

- 1 $y = 1 - |x - 1|$ 2 $y = |x + 1| + 1$ 3 $y = 1 - |x + 1|$
4 $y = -|x - 1| - 1$ 5 $y = -|x + 1| - 1$.

06

Если $a - 2b = 6$ и $|a| < 4$, то величина b изменяется в промежутке

- 1 $(-\infty; -5)$ 2 $(-\infty; -1)$ 3 $(0; 5)$ 4 $(1; 5)$ 5 $(-5; -1)$.

07

Сумма координат точки пересечения графиков функций $y = -1 - x$ и $y = 3^{\log_3 x} + 1$ равна

- 1 1 2 -1 3 3 4 5 5 графики не пересекаются.

08

После двух повышений на одно и то же число процентов зарплата выросла на 44%. Каждый раз она повышалась на

- 1 15% 2 20% 3 22% 4 12% 5 40%.

09

Область значений функции $y = \frac{x+4}{x-2}$ при $x \in [0; 4]$ совпадает с множеством

- 1 $(-\infty; +\infty)$ 2 $[-4; 2]$ 3 $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$
4 $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ 5 $[-2; 4]$.

10

Если $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,25$, $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то $\cos 2\alpha$ равен

- [1] $\frac{5\sqrt{7}}{16}$ [2] $-\frac{5\sqrt{7}}{16}$ [3] $\frac{9}{16}$ [4] $-\frac{\sqrt{31}}{16}$ [5] $\frac{\sqrt{31}}{16}$.

11

Площадь треугольника, образованного осями координат и прямой $\sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{3}$, равна

- [1] $3\sqrt{6}$ [2] $2\sqrt{6}$ [3] $3\sqrt{2}$ [4] $2\sqrt{3}$ [5] $\sqrt{6}$.

12

Положительной среди приведенных является величина

- [1] $\operatorname{tg} 5$ [2] $\cos 10$ [3] $\sin 4$ [4] $\sin 7$ [5] $\operatorname{ctg} 2$.

13

Область определения функции $y = \sqrt{|\log_2 x| - 3}$ совпадает с множеством

- [1] $(0; \frac{1}{8}]$ [2] $[\frac{1}{8}; 8]$ [3] $(0; \frac{1}{8}) \cup [8; +\infty)$
[4] $(-\infty; \frac{1}{8}] \cup [8; +\infty)$ [5] $[8; +\infty)$.

14

Из емкости, содержащей 25%-й раствор соли отлили 3 литра раствора и добавили 2 литра воды. В результате в емкости оказался 20%-й раствор соли. Какое количество раствора находилось в емкости первоначально?

- [1] 8 л [2] 9 л [3] 10 л [4] 11 л [5] 12 л.

15

Треугольник вписан в окружность радиуса 10 см. Его сторона, лежащая против угла 45° , равна

- [1] $5\sqrt{2}$ см [2] $10\sqrt{2}$ см [3] 5 см [4] 15 см [5] 10 см.

16

Члены последовательности $a_n = 5 - \frac{\cos 25\pi n}{4n+2}$ располагаются на числовой оси на расстоянии меньшем 0,02 от точки 5, начиная с номера

- [1] 12 [2] 13 [3] 11 [4] 10 [5] 14.

- 17 Если $f(x) = 5x - 2$ и $f(2g(x) + 5) = 15 + 2x$, то $g(x)$ совпадает с функцией
- 1 2,6 - 0,4x 2 0,6 - 0,2x 3 1,6 + 0,2x
4 3,8 - 0,2x 5 0,2x - 0,8.

- 18 Если последовательность задана формулой общего члена $a_n = \arccos \frac{5n}{n-100}$, то количество ее членов равно
- 1 49 2 50 3 17 4 16 5 ∞ .

- 19 Все углы из промежутка $(-\frac{3}{2}\pi; -\pi)$, удовлетворяющие неравенству $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, образуют множество
- 1 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{1}{3}\pi]$ 2 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{2}{3}\pi]$ 3 $[-\frac{5}{4}\pi; -\frac{7}{6}\pi]$
4 $[-\frac{4}{3}\pi; -\frac{3}{4}\pi]$ 5 $[-\frac{3}{4}\pi; -\frac{4}{3}\pi]$.

- 20 Для заполнения бассейна используют 2 насоса. Известно, что если включить первый на 1 час, а затем только второй на 4 часа, бассейн будет заполнен не меньше чем на четверть и не более чем на 40%. Если включить первый на 3 часа, затем только второй на 2 часа бассейн будет наполнен не меньше чем на 30% и не больше чем наполовину. Все возможные значения процента заполнения бассейна после работы второго насоса в течение 1 часа образуют множество

1 [4, 5%; 7%] 2 [2, 5%; 9%] 3 [5%; 12%] 4 [4%; 14%] 5 [10%; 20%].

- 21 Выражение $1,5 \log_{|a|}(a+b)^{-2} + \log_{b^2}(\sqrt{-a} + \sqrt{b})^2$ при условии $(|a| > |b|)$ равно
- 1 $-\log_b(\sqrt{b} - \sqrt{-a})$ 2 $-\log_b(\sqrt{-a} - \sqrt{b})$ 3 $-\log_b(\sqrt{-a} + \sqrt{b})$
4 $\log_b(\sqrt{b} - \sqrt{-a})$ 5 не существует.

- 22 Сумма целых решений неравенства $|1 - 2x - \sqrt{x^2 - 4x + 4}| \leq 4$ равна
- 1 0 2 -12 3 6 4 10 5 -5.

Т-29

Сложность III

4

23 Все значения параметра a , при которых расстояние между точками пересечения графиков функции $y = 3 - |2x - 1|$ и $y = a$ меньше 2, образуют множество

- 1** $(1; +\infty)$ **2** $(0; 5)$ **3** $(-1; 3)$ **4** $(-7; 1)$ **5** $(1; 3]$.

24 Уравнение $|(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{3})| = 0,025$ имеет

- 1** 1 корень **2** 2 корня **3** 3 корня
4 4 корня **5** не имеет корней.

25 Если средняя линия равнобедренной трапеции с углом 45° между ее диагоналями, противолежащим боковой стороне, равна $\sqrt{2}$, то ее площадь составляет

- 1** $2\sqrt{2} - 2$ **2** 2 **3** 3 **4** $4 - 2\sqrt{2}$ **5** $2\sqrt{2}$.

26 2-й, 9-й, 13-й члены арифметической прогрессии с ненулевой разностью являются последовательными членами геометрической прогрессии. Ее знаменатель равен

- 1** $-\frac{7}{4}$ **2** $\frac{3}{4}$ **3** $-\frac{4}{7}$ **4** $\frac{7}{4}$ **5** $\frac{4}{7}$.

27 Все значения a , при которых система уравнений $y = |x - a| + 1$, $x = \sqrt{2y - y^2}$ имеет решения, образуют множество

- 1** $[-1; 1]$ **2** $[0; \sqrt{2}]$ **3** $[-1; \sqrt{2}]$ **4** $[-\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$ **5** $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

28 Сумма нулей функции $y = (x^3 - 3x^2 + 2x) - \sqrt{\lg(\cos(\pi x))}$ равна

- 1** 1 **2** 2 **3** 3 **4** 4 **5** 6.

29 Сумма всех пар натуральных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy - 2y^2 - 7 = 0$, равна

- 1** 4 **2** 7 **3** 3 **4** 5 **5** 6.

30 Область значений функции $y = \arctg \frac{|x| + 1}{x - 1}$ совпадает с множеством

- 1** $[\frac{\pi}{4}; \pi)$ **2** $(-\frac{\pi}{2}; 0) \cup [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$ **3** $\{-\frac{\pi}{4}\} \cup (\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$
4 $(0; \frac{\pi}{4}] \cup (\frac{3\pi}{4}; \pi)$ **5** $(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}] \cup (\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2})$.

01

Упростить $3\sqrt{0, (6)} + 6\sqrt{1,5} - \sqrt{96}$

- 1 $\sqrt{6}$ 2 $-\sqrt{6}$ 3 $-\sqrt{24}$ 4 $2\sqrt{6}$ 5 0.

02

В геометрической прогрессии со знаменателем $\frac{2}{5}$ и третьим членом $\frac{8}{125}$, пятый член равен

- 1 $\frac{16}{625}$ 2 $\frac{16}{3125}$ 3 $\frac{8}{625}$ 4 $\frac{32}{3125}$ 5 $\frac{16}{125}$.

03

Четной среди приведенных функций является

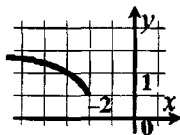
- 1 $y = 2^{|x|-x}$ 2 $y = \log_2(2^x + 2^{-x})$ 3 $y = 2^{|\log_2 x|}$
 4 $y = x \cdot \lg x^2$ 5 $y = \lg(1+x) - \lg(1-x)$.

04

Все решения неравенства $\frac{2\sqrt{5}}{x + \sqrt{5}} > 1$ образуют множество

- 1 $(-\infty; \sqrt{5})$ 2 $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$ 3 $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$
 4 $(-\infty; \infty)$ 5 $(\sqrt{5}; +\infty)$.

05



На рисунке изображен график функции

- 1 $y = \sqrt{-x+2} + 1$ 2 $y = \sqrt{-x-2} + 1$
 3 $y = \sqrt{x-2} - 1$ 4 $y = \sqrt{x-2} + 1$
 5 $y = 1 - \sqrt{x+2}$.

06

Система уравнений $\begin{cases} -4x + y = 2, \\ x + ay = -0,5 \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений, если a равно

- 1 -4 2 4 3 -0,25 4 0,25 5 0,2.

07

Что произойдет с частным, если от делимого отнять 0, (3) делимого, а делитель увеличить в 1, (3) раза?

- 1 уменьшится в 2 раза 2 увеличится в 0, (8) раз 3 не изменится
 4 увеличится на 25% 5 увеличится в 2 раза.

08

Если $\log_2 7 = a$, то величина $\log_{0,25} 28$ равна

- 1 $-1 - 0,5a$ 2 $1 - 0,5a$ 3 $-1 + 0,5a$ 4 $-2 - a$ 5 $-2 + a$.

16 Решением уравнения $\cos^2 40^\circ \cdot \cos x = \frac{\operatorname{arccotg}(1/\sqrt{3})}{2 \arcsin(0,5\sqrt{3})} + \sin^2 140^\circ \cdot \sin(270^\circ + x)$ является множество

- ☐ $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$
☐ $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
☐ $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$
☐ $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$
☐ $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

17 Область определения функции

$y = \sqrt{|x-3| \cdot (x-2)} + \sqrt{3-|x-1|} + \sqrt{x^2+2x-15}$ совпадает с множеством

- ☐ $[3; 4]$
☐ $[-\infty; -5] \cup [3; 4]$
☐ $[-2; 2]$
☐ $\{3\}$
☐ $\emptyset$

18 Число корней уравнения $||x - \sin^2(\operatorname{arctg}^{-1}(\sqrt{7+\sqrt{18}}))| - \cos^2 5^\circ| = 2$ равно

- ☐ 1
 ☐ 2
 ☐ 3
 ☐ 4
 ☐ 0

19 Наибольшее значение функции $y = \sqrt{3 \sin x - 4 \cos x} + 2$ равно

- ☐ 3
 ☐ 2
 ☐ 7
 ☐ 5
 ☐ $\sqrt{5} + 2$

20 Найти сумму целых решений неравенства

$$\sqrt{(x+6)(5-x)} < |x+6,3| + |x-5,7| - 12 + 2\sqrt{6}$$

- ☐ -6
 ☐ -3
 ☐ -2
 ☐ 2
 ☐ 1

21 Найти все решения неравенства $8 \leq \frac{2}{\cos^2 x}$ из промежутка $[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$

- ☐ $[\frac{2\pi}{3}; \pi) \cup (\pi; \frac{4\pi}{3}]$
☐ $[\frac{2\pi}{3}; \pi) \cup (\pi; \frac{3\pi}{2}]$
☐ $[\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}]$
☐ $[\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}]$
☐ $(\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}] \cup [\frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2})$

22 Среди приведенных выбрать промежутки, содержащий хотя бы один корень уравнения $\sqrt{3x+9} = x + \sqrt{3} + 2$

- ☐ $(1; 2, 5)$
☐ $(3; 5)$
☐ $[4, 5; 6)$
☐ $(-4; -2, 5)$
☐ $(-3; -2, 2)$

23 Натуральное значение n , удовлетворяющее уравнению $(2, 5+4, 5+6, 5+\dots+(6, 5+2n)) + (3+6+9+\dots+3(n+1)) = 223$ равно

- ☐ 6
 ☐ 7
 ☐ 8
 ☐ 9
 ☐ 10

24 Сплавляли два металла с некоторым содержанием золота. Масса первого металла — 3 кг, с содержанием золота не менее 20% и не более 50%. Масса второго сплава 4 кг с содержанием золота не менее 55% и не более 85%. Все возможные значения доли золота в новом сплаве образуют множество

- 1** [0, 4; 0, 6] **2** [0, 3; 0, 8] **3** [0, 4; 0, 7] **4** [0, 4; 0, 8] **5** [0, 5; 0, 6].

25 Если $\alpha = 37^\circ 30'$, $\beta = 367^\circ 30'$, то $\cos \alpha \cdot \sin \beta$ равно

- 1** $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$ **2** $-\frac{1 + \sqrt{2}}{4}$ **3** $\frac{1 - \sqrt{2}}{4}$ **4** $\frac{\sqrt{2} - 1}{4}$ **5** $\frac{\sqrt{2} + 1}{4}$.

26 Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$ заключена в промежутке

- 1** (0; 1) **2** (2; 3) **3** (3; 4) **4** (4; 5) **5** (1; 2).

27 Все значения a , при которых система уравнений $y = -|x - a| - 1$, $x = -\sqrt{-2y - y^2}$ имеет решения, образуют множество

- 1** [-1; 1] **2** $[-\sqrt{2}; 0]$ **3** $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ **4** $[-\sqrt{2}; 1]$ **5** $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$.

28 Отношение площади описанного около равнобедренного треугольника с углом в 30° при основании круга к площади вписанного в него круга равно **1** 4 **2** 2 **3** $4(7 + 4\sqrt{3})$ **4** 5 **5** $1, (3) \cdot (7 + 4\sqrt{3})$.

29 Максимально возможное расстояние от точки с целочисленными координатами, лежащей на кривой $xy - x^2 + x + 3 - y = 0$, до начала координат равно **1** 3 **2** $\sqrt{13}$ **3** $\sqrt{41}$ **4** 5 **5** $\sqrt{74}$.

30 Корень уравнения $\frac{\log_2(x^2 - 2x + 5)}{\cos(\frac{11\pi - \pi x}{30})} = 1$ принадлежит промежутку

- 1** $(-\pi; -\frac{\pi}{2})$ **2** $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ **3** $(\sin 15^\circ; \operatorname{tg} 60^\circ)$
4 $(\operatorname{ctg} 30^\circ; 2, 01)$ **5** такого промежутка нет.

Номера ответов на вопросы тестов

Тест Т-01	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	5	3	3	1	4	2	3	1	2	3	2	1	4	5
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	5	1	5	2	1	4	2	2	5	5	4	5	5	4

Тест Т-02	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	3	3	2	5	1	3	5	2	4	4	1	4	3	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	5	5	4	2	2	1	4	4	1	4	1	3	4	1	2

Тест Т-03	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	3	3	2	3	1	5	5	2	3	4	1	4	2	3
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	1	1	4	2	5	5	5	4	1	1	3	2	4	5

Тест Т-04	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	4	5	3	3	2	2	2	1	4	1	1	2	4	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	1	4	4	5	2	5	3	5	1	3	3	4	3	5

Тест Т-06	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	3	2	2	2	5	4	1	1	4	3	2	1	5	3
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	4	3	1	2	4	2	5	3	1	2	5	5	5	4

Тест Т-05	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	5	2	3	4	3	3	4	5	4	3	1	1	3	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	4	2	5	4	2	5	1	3	1	5	5	2	2	3

Тест Т-07	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	5	1	4	2	3	5	1	1	3	2	5	2	5	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	4	3	2	4	4	5	3	4	2	1	5	4	5	1

Тест Т-08	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	4	2	5	5	2	2	3	3	3	3	2	5	1	5
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	4	1	1	3	4	5	5	3	3	4	1	2	3	2

Тест Т-100	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	1	3	1	1	1	1	2	4	1	2	3	3	5	4	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	2	4	2	4	4	1	1	4	3	3	5	3	3	3

Тест Т-1	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	2	1	1	3	2	1	3	5	4	2	5	4	2	4
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	5	1	3	3	1	3	1	4	1	2	3	1	5	1	5

Тест Т-2	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	1	1	2	4	4	2	3	3	2	2	5	1	1	3	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	5	2	5	2	2	4	3	3	2	1	1	1	3	5	4

Тест Т-3	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	2	2	5	1	4	2	1	4	3	3	2	1	4	3
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	2	4	2	3	4	5	4	3	3	2	2	2	3	5

Тест Т-4	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	4	3	2	1	1	4	2	3	5	4	2	1	2	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	3	2	3	4	1	5	2	1	1	1	5	3	4	2

Тест Т-5	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	3	4	5	1	2	2	2	4	2	5	3	4	2	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	4	1	4	4	2	1	1	1	5	5	4	2	2	3

Тест Т-6	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	4	2	4	1	5	4	2	1	2	4	4	2	3	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	3	5	5	2	4	3	3	5	5	2	5	4	2	2

Тест Т-7	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	2	5	2	2	3	3	3	3	1	5	5	3	2	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	4	1	2	4	2	4	4	2	1	3	3	3	2	4

Тест Т-8	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	1	2	5	3	3	2	2	1	4	3	4	4	5	4	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	3	1	3	5	5	4	4	2	3	2	2	1	4	3

Тест Т-9	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	2	4	2	1	4	4	2	5	1	4	4	2	3	5
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	2	3	2	4	2	2	2	2	3	2	2	1	4	4

Тест Т-10	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	2	5	4	3	5	1	4	4	1	4	3	5	1	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	4	2	4	4	5	3	5	2	2	1	1	1	1	4

Тест Т-11	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	3	4	5	3	4	2	2	1	4	1	4	2	4	4
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	5	4	1	4	2	2	3	4	3	5	4	1	1	4	2

Тест Т-12	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	3	1	3	2	3	2	2	1	2	5	1	3	3	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	4	2	1	3	1	2	1	3	3	1	1	2	1	4

Тест Т-13	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	5	1	3	3	2	2	3	1	2	3	4	3	5	2	5
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	5	4	3	5	1	2	1	5	4	2	1	2	2	3

Тест Т-14	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	4	3	2	1	1	3	2	5	2	4	4	5	3	5
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	2	4	1	3	5	4	3	4	1	2	4	2	1	3

Тест Т-15	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	2	4	3	2	3	4	5	2	1	5	5	5	5	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	5	3	3	1	2	2	1	3	1	3	1	5	2	2

Тест Т-16	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	4	3	5	4	4	3	4	1	5	5	4	5	1	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	2	4	1	3	5	1	1	1	5	5	4	3	1	3

Тест Т-17	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	5	2	3	2	3	4	4	5	5	5	5	3	3	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	3	1	2	3	1	1	4	4	3	5	4	4	3	1

Тест Т-18	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	1	3	5	2	3	3	4	3	3	2	1	1	3	4	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	4	3	4	3	4	4	3	4	1	2	4	5	3	3

Тест Т-19	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	1	1	5	3	4	2	2	2	3	5	2	3	2	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	5	2	3	1	3	5	2	4	2	2	1	4	2	3	3

Тест Т-20	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	5	5	1	4	1	4	1	2	2	4	4	2	2	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	5	5	3	2	2	4	3	2	2	4	4	3	2	3

Тест Т-21	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	1	5	1	5	3	1	5	2	3	3	2	3	2	4
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	1	4	4	1	1	3	2	3	2	3	1	2	4	5

Тест Т-22	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	2	1	3	3	2	1	4	3	3	3	1	3	3	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	3	2	5	5	5	5	2	4	3	5	2	4	2	3

Тест Т-23	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	3	3	3	2	1	3	4	4	5	1	5	1	1	4
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	3	1	4	2	3	5	4	2	3	2	3	4	3	5

Тест Т-24	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	2	5	3	2	1	5	2	2	1	3	1	1	2	2	5
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	5	3	3	5	5	5	2	1	2	3	2	2	1	5

Тест Т-25	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	5	2	3	2	2	2	3	4	2	5	5	4	4	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	2	2	2	2	1	4	3	2	2	1	1	2	3	1

Тест Т-26	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	4	4	3	2	4	1	4	1	2	3	5	2	1	2	5
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	4	5	2	3	4	4	2	3	3	5	1	2	2	1	5

Тест Т-27	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	5	2	1	1	1	1	4	3	5	1	2	5	3	2	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	3	2	2	5	2	4	1	1	2	1	2	2	3	5	1

Тест Т-28	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	3	5	5	5	1	4	4	2	1	2	2	4	2	3	1
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	5	3	1	2	1	4	5	3	2	5	1	4	3	2	4

Тест Т-29	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	1	2	5	3	4	5	5	2	3	2	5	4	3	4	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	5	4	3	2	2	2	5	4	1	5	3	2	4	5

Тест Т-30	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
	5	4	2	3	2	3	1	1	3	3	1	1	5	4	2
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	2	1	2	5	2	5	5	2	3	4	1	4	5	4	5

Ответы к письменным заданиям §13

1. Решить текстовые задачи

1. $\frac{bn + \sqrt{b^2n^2 + 240abn}}{2b}$, $\frac{-bn + \sqrt{b^2n^2 + 240abn}}{2b}$ 2. $\frac{2abc}{ab + bc - ac}$,
 $\frac{2abc}{ac + bc - ab}$, $\frac{2abc}{ab + ac - bc}$ 3. $\frac{a}{4t} \cdot (3 - \sqrt{5})$, $\frac{a}{4t} \cdot (\sqrt{5} - 1)$ 4. 8 ч, 6 ч
 5. 12, 8, 7 6. 30 кг, 20 кг 7. 12 л, 30 л 8. 11 ч 12 мин 9. 7 ч 12 мин
 10. 2 ч, 2 ч 24 мин 11. В безветренную 12. 1 кг, 7 кг 13. 12 л, 24 л
 14. 12 человек, 10 ч 15. 18 автоматов, 4 ч 16. 4 ч, 6 ч 17. 3 ч, 4, 5 ч
 18. 8 ч 19. 5 ч 20. 10, 5 мин, 14 мин 21. $6\frac{1}{2}$ ч, $4\frac{1}{3}$ ч 22. 48 ч, 56 ч
 23. 72 ч, 96 ч 24. 2, 6, 18 25. 3, 6, 12 26. 35 кг, 45 кг 27. 25%
 28. На 38 км 29. На 53 км 30. 24%, 30% 31. 12%, 15% 32. 20%
 33. 15% 34. $\frac{1}{9}$ 35. 6 ч 36. 11 37. 12 38. 1044 тыс. р. 39. 60%, 80%
 40. 20%, 50% 41. 9 месяцев.

2. Решить уравнения и системы уравнений

1. 4 2. 8 3. 4 4. 3, 5 5. $-\frac{5}{3}$ 6. -2 7. -5 8. -8 9. -2 10. -4
 11. (5; -3), (-5; 3) 12. (18; 2), (-18; -2) 13. $-\frac{4}{3}$ 14. -2, 5
 15. ($\frac{4}{3}$; 3), (3; $\frac{4}{3}$) 16. ($\frac{4}{3}$; $\frac{1}{3}$) 17. $\frac{35}{4}$ 18. $\frac{62}{9}$ 19. (3; -5), ($-\frac{18}{5}$; $\frac{19}{5}$)
 20. (-2; -4), ($\frac{26}{5}$; $\frac{4}{5}$) 21. $\log_3 2$ 22. $\log_2 3$ 23. ($\sqrt{2} + 1$; $\sqrt{2} - 1$);
 ($-\sqrt{2} - 1$; $-\sqrt{2} + 1$) 24. ($\sqrt{3} + 1$; $\sqrt{3} - 1$); ($-\sqrt{3} - 1$; $-\sqrt{3} + 1$)
 25. $3 - \log_2 3$ 26. $2 - 2\log_3 2$ 27. (5; -4) 28. (5; 4) 29. -2, 2
 30. -2, 2 31. (0, 8; -3, 4), (3; 1) 32. (-2, 2; 0, 6), (-2; 1) 33. [-2; -1]
 34. [-1; 3] 35. 0 36. 0, 2.

3. Решить уравнения

1. $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 2. $\frac{\pi}{2} + \pi n$ 3. $-\frac{\pi}{4} + \pi k$, $-\pi + 2\pi l$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ 4. $2\pi k$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi l$,
 $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 5. $\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $\pi(2n + 1)$ 6. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $\frac{7\pi}{6} + 2\pi n$ 7. $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$
 8. $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ 9. $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ 10. $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ 11. $\pm \arccos \frac{1}{9} + 2\pi n$
 12. $(-1)^{n+1} \cdot \arcsin \frac{1}{4} + \pi n$ 13. $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}$ 14. $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$
 15. $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 16. $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 17. $-\frac{\pi}{4} \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$ 18. $\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$

19. $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n$ 20. $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$ 21. $\pm \frac{\pi}{12} + \pi n$ 22. $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n$
 23. $(-1)^m \cdot \frac{\pi}{36} + \frac{\pi m}{6}$ 24. $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k, \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$ 25. $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \arctg \frac{1}{2} +$
 $+\pi(2n+1)$ 26. $\frac{3}{4}\pi + 2\pi m, -\arctg \frac{1}{4} + 2\pi n$ 27. $-\frac{\pi}{4} + 2\pi m,$
 $-\arctg 4 + \pi(2n+1)$ 28. $\arccos \frac{5}{2} + 2\pi n$ 29. $\arctg \frac{1}{3} + 2\pi n$
 30. $\frac{\pi}{4} + 2\pi m, 2\pi n, -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ 31. $\frac{\pi}{4} + 2\pi m, \pi(2n+1).$

4. Решить неравенства

1. $x \in (\log_2 6; 3)$ 2. $x \in (\log_3 \frac{28}{3}; 3)$ 3. $x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (7; +\infty)$
 4. $x \in (-\infty; 0,5) \cup (5,5; +\infty)$ 5. $x \in (-\frac{5}{2}; \frac{1}{3})$ 6. $x \in (1,5; 7)$
 7. $x \in (-2; -1)$ 8. $x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ 9. $x \in (0; 0,5) \cup (1; 2) \cup$
 $(2,5; +\infty)$ 10. $x \in (0; 1) \cup (1,5; 2,5) \cup (7,5; +\infty)$ 11. $x \in (-11; 1] \cup$
 $(2; 2,5)$ 12. $x \in [-5; -1) \cup (-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$ 13. $x \in (\frac{4}{5}; 5)$ 14. $x \in (-8; \frac{1}{3})$
 15. $x \in (-\infty; -\frac{5}{2}) \cup [1; +\infty)$ 16. $x \in (-\infty; -2] \cup (\frac{9}{2}; +\infty)$
 17. $x \in (0; \frac{1}{\sqrt{5}}) \cup (1; 125)$ 18. $x \in (0; \frac{1}{3\sqrt{3}}) \cup (1; 3)$ 19. $x \in (-\infty; -3) \cup$
 $(-1; 3) \cup (4; +\infty)$ 20. $x \in (-2; -1)$ 21. $x \in (-1; 2)$
 22. $x \in (1; 2) \cup (16; +\infty)$ 23. $x \in (1; 3) \cup (3^9; +\infty).$

5. Решить геометрические задачи

1. $2h^2 \sin \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ 2. $\frac{d}{2\sqrt{2+\operatorname{ctg}^2 \alpha}}$ 3. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg}(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4})$ 4. $\operatorname{tg}^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{4})$
 5. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 6. $\frac{2}{3}$ 7. $\frac{9R^3\sqrt{3}}{32}$ 8. $\frac{9R^3}{16}$ 9. $\sqrt{0,4}$ 10. $\sqrt{0,6}$ 11. 192 12. 9
 13. $\arctg \sqrt{\frac{15}{7}}$ 14. $\arctg \frac{1}{\sqrt{7}}$ 15. $\sqrt[3]{2} - 1; \sqrt[3]{4} - 1$ 16. $3 + 2\sqrt{3}; \frac{27+24\sqrt{3}}{37}$
 17. $\frac{\pi a^3}{6} \left(\frac{1+\cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha} \right)^3$ 18. $\frac{\sqrt{3}}{2} r^3 \sin^2 2\alpha \sin^2 \alpha$ 19. $a\sqrt{7}$ 20. $R\sqrt{\frac{11}{12}}$
 21. $b^2 \cdot \frac{\sqrt{91}}{96}$ 22. $a^2 \cdot \frac{\sqrt{21}}{36}$ 23. $\frac{\sqrt{c^2+d^2-2cd \cos \beta}}{\sin \beta}$ 24. $\frac{\sqrt{a^2+b^2+2ab \cos \alpha}}{\sin \alpha}$
 25. $\frac{4}{3} a^3 \cos \alpha \cos \beta \cdot \sqrt{-\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}$ 26. $\frac{2h^2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\pi+2\beta}{4} \cos \frac{\pi-2\alpha}{4}}{\sin \alpha \sin \beta}$
 27. $-\frac{S \cos \alpha}{2\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$ 28. $\frac{a \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{-2 \cos \alpha}}$ 29. $\frac{\sqrt{5}}{10}(9 - \sqrt{21})$ 30. $\sqrt{7}(3 - 2\sqrt{2})$
 31. $\frac{1}{4} a^2 \cos 2\alpha$ 32. $\frac{h^2}{\cos 2\alpha}$ 33. 30° 34. $\arccos \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 35. $\frac{12}{11}\sqrt{5}$ 36. $\frac{6}{5}\sqrt{14}$
 37. 2 38. $\frac{2}{\sqrt{13}}$ 39. 1 40. $3\sqrt{2} - 3$ 41. $\frac{\alpha^2 a^3 \sqrt{4\pi^2 - \alpha^2}}{192\pi^2 \cdot \sin^3 \frac{\alpha}{2}}$
 42. $\sqrt{\frac{3V\alpha}{\pi\sqrt{4\pi^2 - \alpha^2}}}$ 43. $\frac{243\sqrt{2}}{4}$ 44. 3.

Ответы к вариантам письменных работ §14

Вариант 1

1. 32. 2. $\frac{1}{3}m^3 \sin 2\alpha \cos \alpha$ 3. -2. 4. 47 5. $\left(-\frac{15}{4}; -3\right) \cup (0; +\infty)$.

Вариант 2

1. 23. 2. $\frac{2a^2 \sin \alpha \cos^2(\beta/2)}{\cos \beta}$ 3. 0, 5. 4. $\frac{37}{64}$ 5. $(-3; -2, 75) \cup (-2; 1)$.

Вариант 3

1. 59. 2. 4. 3. 0, 75. 4. $\left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (1; 4) \cup (8; +\infty)$ 5. 15° .

Вариант 4

1. 78. 2. 2. 3. 0, 5. 4. $(0, 04; 1) \cup (4; 25)$ 5. $22, 5^\circ$.

Вариант 5

1. 64 или 46. 2. 5. 3. 0, 75. 4. $(0; 0, 04) \cup (1; 4) \cup (25; +\infty)$ 5. $22, 5^\circ$.

Вариант 6

1. 83. 2. -1. 3. 0, 25. 4. $\left(0; \frac{1}{9}\right) \cup (1; 5) \cup (9; +\infty)$ 5. 75° .

Вариант 7

1. 96 или 69. 2. 1. 3. 0, 5. 4. $\left(\frac{1}{4}; 1\right) \cup (4; 8)$ 5. 75° .

Вариант 8

1. 25 л. 2. $\frac{1}{8}(a^2 - b^2)(a - b) \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg} \beta$ 3. -1.
4. $x_1 = \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{1}{3} + \pi k$, $x_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi n$ 5. $(0; 1) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; 2\right)$.

Вариант 9

1. 300 кг. 2. $\beta = \operatorname{arctg} \frac{k}{\sin \alpha}$ 3. -1, если $|x| < 1$, $x \neq 0$.
4. $x_1 = \operatorname{arctg} 3 + \pi k$, $x_2 = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$ 5. $\left(\frac{\sqrt{21} - 3}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$.

Вариант 10

1. $\frac{1}{2} \cdot 3 \sqrt{\frac{9V^2 \sin \alpha}{2 \cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}}$. 2. $x_1 = (2n+1)\pi, x_2 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$. 3. 3 тыс.руб.
4. $(6; +\infty)$. 5. 4.

Вариант 11

1. $\frac{2\sqrt{2}}{3} S \sqrt{S \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \frac{\cos(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2}}}$. 2. $x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, x_2 = \frac{3}{4}\pi + 2\pi n$.
3. 6 тыс.руб. 4. $(-\infty; 1] \cup [4; 5)$. 5. 32.

Вариант 12

1. $\frac{\sqrt{2}}{3} d^3 \sin \alpha \cos(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4})$. 2. $x_1 = 2\pi n, x_2 = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k$. 3. 4 тыс.руб.
4. $(4; +\infty)$. 5. 16.

Вариант 13

1. $\frac{1}{12} p^3 \frac{\sin \alpha}{\cos^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2})}$. 2. $x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, x_2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$. 3. 4 тыс.руб.
4. $(-\infty; -1] \cup [2; 3)$ 5. 8.

Вариант 14

1. 0, 1. 2. $\pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$. 3. 4 ч, 6 ч. 4. $\sqrt{0,6}$. 5. $[2; 3]$.

Вариант 15

1. 1. 2. $\pm 30^\circ + 360^\circ \cdot n$. 3. 6 ч, 4 ч. 4. $\sqrt{0,4}$. 5. $(8; +\infty)$.

Вариант 16

1. $(1; 2)$. 2. $(-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$. 3. 43. 4. $\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{15}{7}}$. 5. $12 : 5 : 3$.

Вариант 17

1. $(2; 3)$. 2. $(-4; -1) \cup (2; 5)$. 3. 71. 4. $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{7}}$. 5. $2 : 5 : 3$.

Вариант 18

1. $(1; 2) \cup (2; 3)$. 2. $(0; 2), \{-1\}$. 3. 27. 4. $\frac{\pi a^3}{6} \left(\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha} \right)^3$.
5. $7 : 6 : 2$.

Вариант 19

1. $(2; 4)$. 2. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. 3. 21. 4. $\frac{\sqrt{3}}{2} r^3 \sin^2 2\alpha \sin^2 \alpha$.
5. $11 : 6 : 3$.

Вариант 20

1. $\frac{1}{2} \left(\frac{P^2}{4} - l^2 \sin^2 \alpha \right) \cdot l \cos \alpha$. 2. $(0, 8; -3, 4); (3; 1)$. 3. $(1; 2) \cup (2; 3)$.
4. $-20^\circ + (-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ \cdot n$. 5. $\frac{31}{60}$ мин.

Вариант 21

1. $\frac{1}{8} d^3 \sin \beta \sin 2\beta \sin 2\alpha$. 2. $(-2; 1); (-2, 2; 0, 6)$. 3. $(2; 4)$.
4. $-10^\circ + (-1)^{n+1} \cdot 45^\circ + 180^\circ \cdot n$. 5. 60 м.

Вариант 22

1. $3 - \log_2 3$. 2. $1, 5a$. 3. $\frac{17}{4}\pi$. 4. 15%, 30%. 5. $\left(\frac{7 + \sqrt{13}}{3}; 4 \right]$.

Вариант 23

1. $4 - \log_2 3$. 2. $\frac{5}{27} \sqrt{3} a^3$. 3. $\frac{3}{4}\pi$. 4. 10%, 20%. 5. $\left(\frac{11 + 3\sqrt{7}}{4}; 5 \right]$.

Вариант 24

1. $2 - 2 \log_3 2$. 2. $\frac{\sqrt{26}}{6} a$. 3. $\frac{3}{2}\pi$. 4. 10%, 25%. 5. $\left(\frac{7 + \sqrt{33}}{4}; 4 \right]$.

Вариант 25

1. $1 - 2 \log_3 2$. 2. $\frac{8\sqrt{11}}{675} R^3$. 3. $-\frac{9}{4}\pi$. 4. 10%, 30%. 5. $\left(\frac{10 + \sqrt{22}}{3}; 5 \right]$.

Вариант 26

1. $(-3; -1) \cup (1; 3)$. 2. $10^\circ + (-1)^{n+1} \cdot 60^\circ + 180^\circ \cdot n$. 3. 8.
 4. $(-2; -\frac{1}{3}) \cup (1; \frac{8}{3})$. 5. $2h^2 \sin \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2}$. 6. $12 : 5 : 3$. 7. $0 < a < 0,25$.

Вариант 27

1. $(-\infty; -3) \cup (-2; 2) \cup (3; +\infty)$. 2. $-20^\circ + (-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ \cdot n$.
 3. 7. 4. $(-2; -1) \cup (2, 5; 3, 5)$. 5. $\frac{d}{2\sqrt{2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$. 6. $2 : 5 : 3$.
 7. $0 < a < 1$.

Вариант 28

1. $(-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (2; +\infty)$. 2. $-10^\circ + (-1)^{n+1} \cdot 45^\circ + 180^\circ \cdot n$.
 3. 10. 4. $(-1; \frac{2}{3}) \cup (2; \frac{11}{3})$. 5. $\sqrt{7}(3 - 2\sqrt{2})$. 6. $7 : 6 : 2$. 7. $0 < a < \frac{1}{64}$.

Вариант 29

1. $(-5; -2) \cup (2; 5)$. 2. $25^\circ + (-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ \cdot n$. 3. 9.
 4. $(-1; 0) \cup (3, 5; 4, 5)$. 5. $\operatorname{tg}^2(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{4})$. 6. $11 : 6 : 3$. 7. $0 < a < 4$.

Вариант 30

1. $(-5; -1) \cup (1; 5)$. 2. $20^\circ + (-1)^n \cdot 30^\circ + 180^\circ \cdot n$. 3. 8.
 4. $(-1, 5; -0, 5) \cup (3; 4)$. 5. $\frac{\sqrt{5}}{10}(9 - \sqrt{21})$. 6. $6 : 3 : 1$. 7. $0 < a < 4$.

Вариант 31

1. $\frac{1}{2}$. 2. $10^{-5}; 10^3$. 3. $3\sqrt{2} - 3$. 4. $y = \begin{cases} \operatorname{ctg} x & \text{при } x \neq \pi n \\ 0 & \text{при } x = \pi n \end{cases}$
 5. $(\frac{2\sqrt{13} - 5}{3}; 1]$. 6. При $a \in (-\infty; -1]$ $x = \frac{2(1+2a)}{a-1}$;
 при $a \in (-1; -\frac{1}{5}]$ $x_1 = \frac{2(1+2a)}{a-1}$, $x_2 = \frac{4a}{5+1}$; при $a \in (-\frac{1}{5}; 1]$
 нет решений; при $a \in (1; +\infty)$ $x = \frac{2(1+2a)}{a-1}$.
 7. 30 шкафов, 60 сервантов, 87 тыс. рублей.

Вариант 32

$$1. -1. \quad 2. 2; 64. \quad 3. \frac{a^2 \cos 2\alpha}{4}. \quad 4. y = \begin{cases} 3 + \cos x & \text{при } x \neq \pi + 2\pi n \\ 0 & \text{при } x = \pi + 2\pi n. \end{cases}$$

$$5. \left(\frac{7+\sqrt{13}}{3}; 4\right]. \quad 6. \text{ При } a \in (-\infty; -1] \quad x = \frac{a+1}{1-a};$$

$$\text{при } a \in (-1; 1) \quad x_1 = -\frac{a+7}{a+1}, x_2 = \frac{a+1}{1-a}; \quad \text{при } a \in [1; 2] \quad x = -\frac{a+7}{a+1};$$

$$\text{при } a \in (2; +\infty) \quad x = \frac{a+1}{1-a}.$$

7. 20 шкафов, 80 столов, 114 тыс. рублей.

Вариант 33

$$1. -\frac{1}{2}. \quad 2. 100; \frac{1}{\sqrt{10}}. \quad 3. \frac{h^2}{\cos 2\alpha}. \quad 4. y = \begin{cases} 3 - \cos x & \text{при } x \neq 2\pi n \\ 0 & \text{при } x = 2\pi n. \end{cases}$$

$$5. \left(\frac{11+3\sqrt{7}}{4}; 5\right]. \quad 6. \text{ При } a \in (-\infty; -\frac{1}{3}] \quad x = \frac{3+4a}{3a-1};$$

$$\text{при } a \in (-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}) \quad x_1 = \frac{3+4a}{3a-1}, x_2 = \frac{4a+7}{3a+1}; \quad \text{при } a \in [\frac{1}{3}; \frac{5}{2}] \quad x = \frac{4a+7}{3a+1};$$

$$\text{при } a \in (\frac{5}{2}; +\infty) \quad x = \frac{3+4a}{3a-1}.$$

7. 60 шкафов, 40 стеллажей, 102 тыс. рублей.

Вариант 34

$$1. -1. \quad 2. 0, 1; 1000. \quad 3. 2. \quad 4. y = \begin{cases} \operatorname{tg} x & \text{при } x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \\ 0 & \text{при } x = \frac{\pi}{2} + \pi n. \end{cases}$$

$$5. \left(\frac{4+\sqrt{10}}{2}; 4\right]. \quad 6. \text{ При } a \in (-\infty; -3, 5] \quad x = \frac{3a+5}{a-2};$$

$$\text{при } a \in (-3, 5; -2) \quad x = \frac{3a+5}{a-2}; \quad \text{при } a \in [-2; 2] \quad \text{нет решений};$$

$$\text{при } a \in (2; +\infty) \quad x = \frac{3a+5}{a-2}.$$

7. 90 полок, 120 стеллажей, 54 тыс. рублей.

Вариант 35

$$1. \frac{1}{2}. \quad 2. 3^9; 3. \quad 3. \frac{2}{\sqrt{13}}. \quad 4. y = \begin{cases} \operatorname{ctg} x & \text{при } x \neq \pi n \\ 0 & \text{при } x = \pi n. \end{cases}$$

$$5. \left(\frac{7+\sqrt{33}}{4}; 4\right]. \quad 6. \text{ При } a \in (-\infty; -2] \cup \{-\frac{5}{3}\} \cup (2; +\infty) \quad x = \frac{3a+5}{a-2};$$

$$\text{при } a \in (-2; -\frac{5}{3}) \quad x_1 = \frac{3a+5}{a-2}, x_2 = \frac{3a+5}{a+2};$$

$$\text{при } a \in (-\frac{5}{3}; 2] \quad \text{нет решений}.$$

7. 80 шкафов, 120 столов, 88 тыс. рублей.

Библиографический список

1. Иванов А.А., Иванов А.П. Математика: Пособие для поступающих в вузы. Изд.4-е, испр. и доп. — Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 2002.
2. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты по математике для систематизации знаний по математике: Учебн. пособие. — М.: Издательство МФТИ, 2002. — ч.1.
3. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты по математике для систематизации знаний по математике: Учебн. пособие. — М.: Издательство МФТИ, 2002. — ч.П.
4. Иванов А.П. Тесты и контрольные работы по математике. — М.: Издательство МФТИ, 2000.
5. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / Под ред. М.И. Сканави. М.: Высшая школа, 1988.
6. Шагин В.Л. Вступительные экзамены по математике в Высшей школе экономики, 1997.-М.: Вита-Пресс, 1998.
7. Шабунин М.И. Пособие по математике для поступающих в вузы. — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 1999.

Оглавление

Предисловие	3
§1. Общие рекомендации по работе над курсом математики	8
§2. Рабочая программа по математике для поступающих	10
§3. Основные элементы знаний и некоторые формулы	12
§4. Контрольные задания по теме №1.	
Действительные числа. Преобразования алгебраических выражений	25
§5. Контрольные задания по теме №2.	
Простейшие функции, преобразование графиков	38
§6. Контрольные задания по теме №3.	
Решение алгебраических выражений	47
§7. Контрольные задания по теме №4.	
Решение алгебраических неравенств	56
§8. Контрольные задания по теме №5.	
Тригонометрия	65
§9. Контрольные задания по теме №6.	
Логарифмы. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	79
§10. Тесты по теме № 7. Числовые последовательности. Прогрессии	87
§11. Контрольные задания по теме №8.	92
Геометрия	
§12. Итоговые контрольные задания	102
§13. Дополнительные задания из вариантов письменных экзаменов	114
§14. Варианты письменных экзаменов по математике	129
§15. Итоговые экзаменационные тесты (простые)	154
§16. Итоговые экзаменационные тесты (средней сложности)	182
§17. Итоговые экзаменационные тесты (повышенной сложности)	234
Номера ответов на вопросы тестов	274
Ответы к письменным заданиям §13	280
Ответы к письменным заданиям §14	282
Библиографический список	287

Замечания по содержанию и оформлению пособия автор просит направлять по адресу:
 614070, Пермь, ул. Студенческая, 38, Государственный университет
 Высшая школа экономики (Пермский филиал). Тел. 65-65-38.
 614600, Пермь, ул. Букирева, 15, Пермский государственный университет,
 Механико-математический факультет. Тел. 39-63-45.