УДК 378.147
ББК 74.58р
Р 64

Розанова С. А. **Математическая культура студентов технических университетов.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 176 с. — ISBN 5-9221-0417-9.

В монографии рассмотрены философские и психолого-педагогические аспекты математической культуры и математического образования в контексте исторического развития и состояния в настоящее время. Предложенная автором концепция формирования математической культуры студентов инженерно-технических специальностей включает теоретическую и методическую модели и методику их реализации. Разработана структура учебно-методического комплекса, приведены его фрагменты для радиотехнических специальностей. Предложен один из возможных подходов к оценке качества математической подготовки специалистов.

Для преподавателей, аспирантов и студентов высших учебных заведений, в том числе технических университетов.

Табл. 5. Ил. 12. Библиогр. 373 назв.

Рецензенты:

академик РАО, доктор физико-математических наук, профессор МПГУ
И. И. Баврин,

доктор педагогических наук, профессор РУДН
В. И. Михеев

ISBN 5-9221-0417-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

В настоящее время неудержимо растет поступающая информация, возникают новые методы научных исследований, компьютеры внедряются в самые разнообразные стороны нашей жизни, интенсивно совершенствуется технология производства, происходит глубокое проникновение знаний из одной области в другую. Все это приводит к необходимости существенного пересмотра содержания образования и методики преподавания в высших учебных заведениях. Одними из основных задач являются отбор информации, которую следует изучать в вузах, интенсификация методов обучения, способствующих более активному усвоению материала учебных дисциплин, и правильное использование человеческого фактора в условиях повсеместной компьютеризации. При этом изменения, вносимые в систему обучения в вузах, должны вводиться постепенно, последовательно, после тщательного изучения их необходимости и взвешенной оценки, чтобы не допустить утраты всего ценного из того, что было накоплено в нашем образовании за прошлые века и сохранило свое значение в настоящее время.

Предлагаемая монография С.А. Розановой посвящена изучению проблем, касающихся математической культуры студентов технических университетов, которые возникли вследствие небывалого роста математических методов и математического моделирования, используемых в задачах, относящихся к самым разным сторонам человеческой деятельности. В связи с быстрым развитием науки и техники студенту недостаточно сообщить лишь определенный круг сведений по его будущей специальности, так как многие из них могут устареть уже к моменту окончания им вуза. Выпускник вуза должен уметь быстро адаптироваться к тем условиям, в которых ему придется начинать свою професиональную деятельность. Даже в математике, в силу ее абстрактности имеющей дело с абсолютными, а поэтому неменяющимися истинами, невозможно изучить все, что может потребоваться специалисту в дальнейшем.

Успешное решение этих задач возможно лишь в случаях, когда за время обучения в вузе студент получит не только достаточно большой объем знаний, но и приобретет высокую культуру мышления, которая позволит ему продолжить, если это будет нужно, обучение (в том числе и самостоятельно) и критически оценивать возникающие перед ним проблемы.

В монографии С.А. Розановой рассматривается актуальный вопрос о научно-методической концепции формирования математической культуры студентов технических университетов. Автор систематизирует и детально описывает различные аспекты математической культуры, рассматривает ряд проблем, возникающих в процессе ее развития, и рекомендует методы для их решения.

Опыт работы автора книги на математических кафедрах технических университетов и в Научно-методическом совете по математике Министерства образования РФ позволяет реально оценивать математическую культуру студентов и предлагать реализуемые на практике методы ее воспитания.

Книга будет очень полезна для преподавателей вузов (причем не только математических кафедр), которые, вне всякого сомнения, найдут в ней много новых и полезных для себя методических идей.

Член-корреспондент РАН, профессор,
доктор физико-математических наук,
первый заместитель
председателя НМС по математике
Министерства образования РФ
Л.Д. Кудрявцев

Введение

> На исторических перевалах, в эпохи кризисов и катастроф приходится серьезно задумываться над движениями исторической судьбы народов и культур.
>
> *Н.А. Бердяев*

Двадцать первый век начинается в условиях радикально новой экономики и информационных технологий, что неизбежно должно влиять на образование. Президент РФ В.В. Путин, выступая на заседании Государственного Совета Российской Федерации (29 августа 2001 г.) отметил, что «нельзя относиться к образованию только как к накоплению знаний». «В современных условиях, — подчеркнул В.В. Путин, — это прежде всего развитие аналитических способностей и критического мышления у учеников. Это — умение учиться. Умение самому воспринимать знания, успевать за переменами».

Министр образования РФ В. М. Филиппов в докладе на Второй Международной конференции «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования» (Москва, 24–26 марта 2003 г.) выделил три основные проблемы, стоящие перед Российским образованием: качество, эффективность и доступность.

По прогнозам специалистов ЮНЕСКО профессионально-техническому образованию в этом веке предстоит играть ведущую роль. Поэтому важным и своевременным является рассмотрение теоретических и практических вопросов воспитания умения учиться в течение всей жизни, повышения качества математического образования, формирования математической культуры студентов в технических вузах (следовательно, повышения эффективности профессионального образования).

В развитых странах техническое и профессиональное образование предполагает приобретение компетенции, выходящей за рамки профессиональных навыков. В связи с этим необходимо поднять статус и престиж технического и профессионального образования наравне с образованием в других секторах, в том числе в классических университетах; объединить общее и профессиональное образование, осуществить их интеграцию (например, в Австралии растет число выпускников классических университетов, обращающихся к системе технического и профессионального образования с целью приобретения профессиональной квалификации и компетенции для повышения возможности трудоустройства; с другой стороны, все большее количество студентов проходят обучение одновременно по университетским программам и программам технических специальностей); создать систему образования в течение всей жизни, которая позволяла бы легко переходить от одного вида образования к другому.

Все это ведет к максимальной координации деятельности общеобразовательных школ, учебных заведений технического и профессионального профиля и классических университетов.

Информационные технологии составляют основу процесса преобразований, в результате которого индустриально развитые страны превращаются в «общества знаний», а управление производством — в управление знаниями.

Ручной труд постепенно вытесняется, компьютеры становятся основным средством, обеспечивающим информационные потребности для всех специальностей и профессий. Как следствие, «буквы и цифры», через которые постепенно выражаются все проявления человеческой деятельности, будут приобретать все большее значение как в профессиональной, так и в личной жизни; вся информация переводится в цифровую форму, совместимую с компьютерным языком. Интернет как мировая информационная сеть использует английский язык в качестве языка общения. Поэтому математика, родной и английский языки приобретают все большее значение для профессионального образования и подготовки.

Итак, перед профессиональным обучением и подготовкой XXI век ставит следующие задачи, традиционно считавшиеся прерогативой общего образования [228]:

– обучение умению учиться;
– формирование зрелых и ответственных участников рабочего процесса (приобретение многофункциональных навыков, таких, как работа в коллективе, творческое мышление, принятие на себя ответственности за других и за результаты собственной деятельности);
– устранение традиционных границ между общим и профессиональным образованием, так как они стали препятствием на пути к образованию, необходимому в реальной жизни;
– формирование новой культуры обучения (в Австралии, например, считается, что стране необходима высокая культура обучения для того, чтобы она была конкурентоспособной и могла проявлять заботу о благосостоянии своих граждан,

а эта цель достижима только при наличии развитой культуры образования).

Анализ социальных предпосылок, психолого-педагогической литературы и материалов Второго Международного конгресса по техническому и профессиональному образованию (Корея, апрель 1999 г.); Девятого Международного конгресса по математическому образованию (Япония, август 2000 г.); Международной конференции «Образование, наука и экономика на рубеже тысячелетий» (Словакия, август 2000 г.); Российской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков» (Дубна, сентябрь 2000 г.) показывает, что математическое образование приобретает важное социокультурное значение. Поэтому необходимо исследовать проблему формирования математической культуры студентов (в частности, студентов технических университетов) на новом современном уровне с учетом задач, которые ставит перед мировым сообществом XXI век.

Проблема формирования математической культуры школьников и студентов, исторические аспекты взаимного влияния западноевропейской и российской математической культуры и другие, связанные с этим кругом вопросов проблемы вызывают большую заинтересованность у исследователей.

Впервые проблема формирования математической культуры школьников рассматривалась Н.Я. Виленкиным и И.М. Ягломом в 1957 г. Один из выводов, приведенный в их работе и состоящий в том, что уровень преподавания в школе определяется преподаванием математики в пединституте, дал толчок последующим исследованиям Ю.К. Бабанского, Г.И. Батурина, В.А. Гончарова, В.А. Гусева, Я.С. Дубнова, В.И. Журавлева, Н.В. Кузьминой, Л.Д. Кудрявцева, А.Д. Мышкиса, И.И. Блехмана, Я.К. Пановко и др. Эти исследования были посвящены целям, специфике, математическим принципам содержания и формы обучения математике студентов педвузов и других высших учебных заведений.

За последние годы появился целый ряд исследований по проблеме профессиональной направленности преподавания математики в педагогических вузах (работы Г.Л. Луканкина, А.Г. Мордковича, И.В. Метельского, И.А. Новика, В.Г. Скатецкого и др.) и в технических университетах (работы С.И. Федоровой, С.В. Плотниковой и др., выполненные под руководством И.И. Баврина и В.А. Гусева).

В разное время проблемой прикладной направленности обучения математике интересовались А. Ахлимирзаев, А.О. Бин-Шахна, С.С. Варданян, Г.М. Возняк, Г.Д. Глейзер, Ю.М. Колягин, Н.А. Терешин, Ю.В. Фоминых, Н.В. Чхаидзе, И.М. Шапиро и др.

Вопрос о математической культуре, математическом образовании достаточно сложен. Отдельные общие и частные проблемы ставились и исследовались в работах многих известных математиков, педагогов, психологов, философов и методистов (И.И. Баврин, В.Ф. Бутузов, Н.Я. Виленкин, Г.Д. Глейзер, В.А. Гусев, Ю.М. Колягин, Л.Д. Кудрявцев, Г.Л. Луканкин, В.Л. Матросов, А.Г. Мордкович, А.Д. Мышкис, С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Х. Розов, И.М. Смирнова, Н.Ф. Талызина, М.И. Шабунин, М.И. Шварцбурд, Г.Н. Яковлев и др.) и их учеников.

Имеется большое количество публикаций о преподавании математики для физиков, техников и инженеров, принадлежащих видным ученым и педагогам А. Анго, А.Н. Крылову, Л.Д. Кудрявцеву, А.Д. Мышкису, Я.Б. Зельдовичу, И.М. Яглому.

Публикаций, посвященных проблеме формирования математической культуры, значительно меньше, хотя отдельные аспекты рассматриваются у многих из перечисленных выше исследователей (Л.Д. Кудрявцев [137–142], А.Д. Мышкис [196–199] и др.).

Более углубленные исследования в этой области провели ученые-педагоги И.А. Новик [204], Г.М. Булдык [40], Д. Икрамов [105].

Однако в этих работах не были исследованы некоторые важные проблемы, а именно:

- не рассматривались вопросы формирования математической культуры студентов технических университетов;
- не анализировался аспект использования математической логики в общественно-политической деятельности;
- в понятие математической культуры не была введена интеллектуальная и духовно-нравственная составляющие;
- не раскрыто полностью понятие профессиональной направленности обучения математике в техническом вузе;
- недостаточно исследованы мотивационные аспекты изучения математики в техническом вузе.

Все это позволяет сделать вывод, что проблема формирования математической культуры у студентов технических университетов до сих пор системно не исследовалась и, следовательно, не была создана целостная научно-методическая концепция решения этой проблемы.

Актуальность исследования определяется следующими факторами. Уровень развития математического мышления школьников и студентов в настоящее время снижается; они не заинтересованы в изучении математических методов, не имеют навыков самостоятельной работы по математике. Существует значительный разрыв между слабым знанием школьного курса математики, с одной стороны, и высоким уровнем требований по математике в высшей технической школе — с другой. Отсутствие педагогического образования у профессорско-преподавательского корпуса технических вузов, недооценка преподавателями математики необходимости введения в математические курсы прикладных задач, в том числе профессиональных, а преподавателями спецкафедр — непрерывности математического образования ведут к недооценке единства воспитательного и образовательного процессов и к снижению качества математического образования, а следовательно, уровня математической и профессиональной культуры.

В настоящей монографии представлена разработанная автором целостная научно-методическая концепция формирования математической культуры студентов технического университета, позволяющая повысить качество подготовки современного специалиста — выпускника такого вуза.

Сформулированы теоретические положения, созданы практические методики и способы их реализации при обучении математике в техническом университете (на примере радиотехнических специальностей), направленные на повышение качества математического образования.

При планировании и проведении исследования полагалось, что математическая культура выпускника технического университета определяется его способностью использовать математические методы, математическое мышление (абстрактное, логическое, алгоритмическое) в профессиональной и в других социокультурных видах деятельности (общественной, политической, духовной, предпринимательской, семейно-хозяйственной). Поэтому считалось, что математическая культура студента будет сформирована, если в процессе преподавания математики

– у студентов появится убеждение в важности математических методов для решения профессиональных и других прикладных задач;
– поднимется уровень использования математического аппарата при изучении общетехнических и профессиональных дисциплин и при выполнении дипломных работ;
– разовьется логика и точность мышления, математическая интуиция, стремление к познанию и самостоятельному обучению, умение критически разбираться в профессиональной и любой другой социальной обстановке, а также находить и принимать оптимальное решение стоящих перед ним задач;

– будет воспитана высоконравственная, гармонически развитая личность профессионала XXI века.

Эта гипотеза апробирована при обучении математике студентов радиотехнического факультета Московского государственного института радиотехники, электроники и автоматики.

Направления и методология исследований. В процессе данного исследования были поставлены следующие задачи.

1. *Разработка теоретической части* концепции формирования математической культуры студентов технического вуза, которая включает:

а) введение соответствующего понятийно-методологического аппарата на основе психолого-педагогического и философского подходов;

б) анализ истории развития и современного состояния практики формирования такой культуры в России;

в) выделение основных составляющих теоретической части концепции.

2. *Разработка методической системы* формирования математической культуры студентов технических университетов, а именно:

а) структурирование целей математической подготовки;

б) разработка компонентов методической системы.

3. *Выявление наиболее значимых взаимодействий* между преподавателями и студентами, обеспечивающих формирование математической культуры студентов.

Эта система задач определяет реализацию теоретических и методических положений исследования в конкретном учебно-педагогическом процессе технического университета, которая предусматривает систематическое формирование математической культуры студентов на протяжении всех лет обучения в вузе и построение учебно-методического комплекса, что в свою очередь приводит к необходимости решения следующих задач.

1. Разработка путей формирования математической культуры студентов технических университетов в процессе обучения по математике: на лекциях по темам «Математический анализ» (общий курс) и «Теория вероятностей и математическая статистика»; на семинарских занятиях по этим курсам; в самостоятельной работе студентов (лабораторные работы, типовые расчеты); при постановке и чтении спецкурсов; в исследовательской работе студентов (рефераты, эссе, доклады, статьи, курсовые работы, дипломные проекты).

2. Разработка учебно-методического комплекса по формированию математической культуры.

3. Экспериментальная проверка эффективности разработанной концепции (использование фрагментов учебно-методического комплекса в учебном процессе МИРЭА).

Теоретическая модель, методическая система и методика их реализации в совокупности образуют научно-методическую концепцию формирования математической культуры студентов технических университетов.

Исследования были проведены на основе документов по вопросам совершенствования работы высшей школы; материалов и решений перечисленных выше международных и российских конференций по проблемам образования и науки в вузах. При этом учитывались основные положения современной педагогики и психологии высшей школы, в особенности комплексное сочетание системного и деятельностного подходов, позволяющие рассматривать процесс обучения математике студентов технических университетов как систему и оценивать эффективность учебной деятельности путем сопоставления целей и реально получаемых результатов. В исследованиях использовался диалектический принцип: подход к обучению как к изменяющемуся и развивающемуся во времени процессу с учетом конкретных социокультурных условий.

Комплексная методика исследования включала разнообразные методы:

— теоретические (изучение и анализ психолого-педагогической, математической, методической, профессионально-прикладной и философской литературы по проблеме исследования; анализ вузовских программ по математике для технических специальностей);

— общенаучные (педагогические наблюдения, анкетирование, беседы, опросы студентов, выпускников, преподавателей университета, специалистов-практиков, руководителей фирм);

— экспериментальные (констатирующий, поисковый и обучающий эксперименты по проблеме исследования);

— обработку результатов педагогического эксперимента, традиционную оценку уровня математической подготовки студентов (коллоквиумы, письменные контрольные работы на лекциях и семинарах, экзамены), инновационную оценку (портфель сформированности) математической культуры студента технического университета.

Такая методика обусловила исследование различных аспектов проблемы: научно-методического, психолого-педагогического, социологического, философского.

В результате проведенных исследований впервые предложена целостная система (концепция) формирования математической культуры студентов технических университетов с точки зрения основных положений теории педагогики, психологии, математики, философии, характеризуемая следующими признаками:

— направленностью обучения на формирование математической культуры как части общечеловеческой культуры и ядра профессиональной культуры студента;

— непрерывностью процесса математической подготовки студента, обучением самообразованию (умению обучаться в течение всей жизни);

— профессионально-прикладной направленностью математических знаний, которая обеспечивается комплексом дидактических материалов, новых усовершенствованных форм обучения студентов;

— направленностью на интеллектуальное и духовно-нравственное развитие личности студента.

Разработанная научно-методическая концепция формирования математической культуры студента технического университета позволила:

— наметить конкретные пути формирования математической культуры;

— создать комплекс дидактических материалов с введением профессионально-прикладной и гуманитарной составляющих (методические пособия, учебные пособия, типовые расчеты, темы рефератов, эссе, лабораторные работы, курсовые работы по математике, спецкурсы), позволяющий увязать преподавание математики и специальных дисциплин;

— систематизировать имеющиеся и предложить новые методы формирования знаний, умений, навыков и воспитания духовной личности, определяющих математическую культуру будущего специалиста-профессионала;

— обучить умению учиться в течение всей жизни, совершенствуя свою компетентность специалиста и духовно-нравственный потенциал.

Такой подход, воспитывающий у студентов важность получения конечного результата, способствует повышению заинтересованности в изучении математики, развивает у них творческое отношение к решению практических и научных проблем.

Предложенная концепция формирования математической культуры студентов технического университета может быть широко внедрена в педагогическую практику не только различных технических университетов, академий, институтов, но и ввиду ее универсальности — в вузы других профилей. Такое внедрение окажет значительное влияние на развитие профессиональных умений и навыков студентов, на становление личности профессионала, на умение адаптироваться к быстроменяющимся условиям рыночных отношений.

В главе 1 монографии рассмотрены философские и психолого-педагогические аспекты математического образования и математической культуры в контексте исторического развития и современного состояния. В результате проведенного анализа различных подходов к понятиям математической культуры и математического образования, истории их развития и современного состояния формулируется проблема исследования — создание целостной научно-методической концепции формирования математической культуры студентов технического университета.

Глава 2 посвящена разработке этой концепции. Предложенная концепция включает теоретическую и методическую модели и методику их реализации; введен понятийный аппарат, в котором уточнено определение математической культуры путем введения новых параметров — общественно-политической, духовно-нравственной и интеллектуальной составляющих; уточнено понятие профессиональной направленности обучения математике в технических университетах; добавлены принципы неформальной строгости, уровня развития интеллекта, самообучения и самовоспитания, универсальности; предложена методика реализации теоретической и методической моделей, ядром которой является специально разработанный учебно-методический комплекс формирования математической культуры студентов технических университетов.

В главе 3 освещаются основные направления реализации научно-методической концепции формирования математической культуры студентов технического университета согласно разработанной в предыдущей главе методике: исследование взаимосвязей фундаментальных, общепрофессиональных и специальных дисциплин (на примере МИРЭА), основным итогом которого является подбор и классификация профессиональных задач; усиление довузовской математической подготовки, в частности написание специальных учебных пособий для абитуриентов; корректировка содержания программ, учебных планов по высшей математике с учетом межпредметных связей; разработка дидактических материалов; оценка качества подготовки специалистов.

В главе 4 описывается структура разработанного учебно-методического комплекса формирования математической культуры студентов инженерно-технических специальностей с некоторыми фрагментами комплекса для радиотехнических специальностей, а также приведены результаты их апробации в учебном процессе МИРЭА. Предложенный учебно-методический комплекс может оказаться полезным как преподавателям, так и студентам, выполняя для последних роль интеллектуального самоучителя.

Автор выражает глубокую благодарность ректору МПГУ члену-корреспонденту РАН, академику РАО В.Л. Матросову, ректору МИРЭА профессору А.С. Сигову за внимание к проблемам, поднятым в этой монографии; рецензентам — академику РАО И.И. Баврину, доктору педагогических наук, профессору РУДН В.И. Михееву за ряд ценных замечаний; члену-корреспонденту РАН Л.Д. Кудрявцеву, взявшему на себя труд познакомиться с рукописью и написавшему предисловие; доктору педагогических наук, профессору МПГУ В.А. Гусеву, уделившему время для обсуждения некоторых психолого-педагогических и философских вопросов; коллегам, работающим в МИРЭА на кафедрах высшей математики, теоретических основ радиотехники, радиопередающих устройств, физики; соавторам учебных пособий, статей, отчетов по научным и научно-методическим темам, особенно кандидатам физико-математических наук, доцентам Т.А. Кузнецовой и А.И. Сироте, а также коллективам Научно-методического совета по математике Министерства образования РФ и Центра современного образования.

Глава 1

ФИЛОСОФСКИЕ И ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ И ОБРАЗОВАНИЯ

> Чем больше я размышляю над этим вопросом, тем более темным он мне представляется.
>
> *Симонид*

Здесь рассматриваются с различных точек зрения понятия культуры и образования, математической культуры и математического образования в частности, их история зарождения, развития и современное состояние.

1.1. Философские аспекты

Философия культуры. В монографии [219] Э.А. Поздняков отмечает, что «...в литературе имеется более пятисот определений культуры многими умными и искушенными исследователями в области культурологии и антропологии». Как отмечает Э. А. Поздняков, «понятие „культура“ на деле плохо поддается формулированию — оно для этого слишком неопределенно, многозначно, главным образом вследствие той его емкости, которой наполнили это понятие его изобретатели и которую невозможно вместить в одну формулу, если бы мы даже вздумали осуществить некий синтез всех имеющихся в литературе определений. Каждое из них раскрывает какой-то аспект культуры».

Слово «культура» (от лат. *cultura* — «возделывание, обрабатывание») [357] — позднего происхождения: это понятие появилось в научном обороте лишь во второй половине XIX столетия и вскоре стало самостоятельным предметом исследования.

В результате имеется множество определений культуры: бытовое — культурный (воспитанный) человек; официальное — все, что связано с искусством (отсюда возвышенное «деятели культуры»); профессиональное — культура производства, торговли, обслуживания, экономическая культура, математическая культура и т. д. Есть культура народов, этносов, наций, разных эпох: античная культура, культура средневековья, русская, немецкая, французская и др.

Итак, понятие культуры относится ко всему, что создается руками и мыслью человека, что связано со всеми сторонами его многогранной жизни, что культивируется, воспитывается, приобретается путем обучения, что обусловливает поведение, деятельность человека и плоды его труда.

В «Философском словаре» [357] дается такое определение: «культура — совокупность материальных и духовных ценностей, созданных и создаваемых человечеством в процессе общественно-исторической практики и характеризующих исторически достигнутую ступень в развитии общества. В более узком смысле принято говорить о материальной (техника, производственный опыт, материальные ценности) и духовной культуре (наука, искусство и литература, философия, мораль, просвещение и т. д.)».

Однако Э.А. Поздняков подчеркивает, что культуру нельзя рассматривать как простую совокупность науки, искусства, религии, нравственности и т. п., имеющих к ней непосредственное отношение и так или иначе ее выражающих: «Как свойственный человеческому роду феномен, она неделима, все ее аспекты взаимосвязаны и едины по своей глубинной сути». Книга [219] — поиск этой сути. Э.А. Поздняков исходит из того, что «творческое воображение, а не просто разум стало подлинной основой культуры, ее мотором и движущей силой... Первый памятник культуре — опоясание из смоковных листьев — символизирует ее нижний предел, ее начало». «Творческое воображение — вот что содержалось в сладком соке плодов яблони, от которых вкусили Адам и Ева, — отмечает он. — Через вкушение человек приобрел только часть божественного начала, вторую же часть (вкусить от древа жизни), т. е. бессмертие, не смог, был изгнан. Эта тоска по второй половине божественного начала преследует человека». Отсюда стремление увековечить себя (продление рода, наследие в науке, искусстве, литературе и пр.). Человек стал существом нравственным. Нравственность детерминирована, это средство выжить как роду.

Творческое воображение присутствует во всех творениях человека. В разных сферах деятельности оно работает разными методами и с разным материалом: в одних — посредством живых образов, в других — посредством понятий и знаков-символов, в третьих — посредством жестов и т. д. Результаты разные: произведения искусства, теоремы и гипотезы, машины и атомные бомбы и др.

Интересны взгляды Э.А. Позднякова на научное мышление, науку, технику и их связь с культурой. Сначала он приводит определение науки из «Краткой философской энциклопедии» [133]: «Наука — сфера человеческой деятельности, функцией которой является выработка и теоретическая схематизация объективных знаний о действительности; отрасль культуры, которая существовала не во все времена и не у всех народов».

Э.А. Поздняков исходит из того, что научное мышление отличается от обычного только методом организации своей работы, ее упорядоченностью и целенаправленностью. Научные теории на деле только гипотезы, а гипотезы — научные мифы. Наука зиждется на аксиомах, которые могут быть несовместимы даже в пределах одной научной дисциплины. Например, евклидова и неевклидова аксиоматика в математике; в физике — аксиоматика волновая и корпускулярная; в астрономии — птолемеевская и коперниковская и т. д. Вся наука — вереница гипотез и мифов.

Таким образом, на основании анализируемой монографии можно сделать следующие выводы. Опоясание — символ *нравственности, культуры* и самого человека. Научное мышление мифологично. Наука — это знаковая система, «фантасмагория». Она отражает реальность только через посредство понятий или знаков — математических, физических, химических, эконометрических и т. д. символов, сами же эти понятия и знаки отражают не столько реальность, сколько ту *культурно-мировоззренческую* среду, в которой живет и творит ученый. В отношении знаково-символической природы науки наиболее показательна такая «чистая» наука, как математика. Основу математики составляет число; число — знак, символ, не связанный ни с какой реальностью, кроме реальности *интеллектуальной*. Математика — не теория вещей или их отношений, а теория символов — знаков и их отношений, «игра в бисер»; только в отвлеченной игре могли появиться и получить свое развитие такие «немыслимые вещи», как отрицательные, иррациональные и мнимые величины. Физика и химия также стремятся поставить мир явлений под контроль числа и с помощью понятий массы, силы, энергии, молекулы, атома и др. овладевают миром чувственного опыта. Это присуще любой сфере *научного и духовного творчества*. Математическая культура как часть общечеловеческой культуры не только является одной из ее составляющих, но и несет в себе печать ее многообразия и полноты. Поэтому исследование математической культуры можно рассматривать как многопараметрическую задачу.

Интересны взгляды Г. Вейля, изложенные в работе [46].

В работах, посвященных исследованию математической культуры [40, 105], авторами кроме ее базисных составляющих (математические знания, умения, навыки, свободное оперирование ими) вводятся в рассмотрение некоторые параметры. Такими параметрами в монографии Д. Икрамова [105] можно считать *математический язык* и *математическое мышление*. При этом автор под математической культурой понимает «систему математических знаний, умений и навыков, органически входящих в фонд общей культуры учащихся, и свободное оперирование ими в практической деятельности».

Под математическим мышлением, в основе которого лежат математические понятия и суждения, понимается «совокупность взаимосвязанных логических операций; оперирование как свернутыми, так и развернутыми структурами, знаковыми системами математического языка, а также способность к пространственным представлениям, запоминанию и воображению».

Термин «математический язык» употребляется «для обозначения всех основных средств, с помощью которых в устной или письменной форме выражается математическая мысль. Следовательно, в это понятие включаются логико-математические символы, графические схемы, чертежи, а также научные термины вместе с элементами естественного языка».

Г.М. Булдык в докторской диссертации [40] вводит понятие математической культуры экономиста, как «сформированной системы математических знаний и навыков и умения использовать их в разных условиях профессиональной деятельности в соответствии с целями и задачами». «Формирование математической культуры экономиста — это целенаправленно организованный и систематически осуществляемый процесс овладения математическими знаниями, умениями и навыками для осуществления профессиональной деятельности в соответствии с ее целями и задачами», — отмечает Г.М. Булдык. Алгоритмическая культура экономиста, по его определению, — это «сформированная методика составления и применения алгоритмов при решении различных задач в соответствии с их целями и содержанием».

В качестве параметров в работе Г.М. Булдыка можно выделить профессионально-педагогическую направленность обучения математике студентов-экономистов, алгоритмическую культуру экономистов, математическое мышление.

Из анализа упомянутых работ видно, как учет каждого из вновь введенных параметров углубляет определение математической культуры и открывает новые возможности формирования ее у школьников и студентов.

Философия образования. Рассматриваемое понятие обозначает область педагогических исследований на стыке наук о человеке [338]. В западном обществоведении это новое исследовательское направление возникло во второй половине XX века;

в 90-е годы XX века оно стало предметом обсуждения отечественных педагогов, философов, социологов.

Л.А. Степашко констатирует [338]: «Философия образования в развитии педагогической теории и практики призвана выполнять регулятивную функцию, задавать направление и границы исследовательских поисков. Она должна вписываться в культурную доминанту времени и тем самым способствовать выбору стратегий образовательных систем, адекватных позитивным тенденциям общественного развития, современным духовным исканиям человечества.

Исследования в области философии образования, связанные с интеграцией социологических, культурологических, философских, экономических, политических, биологических, психологических и других знаний, — необходимое условие преодоления известной изолированности современной отечественной педагогики от общих процессов культурно-научного и социального развития, серьезного повышения ее концептуально-теоретического уровня, существенного усиления ее роли и значения в определении перспектив образования, в разработке образовательных программ, проектов разного уровня и масштабов (от общероссийских до связанных с развитием отдельного образовательного заведения)».

Следует отметить, что в данной монографии термины «философия образования», «философия образования и воспитания» используются как идентичные.

Л.А. Степашко предлагает рассматривать «образование как социокультурный институт, способствующий экономическому, социальному, культурному функционированию и развитию, совершенствованию общественного организма через процессы специально организуемой целенаправленной социализации и инкультурации (в их диалектическом единстве) индивидов».

Таким образом, наряду с процессом социализации рассматривается процесс инкультурации индивида, т. е. оттеняется становление личности во взаимодействии с культурой данного социума.

«В трактовках процесса инкультурации, – пишет Л.А. Степашко, – существенно значим для философии образования акцент на формирование индивидуальной культуры как личностной системы качеств ума, характера, воображения, мотивации, самосознания, способов деятельности и других личностных образований индивида; понимание того, что в индивидуальной культуре личности заключены все возможности человека...».

При таком видении образования акцент, по словам Л.А. Степашко, смещается на «образовывание»: оттеняется цель создания внешних и внутренних условий для развития индивида в процессе освоения ценностей культуры; образовывание рассматривается как синтез обучения и учения, воспитания и самовоспитания, развития и саморазвития, взросления и социализации. Это дает основание рассматривать образование как многоуровневое образовательное пространство, создающее условия для саморазвития личности. Отсюда вытекает, что цель образования должна быть переориентирована с ранее доминировавшей социально-экономической структуры на социокультурный институт: его культурная функция, став приоритетной, будет соответствовать новым позитивным тенденциям социально-культурного развития, «ориентироваться на культурные доминанты современности, такие, как антропоцентризм и демократизм, гуманизм и духовность».

Поэтому *разработка концептуальных основ духовно-нравственного воспитания детей и юношества — одна из первостепенных задач философии образования.*

Актуальной задачей философии образования является также осмысление его «параметров», методологическое обоснование «мировых стандартов образования», не столько социально, сколько личностно ориентированных. *Обращенность к личности,* стремление удовлетворить ее разнообразные познавательные потребности, образовательные запросы — характерная особенность современных образовательных систем.

В связи с изложенным выше представляет интерес определение математического образования, сформулированное И.И. Мельниковым в докторской диссертации [182] и использованное в [183, 184]: «Под математическим образованием будем понимать учебно-воспитательный процесс, осуществляемый в ходе изучения математики на всех ступенях непрерывного образования, при котором происходит не только усвоение определенной совокупности математических знаний, умений и навыков, но и развитие мышления учащихся, формирование их нравственной и духовной культуры».

1.2. Психологические основы личностно ориентированного образования

В работе [336] В.И. Слободчиков констатирует: «В качестве психологических основ любого образования может и должна быть психология развития человека», разрабатывающая свое собственное представление о сущности человека, о ценности и смысле самого его бытия. Отсюда вывод: «Гуманитарные... науки должны строиться в первую очередь на аксиоматических (ценностных) основаниях».

«Самостоятельность, самобытность, самосознание, самодействие человека, его индивидуальность и уникальность... являются фундаментальными ценностями нашей христианско-европейско-русской культуры; именно они определяют смысл и содержание нашего образования, нашей деятельности, наших взаимоотношений и наших встреч друг с другом», — утверждает В.И. Слободчиков.

Обо всем этом кратко и красиво сказал великий А.С. Пушкин: «самостоянье человека — залог величия его».

По традиционным психолого-педагогическим представлениям, развитие человека ограничивается двумя трактовками: как естественный процесс — созревание и рост органических структур и изменение их функций и как искусственная, специально организуемая деятельность развивания — деятельность по формированию культуросообразных способностей.

В.И. Слободчиков указывает на необходимость «ввести особое, третье представление о «развитии вообще» как о кардинальном структурном преобразовании (преображениии) своей собственной самости». Речь должна идти «о саморазвитии — как фундаментальной способности человека становиться и быть подлинным субъектом своей собственной жизни»: способности превращать ее в предмет практического преобразования самого себя.

Далее В.И. Слободчиков утверждает, что *личностно ориентированное образование происходит во времени истории и в пространстве культуры*. Он вводит следующие понятия.

Образование — это всеобщая культурно-историческая форма становления и развития сущностных сил человека, его фундаментальных, родовых способностей.

Современная образовательная практика — это практика развивающего, личностно ориентированного, свободного образования.

Только с помощью личности педагога ориентированное образование способно стать личностно ориентированным.

1.3. Психология интеллекта

М.А. Холодная в работе [360], рассмотрев различные подходы в экспериментально-психологических теориях интеллекта (социокультурный, генетический, процессуально-деятельностный, образовательный, информационный, феноменологический, функционально-уровневый, регуляционный), предлагает свое определение интеллекта: «Интеллект... это форма организации индивидуального ментального (умственного) опыта».

Особенности способа организации ментального опыта предопределяют конкретные свойства интеллекта. Критерии развития интеллекта следует искать в особенностях индивидуального умозрения (в том, как человек воспринимает, понимает и объясняет происходящее).

Работа интеллекта позволяет человеку строить разные варианты «картины мира», которые могут быть представлены в индивидуальном ментальном опыте в терминах эмпирических наблюдений, теоретических обобщений или иррациональных описаний.

М.А. Холодная отмечает, что речь идет о ментальных репрезентациях происходящего, упорядоченных в соответствии с объективными характеристиками действительности. Даже современный сюрреализм, объявивший войну разуму и восставший против каких-либо организованных форм мировосприятия, — это не что иное, как попытка найти новую форму порядка и соответствующие ему нетрадиционные выразительные средства. Метафора Поля Элюара «земля синеет, словно апельсин» — это не свидетельство интеллектуальной анархии, вызванной игрой бессознательных ассоциаций и воображения, а указание на возможность иного уровня умственного видения мира.

В рамках подхода М.А. Холодной проблема интеллекта предстает как проблема индивидуализированного, объективированного, творческого ума. Человек разумен в той мере, в какой он интеллектуален. Имеющийся *уровень индивидуального интеллекта* — это результат его развития. Следовательно, интеллектуальное воспитание личности — реально выполнимая задача. Если, конечно, не замахиваться на уровень Эйнштейна или Канта, то при определенных усилиях со стороны родителей, школы и государства всем здоровым малышам, которые, по мнению Н.С. Лейтеса, являются интеллектуально одаренными априори, можно помочь стать умными взрослыми людьми.

Рассматривая учебник как интеллектуальный самоучитель, М.А. Холодная разработала психологические требования к конструированию учебных текстов.

В работах М.А. Холодной, а также Э.Л. Щербакова [371] рассматриваются определения коэффициента интеллекта, интеллектуальной одаренности, интеллектуального воспитания, интеллектуальных способностей и др. Остановимся на тех из них, которые в дальнейшем будут существенно использованы и (или) учтены.

Коэффициент интеллекта IQ — отношение умственного возраста (УВ) к хронологическому (ХВ), определяемое в психологии по формуле

$$\mathrm{IQ} = \frac{\text{УВ}}{\text{ХВ}} \cdot 100\,\%.$$

Чем больше баллов набирает испытуемый при решении тестовых задач по сравнению с нормой исполнения для своего возраста, тем выше его IQ.

Интеллектуальная одаренность — уровень развития и тип организации индивидуального ментального опыта, которые обеспечивают возможность творческой интеллектуальной деятельности, т. е. деятельности, связанной с созданием субъективно и объективно новых идей, использованием нестандартных подходов к решению проблем, открытостью инновациям и т. д.

Интеллектуальное воспитание — создание условий для совершенствования интеллектуальных возможностей каждого человека за счет обогащения его ментального опыта на основе индивидуализации учебного процесса и внешкольной (внеаудиторной) деятельности.

Интеллектуальные способности — свойства интеллекта, характеризующие успешность интеллектуальной деятельности в тех или иных конкретных ситуациях с точки зрения скорости и правильности переработки информации в условиях решения задач, разнообразия и оригинальности идей, темпа и качества обучаемости, выраженности индивидуализированных способов познания.

Индивидуальные стили — индивидуально-своеобразные способы постановки и решения проблем.

Мышление — одна из форм проявления интеллекта.

Следовательно, логическое, техническое, математическое, алгоритмическое и другие виды мышления, которые выше рассматривались как параметры в определении математической культуры, являются проявлением или частью такого объемного понятия, как интеллект. *Именно это обстоятельство будет учтено в новом определении математической культуры* (гл. 2 данной монографии).

В работе [371] Э.Л. Щербаков дает определение правильного мышления.

Правильное мышление — это мышление, не нарушающее законы логики. Их четыре. Закон непротиворечия: всякое высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Закон исключенного третьего: если есть два противоположных высказывания, то одно из них истинно, а другое ложно (третьего не дано). Закон тождества: термин в процессе рассуждения должен иметь один и тот же смысл. Закон достаточного основания: всякое высказывание должно быть обоснованным, и обоснование не должно быть избыточным. Но эти законы не являются достаточными для творческого мышления.

Э.Л. Щербаков считает, что интеллект выражает качественную сторону правильного мышления. Интеллект определяется быстротой принятия правильных решений в условиях дефицита или избытка информации.

В основе интеллекта, по мнению Э.Л. Щербакова, лежат семь свойств ума: счетная способность, речевая гибкость, речевое восприятие, пространственная ориентация, память, способность к рассуждению, быстрота восприятия информации. Чем больше развиты у человека эти качества, тем выше интеллект.

Вербальные тесты интеллекта — тесты, требующие от испытуемого умения раскрыть значения слов, строить суждения, выполнять операции с цифрами и буквами, математическими символами.

Невербальные тесты интеллекта — тесты, требующие умения выполнять определенные практические действия, оперировать рисунками, геометрическими и пространственными фигурами.

Обзор психологии интеллекта закончим словами М.А. Холодной: «Хотя наличие интеллекта, безусловно, не является гарантией личного и социального благополучия (горе от ума), его отсутствие обходится всем слишком дорого. Наше счастье в том, что действительно умных людей на самом деле все-таки много, и наше несчастье в том, что их слишком мало».

1.4. Дидактические, психолого-педагогические закономерности и принципы обучения в высшей школе

Общие закономерности и принципы. Учебный процесс в высшей школе, в том числе преподавание математики, имеет определенные закономерности и принципы.

В современной дидактике выделен целый ряд закономерностей и законов обучения. Так, в работе С.И. Архангельского [15] применительно к высшей школе, например, выделен закон единства обучения и воспитания.

В работах [13, 28, 32, 34, 61, 62, 89, 102] сформулированы такие закономерности, как

- обусловленность процесса обучения потребностями общества в высококвалифицированных специалистах широкого профиля, всесторонне развитых и творчески активных;
- взаимосвязь преподавания и восприятия в целостном процессе обучения;
- зависимость содержания обучения от его задач, отражающих в себе потребности общества;
- наличие межпредметных связей между циклами учебных дисциплин и между отдельными дисциплинами внутри данного цикла;
- взаимосвязь между учебной и научной деятельностью студента.

В учебном процессе высшей школы одной из важнейших является закономерность, касающаяся межпредметных связей. Особое значение при этом уделяется связи фундаментальных и профилирующих специальных дисциплин. Типичный пример межпредметных связей при подготовке инженеров — это связь курса математики с общетехническими и специальными курсами, так как математика является их основой.

Не менее важна в условиях высшей школы и закономерность, касающаяся взаимосвязи учебной и научной деятельности студента. Решая задачи профессионального характера при изучении фундаментальных дисциплин, студент уже так или иначе начинает творчески мыслить, а успешное научное творчество развивает его способности, совершенствует знания.

Требования, в основу которых положены наиболее важные закономерности, становятся *принципами обучения* — определенной системой исходных, основополагающих требований, выполнение которых обеспечивает необходимую эффективность обучения [368, 369, 372].

Примеры таких принципов:

1) принцип направленности обучения на решение во взаимосвязи задач образования, воспитания и развития;
2) принцип научности обучения;
3) принцип единства конкретного и абстрактного в обучении;
4) принцип сочетания различных методов, средств и форм обучения в зависимости от его задач и содержания.

Данные принципы реализуются как в учебном процессе в целом, так и в отдельных его компонентах.

В работе С.В. Плотниковой [218] отмечено, что специфическим принципом для высшей школы является *принцип прикладной и профессиональной направленности обучения*. Рассмотрим более детально его сущность.

Высшая школа всегда была и будет профессиональной по своей сути и назначению. Поэтому требование профессиональной направленности учебно-воспитательного процесса является ведущим для любого высшего учебного заведения, в том числе и технического университета.

Впервые принцип профессиональной направленности обучения в высшей школе был введен Р.А. Низамовым [201], однако не был обоснован. Необходимость такого обоснования была подчеркнута в ряде работ [98, 191]. Вопрос о принципе профессиональной направленности ставился и решался применительно к профессиональному образованию в работах [110, 136].

На профессиональную направленность в обучении существует два взгляда. Во-первых, под ней понимается система потребностей, мотивов, интересов и склонностей, выражающих отношение личности к будущей профессии. Принцип профессиональной направленности требует ориентации на воспитание отношения к профессии, определяемого социальным заказом на специалиста. В работах Н.В. Кузьминой, В.Н. Гинецинского [148], В.А. Сластенина [333], А.И. Щербакова [370] проблема формирования профессиональной направленности рассматривается применительно к педагогическим специальностям. Для специальностей технического вуза эта проблема детально рассматривается в диссертационной работе А.Б. Каганова [110]. Исходная гипотеза состоит в том, что систематическое ознакомление студентов с их общей профессиональной деятельностью и встречи с лучшими представителями выбранной специальности интенсифицируют процесс формирования профессиональной направленности.

Экспериментальные данные показали, что эта гипотеза не охватывает всех условий, необходимых для успешного формирования у студентов профессиональной направленности. Поэтому первоначальная гипотеза была дополнена. А.Б. Каганов выделяет шесть групп факторов, влияющих на процесс формирования профессиональной направленности студента, однако большинство их лежит вне учебного процесса, а то, что входит в эти рамки, носит скорее декларативный характер. В результате практические выводы касаются лишь организации работы кураторов и воспитывающего профессионального обучения.

Другой взгляд на профессиональную направленность образования состоит в том, что рассматривается содержание образования, проблемы его построения. Одно из первых обоснований включения этой стороны профессиональной направленности в виде самостоятельного принципа было дано А.Я. Кудрявцевым в работе [136] (применительно к профтехучилищам). Было показано, что имеются существенные различия между принципом профессиональной направленности и общим принципом связи теории с практикой. Реализация первого принципа не противоречит второму, однако принцип профессиональной направленности ориентирует не только на связь с производственным обучением, он требует включать и теоретическое обучение, а также организацию межпредметных связей общепроизводственных и специальных дисциплин, использование профессионального обучения в учебном процессе по общеобразовательным предметам.

Более широкий анализ принципа профессиональной направленности был проведен М.И. Махмутовым [179, 180]. По своей методологической форме данный принцип в работе [180] определяется как вид взаимосвязи социальной и технической стороны труда в структуре образования, построенный с учетом формирования профессиональной направленности как ведущего свойства личности. Реализация принципа профессиональной направленности разрешает противоречие между целостностью личности и профессиональностью, между теоретическим характером общеобразовательных и общетехнических знаний, политехнических умений и всесторонним развитием личности, с одной стороны, и конкретно-практическим характером знаний, умений, связанных с будущей профессией, т.е. с профессионализацией, — с другой [104].

М.И. Дьяченко и Л.А. Кандыбович, исследуя психологические аспекты проблемы профессионализации обучения, приходят к следующему выводу: «Формировать профессиональную направленность у студентов — это значит укреплять у них положительное отношение к будущей профессии, интерес, склонности и способности к ней, стремление совершенствовать свою квалификацию после окончания вуза, удовлетворять свои основные материальные и духовные потребности, постоянно занимаясь избранным видом профессионального труда, развить идеалы, взгляды, убеждения, престиж профессии в собственных глазах будущего специалиста» [94].

По мнению В.И. Загвязинского и Л.И. Гриценко, принцип профессиональной направленности заслуживает серьезного рассмотрения «при условии его широкого использования как ориентира на подготовку разносторонне развитого и общественно активного специалиста» [99].

Таким образом, обобщая сказанное выше, можно утверждать, что принцип профессиональной направленности отражает ориентированность общего образования, профессионального образования и личности на конкретную профессию.

Проблеме профессиональной направленности обучения уделяется значительное место в методических исследованиях.

Ю.А. Кустов в работе [155] подчеркивает, что профессиональная направленность, являющаяся ведущим принципом, отражающим конечную цель педагогического процесса в профессиональных учебных заведениях, диктует следующие единые для всех звеньев специального образования требования к системе преемственности:

- специальность должна быть тем каркасом, на котором строится вся разносторонняя подготовка квалифицированных рабочих;
- профессиональная подготовка в профтехучилищах и технических вузах должна вестись непрерывно и одновременно в тесном взаимодействии с общетеоретическими и общетехническими дисциплинами;

– при этом взаимосвязь между общетеоретическими, общетехническими и специальными курсами должна осуществляться так, чтобы ни один из них не попадал в подчинение к другому.

Профессиональной направленности математической подготовки в средних специальных учебных заведениях посвящена работа Н.Н. Лемешко [158]. Проблему профессионально-педагогической подготовки студентов — будущих учителей математики в педагогическом вузе рассматривает А.Г. Мордкович в работе [192], где отражены различные стороны деятельности преподавателей педвузов и студентов, способствующей достижению высокого уровня профессионального становления.

В работе [192] разработана концепция профессионально-педагогической направленности обучения будущих учителей специальным дисциплинам. Эта концепция опирается, в свою очередь, на три фундаментальные:

1) методологическую концепцию диалектического единства теории и практики;

2) педагогическую концепцию развивающего обучения (теорию Л.С. Выготского, заключающуюся в том, что обучение всегда должно опережать уровень достигнутого развития, стимулировать его);

3) психолого-педагогическую концепцию обучения деятельности.

Краеугольным камнем современной педагогики и психологии является концепция деятельности. Ее суть состоит в том, что развитие психики определяется реальной деятельностью, которая связана с окружающей действительностью. Эта концепция служит базой современной теории активного обучения, она наиболее универсальна и перспективна для педагогики высшей школы. Согласно деятельностному подходу, главная задача обучения состоит в формировании рациональных приемов познавательной деятельности, которые с самого начала включают в себя заданную систему знаний учителя. А это и есть часть единого процесса профессионального воспитания будущего учителя математики, так как проектируемые свойства личности зависят от характера той деятельности, в процессе которой они формируются [341].

Профессиональная подготовка студентов должна осуществляться в следующих направлениях: мировоззренческом, психолого-педагогическом, узкоспециальном, методическом. Данные направления должны пронизывать практику преподавания всех дисциплин, изучаемых в вузе, на протяжении всего периода обучения.

Развивая концепцию профессионально-педагогической направленности обучения, А.Г. Мордкович выделяет в ней четыре составляющие: 1) принцип фундаментальности, 2) принцип бинарности, 3) принцип ведущей идеи и 4) принцип непрерывности.

Применительно к изучению математических дисциплин принцип фундаментальности выражает необходимость серьезной, солидной математической подготовки с учетом нужд приобретаемой педагогической профессии: «...необходима фундаментальная математическая подготовка учителя, обеспечивающая ему действенные математические знания в пределах, далеко выходящих за рамки школьного курса математики, и универсальность в овладении им различными математическими учебными предметами в школе, но эта фундаментальность является не целью, а средством подготовки учителя...» [192].

Принцип бинарности предполагает объединение общенаучной и методической линий в обучении студентов. Это принцип обязывает преподавателей математических дисциплин в педвузе довести до сознания студента современное истолкование всех основных понятий, утверждений и методов школьного курса математики. Речь идет о том, чтобы при выборе методов обучения преподаватель педвуза отдавал предпочтение тем методам, которые студент будет использовать в своей будущей педагогической деятельности.

Принцип ведущей идеи означает, что при рассмотрении конкретного материала математического курса на первый план должна быть выдвинута идея его связи с соответствующим школьным разделом.

Согласно принципу непрерывности, в течение всего времени обучения математические курсы должны участвовать в процессе постижения студентом педагогической деятельности. Одним из эффективных путей профессиональной адаптации является, по мнению А.И. Щербакова, перевод студентов с первых дней их обучения в институте с позиции школьника на позицию учителя [370, с. 82–84]. Именно на это и направлен принцип непрерывности.

Принцип бинарности является доминирующим при выборе методов обучения, принцип фундаментальности и принцип ведущей идеи — при выборе содержания обучения, принцип непрерывности — при выборе форм и средств обучения [192, с. 82].

Предложенная А.Г. Мордковичем концепция дает возможность рассматривать профессиональное образование студентов в педагогических вузах при обучении разным предметам с различных позиций. В направлении разработки всех основных математических курсов в соответствии с концепцией профессионально-педагогической направленности обучения проделана большая работа. Это работы В.В. Андреева [8], М.В. Бородиной [37], А.Е. Мухина [195] и др. Все эти работы посвящены проблеме профессионально-педагогической подготовки будущего учителя математики в период вузовского изучения курсов математического анализа, алгебры, теории чисел и геометрии.

Выше уже указывалось, что в диссертационных исследованиях Г.А. Бокаревой [35], С.И. Федоровой [353], С.В. Плотниковой [218], Н.В. Чхаидзе [363], Р.П. Исакова [108], А.Г. Головенко [75], Р.П. Исаевой [107] и др. выделен специфический для высшей школы принцип прикладной и профессиональной направленности обучения, в частности обучения математике.

Психолого-педагогические аспекты преподавания математики в технических университетах

Психология абитуриента технического университета

Специфика психологических проблем профессионального выбора определяется нестабильной ситуацией в стране, необходимостью освоения нового социально-экономического опыта. С одной стороны, появившиеся в связи с переходом к рыночной экономике новые профессии не имеют еще корней в профессиональной культуре нашего общества. С другой стороны, происходит болезненный процесс ломки стереотипов традиционных форм профессионализации, которые также претерпевают изменения в современных условиях.

Важным является и то, что образ профессии как когнитивное и эмоциональное образование в определенной мере меняет систему общих ориентиров в общественном и индивидуальном сознании людей. Раньше идеальный образ профессионала во многом был связан с конкретными людьми и их профессиональной биографией, их определенными профессиональными ценностями (иногда это был собирательный образ, но он обладал той конкретностью, которая способствовала процессу идентификации). В настоящее время «идеальный образ профессионала» может быть заменен на «идеальный образ жизни» (американский, европейский, новых русских и др.). Неопределенность ценностных представлений о самой профессии смещает ориентиры на выбор предпочитаемого, желаемого образа жизни с помощью профессии. То есть профессия уже выступает как средство для достижения этого образа жизни, а не как его существенная часть.

Все это приводит к растерянности педагогов, школьных психологов, родителей, пытающихся оказать помощь учащимся, которые либо находятся в состоянии неопределенности, либо сделали свой сомнительный и примитивный профессиональный выбор [229].

Количество абитуриентов технических вузов сознательно и увлеченно выбравших свою будущую профессию, оказывается небольшим, да и часть из них идеализируют свою профессию, не представляют, каким объемом знаний, в том числе и по фундаментальным дисциплинам, они должны овладеть.

Другие же абитуриенты делают выбор либо в силу инертности характера, изменив своим увлечениям (под нажимом родителей, друзей, близости вуза к дому, освобождения от армии), либо в силу полного безразличия к такому выбору и тем более не представляют всей сложности процесса обучения в техническом вузе с усиленной физико-математической подготовкой.

Эта начальная стадия становления профессионала — выбор профессии — оказывает определяющее влияние на всю его жизнь.

Американские исследователи показали, что удачно выбранная профессия повышает самоуважение и позитивное представление человека о себе (R. Dore, M. Meachum; E. Erickson; M. Kalanidi, P. Deivasenapathy), сокращает число физических и психических проблем, связанных со здоровьем (A. Portigal) и усиливает удовлетворенность жизнью (N. Schmitt, P. Mellon). Безусловно, адекватность выбора и уровень освоения профессии влияют на все стороны и общее качество жизни. Поэтому так важно для человека, вступающего в мир профессий, сделать правильный выбор.

Саморазвитие профессионала

Мир профессий чрезвычайно динамичен и изменчив. Ежегодно появляется около 500 новых профессий. Вместе с тем многие профессии сегодня «живут» лишь 5–15 лет, а затем либо «умирают», либо меняются до неузнаваемости. Во-вторых, особенностью современного мира профессий является то, что на смену монопрофессионализму приходит полипрофессионализм. Это значит, что человеку надо овладевать не одной профессией, а несколькими смежными. И в-третьих, сам человек не есть нечто застывшее и «намертво» связанное с профессией. В течение жизни может появиться желание или необходимость изменить профессию или квалификацию. А для этого необходимо быть готовым к тому, что знаний и умений, полученных в период обучения, не хватит на все время трудовой жизни. Человеку в течение жизни не раз придется переучиваться, заниматься самообразованием, самовоспитанием. Да и одна из главных общих идей современного профессионального обучения состоит в развитии заинтересованности учащихся и потребности в самоизменении. Превращение ученика в субъекта, заинтересованного в самоизменении и способного к нему, а затем превращение специалиста в профессионала характеризует главное направление развития учащегося в процессе профессионального обучения. Обеспечить условия для такого превращения — основная цель новой профессиональной школы, принципиально отличающаяся от цели традиционной школы — подготовить учащегося к выполнению конкретных функций в профессиональной жизни. Не ставится под сомнение приоритетность знаний профессионала, но на современном этапе развития общества этого уже недостаточно. Здесь, вероятно, имеет смысл развести два понятия: специалист и профессионал.

Профессионал, в отличие от специалиста, является субъектом профессиональной деятельности, а не просто носителем совокупности знаний и умений. Он владеет профессией в целом, удерживает ее предметность в многообразных меняющихся ситуациях, способен к построению своей деятельности, ее изменению и развитию. Иными словами, он способен к *саморазвитию*.

Под саморазвитием в психологии понимается активное качественное преобразование человеком своего внутреннего мира. Саморазвитие лежит в основе профессионального развития как динамического и непрерывного процесса самопроектирования личности. При этом природное и общественное, биологическое и социальное — прежде всего, *предпосылки*, а главным фактором профессионального развития, по мнению Л.М. Митиной и др. [229], является внутренняя среда личности, ее активность, потребность в самореализации.

Интегральные характеристики личности — профессиональная направленность, профессиональная компетентность и эмоциональная (поведенческая) гибкость — являются психологической основой, необходимой во всех профессиональных видах деятельности.

Профессиональная направленность — система эмоционально-ценностных отношений, задающих соответствующую их содержанию иерархическую структуру доминирующих мотивов личности и побуждающих личность к их утверждению в профессиональной деятельности.

Профессиональная компетентность включает знания, умения, навыки, а также способы и приемы их реализации в деятельности, общении, развитии (саморазвитии) личности. Другими словами, это гармоничное сочетание элементов деятельностной и коммуникативной подструктур (культура общения, навыки социального поведения).

Эмоциональная гибкость — оптимальное сочетание эмоциональной уступчивости и эмоциональной экспрессивности, чуткости, отзывчивости.

Фундаментальным условием развития интегральных характеристик личности профессионала является повышение уровня профессионального самосознания.

По С.Л. Рубинштейну [326], проблема самосознания есть прежде всего проблема определения своего способа жизни. Предельно обобщая, можно выделить два способа существования человека. Первый из них — это жизнь, не выходящая за пределы непосредственных связей человека. Здесь весь человек находится внутри самой жизни: всякое его отношение — это отношение к отдельным явлениям, а не к жизни в целом. Второй способ существования связан с появлением ценностно-смыслового определения жизни.

Положение С.Л. Рубинштейна о двух способах жизни послужило методологической основой для построения (Л.М. Митиной и др.) двух моделей профессионального труда: модели адаптивного поведения, в основе которой лежит первый способ существования человека, и модели профессионального развития, основанной на втором способе.

При *адаптивном поведении* в самосознании человека доминирует тенденция к подчинению профессиональной деятельности внешним обстоятельствам в виде выполнения предписанных требований, правил, норм. Имеются в виду процессы подчинения среды исходным интересам человека. В деятельности специалист, как правило, руководствуется постулатом экономии сил и пользуется, главным образом, наработанными алгоритмами решения профессиональных задач, проблем, ситуаций, превращенными в штампы, шаблоны, стереотипы.

В модели *профессионального развития* человек характеризуется способностью выйти за пределы непрерывного потока повседневной практики, увидеть свой труд в целом и превратить его в предмет практического преобразования. Такое качество дает ему возможность стать хозяином положения, полноправным конструктором своего настоящего и будущего. Это позволяет внутренне принимать, осознавать и оценивать трудности и противоречия разных сторон профессионального труда, самостоятельно и конструктивно разрешать их в соответствии со своими ценностными ориентациями, рассматривать трудность как стимул дальнейшего развития, как преодоление собственных пределов.

Результаты проведенных экспериментальных исследований убедительно показали, что модель адаптивного поведения специалиста является в настоящее время типичной для нашего общества и неконструктивной на всех стадиях профессионального функционирования.

Высокий уровень профессионального развития выявлен у незначительного числа (12–18%) профессионалов с большим стажем работы.

Выявлено также, что стратегия профессионального пути во многом определяется стадией выбора профессии и подготовки к ней: как правило, осознанный и самостоятельный выбор приводит к стратегии профессионального развития, а случайный, неосознанный и несамостоятельный — к стратегии адаптивного поведения специалиста.

Современные условия жизни общества требуют смены стратегии профессиональной адаптации на стратегию профессионального развития. Обществу нужен профессионал, знающий свое дело, способный самостоятельно принимать решения и нести ответственность за эти решения, за себя, за других, за страну, умеющий рисковать, искать, творить, созидать [229].

Психология студента технического университета

Способ выбора профессии абитуриентом существенно сказывается на качестве обучения студента.

Если будущая профессия выбрана осознанно, то у студента есть сильная *мотивация*. А «сильная мотивация рождает сильную волю» [229]. Такой студент преодолеет все трудности, возникающие на пути изучения фундаментальных дисциплин, если поймет, что они необходимы для овладения профессией.

При неосознанном выборе профессии, тем более сопровождающемся нелюбовью, в частности, к абстрактной науке математике, студент технического университета попадает в условия неопределенности с точки зрения наличия мотиваций. Выбраться из этой ситуации ему смогут помочь либо чуткий, умеющий увлекать своим предметом педагог, либо чуткие родители или другие факторы, без которых он обречен быть неуспевающим студентом.

Итак, наличие профессиональной мотивации, активности студента и благоприятных условий в процессе обучения способствуют повышению качества приобретаемых им знаний, умений и навыков.

Но заинтересованность студентов в своей будущей профессии часто порождает недооценку важности получения фундаментальной физико-математической подготовки. Поэтому перед кафедрами высшей математики технических вузов остро стоит проблема повышения студенческой заинтересованности в изучении математики.

Психология преподавателя математики технического университета

Профессиональные (математические) знания, эрудиция — необходимое, но не достаточное условие для преподавания математики в техническом университете.

Преподаватель математики, как любой педагог высшей школы, должен иметь в виду прежде всего следующие психологические моменты [83, 371].

• Преподавательские усилия реализуются по формуле трех «П»: помнит — понимает — применяет. Эту формулу выражают в виде дидактического треугольника (рис. 1.1).

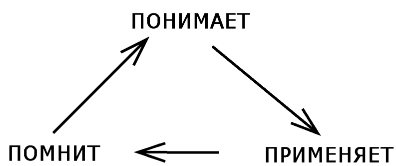


Рис. 1.1. Дидактический треугольник

Разрыв любой из сторон этого треугольника делает познания малоэффективными. Например, студент усвоил понятия «электронная проводимость» в физике и «валентные электроны» в химии, но не понимает, что это те же самые электроны; не понимает, что производная в математике определяет мгновенную скорость движения материальной точки в физике и производительности труда в экономике.

Формула трех «П» дает надежные критерии в оценке знаний студентов: наличие всех трех звеньев позволяет ставить высшую оценку.

• Реализация формулы трех «П» зависит от сочетания трех факторов: правильной мотивации студента; достаточной концентрации его внимания; хорошей организации учебного материала.

• Существенным для восприятия материала лекции студентами является темп речи преподавателя. Оптимален темп не выше 60–80 слов в минуту, если студенты не записывают, а просто слушают. Для записи темп должен быть гораздо ниже, иначе получится ситуация, нарисованная одним остроумным студентом: «Слушать его интересно, но зафиксировать не успеваешь, это какой-то вихрь. Все равно, что пить из брандспойта — вода хлещет, а глотнуть невозможно». Замечено, что если фразы содержат не более 11–12 слов, то смысл высказывания улавливается большинством студентов; оптимальны для понимания фразы не более чем из 7 слов.

• При организации учебного процесса необходимо учитывать, что человек усваивает 10 % того, что слышит, 50 % того, что видит, и 90 % того, что делает сам.

• Изображение материала на доске должно быть аккуратным и красивым.

• Следует учитывать, что полученные знания могут быстро забываться (т. е. нужно проводить различные виды контроля, организовать самоконтроль, использовать и другие методы).

• Целесообразен индивидуальный подход в обучении (способность педагога строить учебный процесс не «от себя», а от личности студента), т. е. умение найти духовный контакт со студентом с учетом своеобразия его психического склада, стиля мышления, уровня развития, мотивов обучения и т. п.

• Главная функция образования — приобщение к культуре сознания (потребности, нормы, способности) и бытия (деятельность, хозяйствование, взаимодействие с природой).

• Педагогические технологии реализуются по следующей схеме: цель — содержание — метод. Они формируют тип мышления, тип сознания, осуществляют приобщение к культуре.

Кроме того, преподавателю математики в техническом университете целесообразно учитывать аспекты, связанные со спецификой непрофилируюшей дисциплины — математики и психологией студентов в таких вузах:

— необходимость повышать мотивацию студентов к изучению математики и искать пути для концентрации их внимания, особенно при доказательстве теорем;

— введение оптимальной доли гуманитарной направленности на лекциях по математике (историческая справка; комментарии по поводу современного состояния политики, экономики, искусства, культуры; юмор);

— увеличение доли самостоятельной и творческой работы студентов на семинарских занятиях и во внеаудиторное время.

Преподаватель является проводником культуры духовной, профессиональной, общечеловеческой. Его педагогические технологии и модели общения для обучающихся — образцы, которые они, усвоив, понесут в социум, где будут их тиражировать. Поэтому велика ответственность преподавателей и значимость педагогических технологий для социальных процессов.

1.5. Краткий экскурс в историю зарождения математической культуры и образования в России

Характеристика современного состояния математического образования и математической культуры в России, и в технических вузах в частности, невозможна без анализа истории этого вопроса. Многие историки математики занимались исследованиями математического образования в России. Отметим наиболее значительные из таких работ.

Первым русским исследователем в этой области, как отмечается в работе [224], стал В.В. Бобынин. Ему принадлежат такие фундаментальные работы, как «Состояние математических знаний в России до XVI в. (1884 г.), «Очерки истории развития физико-математических знаний в России. XVII столетие» (1890 г.) и значительное количество статей. Большую ценность имеет составленная В.В. Бобыниным «Русская физико-математическая библиография» (1886–1890 гг.), в которой указаны все печатные источники (даже старинные календари) с начала книгопечатания в России — с 1578 по 1816 г. С 1884 г. он становится издателем журнала «Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем», затем издает новый журнал «Физико-математические науки в ходе их развития» (до 1904 г.). Эти журналы содержали статьи по истории и философии математики, библиографические очерки, научную информацию, автором большинства из которых был сам В.В. Бобынин. Своей деятельностью В.В. Бобынин внес неоценимый вклад в историю становления математической культуры в России.

В последней четверти XIX и начале XX века появляются работы, в которых дается глубокий анализ истории отечественного образования, в том числе математического. Среди них особенно выделяются «Очерки по истории систем народного просвещения в России в XVIII–XIX вв.» С.В. Рождественского (1912 г.), причем отчетливо проявляется тенденция к обобщениям, т. е. описанию истории не одного отдельно взятого учебного заведения, а целой области профессионального или общего образования.

С началом первой мировой войны исследования по истории образования, в том числе математического, практически прекращаются.

В 40–50 гг. XX века наблюдается всплеск интереса к истории отечественной математики и математического образования. Наиболее значительные исследования принадлежат Б.В. Гнеденко («Очерки по истории математики в России») и А.П. Юшкевича («Математика и ее преподавание в России XVII–XIX вв.»).

В эти годы начинает издаваться серия «Историко-математические исследования» (первый выпуск в 1948 г.), в которой регулярно публикуются работы, прямо или косвенно связанные с историей отечественного математического образования. К ним принадлежат исследования В.П. Зубова, И.Г. Спасского, Л.Е. Майстрова, Р.А. Симонова, посвященные различным аспектам истории математики Древней Руси и характеризующие уровень математического образования эпох.

В цикле работ Ю.А. Белого, К.И. Швецова, Л.Е. Майстрова, С.В. Назарьева и др. анализируются учебники математики XVIII–XIX веков. Интересны работы, опубликованные в серии «Труды Института истории естествознания»: А.П. Юшкевича — об Эйлере; И.Я. Депмана и С.Е. Фель — об учебнике геометрии Я.В. Брюса.

В 1967 г. И.К. Андронов, специально занимавшийся методико-математическими проблемами, издал первую в отечествоведении книгу, посвященную истории отечественного математического образования, но она касается развития советской школы.

Значительно богаче литература по персоналиям, посвященная педагогической деятельности выдающихся зарубежных и отечественных математиков, ученых, занимавшихся проблемами математического образования. В числе их нужно отметить следующие: Кулябко Е.С. «Педагогические воззрения Леонарда Эйлера» (1958 г.); «Михаил Васильевич Остроградский. Педагогическое наследие» (1961 г.); Майстров Л.Е. «М.В. Ломоносов и „Арифметика Магницкого“» (1976 г.); Денисов А.П. «Н.Г. Курганов — выдающийся русский ученый и просветитель XVIII в.» (1961 г.); Лысенко В.И. «Николай Иванович Фусс» (1975 г.) и др.

Выпущенная в свет в 1994 г. И.И. Бавриным и Е.А. Фрибусом книга «Старинные задачи» [22] дает возможность благодаря богатой коллекции старинных задач различных веков и стран проследить развитие математики, математического образования и мировой математической культуры (задачи Древнего Египта, Вавилона, Древней Греции, Древнего Китая, Древней Индии, стран ислама, народов Европы и нашего отечества).

Нестареющие отечественные задачи предваряются эпиграфом из текста Л.Ф. Магницкого и сопровождаются историческими комментариями, из которых следует, что первые сведения о развитии математики на Руси относятся к IX–XII векам.

В Древней Руси времени Ярослава Мудрого (978–1054) уже существовали общеобразовательные школы. Ценные сведения о математических знаниях содержатся в своде древнерусского права «Русская Правда» и в памятниках духовного содержания — «Книге святых тайн Еноха», «Шестодневе», «Толковой Палее» и др.

Старинная народная задача, задача Кирика Новгородца, первого русского математика, диакона Новгородского Антониева монастыря, написавшего в 1136 г. сочинение «Учение имже ведати человеку числа всех лет», задачи из книг новгородских писцов (XV век), из «Счетной мудрости», из рукописей XVI, XVII веков, из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого (XVIII век), задачи Христиана Гольдбаха — члена Петербургской академии наук, Леонарда Эйлера (XVIII век) и даже Л.Н. Толстого, который «горячо ратовал за развитие мыслительной деятельности детей, за индивидуальный подход в обучении, особенно арифметике», и другие задачи, приведенные в этой замечательной книге, — яркие образцы российской математической культуры.

В историко-математическом очерке «Основные этапы развития математики», составленном известным математиком и педагогом М.Я. Виленкиным, рассмотрены четыре периода ее развития.

Период зарождения математики, начавшийся с древнейших времен и закончившийся в VII–V веках до н. э. Это время накопления фактического материала, связанного с потребностями хозяйственной жизни. В этот период формируются три основных понятия — число, величина и геометрическая фигура. В древнеегипетских папирусах и древневавилонских клинописных табличках содержатся правила выполнения арифметических действий, методы их решения и вычисления геометрических величин.

Период математики постоянных величин (элементарной математики) начался в VII веке до н. э. и закончился в XVII веке н. э. Основное достижение этого периода — возникновение и развитие понятия о доказательстве. Созданный греческим ученым Фалесом из Милета метод логического доказательства математических утверждений был развит и усовершенствован учеными пифагорийской школы (VI–V века до н. э.).

Выдающуюся роль в формировании математики как теоретической науки сыграла знаменитая книга Евклида «Начала».

В V веке до н. э. центр математических исследований сместился на восток — в Индию, Китай и арабские страны. Индийские математики ввели понятие нуля, отрицательных чисел, проводили исследования по комбинаторике. Основная заслуга арабских математиков — развитие тригонометрии и создание новой области математики — алгебры.

С начала XIII века возрождаются математические исследования в Европе. В XVI веке итальянские математики получили формулы для решения уравнений третьей и четвертой степени.

В XVII веке в трудах французских и английских математиков (Виета, Декарта и др.), появляются комплексные числа.

Третий период развития — математика переменных величин начинается с работы французского математика Р. Декарта, в которых он ввел понятие переменной величины.

В конце XVII века немецким математиком и философом Г. Лейбницем вводится понятие функции. И. Ньютон и Г. Лейбниц создали основы дифференциального и интегрального исчисления. Они и их ученики развили аппарат математического анализа.

В XVIII–XIX веках появляются уравнения в частных производных, вариационное исчисление. Важную роль в этих исследованиях сыграли работы Л. Эйлера.

В XIX веке большой вклад в теорию вероятностей и в другие важнейшие разделы математики сделали русские ученые П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов и др.

Современный период развития математики начинается с открытия Н.И. Лобачевским и независимо от него венгерским ученым Я. Больяи неевклидовой геометрии.

Работы Б. Римана открыли неограниченное разнообразие геометрических пространств и были позднее использованы в теории относительности.

Глубокие сдвиги произошли в алгебре (введены группы, кольца, поля, решетки и т. д.) и в математическом анализе (теория функций комплексного переменного, теория интеграла и рядов Фурье, теория множеств).

Важной вехой в развитии теории вероятностей является создание аксиоматики этой науки А.Н. Колмогоровым.

Изобретение быстродействующих машин привело к возникновению новых отраслей математики — теории кодировании, теории информации, теории алгоритмов, теории автоматов.

В серьезном исследовании Т.С. Поляковой [224] по истории отечественного школьного математического образования, в котором затрагивается и история высшей школы, приведена классификация развития отечественного математического образования по девяти этапам.

Первый этап — зарождение математического образования, начавшийся со времен Киевской Руси (X–XI века) и закончившийся в XVII веке, носит латентный характер, проявляясь лишь в редких сохранившихся, в основном письменных, источниках, лишь косвенно подтверждающих наличие образования.

Второй этап — становление отечественного математического образования — охватывает весь XVIII век; он начинается с указа Петра I об основании Математико-навигацкой школы (1701 г.) и кончается реформами в глобальной образовательной системе России (1804 г.).

В конце XVII века Петр I приступил к организации первой в России образовательной системы — национального государственного профессионального образования, сделав приоритетом военно-техническое направление. Понадобилась твердая воля главы государства и неуемная энергия и верная служба передовой идее его сподвижников (Я.В. Брюс, Феофан Прокопович), чтобы заложить основы образовательной системы, собрав воедино начальные ее ростки.

Феофан Прокопович — первый отечественный преподаватель математики первого высшего учебного заведения Киево-Могилянской академии в начале XVIII века. Он преподавал философию, арифметику, геометрию и физику; был выдающимся церковным общественным деятелем, ученым и поэтом, способствовавшим распространению образования в России, в том числе и математического. С первым высшим учебным заведением России связаны имена Л.Ф. Магницкого, автора знаменитой «Арифметики», великого М.В. Ломоносова, постигавшего математику по «Арифметике» Магницкого.

При Петре I были заложены основы профессионального образования; в начале XVIII века созданы Математико-навигацкая, Инженерная, Артиллерийская школы, Горное училище.

Петр I понимал великую роль математики в военно-техническом обучении. С 14 лет он сам увлекся математикой и владел ею в объеме, необходимом для квалифицированного инженера, архитектора и навигатора своего времени. Оценить роль математики в современном ему обществе помогло Петру I также личное знакомство с Лейбницем.

Итак, при Петре I были основаны две образовательные системы: профессиональная (ведущая) и массовая (цифирные школы). Существенная особенность обеих систем — доминантный характер математического образования.

Для этого периода характерно создание методической школы Эйлера, во многом предопределившей дальнейшее развитие математического образования в России. Великий Эйлер предложил сочетать математическую строгость, доказательность с простотой и ясностью изложения, с различными приложениями.

Третий этап — создание российской модели классической системы школьного математического образования в качестве подсистемы гимназической образовательной системы. Он начался образовательными реформами 1804 года и завершился во второй половине XIX века. Классическая система школьного математического образования имела международный характер, ей была присуща четкая дифференциация: по возрастным (начальное, среднее и высшее математическое образование) и содержательным уровням (в начальной и средней школе — элементарная математика, в высшей школе — высшая математика); в средней школе был установлен четырехпредметный цикл — арифметика, алгебра, геометрия и тригонометрия.

Четвертый этап — реформирование классической системы школьного математического образования (60-е гг. XIX века — 1917 г.) начался с осознания дефектов классической системы; в школьное обучение внедрялись новые математические идеи: методическая модернизация курса арифметики, введение функциональных идей, элементов математического анализа и основы теории вероятностей в курс алгебры, реконструкция курса геометрии с помощью идеи движения и основ аналитической геометрии. Эти процессы реформирования были неотъемлемой частью международного движения. Апофеозом реформаторских построений стали I и II Всероссийские съезды преподавателей математики (1911, 1914 гг.), съезды естествоиспытателей.

Пятый этап — поиск новых моделей математического образования (1918–1931 гг.), в основном неудачный, но сопровождавшийся позитивным «процессом ликвидации математической безграмотности» (лабораторно-бригадный метод, метод проектов); было введено комплексное преподавание, предполагавшее отказ от систематического изучения основ наук, в том числе математики. Это повлияло на качество программ и учебников: программы подвергались механической «разгрузке», учебники предельно упрощались. Эти новации значительно снизили уровень математической подготовки выпускников школы и, как следствие, высшей школы.

Шестой этап — реставрация отечественных традиций, создание советской модели классического математического образования (1931–1964 гг.). Восстанавливалось предметное преподавание основ наук в школе, создавались стабильные программы, в том числе по математике, вводились стабильные учебники, преимущественно в виде откорректированных учебников математики дореволюционной школы.

В 40–50-е гг. советская система классического школьного математического образования совершенствовалась и достигла наиболее оптимальной эффективности. Во всем мире признавалось, что одной из важнейших причин успехов советской науки и техники была советская модель образования, в которой ведущие позиции занимала математическая составляющая. Однако ресурс классической системы школьного математического образования к 1960-м гг. был исчерпан: оно все более отдалялось от развития современной математики, не было связано с бурно развивающейся информатикой и вычислительной техникой, не учитывало новейших достижений педагогики и психологии.

Седьмой этап — реформа советской модели классического образования (1964–1982 гг.). В 1964 г. на совещании по проблемам школьного математического образования под эгидой Министерства просвещения РСФСР с основным докладом выступил академик А.Н. Колмогоров. С 1967 г. в школу вводятся новые программы, основой которых стали теоретико-множественные представления и идея отображений; в старших классах введены элементы математического анализа, факультативные курсы математики. Основным недостатком этой реформы была поспешность введения новых программ и новых учебников без экспериментальной проверки.

По решению комиссии, возглавляемой Л.С. Понтрягиным, «колмогоровские» учебники геометрии были изъяты из обращения, внесены существенные коррективы в другие учебники математики, пересмотрены программы.

С 1982 г. начинается *восьмой этап* в отечественном школьном математическом образовании — период контрреформ, который не только приостановил прогрессивные тенденции, наметившиеся еще в начале XX века, но и во многом был движением вспять. Однако некоторые прогрессивные идеи сохранились — введение начал математического анализа, понятия вектора, функции, движения.

Современный, *девятый этап* развития математического образования, начавшийся с 1991–1992 гг., характеризуется кардинальными изменениями, связанными с отказом от концепции единообразия отечественной школы, что привело к распаду образовательной моносистемы советского периода. Появилась многовариантность систем, сосуществующих в образовательном пространстве России. Актуальной стала разработка стандартов математического образования, с одной стороны, и разнообразие технологий обучения математике — с другой.

Академик РАО Ю.М. Колягин основные вехи развития математического российского образования видит несколько иначе, чем Т.С. Полякова. В своем эпохальном произведении [129] Ю.М. Колягин, оценивая, например, деятельность Петра I и его влияние на российскую культуру, приводит высказывание митрополита Санкт-Петербургского и Ладожского Иоанна: «Эпоха торжества духовной русской культуры стала одновременно и переломным этапом в развитии российского общества. До XVIII столетия монолитное и духовно единое, после Петровских реформ оно раскололось на две неравные части с различными культурными архетипами и несхожими идеалами жизни. «Прорубив окно в Европу», Петр I сделал это столь грубо и неаккуратно, что существенно повредил защитные механизмы Православной России. В результате на протяжении XVIII–XIX вв. на Руси постепенно складывались две культуры, две цивилизации — традиционная, соборная цивилизация православного большинства и модернистская, индивидуалистическая культура «просвещенного» безбожного меньшинства. Непримиримая борьба между ними в конечном итоге и определила трагедию русской судьбы в XX столетии».

Ю.М. Колягин отмечает, что это разделение общества на две части стало проявляться в разных сферах. Например, «возникли противоречия между сторонниками так называемого классического образования (уходившего корнями к греческим христианским традициям) и реального образования (преследующего достижение прагматических целей сегодняшнего дня); и если первое всегда претендовало на фундаментальность, то второе предполагалось хотя и поверхностным, но профессионально ориентированным. <...> Ослабление роли государства и усиление роли общественности, нередко проходившее под лозунгоми «борьбы с консерватизмом», часто приводило к разрушению полезных образовательных традиций, политизации отечественной школы, что негативно влияло на русское национальное и патриотическое воспитание. Заметим, что борьба этих двух тенденций (ориентация на Запад и ориентация на Православную Русь) продолжается и до настоящего времени (и в науке, и в образовании, и в политике, и в экономике)».

Глубоко анализируя развитие математического образования в России, Ю.М. Колягин увязывает его основные этапы с правлением царей (допетровский период, эпоха Петра I, период временщиков, царствование Елизаветы Петровны, эпоха Екатерины II, время Павла I, годы правления Александра I, Николая I, Александра II, Александра III, время последнего русского императора Николая II) и с последующими периодами — предреволюционным, периодом разрушения старой системы образования и построения новой (1917–1930 гг.), периодом стабильности школьного обучения, кардинальной реформой математического образования в 70-х гг., восстановительным периодом математического образования, «демократической» реформой школы (90-е гг.), образованием сегодня, образованием XXI века.

Таким образом, анализ развития математического образования и деление на этапы у Ю.М. Колягина более скрупулезные и глубинные, кроме того, в его книге подняты многие актуальные вопросы современного общества: философские, образовательные, политические, экономические и нравственные.

Богатейший материал об истории отечественной культуры, образования и науки содержат недавно вышедшие «Очерки истории Российского образования к 200-летию Министерства образования Российской Федерации» [208], где воссоздаются страницы жизни и деятельности всех министров, возглавлявших ведомство просвещения с XIX века, включая нынешнего министра образования РФ В.М. Филиппова.

Подводя итог историческому экскурсу, можно сделать следующие выводы.

1. К настоящему времени российское математическое образование обладает богатым опытом создания локальных образовательных систем (школ, гимназий, семинарий, университетов, академий) и содержательными педагогическими и методическими идеями, воплощенными в учебники, методические пособия, научно-популярные статьи, речи, книги. Все это вместе составляет математическую культуру как часть интеллектуальной культуры общества.

2. Идеи мыслителей прошлого о необходимости серьезного профессионального образования с доминирующей математической составляющей как основы экономического, политического, интеллектуального развития общества, а также о профессионально-прикладной направленности математических курсов в учебных заведениях профессионального профиля приобретают особую актуальность теперь, когда политические, экономические, социальные потрясения, охватившие нашу страну, негативно влияют на культуру народа.

1.6. Современное состояние математического образования и математической культуры в России

Математическое образование. Перестроечный период в нашем обществе выдвинул на первое место профессионализм в любой области, в том числе и инженерной.

Возникла необходимость перенесения центра тяжести в учебном процессе на работу с талантливой молодежью, подтягивая к ней и среднее студенческое звено.

В связи с этим необходимо решить, на кого следует ориентировать изложение учебного материала, скажем, на лекции: на слабоуспевающих студентов, на «средних» по своим данным или на способных, самых интеллектуальных студентов. Существовавшая ранее система оценки деятельности преподавателя вынуждала его строить изложение в расчете на самых слабых, ибо от контингента студентов зависела наполняемость штата преподавателей. Эти времена минули. Но психологически объяснимая инерция продолжает действовать: лектор порой «разжевывает» учебный материал настолько, что не усвоить его просто невозможно. Однако самые способные студенты от этого страдают. Они теряют интерес, не получают достаточных импульсов для своего развития, их возможный талант «усыхает». В конечном счете потери несет не только студент, но и общество в целом. Сотней посредственностей не заменить одного талантливого человека. Формула «незаменимых людей нет» содержит в себе скрытое пренебрежение оригинальностью личности.

Проблема интеллектуальных различий обучаемых породила в мировой педагогической практике три разные стратегии: восточную, европейскую и английскую.

Восточная стратегия (в Китае, России, Японии и др.) заключается в том, что учебные программы не дифференцированы по уровню способностей; учащиеся с разными интеллектуальными возможностями включены в один класс, в одну академическую группу, находятся вместе в одной аудитории и занимаются по одинаковой для всех программе, с одним и тем же преподавателем.

Европейская стратегия (в странах континентальной Европы) отличается тем, что хотя учащиеся с разными способностями учатся в одной группе (классе) и слушают одного и того же преподавателя, обучаются они по разным программам — облегченным и усложненным; самые способные изучают тот же предмет более углубленно, пользуются другими учебниками и дополнительными источниками, получают задания повышенной трудности. Упор при этом делается на их самостоятельную работу под направляющим руководством преподавателя.

Английская стратегия (в большинстве англоязычных стран) характерна тем, что после окончания начальной школы и тщательного исследования способностей учеников разделяют на три группы, каждая их которых занимается по особой программе, в отдельном классе и со своим преподавателем. Первая группа получает знания, достаточные для того, чтобы стать квалифицированным рабочим. Вторая обучается по уровню колледжа, выпускающего средний технический и управленческий персонал. Наконец, третью готовят по полной и сложной программе, дающей право в случае успеха учиться в университете.

Каждая из стратегий имеет свои плюсы и свои минусы. Однако восточная стратегия на современном фоне все-таки слишком консервативна, она нивелирует личность. Эта стратегия хороша в условиях, например, ликвидации массовой неграмотности, но не более того. В нашей стране ее традиции подкреплялись еще и идеологическими соображениями (коллективизм, приоритет общественного перед личным). Многие педагоги чувствуют несовершенство такой стратегии и пытаются работать со способными студентами индивидуально, но все это происходит пока на уровне личной инициативы. Некоторые колледжи и частные школы пытаются заимствовать английский опыт, проводят предварительные тестирования, раздельное обучение. В вузах же изменений пока не видно. Нужны не полумеры, а серьезная стратегическая реформа, чтобы самые способные студенты получили максимальные возможности для своего развития. Эта идея должна стать приоритетной в реформировании системы высшего образования.

Рассматривая перспективы профессионального образования, А.М. Новиков [205, с. 38] формулирует четыре основные идеи.

Первая идея (образование — личность): гуманизация профессионального образования как коренной поворот от технократической цели — обеспечения производства кадрами, их приспособления к нуждам производства — к гуманистическим целям профессионального становления и развития личности.

Вторая идея (образование — общество): демократизация профессионального образования как переход от жесткой централизованной и повсеместно единообразной системы организации профессионального обучения к созданию условий и возможностей для каждого преподавателя и студента в каждом учебном заведении наиболее полно раскрыть свои способности.

Третья идея (образование — производство): опережающее профессиональное образование — уровень общего и профессионального образования людей, развития их личности должен опережать уровень развития производства, его техники и технологии.

Четвертая идея связана с непрерывным образованием — образованием в течение всей жизни.

«Потребителями профессионального образования, — отмечает А.М. Новиков, — являются, во-первых, каждый конкретный человек, личность, во-вторых, общество в целом (не государство, а именно общество); в-третьих, производство (в широком смысле), где будет трудиться будущий выпускник. Эти интересы не тождественны. Они должны рассматриваться сегодня как независимые, одинаково важные и образующие в идеале гармоническое триединство» [205, с. 42]. Это положение позволяет сформулировать три цели профессионального образования:

1) создание условий для овладения профессиональной деятельностью, получения квалификации и включения человека в общественно-полезный труд в соответствии с его интересами и способностями;

2) воспитание социально-активных, творческих членов общества, овладевших системой общечеловеческих и национальных ценностей и идеалов, способных к преобразованию производства, производственных экономических и общественных отношений, участию в управлении; обладающих чувством гражданской ответственности за результаты своего труда, деятельность предпри-

ятия, фирмы, учреждения, где они работают, за охрану природы, за судьбы страны и мира;

3) удовлетворение текущих и перспективных потребностей производства в квалифицированных специалистах, соответствующих требованиям гуманитарного, социального и научно-технического прогресса и обладающих широким общеобразовательным и профессиональным кругозором, профессиональной мобильностью [205, с. 43].

Эти цели профессионального образования требуют переосмысления содержания формы, методов и средств профессионального обучения и воспитания студентов [218].

Профессиональная подготовка инженера в техническом вузе на современном этапе включает в себя следующие составляющие: гуманитарную, естественнонаучную, инженерную, производственно-практическую. Естественнонаучная подготовка обеспечивает базу для овладения будущими специалистами основ технических наук. Она требует решения целого ряда проблем, связанных с оптимальным отбором содержания учебных дисциплин, структурных составляющих, постановкой целей и задач учебных курсов, разработкой критериев эффективности процесса усвоения студентами предметных, специальных и профессиональных знаний и их регионального компонента.

Естественнонаучная составляющая в подготовке инженера представлена курсами математики, информатики, физики, теоретической механики и химии. Они позволяют будущим специалистам усвоить технические знания, понять закономерности их возникновения, научиться использовать их в практической деятельности.

В условиях быстрого развития общества, науки и техники особенно динамична и поэтому требует постоянной корректировки и совершенствования система обучения способам использования математических знаний при изучении цикла общетехнических и специальных дисциплин и методам решения задач профессиональной подготовки [218].

Цели профессионального образования [205, с. 43] обусловили изменение требований к качеству математического образования выпускников инженерно-технических, экономических, сельскохозяйственных и других вузов.

Основные причины изменения требований следующие.

1. Социально-экономические:

— государственный заказ на инженера высокой квалификации, способного решать задачи, возникающие в современном производстве;

— жесткие требования рыночной экономики (выпускники инженерных специальностей должны быть конкурентоспособны на рынке труда).

2. Технологические:

— развитие информационных систем и сетей массового обслуживания;

— появление новых производственных технологий математического (компьютерного) моделирования и математического эксперимента;

— изменения в связи с этим технологии инженерных расчетов и методов решения многих прикладных задач.

3. Организационные:

— изменение статуса технических вузов (в связи с интеграцией в систему мирового образования многие из технических вузов перешли в последние годы в категорию технических университетов);

— введение многоуровневой системы подготовки специалистов;

— изменение в связи с этим структуры преподавания математических предметов (выделение ряда разделов в отдельные дисциплины).

4. Математические:

— изменение совокупности математических разделов, используемых в приложениях, вследствие того, что возникают новые задачи, требующие неклассического математического аппарата для своего решения [218].

В методической литературе существует несколько подходов к целям обучения инженеров математике: А.П. Ершов в работе «Введение в теоретическое программирование (беседы о методе)» (М.: Наука, 1977. С. 5) так определяет цель математического образования: «...получение математических знаний и выработка умения применять эти знания либо в решении прикладных задач, либо в строительстве и перестройке самого постоянно развивающегося здания математики».

Л.Д. Кудрявцев в книге «Современная математика и ее преподавание» [141] рассматривает вопрос о целях обучения, связывая его с математизацией науки, происходящей в наше время. Поскольку научить рецептам решения всех задач, встречающихся специалисту в его работе, невозможно, то важно выработать хорошую культуру мышления, умение творчески подходить к решению возникающих задач.

«Элементы обучения творческому подходу к решению задач, связанных, конечно, в первую очередь с профилем будущей специальности студента, воспитания вообще творческой инициативы должны занимать и занимают существенное место в процессе обучения», — пишет Л.Д. Кудрявцев [141, с. 64]. Необходимо усиление этой ориентации и в общих дисциплинах, в частности в математике. «Таким образом, — отмечает Л.Д. Кудрявцев, — имеется тенденция усиления прикладной направленности курса математики и, одновременно, повышения уровня фундаментальной математической подготовки».

Основные цели, стоящие перед математическим образованием, Л.Д. Кудрявцев характеризует следующим образом. Выпускники вузов должны уметь в пределах своей специальности строить математические модели, ставить математические задачи, выбирать подходящий математический метод и алгоритм для решения задачи, применять для решения задачи численные методы с использованием современных вычислительных машин, применять качественные математические методы исследования, на основе проведенного математического анализа вырабатывать практические выводы [141, с. 66].

Достижение этих целей, указывает Л.Д. Кудрявцев, возможно лишь при хорошо скоординированной деятельности кафедр, при наличии непрерывной математической подготовки.

Математическая культура. Резюмируя, цель обучения математике Л.Д. Кудрявцев формулирует так: «Целью обучения математике является приобретение учащимися определенного круга знаний, умения использовать полученные математические методы, развитие математической интуиции, воспитание математической культуры» [141, с. 89].

Более детально, но, по существу, весьма близко формулируются цели преподавания математики в вузе в книге И.И. Блехмана, А.Д. Мышкиса, Я.К. Пановко «Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов» (Киев: Наукова думка, 1976):

1) сообщить студентам теоретические сведения, необходимые для изучения общенаучных, общеинженерных и специальных дисциплин и последующего приложения математики, обучить соответствующему математическому аппарату;

2) воспитать у студентов прикладную математическую культуру;

3) развить логическое и алгоритмическое мышление;

4) ознакомить с ролью математики в современной жизни и особенно в технике, с характерными чертами математического метода изучения реальных задач;

5) выработать первичные навыки математического исследования прикладных вопросов: навыки перевода реальной задачи на адекватный математический язык, выбора оптимального метода ее исследования и оценки его точности;

6) выработать навыки доведения решения задачи до практического результата — числа, графика, точного качественного вывода, применяя для этого соответствующие вычислительные средства;

7) выработать умение самостоятельно разбираться в математическом аппарате из книги по специальности.

Г.М. Булдык в докторской диссертации «Формирование математической культуры экономиста в вузе» [40] отмечает слабую связь математических знаний студентов с университетскими специальными курсами; заниженность уровня математической культуры, математического мышления у выпускников, отсутствие у них необходимого опыта применения математики в экономических исследованиях; недостаточность мотивации к овладению математикой как наукой, при помощи которой проводится глубокий анализ экономических процессов и явлений; несоответствие содержания математического образования конечной цели обучения.

Все эти недостатки имеют место и в высших технических учебных заведениях. Помимо отмеченных недостатков следует отметить также слабый уровень школьной математической подготовки, культуры языка, в том числе и математического, и культуры мышления, недостаточное умение самостоятельно приобретать знания (не развита способность к самообразованию ни в школе, ни в вузе).

В учебном пособии для студентов педвузов [105] Д. Икрамов рассматривает теоретические основы развития математического языка и мышления школьников как важнейших компонентов математической культуры и приводит разработанную им для этих целей методическую систему. Он утверждает, что «...развитие математической культуры школьников связано, исходя из комплекса «культура – язык – познавательные процессы», с исследованием системы «знание – мышление – язык» и «язык учебника – язык учителя – язык ученика». Терминология считается основным компонентом языка. Особенностью математического языка является стремление к однозначности и краткости терминологии».

Особенности математического образования в техническом вузе. Анализ исследований по проблемам преподавания математики в вузах показал, что содержание математической подготовки специалистов должно формироваться в соответствии со специализацией выпускника вуза ([11, 107, 108, 190, 353] и др.). Это должно проявляться в следующем: в рабочие программы курса математики необходимо вводить качественные уровни усвоения, расширять разделы, служащие основой специализации выпускника вуза, вводить элементы профессиональных задач, позволяющих развивать качества, необходимые будущему специалисту, т. е. усиливать профессиональную направленность обучения математическим дисциплинам.

Характерными особенностями математического образования в техническом вузе являются непрерывность изучения и применения математики, фундаментальность математической подготовки, ориентированность курса математики на практику [218].

Математическая подготовка студентов состоит в изучении математики и ее использовании в других дисциплинах. При этом в процессе освоения специальных дисциплин, при выполнении курсовых и дипломных проектов происходит закрепление, конкретизация, расширение, углубление математических знаний и навыков студентов.

Непрерывность математического образования предусматривает согласованность курса математики с применением математического аппарата в специальной подготовке и предполагает сохранение профессионально важных математических навыков в ходе изучения как математики, так и других дисциплин.

Согласованность этих двух составных частей математического образования означает, что, с одной стороны, использование математических навыков должно исходить из возможностей курса математики. С другой стороны, сам курс математики в максимальной степени должен учитывать потребности специальных дисциплин. Однако расширение и использование математического аппарата в других дисциплинах должно по форме и содержанию соответствовать общепринятым приложениям математики.

Фундаментальность курса математики характеризуется определенным уровнем логической обоснованности изучаемых фактов, достаточным уровнем абстрактности математических понятий, наличием универсальных математических методов, соблюдением внутренней логики развития предмета.

Реализация фундаментальности означает, что преподавание математики как языка для описания реального мира необходимо вести силами математических кафедр, а не передавать отдельные части курса математики специальным кафедрам. Во-первых, это может привести к нарушению внутрипредметных связей. Во-вторых, изучение той или иной темы в одной из специальных дисциплин приведет к тому, что она будет ориентирована только на нее. Возникнут трудности в использовании этой темы в других предметах.

Для обеспечения ориентированности курса математики на практику необходимо создать запас математических моделей, которые описывают явления и процессы, изучаемые в различных учебных дисциплинах; сформировать знания и умения, необходимые для исследования выделенных математических моделей; научить студентов строить и исследовать простейшие математические модели реальных явлений и процессов, а также содержательно интерпретировать результаты этих исследований.

Ориентированность математического образования не противоречит его фундаментальности. Фундаментальность означает формирование высокой математической культуры. Будучи нацеленной на определенные виды деятельности, математическая культура обеспечивает высокий уровень овладения этой деятельностью. Таким образом, фундаментальность математического образования способствует реализации его ориентированности. В свою очередь, профессиональная ориентированность курса математики — проявление непрерывности математического образования.

Как следует из изложенного выше, система математического образования инженеров должна быть профессионально ориентирована. Но в настоящее время сохраняется противоречие между потребностью в изменении математического образования специалиста в указанном направлении и реальным его состоянием.

Дидактическим аспектам обучения общенаучным дисциплинам в техническом вузе, ориентированным на формирование готовности к предстоящей деятельности, посвящено диссертационное исследование Г.А. Бокаревой [35]. Готовность к профессиональной деятельности рассматривается автором как система качеств личности будущего специалиста, обеспечивающая выполнение им функций, адекватных потребностям определенной производственной деятельности. В работе [35] выделены и описаны уровни этой готовности (на примере специальности «морской радиоинженер») по профилю дисциплины математического цикла, на основе которых предлагается определенная последовательность этапов обучения, методика постановки целей и средств. Необходимым условием организации целостного процесса обучения математике является координация содержания межпредметных и внутрипредметных связей, методов и средств обучения [35, 36].

В исследовании С.И. Федоровой [353] сформулированы методические условия и пути реализации профессионально-прикладной направленности преподавания математики в техническом вузе связи (на примере «Ряды Фурье. Интеграл Фурье»). В ходе исследования автором установлено, что реализация прикладной направленности обучения происходит наиболее эффективно, если выполнены следующие условия:

— содержание учебного материала стимулирует развитие мышления студентов, способствует восприятию математики как средства профессионального совершенствования;

— сформулированы умения и навыки обобщения аналогичных структур известных теорий;

— привиты навыки выделения базовых опорных совокупностей отдельных теорий;

— приобретено умение отыскивать сходные свойства изучаемых процессов и методов их математических описаний;

— соблюдается дифференцированно-уровневый подход к организации самостоятельной деятельности на всех этапах обучения;

— всячески поощряется стремление к расширению и углублению знаний, в том числе подготовка рефератов, докладов, участие в студенческих конференциях;

— отношения между преподавателями и студентами строятся на уровне взаимного уважения.

Н.В. Чхаидзе [363] рассматривает теорию создания методики построения оптимальной системы прикладных задач и упражнений с учетом межпредметных связей в процессе обучения студентов младших курсов высшего технического учебного заведения. Определяются следующие критерии отбора прикладных задач: ценность с точки зрения реализации наиболее важных межпредметных связей; ценность для курса математики; интерес, вызываемый задачей у студентов; среднее время, необходимое для решения задачи, и др. Исследуя эффективность подобранных задач и упражнений, автор формирует систему критериев, связанных с характеристикой познавательной активности: уровень выполнения заданий, включая и задания, связанные с приложением математики; уровень вопросов, возникающих при освоении учебного материала, скорость выполнения заданий; сформированность представлений о научном понятии, законе, теории; уровень использования математического аппарата в учебной деятельности; интерес к математике как учебному предмету; мотивы изучения математики.

В исследовании А.Г. Головенко [75], посвященном определению дидактических условий, обеспечивающих эффективное обучение решению творческих задач в процессе профессиональной подготовки инженера, формулируется понятие инженерной творческой задачи как технической проблемы, которую должен решить студент, содержащей в явном или скрытом виде техническое противоречие. Решение такой задачи заключается в выявлении и разрешении заложенного в ней противоречия. На основе экспериментального анализа инженерных задач выделены конструкторские, технологические, проектные, организационные и оптимизационные задачи. Основные принципы современной продуктивной деятельности при обучении техническому творчеству включают введение продуктивных творческих задач уже на начальном этапе обучения и совместное их решение; поэтапное развитие и изменение форм сотрудничества между преподавателем и студентами по мере овладения способами решения продуктивных задач; поэтапное движение студента к саморегуляции своей деятельности в процессе постановки и решения задач; поэтапный переход студентов к саморегуляции взаимного сотрудничества в процессе решения продуктивных профессиональных задач.

Р.А. Исаков [108] показывает, что в процессе обучения математике студентов вузов сельскохозяйственного профиля у будущих специалистов должны формироваться следующие профессионально-личностные качества: владение рациональными методами вычислений и формирование на этой основе умений и навыков по их эффективному использованию на практике; умение анализировать и синтезировать производственные ситуации, технологические процессы и переходить к соответствующим математическим понятиям и моделям (анализ, синтез, обобщение и абстрагирование); владение рациональными методами решений математических моделей реальных ситуаций; умение практически интерпретировать результаты решений математических моделей; умение давать сравнительную оценку эффективности использования природных, трудовых, материальных и финансовых ресурсов; владение методами рационального сочетания теории и практики.

Для формирования этих качеств, как определяет Р.А. Исаков, необходимы основные профессионально-развивающие функции математического образования: созерцательно-профессиональные, профессионально-обучающие; профессионально-прикладные.

В исследовании Р.П. Исаевой [107] разработаны структура и содержание системы лабораторных работ по высшей математике как особого вида деятельности по формированию у обучаемых знаний, умений и навыков решения прикладных задач, как средства усиления математической и профессиональной подготовки студентов технических специальностей.

Одна из задач профессиональной направленности обучения математике состоит в том, чтобы помочь студентам овладеть *прикладным мышлением*. В последнее время усилилось внимание исследователей высшей школы к проблеме профессионального мышления, формируемого в стенах вуза ([32, 36, 47, 131, 189, 236] и др).

З.А. Решетова [236] подчеркивает, что термин «профессиональное мышление» в практический и научный обиход стал входить сравнительно недавно, в связи со значительной интеллектуализацией всего общественного труда, вызванной научно-технической революцией. Автор отмечает, что понятие «профессиональное мышление» употребляется в двух смыслах. В одном смысле — когда хотят подчеркнуть высокий профессионально-квалификационный уровень специалиста (качественный аспект мышления), в другом — когда подчеркиваются особенности мышления, обусловленные характером профессиональной деятельности (предметный аспект). Но чаще всего понятие «профессиональное мышление» употребляется одновременно в обоих смыслах [236, с. 89]. Принято говорить о техническом мышлении инженера, техника, рабочего, о клиническом мышлении врача, математическом или физическом мышлении научных работников и т. д.

Т.В. Кудрявцев замечает, что «термин „техническое мышление“ сравнительно недавно обрел „право гражданства“ и начал довольно широко употребляться на страницах психологической и методической литературы» [144, с. 184].

В работе [45] техническое мышление рассматривается как процесс отражения в сознании производственно-технических процессов и объектов, принципов их устройства и работы; это протекание мыслительных процессов в сфере технических кризисов, оперирование этими образами с помощью приемов умственной деятельности не только в их статическом, но и в динамическом состоянии. «Техническое мышление — это также деятельность человеческого мозга, связанная с опосредованным отражением в нем орудий труда и совокупности приемов, необходимых для воздействия на предмет труда, направленных на решение технических задач, возникающих в практической деятельности человека» [45, с. 12].

Т.В. Кудрявцев и И.Р. Якиманская [145] определяют техническое мышление как деятельность, направленную на самостоятельное составление и решение технических задач. Конструктивно-техническая деятельность рассматривается как один из сложных видов труда и является, прежде всего, продуктивной мыслительной деятельностью, представляющей собой в сущности процесс решения проблемных задач. Непосредственный результат решения этих задач состоит в получении субъектом нового оригинального для него продукта деятельности, или в овладении новыми способами работы, или в достижении им того и другого вместе.

Т.В. Кудрявцев отмечает, что «особенности многих технических объектов и задач... придают мышлению специфический характер и вызывают развитие определенных сторон мышления. Это, естественно, не означает, что техническое мышление характеризуется своей исключительностью, что оно не имеет ничего общего с другими видами мыслительной деятельности. В своих истоках и основах оно является тем же обобщенным и опосредованным познанием действительности и также осуществляется через решение проблемных задач. Но постоянное оперирование производственно-техническим материалом накладывает свой отпечаток и вырабатывает определенную направленность мышления» [144, с. 4].

С.В. Плотникова [218] пишет, что Г. Кайзер, исследуя эту проблему, различает следующие формы технического мышления в зависимости от содержания профессионального труда:

— конструктивное, осуществляемое в ходе решения конструктивных задач; для его развития нужно научиться отвечать на вопрос «почему?»;

— функциональное, направленное на определение функциональных зависимостей между видимыми процессами, происходящими, например, в машине, и невидимыми (физическими, химическими и др.), происходящими вне поля зрения. Развитие функционального мышления ведет к успешному пониманию технических закономерностей и выявлению причинно-следственных отношений между техническими процессами и явлениями; для его развития нужно научиться отвечать на вопрос «как?»;

— экономическое, направленное на учет конструктивных особенностей оборудования, специфики технологического процесса с точки зрения их экономичности.

Т.В. Кудрявцев выдвигает гипотезу о трехкомпонентной структуре технического мышления, в которой понятийные (теоретические), образные (наглядные) и практические (действенные) компоненты мыслительной деятельности занимают равноправное место и находятся во взаимодействии между собой (рис. 1.2) [144, с. 210, 230].

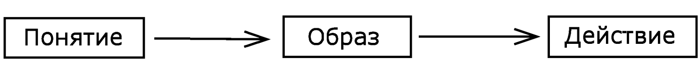


Рис. 1.2. Трехкомпонентная структура технического мышления

По мнению исследователей, в становлении мышления инженерных и технических работников большое значение имеет непрерывное развитие и совершенствование математического аппарата (см., например, [106, 111, 339])

Общеизвестна роль логико-математического моделирования в научном познании, которое не только позволяет устанавливать связи в понятийном аппарате наук, но и наполняет их новым содержанием, а также является существенным способом концентрации и дальнейшего развития знания [117, 339]. С помощью математических моделей становится возможным изучение более глубоких связей и отношений действительности. Математическая модель как совокупность математических структур, отображающих качественно-количественные стороны реального мира, облегчает процесс получения новой информации об исследуемом объекте. Высоким уровнем математизации любого знания считают именно модельный этап изучения, когда в результате построения обобщенных моделей возникает новое теоретическое знание [4, 32, 93].

Метод математического моделирования представляет для данного исследования особый интерес и в связи с тем, что он синтезирует в себе целый ряд методов научного познания — анализ, синтез, обобщение и специализацию, абстрагирование, конкретизацию, аналогию и другие методы. Это, с одной стороны, позволяет рассмотреть моделирование как интегральный компонент инженерного мышления, а с другой — открывает перспективу процесса его формирования в системе подготовки специалиста.

Основополагающей целью профессиональной направленности преподавания математики считается [218] формирование математического аспекта готовности выпускника к профессиональной деятельности. Для достижения этой цели необходимо:

— добиваться осознания мировоззренческой значимости математики, ее интегрирующей роли в системе инженерных дисциплин; усвоения математических знаний в единстве с их прикладными аспектами;

— формировать у учащихся умение строить алгоритмы перевода доступных практических задач на язык изучаемых математических теорий и алгоритмизировать процесс решения задач.

Как уже отмечалось, математический аспект готовности студентов к профессиональной деятельности имеет не только содержательный, но и мотивационно-целевой компонент [36, 47, 124]. Следовательно, формирование мотивационной основы деятельности является одной из первостепенных задач реализации профессиональной направленности обучения. Осознание роли математики в становлении профессиональных качеств оказывает сильное влияние на систему убеждений, мотивов обучаемых. Опыт показывает, что студенты, воспринимающие математику как средство профессионального совершенствования, отличаются широтой мотивационной сферы.

Таким образом, с целью достижения комплексного интегрального применения знаний по различным дисциплинам, необходимых для подготовки квалифицированного специалиста, следует объединить преподавание всех дисциплин на основе единого принципа профессиональной направленности.

Психологические основы профессионально-прикладной направленности обучения математике разработаны в трудах отечественных психологов Н.Н. Грачева, Т.В. Кудрявцева, Б.Ф. Ломова, З.А. Решетовой, В.Д. Шадрикова и др. Ими показано, что профессиональная, в частности инженерная, деятельность имеет специфические особенности, которые нужно учитывать в процессе обучения студентов профессионального учебного заведения.

Методические аспекты прикладной направленности обучения математике рассмотрены в диссертации [218].

Ректор МГУ В.А. Садовничий в своем докладе «Математическое образование: настоящее и будущее» [328] на Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков» (Дубна, 2000) отмечает: «...так уж сложилось историческое развитие математического образования в мире, что оно давно разделено на три как бы самостоятельных острова — профессиональное математическое образование, общее математическое образование и математическое просвещение. Всякие реформы, затеваемые в математическом образовании, — это в основном попытки навести мосты между названными островами. Но если раньше такие реформы предпринимались, как правило, в рамках отдельных стран и строились национальными математическими архитекторами, то теперь дело в корне меняется. Появился наднациональный реформатор математического образования. У него, как у Януса, два лика. Один лик — это компьютеризация образования, второй — глобализация мира. Мосты, которые могут быть наведены между островами в математическом образовании в процессе компьютеризации и глобализации, несомненно, не обойдут стороной Россию... Теперь о процессе глобализации. За ним отчетливо просматриваются две интересные... тенденции: галопирующая урбанизация и стандартизация образования».

Конечно, эти мировые образовательные тенденции оказывают влияние на все российское математическое образование, в технических университетах в частности.

Научно-методический совет по математике Министерства образования РФ разработал методические рекомендации к стандартам по высшей математике и «Примерные программы» дисциплины «Математика» для технических, естественнонаучных, социально-экономических направлений и «Математика и информатика» — для гуманитарных специальностей.

В предисловии к «Примерной программе по математике для технических наук» учтены отмеченные выше тенденции и особенности математического образования:

Математические курсы, соответствующие данной программе, должны содержать лекции, практические занятия в аудитории или лабораторные работы в компьютерном классе, индивидуальные занятия студентов с преподавателем и самостоятельную работу студентов. Целью лекций является изложение теоретического материала и иллюстрация его примерами и задачами. Основным теоретическим результатам должны сопутствовать пояснения об их приложениях к другим разделам математики и к техническим наукам. Желательно также кратко излагать историю появления наиболее важных понятий и результатов. Курс лекций должен строиться на основе четких формулировок и доказательств основных теорем, так как лишь при таком подходе студенты приобретают математическую культуру, необходимую для дальнейшего изучения математики и инженерных дисциплин. Недопустимо сводить чтение лекций только к разбору примеров и алгоритмов их решения. Целью практических занятий является закрепление теоретического материала лекций и выработка умения решать примеры и задачи для последующего применения математических методов в технических приложениях. Основной задачей лабораторных работ является использование математических программ, позволяющих выполнять громоздкие аналитические вычисления на ЭВМ, и использование возможностей ЭВМ для качественного исследования свойств различных математических моделей. Важнейшей частью математических курсов являются индивидуальные занятия с преподавателем. Поэтому каждая математическая дисциплина должна содержать одну расчетную работу и одну-две контрольные работы в течение семестра. С целью углубления математических знаний студентов и укрепления прикладной направленности фундаментальных математических дисциплин необходимо ввести в рабочие программы и учебные планы одну курсовую работу по теоретической математике... и одну курсовую работу по прикладной математике... содержащие применение математических методов к решению инженерных задач. Для наиболее глубокого усвоения материала математические курсы должны быть непрерывно распределены на протяжении первых шести семестров обучения.

Почему же, несмотря на значительное количество исследований по проблемам преподавания математики в технических университетах, уровень и качество математической подготовки будущих специалистов — выпускников технических университетов требует улучшения? Среди многих причин выделим несколько основных:

— отсутствие действенного механизма профессиональной ориентации в школе, в результате чего значительная часть молодежи не определяет своего призвания и приобретает специальность формально;

— направленность учебного процесса по математике в большинстве технических вузов на изложение «чистой» математики при недостаточном внимании к ее приложениям; в результате студенты, видя оторванность математики от их профессии, считают изучение математики ненужным или необязательным, теряют к ней интерес;

— нарушение общетехническими и специальными кафедрами принципов непрерывности и преемственности, например, в курсовых и дипломных проектах недостаточно используют математические методы; не учат студентов математическому моделированию профессиональных задач (впрочем, так же, как и математические кафедры);

— отсутствие у значительного числа преподавателей технических вузов (как общетехнических и специальных кафедр, так и математических) психолого-педагогической подготовки, так как многие из них окончили вузы того же профиля, в которых не преподавалась ни педагогика, ни психология. В таких случаях выручают самообразование и здравый смысл, а также накопленный педагогический опыт, которому при всех его достоинствах не хватает системности. На такой основе возникает личная педагогическая система преподавателя, имеющая чаще всего не научно-теоретический, а интуитивно-эмпирический характер, главный прием которой — метод проб и ошибок. Такие знания нуждаются в системности, в логическом стержне, выверенных и четких ориентирах. С реализацией этого момента деятельность вузовского педагога может подняться на новую, более высокую ступень, следовательно, стать более эффективной.

1.7. Проблемы формирования математической культуры специалиста

Основная задача технических университетов — подготовка высококвалифицированных профессионалов и одновременно культурной, гармонически развитой личности — в настоящее время особенно остро выдвигает следующие проблемы:

— повышение эффективности фундаментального образования и, следовательно, формирование математической культуры;

— формирование профессиональной элиты;

— формирование нравственной, гармонически развитой личности XXI века [285, 290, 299, 302].

Традиционно принято считать, что подготовкой профессионалов в технических университетах занимаются общетехнические и специальные кафедры, а формированием нравственной личности, мировоззрением студентов — гуманитарные.

Однако большой потенциал имеется и на фундаментальных кафедрах, в частности математических. Именно в первые годы обучения в техническом вузе при усиленной физико-математической подготовке формируется творчески мыслящий человек, закладывается фундамент, необходимый не только для его профессиональных знаний и умений, но и для всей его дальнейшей многосторонней деятельности.

В силу того что математика в техническом вузе является основой всего естественнонаучного знания, система образования должна быть построена так, чтобы математические знания полностью использовались при изучении циклов общетехнических и специальных дисциплин.

Один из путей достижения этого — введение профессионально-прикладной составляющей в учебный процесс на математических кафедрах технических университетов — до сих пор требует более углубленного и системного подхода.

Проведенный анализ [1–238, 324–373] показал, что в настоящее время имеется ряд противоречий, связанных с математической подготовкой будущих специалистов-инженеров. Важнейшими из них являются противоречия между объективной ролью математики в профессиональной деятельности конкурентноспособного специалиста и отсутствием в технических вузах такой методической системы обучения и воспитания, которая демонстрировала бы им эту роль и учила эффективно применять математические методы, математическое мышление в их профессиональной, политической, духовно-нравственной, семейно-хозяйственной деятельности; между бурно развивающейся в настоящее время теорией педагогики и практикой обучения математике в современном техническом вузе.

Выявленные противоречия определяют новое направление исследования — формирование математической культуры студентов технических вузов, и следовательно, повышение качества подготовки современного специалиста.

Постановка задачи. Разработать целостную научно-методическую концепцию формирования математической культуры студентов технических университетов, базирующуюся на следующих предпосылках:

— формирование математической культуры студентов технических университетов — закономерность учебного процесса в техническом вузе;

— математическая культура — ядро профессиональной и часть общечеловеческой культуры;

— в понятие математической культуры необходимо ввести интеллектуальную и духовно-нравственную составляющие;

— введение профессионально-прикладной составляющей в учебный процесс по математике целесообразно дополнить комплексом специально разработанных дидактических материалов;

— введение гуманитарной составляющей в учебный процесс по математике в технических вузах помогает воспитанию и становлению гармонически развитой личности будущего специалиста;

— обучение методике самообразования и самовоспитания — необходимый принцип формирования математической культуры студентов технических университетов.

Глава 2

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

> Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой — красотой холодной и суровой, подобной красоте скульптуры, возвышенно чистая, способная к такому строгому совершенству, которое доступно только величайшему искусству.
>
> *Б. Рассел*

В данной главе разработана целостная научно-методическая концепция формирования математической культуры студентов технических университетов, состоящая из теоретической модели, методической системы и методики их реализации.

2.1. Теоретическая модель

На основании анализа психолого-педагогической и философской литературы, проведенного в гл. 1, обсудим следующие вопросы:

– что такое математическая культура студента технического университета;
– как это понятие соотносится с общечеловеческой культурой личности;
– следует ли отразить в понятии математической культуры студентов профессиональные, духовно-нравственные, общественно-политические и интеллектуальные аспекты их деятельности;
– должны ли преподаватели технических университетов целенаправленно формировать математическую культуру и как это осуществить;
– возможно ли так построить учебный процесс по математике в техническом университете, чтобы обучающийся не

только приобретал математические умения и навыки, но и свободно мог использовать их в своей профессиональной, общественно-политической, духовно-нравственной деятельности, т. е. чтобы с помощью математических методов повышал не только свой профессионализм, но и уровень интеллекта, формировал научное мировоззрение?

Чтобы дать ответы на поставленные вопросы, уточним некоторые известные понятия и введем новые.

Понятийно-методологический аппарат. Математика, математическая культура, математическое образование — неотъемлемая часть общечеловеческой культуры. Учитывая, что математический подход необходим практически всем профессиям, прежде всего связанным с естественными науками, техникой, экономикой, а в современном мире — и лингвисту, историку, социологу, врачу, политику, приходим к необходимости ввести следующий понятийный аппарат.

Математическая культура студента технического университета — выработанная система математических знаний, умений и навыков, позволяющая использовать их в (быстро меняющихся условиях) профессиональной и общественно-политической деятельности, повышающая духовно-нравственный потенциал и уровень развития интеллекта личности.

Формирование *математической культуры студента технического университета* — это целенаправленно организованный и систематически осуществляемый процесс овладения математической культурой.

Определенные таким образом понятия математической культуры и ее формирования позволяют кроме деятельности профессиональной ввести в рассмотрение общественно-политический и духовно-нравственный аспекты и учесть развитие интеллекта с помощью математики.

Под *уровнем развития интеллекта* будем понимать умение принимать правильные решения в условиях дефицита или избытка информации, скорость принятия решений рассмотрим как один из критериев его оценки.

Уровень развития интеллекта зависит от сформированности многих факторов: математического и профессионального мышления, нравственного и эстетического развития, мировоззрения, способности к саморазвитию и качества ума (счетная способность, речевая гибкость, речевое восприятие, пространственная ориентация, память, способность к рассуждению, скорость восприятия информации и принятия решений).

Математическое мышление (абстрактное, логическое и алгоритмическое) — способность к оперированию совокупностью математических, логически взаимосвязанных понятий и суждений, различными структурами, знаковыми системами математического языка, а также способность к пространственным представлениям, запоминанию, систематизации и воображению.

Математическая составляющая профессионального мастерства инженера — комплекс качеств его личности, знаний, умений и навыков, сформированных посредством обучения математике и необходимых при анализе и решении профессиональных задач, возникающих в его практической деятельности.

Профессионально-прикладная составляющая учебного процесса по математике в техническом университете — это специально организованный учебный процесс, в котором математические знания и методы помогают студентам овладеть профессией инженера.

Профессиональные аналоги классических математических задач и формул — их профессиональная формулировка.

Учебные профессиональные задачи с элементами математического моделирования — задачи с профессиональной формулировкой и известными математическими моделями и методами решения.

Учебно-исследовательские профессиональные задачи — задачи с профессиональной формулировкой, известной математической моделью и поиском математических методов решения (частичный поиск).

Научно-исследовательские профессиональные задачи — задачи с профессиональной формулировкой и неизвестными математическими моделями и методами решений (полный поиск).

Гуманитарная составляющая учебного процесса по математике — это специально организованный учебный процесс, в результате которого студенты приобретают совокупность знаний, умений и навыков, формируемых средствами математики, элементами ее истории, философии, искусства, литературы, психологии и педагогики, направленный на развитие интеллектуальных, духовно-нравственных, эстетических, мировоззренческих аспектов личности студента.

Творчество обучающегося — высшая форма активной и самостоятельной его деятельности.

Творческие работы — работы с элементами творчества: творческая задача, реферат, эссе, курсовая работа, дипломный проект.

Творческая задача — задача, идея которой порождает в студенте желание поиска нового, неизвестного ему способа действия (способа решения).

Реферат — вид констатирующей творческой работы, в которой выражаются общепринятые, исторические, мировоззренческие, философские взгляды.

Математическое эссе — вид творческой работы, в которой анализируется проблема, связанная с математикой, с применением математических понятий, методов в других областях, и выражается индивидуальное впечатление и отношение к данной проблеме.

Математическая курсовая работа — вид творческой работы с построением математической модели поставленной профессиональной задачи и поиском методов решения.

Дипломный проект — вид творческой работы, включающий постановку задачи, составление математической модели, поиск методов ее решения, получение практического продукта или профессионального смысла полученного решения.

Образование — осознанные действия, в процессе которых происходит управление потребностями (воспитание), присвоение новых норм (обучение), совершенствование способностей (развитие и *саморазвитие*).

По сравнению с традиционным психолого-педагогическим определением образования в этом понятии делается акцент на саморазвитии, как «преображении своей собственной самости» (см. гл. 1).

Математическое образование в техническом университете — действия, в процессе которых посредством математических методов происходит управление единством и целостностью обучения, воспитания, развития и саморазвития личности будущего профессионала — инженера.

Введенный понятийный аппарат можно наглядно изобразить в виде структурных схем (рис. 2.1, 2.2).

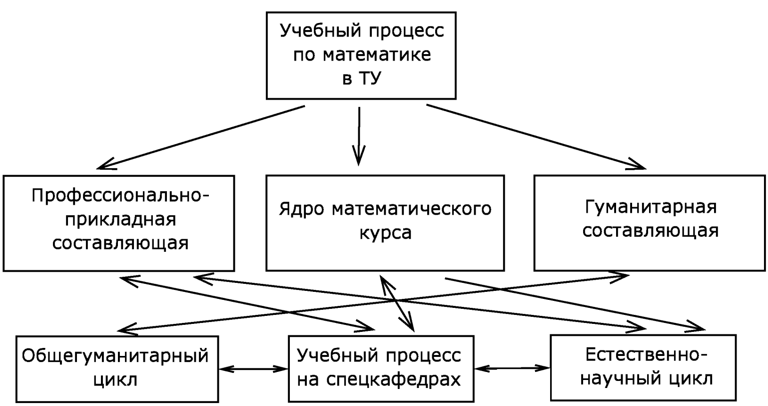


Рис. 2.1. Структурная схема учебного процесса по математике в техническом университете (ТУ)

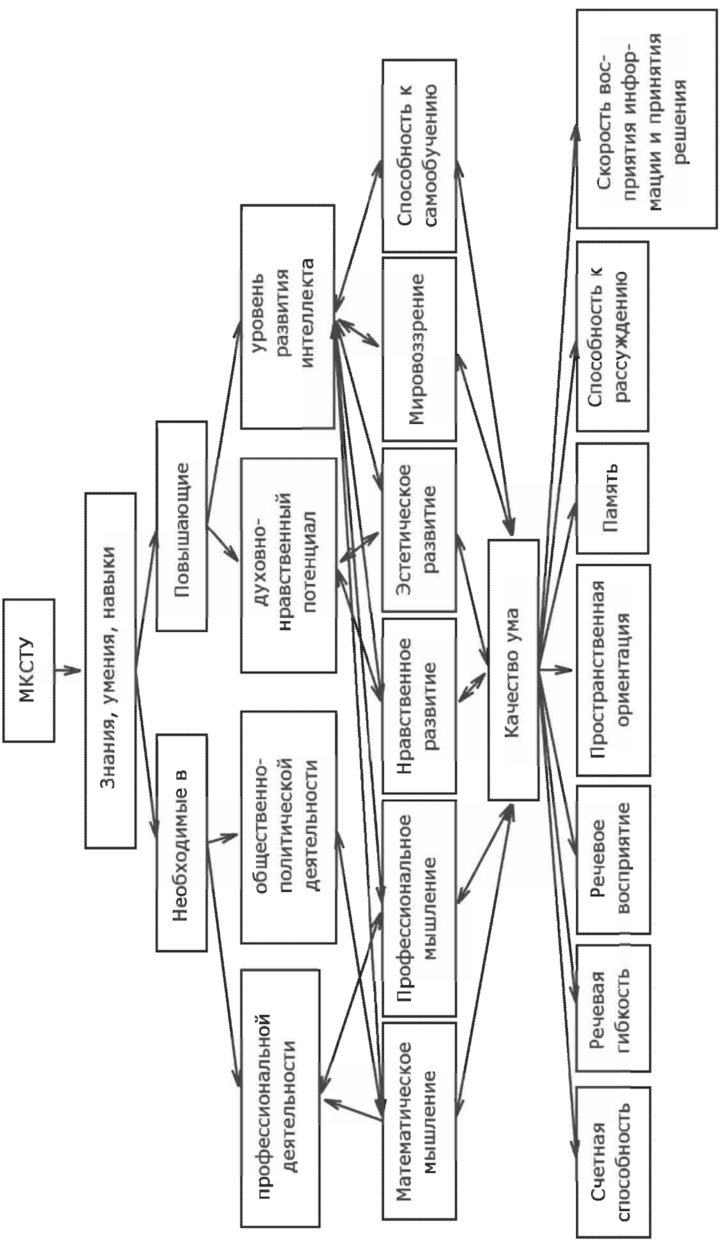


Рис. 2.2. Структурная схема математической культуры студентов технических университетов (МКСТУ)

Из схемы, приведенной на рис. 2.2, видно, что выделенные параметры математической культуры студентов технических университетов по значимости можно разбить на два класса.

В *первый класс* входят знания, умения, навыки, формируемые посредством математики и необходимые в профессиональной, общественно-политической, духовно-нравственной деятельности и повышающие уровень развития интеллекта студента.

Ко *второму классу* можно отнести параметры, влияющие непосредственно на развитие интеллекта и опосредованно на другие параметры первого класса: математическое мышление, профессиональное мышление, нравственное развитие, эстетическое развитие, мировоззрение, способность к самообучению, качество ума (счетная способность, речевая гибкость, речевое восприятие, пространственная ориентация, память, способность к рассуждению, скорость восприятия информации и принятия решения).

Учет выделенных параметров необходим при формировании математической культуры студента, так как именно с помощью математики — универсальной, логически стройной, красивой науки можно повлиять на рациональные и иррациональные стороны развития психики и интеллекта личности.

Математическая культура — ядро профессиональной культуры специалиста. Одна из главных функций образования в техническом университете — приобщение к математической культуре; при этом преподаватель — носитель и проводник математической и общечеловеческой культуры.

Это можно представить в виде схемы (рис. 2.3).

Рис. 2.3. Схема приобщения студента технического университета к математической культуре

На приведенной схеме наглядно изображено, что математическая культура, являясь частью общечеловеческой культуры, в техническом университете должна составлять ядро профессиональной культуры.

Формирование математической культуры — закономерность учебного процесса по математике в современном техническом университете. Предлагается рассматривать формирование математической культуры как закономерность учебного процесса по математике в современном техническом университете, который должен включать:

- обеспечение связи математических курсов технического университета с соответствующей специальностью (принцип целенаправленности);
- изучение математических методов на протяжении всего периода обучения и использование их в курсах специальных и общетехнических дисциплин, а также в дипломных проектах (принцип непрерывности);
- совершенствование довузовской, вузовской и послевузовской математической подготовки (принцип преемственности);
- формирование математического мышления (абстрактного, логического и алгоритмического), с помощью которого обучаемый выявляет причинно-следственные связи не только в самой математике, но и в профессиональной и другой социокультурной деятельности — общественной, политической, экономической, семейной (принцип моделирования);
- развитие принципа математической интуиции;
- преподавание математики студентам технического университета на уровне неформальной строгости, т. е. с выделением ядра математического курса, в котором сохраняется строгость и точность рассуждений, и части курса, в которой акцент делается на геометрические иллюстрации и прикладной смысл (принцип неформальной строгости);
- определение содержания курса математики, форм и методов учебного процесса, обеспечивающих повышение заинтересованности студентов в изучении математики: введение профессиональной и гуманитарной составляющих и наглядности с помощью технических средств обучения и персональных компьютеров (принцип мотивации);
- введение профессионально-прикладной составляющей, формирующей представление об универсальности математических формул и методов (принцип универсальности);
- обеспечение развития интеллекта обучаемого (принцип уровня развития интеллекта);
- развитие способности студента к самообучению (принцип самообучения и самовоспитания).

Пять из перечисленных десяти принципов — непрерывности, целенаправленности, мотивации и моделирования — подробно рассмотрены в диссертационной работе [40]; принцип математической интуиции — в [214]. Принцип неформальной строгости, универсальности, уровня развития интеллекта, самообучения и самовоспитания введены автором данной монографии впервые.

Наглядно формирование математической культуры как закономерности учебного процесса можно изобразить в виде структурной схемы (рис. 2.4).

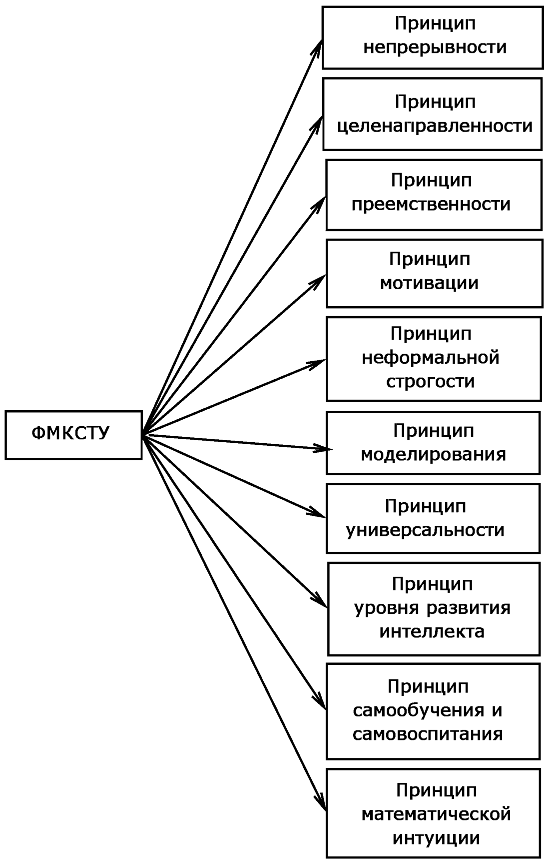


Рис. 2.4. Структурная схема теоретической концепции формирования математической культуры студентов технического университета (ФМКСТУ)

Такое видение учебного процесса по математике позволит обеспечить единство математического, профессионального, духовно-нравственного и интеллектуального развития личности, создать целостную методическую систему, направленную на улучшение качества образовательного процесса технического университета в целом.

Введение профессионально-прикладной, гуманитарной и структурно-логической составляющих в учебный процесс по математике. Выделенные выше дидактические принципы могут быть реализованы путем введения в учебный процесс по математике трех составляющих: профессионально-прикладной, гуманитарной и структурно-логической.

Профессионально-прикладная составляющая. Взаимосвязь фундаментального и профессионального

В работах [298, 301, 303, 308, 309] приведена четырехуровневая классификация профессиональных задач, используемых в курсе математики МИРЭА:

1) профессиональные аналоги классических задач и формул;

2) учебные профессиональные задачи с элементами математического моделирования;

3) учебно-исследовательские профессиональные задачи;

4) научно-исследовательские профессиональные задачи.

Эта классификация позволяет:

— унифицировать различные подходы к использованию профессиональных задач в учебном процессе любого университета, где математика не является специальным предметом;

— ввести профессионально-прикладную составляющую без изменения количества часов, отведенных математике в учебных планах и стандартах.

Проиллюстрируем эти утверждения несколькими примерами задач первого уровня из различных разделов высшей математики (см. табл. 2.1).

Рассмотрение задач подобного типа не требует специальных затрат аудиторного времени, но приучает студентов видеть универсальность математических формул и классических задач (иллюстрирует *принцип универсальности*), подводит к элементам математического моделирования профессиональных задач и задач из различных областей народного хозяйства (принцип моделирования), реализует принципы *непрерывности, целенаправленности, мотивации.*

Продвижение по более высоким уровням идет при выполнении лабораторных работ, типовых расчетов, курсовых и дипломных работ (подробно рассмотрено в гл. 3), обеспечивая осуществление принципа уровня развития интеллекта.

Гуманитарная составляющая

Проблема воспитания культуры и нравственности в высших учебных заведениях нашей страны особенно остро встала в перестроечный период [139, 142, 285, 290, 299, 302]. Недостатки воспитания и образования в семье и средней школе переходят в высшую школу, перед которой стоит трудная задача — выпустить культурного, нравственного и качественного специалиста.

При решении этой задачи математические кафедры могут внести заметный вклад, если в процессе преподавания иметь в виду следующие качества, присущие математике:

– математика — часть общечеловеческой культуры;
– математика — универсальный язык наук;
– математическая логика — основа развития аналитического ума;
– строгость математических выводов, вычислений, доказательств, обобщений (абстракций) помогает ориентироваться не только в новых профессиональных условиях, но и в социальных, экономических и политических проблемах;
– красота математики отражается в эстетическом содержании соотношений математики с законами природы, техническими и другими науками;
– математические законы действуют в музыке, живописи, архитектуре, искусстве и литературе;
– математическая интуиция возникает только на прочной базе знаний основных определений, формул и теорем.

Использование этих качеств математики во всех типах учебного процесса (введение элементов истории математики и естествознания в лекционных формах, в виде рефератов и эссе о жизни, поисках и решениях великих ученых, о взаимосвязи математики с другими науками, докладов студентов на семинарах с привлечением оппонентов из студенческой среды; приобщение студентов к научной и методической работе и др.) формирует у них представление, что взаимосвязь рационального и эмоционального (иррационального) — основа глубокой творческой и нравственной личности. Введение гуманитарной составляющей наряду с профессиональной реализует принципы уровня развития интеллекта, мотивации и самовоспитания.

Структурно-логическая составляющая

Целесообразно введение в дидактические материалы, особенно в учебные пособия, логических (структурных) схем, которые наглядно иллюстрируют внутрипредметные и межпредметные связи. Это помогает студентам воспринимать учебный процесс как единое целое, а не как механическую совокупность различных предметов, способствует повышению эффективности их самостоятельной работы (реализация принципа самообучения).

Введение рассмотренных трех составляющих в учебный процесс математических кафедр (с помощью специальных и гуманитарных кафедр) приводит к необходимости формирования банка новых дидактических материалов: курсов лекций, упражнений,

Таблица 2.1

Классические задачи и формулы	Профессиональный аналог в радиотехнике	Профессиональный аналог в других областях
1. *Математический анализ* 1.1. Интегральное исчисление: $$F(T) = \int_0^T f(t)\,dt$$	Интегратор на выходе приемного устройства: $F(T) = \int_0^T f(t)\,dt$, где $f(t) = S(t)h(t)$; $S(t)$ – принимаемый сигнал, $h(t)$ – передаточная функция устройства; например $h(t)$ — δ-функция, интегратор заменяется сумматором $\sum$	Впитывание воды в почву: $F(T) = \int_0^T f(t)\,dt$ — толщина слоя воды, впитываемой в почву за T минут, где $f(t) = v/t^{\alpha}$ — скорость впитывания воды в первые 2–3 часа, α $(0{,}3 < \alpha < 0{,}8)$ — коэффициент затухания скорости, v — скорость впитывания в конце первой минуты
1.2. Ряды Фурье, интеграл Фурье	Спектральный анализ	Гармонический анализ. Количество воды в хранилищах Кавказа при таянии ледников с учетом влияния фаз Солнца, Луны и других периодических процессов
2. *Обыкновенные дифференциальные уравнения*	Расчет электрических цепей	1. Охлаждение кормовой смеси. 2. Скорость размножения бактерий

Продолжение табл. 2.1

<table>
<tr><th>Классические задачи и формулы</th><th>Профессиональный аналог в радиотехнике</th><th>Профессиональный аналог в других областях</th></tr>
<tr><td>3. Теория вероятностей
Центральная предельная теорема Ляпунова. $X = \sum_{k=1}^{n} \xi_k$, ξ_k — независимые одинаково распределенные случайные величины; $M(\xi_k) = m_k$; $D(\xi_k) = \sigma_k^2$; $m_x = M(x) = \sum_{k=1}^{n} m_k$; $\sigma_x^2 = D(x) = \sum_{k=1}^{n} D(\xi_k)$;
$P(a < X < b) = \Phi\left(\frac{b - m_x}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{a - m_x}{\sigma_x}\right)$</td><td>Сигнал на выходе радиотехнического устройства:
$$\begin{array}{lcl} \xi_1 & & \\ \cdots & \searrow & \\ \xi_k & \longrightarrow & \sum_{k=1}^{n} \xi_k = X. \\ \cdots & \nearrow & \\ \xi_n & & \end{array}$$
Найти распределение сигнала на выходе радиотехнического звена, если на его вход поступают независимые одинаково распределенные с разными m_k, σ_k^2 сигналы, $n \gg 7$</td><td>Расход семян при посеве.
Норма высева на 1 га
$$M(\xi_k) = 150\,\text{кг}\ (k = 1 \div 100);$$
ξ_k – случайный расход семян на 1 га; $\sigma_k = 10$ кг; $X = \sum_{k=1}^{100} \xi_k$. Найти вероятность того, что расход семян на 100 га не превысит 15,1 т</td></tr>
<tr><td>4. Статистика</td><td colspan="2">Имеются данные за два периода о росте выпуска бытовой радиоаппаратуры (в тысячах штук):
<table><tr><td>Годы</td><td>1960</td><td>1965</td><td>1970</td><td>1973</td><td>1980</td><td>1985</td><td>1992</td></tr><tr><td>Количество продукции</td><td>–</td><td>–</td><td>–</td><td>350</td><td>–</td><td>750</td><td>–</td></tr></table>Определить остальные уровни ряда, используя методы экстраполяции, интерполяции: а) на основе среднегодового темпа роста; б) методом аналитического выравнивания (по уравнению прямой)</td></tr>
</table>

лабораторных и курсовых работ (с выходом на темы дипломных проектов), насыщенных не только классическими, но и профессиональными задачами, а также структурно-логическими схемами и яркими элементами истории математики (естествознания, философии, истории страны). Примерами пособий с профессиональной направленностью могут служить [17, 26, 286] и др.

Предложенные методические приемы — введение трех составляющих в учебный процесс по математике — решают оптимально двуединую задачу: не снижая уровня строгости, сделать математику увлекательным предметом для студентов технических университетов.

Все это, несомненно, повысит заинтересованность студентов, активизирует их деятельность и, следовательно, приведет к повышению эффективности учебного процесса в целом.

Организация творческой деятельности студентов технических университетов. Роль математики в формировании мышления, языка, научного мировоззрения исследовалась в работах Ж. Адамара, В.Г. Болтянского, Г.Х. Ганеева, Б.В. Гнеденко, Г.В. Дорофеева, А.Г. Ковалева, А.Н. Колмогорова, В.А. Крутецкого, Л.Д. Кудрявцева, А.И. Маркушевича, Д. Пойя, А.А. Столяра, В.М. Тихомирова, С.И. Шварцбурда, А.Я. Хинчина и многих других. Ведущей в этих работах является идея развивающего обучения.

С новой силой идея развивающего обучения отразилась в современной концепции гуманитарно-ориентированного математического образования и в работах, посвященных введению профессионально-прикладной направленности в учебный процесс по математике. Получение готовых знаний и рецептов деятельности еще не обеспечивает развития творческих возможностей человека. Это скорее необходимое, но не достаточное условие, которое приводит к воспроизведению решения задач по образцу.

Проблема состоит в том, чтобы системно управлять развитием творческих способностей студентов в учебном процессе по математике. Без этого нельзя говорить о сформированности их математической культуры.

В диссертационой работе З.И. Хусаиновой [362] разработана технология проектирования творческой деятельности учащихся старших классов как реализация гуманитарной направленности математического образования. При этом под *творческой деятельностью* человека понимается такая деятельность, в результате которой создается нечто новое, независимо от того, будет ли это какой-нибудь материальный продукт или построение ума данного человека, т. е. высшая форма активной и самостоятельной деятельности личности.

Очевидно, что в основе такого определения лежит педагогический деятельностный подход в обучении. Итак, управляя самостоятельной деятельностью студента, возможно развить его способность к творчеству.

В техническом университете для развития творческих способностей студентов следует использовать профессионально-прикладную и гуманитарную составляющие. Классификация профессиональных задач, введенная автором в работах [298, 301, 303, 308, 309], позволяет располагать задачи по уровням возрастающей трудности, постепенно подводя к наиболее интересной, проблемной задаче, от учебных до научно-исследовательских (творческие профессиональные задачи).

Выполнение творческих работ — от рефератов до эссе с привлечением истории математики, философии, психологии, экономики, химии, биологии, медицины, искусства и литературы формирует взаимосвязь различных ветвей культуры, способствует гармоничному развитию личности

Преподаватель — носитель и проводник профессиональной и общечеловеческой культуры. Современное высшее образование, в том числе и техническое, еще не преодолело инерцию отождествления образования с обучением. Оставляя за пределами педагогических технологий воспитание, развитие и саморазвитие, преподаватель высшей школы обрекает эти процессы на случайный результат, нарушая целостность педагогического процесса.

Способность к самостоятельной работе и критическое мышление, как подчеркивает президент РФ В.В. Путин, «может привить только новый учитель. Престиж учителя... это прежде всего уважение к нему, идущее от его профессиональной компетенции. Лишь в этом случае у нас сложится такое учительское сословие, которое будет иметь высокий значимый статус. Так было в России всегда».

Квалификация преподавателя высшей школы складывается не только из его профессионализма, но и из интуиции и умения применять на практике психолого-педагогические знания: создавать и реализовывать определенные модели и технологии, обеспечивающие целостность и единство процессов воспитания, обучения, развития и саморазвития личности выпускника вуза.

Если при этом в преподавателе «все прекрасно: и лицо, и одежда, и душа, и мысли»; если он прекрасный лектор (определяет необходимый темп лекции, обладает искусством речи, артистизмом, юмором, выдержкой, чутьем улавливает состояние утомленности аудитории); если интересно строит семинарские занятия; может быстро ответить на любые вопросы студентов как профессионального, так и непрофессионального характера (из области искусства, политики, философии, истории, литературы) и увязать со своим предметом; умеет подойти индивидуально и доброжелательно, неравнодушно к обучению и проблемам своих студентов, формируя их способности к творчеству, т. е. умеет строить учебный процесс, исходя не «от себя», а от личности студента, то можно надеяться, что поставленные цели будут достигнуты, а личность преподавателя-профессионала и его общечеловеческая культура останутся навсегда в умах и сердцах его учеников.

2.2. Методическая система

Здесь предлагается методическая система формирования математической культуры студентов технического университета, основанная на разработанной выше теоретической модели и включающая следующие составные элементы: цели математической подготовки (обучение и воспитание); содержание обучения, методы обучения, воспитания, самообучения; формы и средства обучения; новые технологии.

Цели обучения и воспитания.

– Обеспечение уровня математических знаний, умений и навыков, гарантирующего овладение фундаментом специальных дисциплин, изучаемых в технических университетах.
– Формирование представлений о роли математики в построении материальной и духовной основы общества, о связи математики с другими науками и выбранной специальностью (на примере радиотехнической), об истории математики, о природе и универсальности математических абстракций и методов.
– Формирование математического мышления (абстрактного, логического и алгоритмического).
– Обучение построению математических моделей для профессиональных (радиотехнических) и других прикладных задач.
– Воспитание интереса к математике как основному инструментарию и универсальному языку всех специальностей.
– Воспитание стремления к выбору эффективных и рациональных методов исследования профессиональных процессов.
– Развитие интереса к профессии средствами математики.
– Воспитание нравственности.
– Формирование самостоятельного подхода к изучению современных математических методов, необходимых для решения профессиональных задач; выработка умений и навы-

ков думать и обновлять свое профессиональное и математическое мастерство в течение всей жизни.

Содержание обучения. Введение в математический учебный процесс профессиональной и гуманитарной составляющих влечет за собой изменение содержания обучения и воспитания: программ, учебных планов, дидактических материалов (учебных пособий, курса лекций, лабораторных работ, типовых расчетов, курсовых работ др.) в пределах, отвечающих критериям соответствия целям, дидактической изоморфности, оптимизации.

Критерий соответствия целям: устанавливается соответствие предмета целям математической подготовки студентов технических вузов, изложенным выше. Для этого в программу кроме основного ядра курса включаются творческие задачи, разделы, повышающие мотивацию (история математики, компьютерный дизайн) и раскрываются перспективы использования математических методов и математической логики в будущей профессии и повседневной жизни.

Критерий дидактической изоморфности — дидактическое переосмысление структурных элементов в учебных математических курсах.

Критерий оптимизации — тщательный отбор информации для различных форм обучения.

Методы обучения.

– Мотивационное обеспечение всего математического курса (введение исторической, эстетической и нравственной тематики, творческих задач, учет межпредметных связей и др.).
– Введение профессиональных и других прикладных задач во все формы обучения (лекции, семинары, самостоятельная работа студентов: лабораторные работы, типовые расчеты, курсовые работы) как дополнение и расширение банка классических задач.
– Использование элементов пропедевтики и связанная с ней идея незавершенности знания.
– Воплощение принципа «неформальной строгости» с помощью геометрической иллюстрации, математической, физической и профессиональной интуиции там, где это возможно.
– Формирование математического мышления.
– Обучение математическому моделированию профессиональных задач.
– Развитие математической интуиции.
– Обучение умению учиться в течение всей жизни.

Формы обучения. В традиционные формы обучения (лекции, семинары, лабораторные работы, типовые расчеты, курсовые работы) включаются профессиональные задачи, расположенные по четырем уровням трудности: учебные, учебно-исследовательские, научно-исследовательские, научные, которые активизируют процесс обучения математике и развивают интеллект студента.

Для самостоятельной работы студентов подбираются темы рефератов и эссе с эстетической, философской и исторической тематикой, а также темы, устанавливающие взаимосвязь математики со специальностью и другими науками, в том числе с гуманитарными.

Значительная роль отводится студенческим научным работам, тематика и руководство которыми подбираются и осуществляются совместно специальными и математическим кафедрами.

Средства обучения. Комплект дидактических материалов для радиотехнических специальностей на основе разработанной научно-методической концепции с использованием современных компьютерных технологий, который создан при активном участии автора, включает следующие материалы:

– учебные пособия и типовые варианты для поступающих в МИРЭА [269, 272, 278, 279, 280, 291];
– учебное пособие для вечернего и заочного отделений [239];
– учебное пособие [286];
– систему компьютерного моделирования по защите информации [297, 300];
– учебно-методический комплекс формирования математической культуры студентов технических университетов;

Самообучение. Разработана система управления самообучением студентов. Кроме классических домашних работ по математике студенты с первых дней обучения в вузе дополнительно в рамках самостоятельной и научно-исследовательской деятельности выполняют следующие задания:

– пишут математические эссе;
– проводят прикладные, исторические (по истории математики и философии) исследования;
– создают математические модели профессиональных задач в лабораторных и курсовых работах;
– принимают участие в разработке учебных пособий, учебников, в частности электронных,

т. е. формируются с помощью математики как будущие профессионалы-исследователи, умеющие самостоятельно приобретать знания и применять их при исследовании различных проблем.

Новые технологии.

– Подход к процессу обучения, заложенный во все элементы методической системы, придает ей качественно новые свойства и фактически образует технологию формирования математической культуры студентов технических университетов.

– Введение в электронные учебники по математике профессионально-прикладных задач и использование их в учебном процессе также обогащает учебный процесс новыми образовательными технологиями.

2.3. Методика реализации концепции

Предлагаемая методика включает следующие компоненты.

1. Исследование взаимосвязей фундаментальных, общепрофессиональных и специальных дисциплин с учетом квалифика-

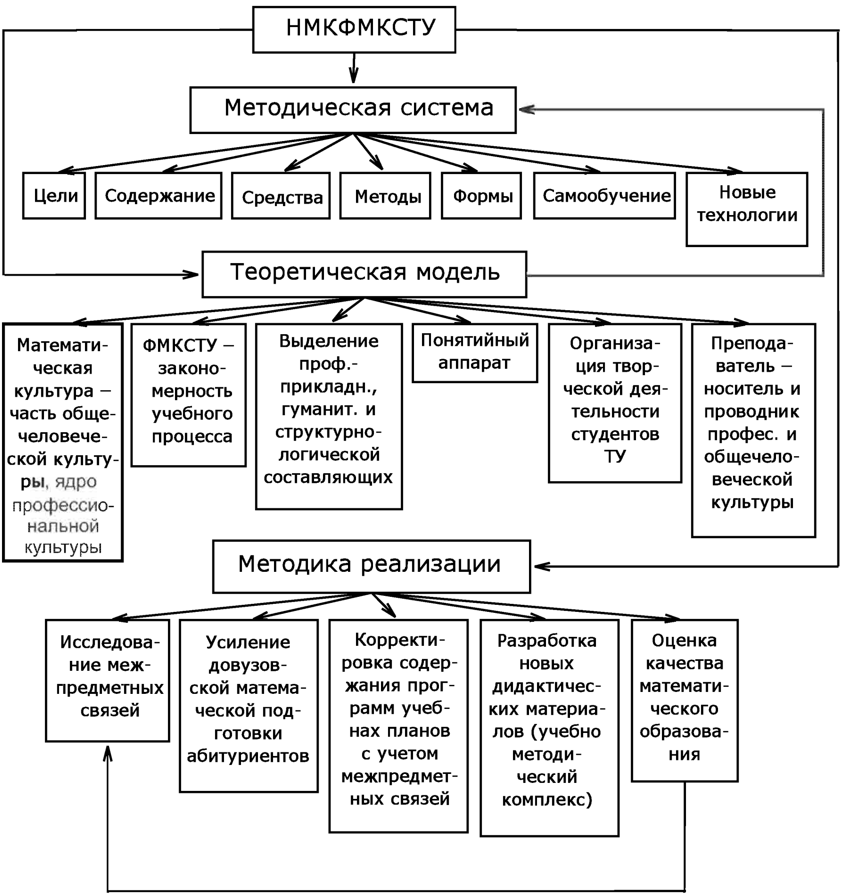


Рис. 2.5. Структурная схема научно-методической концепции формирования математической культуры студентов технических университетов (НМКФМКСТУ)

ционных характеристик интересующей специальности или группы специальностей.

2. Усиление довузовской математической подготовки абитуриентов.

3. Корректировка содержания программ по высшей математике с учетом анализа межпредметных связей.

4. Разработка новых дидактических материалов, основными из которых являются:

а) профессиональные задачи, расположенные по уровням трудности;

б) контрольно-обучающие программы с профессиональной направленностью;

в) творческие задачи;

г) учебные пособия;

д) электронные учебники.

5. Оценка качества математического образования.

После оценки качества математического образования в техническом университете с целью совершенствования учебного процесса следует вернуться к первому пункту методики и далее рассматривать ее как циклический процесс.

Научно-методическую концепцию формирования математической культуры студентов технических университетов можно изобразить в виде структурной схемы (рис. 2.5).

Глава 3

РЕАЛИЗАЦИЯ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

Математика позволяет заглядывать в недоступные области космоса и глубины земного шара, делает их как бы видимыми и измеримыми.

Ж. Фурье

3.1. Исследование взаимосвязей фундаментальных, общепрофессиональных и специальных дисциплин

В МИРЭА под руководством автора было проведено исследование взаимосвязей высшей математики и ряда общепрофессиональных и специальных дисциплин (теоретические основы радиотехники, основы теории цепей, теоретические основы электротехники, радиотехнические цепи и сигналы, радиопередающие устройства и др.).

Рассматривалась также взаимосвязь различных разделов высшей математики с физикой и теоретической механикой. При этом выяснялись следующие вопросы:

1. Какие разделы математики и в каких семестрах используются этими дисциплинами?
2. На какие дисциплины математика оказывает более заметное влияние?
3. Как отражается знание математики на дипломных проектах?
4. Обучают ли спецкафедры студентов составлению математических моделей профессиональных задач?

Результаты данного исследования опубликованы в отчетах МИРЭА по госбюджетной тематике [245, 267, 268, 274, 275, 276], отражены в докладах на научно-практических конференциях [250, 255, 287, 289], в работах [247, 253, 277, 295, 296, 298], учебных пособиях [26, 286].

Перечислим основные темы данного исследования.

Выделение профессиональных задач для некоторых специальностей МИРЭА, их классификация. Кафедра высшей математики МИРЭА работает в сотрудничестве вместе со специальными кафедрами, что позволяет обеспечить математический цикл профессиональными задачами. По характеру использования этих задач в курсе математики их можно отнести к четырем уровням [298, 303, 309, 310], введенным в гл. 2: профессиональные аналоги классических математических примеров и задач, учебные профессиональные задачи, учебно-исследовательские и исследовательские профессиональные задачи.

Приведем следующие примеры профессиональных задач различных уровней.

1. Классическая задача о встрече в курсе теории вероятностей для студентов радиотехнических специальностей может быть сформулирована как задача о зашумлении радиоприемника. При вычислении определенных интегралов можно рассматривать профессиональные задачи о нахождении значений напряжения и тока по известным мгновенным значениям, заданным аналитически или графически.

2. К задачам второго уровня можно отнести задачи кафедральных типовых расчетов для радиотехнических специальностей. Например, в типовые расчеты по математическому анализу начиная с первого курса введены задачи, согласованные со специальными кафедрами: построение траектории движения материальной точки (1-й семестр); вычисление потоков и циркуляции некоторых физических векторных полей (2-й семестр); разложение в ряд Фурье с построением частичных сумм периодических импульсных сигналов, встречающихся в радиотехнике (3-й семестр).

3. К третьему уровню относятся:

а) задача о вычислении амплитудного и фазового спектров некоторых радиотехнических сигналов (непрямоугольной формы) вырастающая в курсовую работу;

б) задача математической обработки экспериментальных данных, полученных при определении вольт-амперной характеристики.

4. Примером научной студенческой работы может служить задача о нахождении формы искаженных средой радиотехнических (импульсных) сигналов при заданных форме сигнала и функции искажения. Она является естественным усложнением задачи (3а).

Задачи первых трех уровней разрабатываются совместно кафедрой высшей математики и специальными кафедрами, а реализуются в учебном процессе преподавателями кафедры высшей математики. Задачи четвертого уровня разрабатываются специальными кафедрами или заказчиками при выполнении хоздоговорных научно-исследовательских работ, а решаются обязательно с привлечением преподавателей кафедры высшей математики. Это повышает качество и непрерывность фундаментальной подготовки будущих инженеров.

Решение этих задач предполагает использование на отдельных этапах персональных компьютеров, что также способствует формированию культуры научно-технического мышления, овладению методами системного анализа и моделирования [305, 308].

Педагогическое и экспериментальное исследование взаимосвязей отдельных дисциплин. Было проведено исследование взаимосвязей раздела высшей математики «Дифференциальные уравнения» с общепрофессиональными и специальными дисциплинами (основы теории цепей, теоретические основы электротехники, радиотехнические цепи и сигналы), изучаемых в МИРЭА. Отдельно рассматривалась также взаимосвязь данного раздела высшей математики и такой дисциплины, как теоретическая механика, аппарат которой широко применяется при решении многих профессиональных задач ряда специальностей МИРЭА. Итогом исследования явилось выделение профессиональных задач для некоторых специальностей МИРЭА. Такие профессиональные задачи требуют от студентов умения решать дифференциальные уравнения.

В отчетах МИРЭА [267], выполненных под руководством автора, приведены подобранные О.А. Малыгиной профессиональные задачи к разделу «Дифференциальные уравнения».

Рассмотрим задачу динамики материальной точки.

Пусть t — время, m — масса, v — скорость, a — ускорение, F — сила.

На основании второго закона Ньютона можно записать следующую систему дифференциальных уравнений, описывающих движение материальной точки, находящейся в некоторой инерциальной системе отсчета:

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = F_x, \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = F_y, \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = F_z, \end{cases}$$

где F_x, F_y, F_z — проекции силы F, d^2x/dt^2, d^2y/dt^2, d^2z/dt^2 — проекции ускорения на оси координат.

Необходимость же решения дифференциальных уравнений (а не систем) возникает при изучении, например, прямолинейного движения материальной точки ($F_x, F_y, F_z = 0$) как частного случая ее движения в инерциальной системе отсчета. Однако подробнее следует остановиться на рассмотрении класса задач, посвященных изучению механических колебаний. Во-первых, механические колебания очень часто имеют место в технике, во-вторых, полученные результаты могут быть использованы для исследования колебательных явлений в других областях (например, в теории колебаний в радиотехнических системах).

Опишем задачи, связанные с изучением механических колебаний.

Задача 1. Исследовать свободные колебания материальной точки, происходящие под действием восстанавливающей силы

$$F(x) = -cx.$$

Данное явление описывается следующим линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + cx = 0.$$

Задача 2. Исследовать свободные колебания в среде с вязким трением, происходящие под действием восстанавливающей силы $F(x) = -cx$ при наличии сопротивления $R(x) = -bx$.

Решение задачи приводит также к линейному однородному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = 0.$$

Задача 3. Исследовать вынужденные колебания материальной точки, происходящие под действием восстанавливающей силы $F(x) = -cx$ и возмущающей силы $Q(t)$.

Закон колебаний в этом случае есть решение следующего линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + cx = Q(t).$$

Задача 4. Исследовать вынужденные колебания материальной точки в среде с вязким трением, происходящие под действием восстанавливающей силы $F(x) = -cx$ и возмущающей силы $Q(t)$ и при наличии сопротивления $R(x) = -bx$.

Такие колебания описываются линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = Q(t).$$

Итак, перечисленные задачи теоретической механики приводят к линейным дифференциальным уравнениям второго порядка с постоянными коэффициентами, как однородным, так и неоднородным. Решение таких уравнений в курсе теоретической механики осуществляется классическим методом (т. е. с помощью составления характеристического уравнения).

При изучении основ электротехники, теории цепей и радиотехнических цепей и сигналов студенты решают задачи четырех типов.

1. Задачи на изучение линейных цепей с постоянными параметрами.

Процессы, происходящие в такого рода цепях, описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = f(t).$$

2. Задачи на изучение линейных цепей с переменными параметрами. Эти цепи описываются линейными дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами:

$$a_n(t) \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_1(t) \frac{dy}{dt} + a_0 y = f(t).$$

3. Задачи на изучение нелинейных цепей.

В процессе решения таких задач, как правило, возникают нелинейные дифференциальные уравнения:

$$a_n(y) \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_0 y = f(t).$$

4. Задачи на изучение нелинейных цепей с переменными параметрами.

Эти задачи приводят к следующему дифференциальному уравнению n-го порядка:

$$a_n(y,t) \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_k(y,t) \frac{d^k y}{dt^k} + \ldots + +a_0(y,t)y = f(t).$$

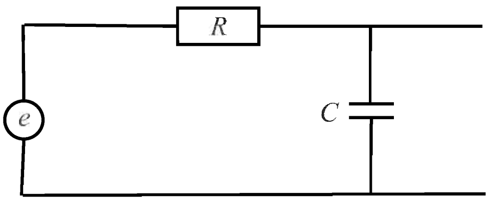
Таким образом, электрические и радиотехнические задачи требуют от студентов умения решать как линейные, так и нелинейные уравнения с постоянными и переменными коэффициентами.

Наиболее распространенными в курсах основ теории цепей, теоретических основ электротехники и радиотехнических цепей и сигналов являются задачи, относящиеся к первому типу. Опишем такие задачи более подробно.

Рассмотрим линейную цепь (электрическую и радиотехническую) с постоянными параметрами. Наступлению в цепи установившегося процесса, при котором напряжения и токи либо неизменны во времени, либо представляют собой периодические функции времени, предшествует переходный процесс. Его исследование — один из типов задач электротехники.

Введем следующие обозначения: i — электрический ток, R — сопротивление, L — индуктивность, C — емкость, t — время, U — напряжение, e — мгновенное значение ЭДС.

Задача 1. Исследовать переходный процесс в следующей линейной цепи с постоянными параметрами R, C:

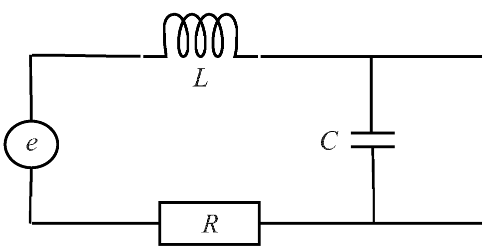


На основании закона Кирхгофа переходный процесс в данной цепи описывается линейным дифференциальным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$\frac{dU_c(t)}{dt} + \alpha U_c(t) = \alpha e(t),$$

где $\alpha = 1/\tau$, $\tau = RC$.

Задача 2. Исследовать переходный процесс в линейной цепи с постоянными параметрами:



Решение этой задачи приводит к линейному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha\frac{di}{dt} + \omega_p^2 = \frac{de}{dt},$$

где $\tau = 2Q/\omega_p$, $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$.

Таким образом, анализ переходного процесса в линейных цепях с постоянными параметрами сводится к решению линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков с постоянными коэффициентами. Эти дифференциальные уравнения составляются по законам Кирхгофа.

Общее решение дифференциальных уравнений физически определяет поведение цепи при отсутствии внешних источников электрической энергии и при заданных начальных условиях. Частное решение соответствует вынужденному режиму, задаваемому источником.

Решение линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в курсах основ теории цепей, теоретических основ электротехники, радиотехнических цепей и сигналов осуществляется двумя методами: классическим (с помощью характеристического уравнения) и операторным (с помощью преобразования Лапласа).

На протяжении всего периода обучения в МИРЭА студентам неоднократно приходится проводить различного рода исследования, связанные с измерениями.

Большинство средств измерений характеризуется некоторыми общими свойствами, которые изучаются в специальном курсе «Электрические измерения», что требует от студентов знания высшей математики, в частности раздела «Дифференциальные уравнения».

Так, зависимость между величинами сигнала на входе и выходе прибора описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами.

Приведем примеры задач на изучение основных свойств преобразователей.

Задача 1. Исследовать свойства реального интегрирующего преобразователя.

Решение данной задачи приводит к линейному дифференциальному уравнению первого порядка с постоянными коэффициентами:

$$\tau\frac{dY_{\text{вых}}}{dt}+Y_{\text{вых}}=S_0X_{\text{вх}},$$

где τ — постоянная времени, S_0 — коэффициент пропорциональности.

Задача 2. Исследовать свойства колебательного преобразователя.

Уравнение, описывающее колебательный преобразователь, есть линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$m\frac{d^2Y_{\text{вых}}}{dt^2}+P\frac{dY_{\text{вых}}}{dt}+C_0Y_{\text{вых}}=S_0X_{\text{вх}},$$

где m, P, C_0 — соответственно масса, коэффициент затухания и жесткость, $Y_{\text{вых}}$ — обобщенное перемещение, $X_{\text{вх}}$ — обобщенная сила.

Приведенные задачи показывают, что изучение свойств преобразователей связано с решением линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков с постоянными коэффициентами. В рассматриваемом курсе такое решение осуществляется операторным методом (с помощью преобразования Лапласа).

Как показало проведенное исследование, решение целого ряда профессиональных задач основано на умении составлять и решать дифференциальные уравнения различных порядков и системы таких уравнений. При этом особенно часто студентам приходится интегрировать линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами классическим методом (с помощью характеристического уравнения).

Для задач прикладного характера недостаточно ограничиться нахождением лишь общего решения дифференциального уравнения. Важным является и определение частного решения, удовлетворяющего начальным условиям. Однако необходимость определения постоянных интегрирования из начальных условий в ряде случаев осложняет решение линейных уравнений с постоянными коэффициентами классическим методом.

Поэтому студенты, как будущие инженеры, должны познакомиться и с операторным методом решения дифференциальных уравнений (с помощью преобразования Лапласа). В этом методе заданные начальные условия включены в исходные уравнения, и для определения искомых функций не нужно дополнительно находить постоянные интегрирования.

Таким образом, перечисленные выше профессиональные задачи для некоторых специальностей МИРЭА требуют от студентов умения решать в первую очередь линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Научить этому студентов — важнейшая задача преподавателей высшей математики.

Методика анализа межпредметных связей на основе регрессионного анализа. Данная методика предложена Е.Н. Кичатовой. Суть метода излагается на конкретном примере. Для нескольких групп студентов (94 человека) проведен анализ оценок по дисциплинам, последовательно изучаемым в вузе: по математике за 3-й и 4-й семестры, оценки по спецдисциплинам за 6-й, 10-й семестры и по дипломному проектированию (специальность «ЭВМ»). Построены линейные среднеквадратические линии регрессии, в результате чего можно сделать следующие качественные выводы:

1. Знание математики оказывает сильное влияние на усвоение теории передачи информации и теории автоматического управле-

ния, изучаемых в 6-м семестре (коэффициенты регрессии равны соответственно 0,65 и 0,72).

2. В свою очередь, эти дисциплины существенно влияют на качество дипломного проектирования (коэффициенты регрессии равны соответственно 0,34 и 0,58).

3. На дисциплинах, изучаемых в 10-м семестре, знания по высшей математике сказываются меньше: коэффициент регрессии для проектирования АСУ равен 0,16, для проектирования ЦВМ — 0,29. Исключение составляет математическое обеспечение — коэффициент регрессии равен 0,43.

4. Знания по теории автоматического управления влияют на изучение проектирования АСУ (коэффициент регрессии 0,42).

5. Знания по теории передачи информации не оказывают влияния на изучение специальных дисциплин в 10-м семестре (коэффициент регрессии 0,16; 0,09; 0,06), хотя влияют на качество дипломного проектирования.

Наряду с влиянием изучения одних дисциплин на усвоение других рассматривалось влияние группы тех или иных на качество дипломного проектирования. Строились плоскости регрессии.

3.2. Усиление подготовки по элементарной математике

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет) готовит инженеров-специалистов широкого профиля в области проектирования и эксплуатации автоматизированных систем управления, радиотехнических и электроакустических систем и устройств, оптико-электронных систем, средств вычислительной и микропроцессорной техники и их математического обеспечения, электрон- ных и микроэлектронных приборов, робототехники, электронной медицинской аппаратуры, а также инженеров-аудиторов по стандартизации и сертификации изделий радиоэлектроники и ряду других специальностей.

Студенты овладевают такими смежными областями знаний, как экономическая кибернетика, банковская информатика, законодательные основы различных сфер экономической деятельности, маркетинг, социально-этические проблемы предпринимательства, психология бизнеса и менеджмента и др.

В основу принятой в МИРЭА системы обучения будущих специалистов положена фундаментальная общетеоретическая подготовка студентов на младших курсах и непрерывное производственное обучение — на старших. Студенты всех специальностей изучают математику и физику в расширенном объеме при углубленном преподавании специальных разделов.

Математическая подготовка абитуриентов. В целях совершенствования преподавания фундаментальных дисциплин в МИРЭА существенное внимание уделяется подготовке контингента будущих абитуриентов: активно работают подготовительная физико-математическая школа и подготовительные курсы. Выпускаются учебные пособия по математике и физике, предназначенные для помощи как учащимся физико-математической школы и слушателям курсов, так и самостоятельно повышающим свой уровень по математике и физике.

Автором монографии совместно с рядом преподавателей кафедр высшей математики и физики подготовлена и издана серия учебных пособий [269, 272, 273, 278, 280] двух видов. В учебных пособиях первого вида [269, 272, 273] задачи, в том числе и предлагавшиеся в МИРЭА на вступительных экзаменах на протяжении ряда лет, разбиты на разделы, соответствующие разделам школьной программы по математике и физике. В каждом разделе содержится краткая теория, некоторые методические указания и примеры решений задач.

В разделе «Математика» значительное место отводится алгебраическим методам, что соответствует традиции проведения вступительных экзаменов в МИРЭА: для успешного изучения усиленного курса высшей математики в университете студенту необходимо свободное владение техникой элементарной алгебры.

В подразделе «Геометрия» уделено большое внимание важнейшим типам задач по планиметрии, стереометрии и векторной алгебре, при этом сделан акцент на необходимость доказательности каждого утверждения, каким бы очевидным оно ни казалось из чертежа.

В подразделе «Элементы математического анализа» авторы пособий сочли возможным рассмотреть только наиболее тонкие методы, связанные с применением производной: доказательство неравенств и нахождение числа корней уравнения. Это объясняется тем, что математический анализ, включая и школьную программу, изучается в университете более углубленно.

При составлении задач по физике в МИРЭА большое внимание уделяется разделам «Электричество», «Магнетизм и колебания», при этом в задачах других разделов содержатся также элементы радиотехники, электроники и автоматики.

Учебные пособия другого вида [278, 280] являются дополнением к только что описанным. Их основу составляют задачи по математике и физике, предлагавшиеся в МИРЭА на вступительных экзаменах.

В первой части пособий приводятся программы вступительных экзаменов по математике и физике для поступающих в технические вузы. Вторая часть содержит варианты экзаменационных билетов по математике и физике за предшествующие годы. В третьей части даны краткие методические указания к решению представленных задач и приведены подробные решения этих задач.

Следует отметить, что в качестве эксперимента на вступительных экзаменах по математике предлагались текстовые задачи различного уровня трудности с профессиональным (для начала — с физическим) содержанием. Приведем примеры.

Задача 1 (повышенной трудности). Две точки совершают гармонические колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях относительно общего центра. В начальный момент $t = 0$ скорость обеих точек равнялась нулю. Найти наименьшее расстояние, на которое сближаются точки, если период колебаний одной из них в два раза больше периода колебаний другой, а амплитуда обеих равна 1 см.

Задача 2 (средней трудности). Через час после того, как два велосипедиста выехали из пункта A, за ними из того же пункта выехал автобус. Через некоторое время автобус нагнал первого велосипедиста, а еще через $2/5$ часа — второго. Известно, что скорость второго велосипедиста в $7/6$ раза больше скорости первого. Сколько времени понадобилось автобусу, чтобы нагнать первого велосипедиста?

Эксперимент показал, что текстовые задачи независимо от условий трудности вызывают у абитуриентов состояние, близкое к шоковому, т. е. им очень трудно составить математическую модель предложенных задач.

Из опыта общения со школьниками и абитуриентами, а также из упомянутого эксперимента можно заключить, что для формирования математической культуры будущих студентов необходимо в процессе школьного курса математики, а также на подготовительных отделениях втузов, в физико-математических школах, на подготовительных курсах обучать решению текстовых задач. Целесообразно вводить при этих же формах обучения составление рефератов, эссе по математике с профессиональной, эстетической, исторической, философской тематикой.

Усиление подготовки студентов-первокурсников по элементарной математике. Если в техническом университете нет факультативных занятий по элементарной математике для студентов первого курса, то полезно сделать следующее:

— на первых двух практических занятиях по математическому анализу повторить графики основных элементарных функций и провести элементарное исследование функций с построением эскиза графика, объясняя студентам, что дифференциальное исследование функции необходимо для *уточнения* графика функции, а в приложениях часто имеет смысл быстро набросать ход кривой — эскиз графика (осуществление пропедевтики построения графика);

— проходя дифференцирование, рассмотреть несколько примеров по арифметике на действия с дробями, напомнить основные тригонометрические формулы, свойства показательных и логарифмических функций;

— посвятить лекцию или половину лекции по математическому анализу обзору курса по элементарной математике и ее важности для усвоения высшей (принцип непрерывности).

3.3. Корректировка содержания программ по высшей математике

Программа по высшей математике для технических вузов. Научно-методическим советом по математике Министерства образования РФ разработана программа по высшей математике для технических вузов страны.

Отметим специфику этой программы.

— Введены все разделы математики, необходимые для втузов с усиленной физико-математической подготовкой. (Выделено необходимое ядро курса высшей математики.)

— В предисловии к программе впервые отмечена важность введения профессионально-прикладных аспектов в курсе высшей математики.

— Ввиду разброса специальностей и специализаций, а также аудиторных часов, выделяемых на математические курсы, математическим кафедрам предоставляется возможность реализовать самостоятельно профессионально-прикладную составляющую в учебных планах и корректировать их содержание с учетом отведенных им аудиторных часов.

— Список обязательной и рекомендуемой литературы пополнен новейшими учебниками и учебными пособиями для технических вузов.

Корректировка содержания программ в конкретном техническом вузе. При составлении или корректировке программы математического курса в конкретном техническом вузе необходимо:

- взять за основу государственный эталон — упомянутую Программу по математике, разработанную Научно-методическим советом;
- во введении отразить мировоззренческое, общеобразовательное, профессиональное и прикладное значение курса математики;
- реализовать профессионально-прикладную и гуманитарную составляющие по возможности во всех формах обучения, но при ограниченном количестве аудиторных часов с пере-

носом центра тяжести на *самостоятельную работу студентов* (типовые расчеты, лабораторные работы, рефераты, эссе, курсовые работы);
– привести укрупненную структурно-логическую схему взаимосвязи разделов математики с общеобразовательными, общепрофессиональными и ведущими специальными дисциплинами данного вуза;
– сформулировать основные умения и навыки, которыми должен овладеть студент, выделив особенно умение составлять математические модели профессиональных и других прикладных задач;
– использовать критерии: соответствия целям, дидактической изоморфности, оптимизации.

Кроме того, было бы полезно включить программу в дидактические материалы для студентов.

Составленные таким образом программы способствуют реализации введенных десяти принципов: целенаправленности, преемственности, непрерывности, мотивации, неформальной строгости, математической интуиции, моделирования, универсальности, уровня развития интеллекта, самообучения и самовоспитания.

3.4. Разработка дидактических материалов

Выше отмечалось, что разработку комплекта дидактических материалов по математике следует начать с программы курса математики. Пример такой программы по разделу «Гармонический анализ» приведен в гл. 4.

Профессиональные задачи, расположенные по уровням трудности. Набор (в идеале банк) профессиональных и прикладных задач является неотъемлемой частью комплекта дидактических материалов для формирования математической культуры студентов технических университетов.

Рассмотрим ряд профессиональных задач для радиотехнических специальностей, расположенных согласно введенной классификации (по возрастающим уровням трудностей).

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Первый уровень — профессиональные аналоги классических задач и формул.

Тема: Непрерывные функции (1-й семестр).

Примеры сигналов:

1) $S(t) = e^{-a|t|}$;

2) $S(t) = e^{-t^2/(2\sigma^2)}$;

3) $S(t) = \begin{cases} \cos\omega_0 t, & |t| \leqslant \tau/2, \\ 0, & |t| > \tau/2, \end{cases}$

4) $S(t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|t|}{\tau/2}, & |t| \leqslant \tau/2, \\ 0, & |t| > \tau/2, \end{cases}$

где $\tau = \pi/\omega_0$.

Тема: Точки разрыва и их классификация.

5) Прямоугольный импульс (конечные скачки):

$\mathrm{rect}(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leqslant \tau/2, \\ 0, & |t| > \tau/2 \end{cases}$

6) Единичная функция Хевисайда (конечные скачки):

$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 1/2, & t = 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$

7) По мнению автора, можно ввести обобщенную функцию, часто используемую в радиотехнике, дельта-функцию Дирака (бесконечный скачок):

$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0, \\ 0, & t \neq 0. \end{cases}$

Тема: Дифференцирование функций.

На выходе дифференцирующей цепи радиотехнического устройства:

$S_{\text{вых}} = k_0 \dfrac{dS_{\text{вх}}}{dt}$, $k_0 = \mathrm{const}$. В частности, $S_{\text{вых}} = \dfrac{d\sigma(t)}{dt} = \delta(t)$.

Тема: Интегрирование функций (2-й семестр).

На выходе интегрирующей цепи:

$S_{\text{вых}} = k_0 \int S_{\text{вх}}\, dt$, $k_0 = \mathrm{const}$.

Так, например, $S_{\text{вых}} = \displaystyle\int\limits_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\ dt$.

Тема: Ряды Фурье (3-й семестр).

Вычисление и графическое представление дискретного спектра для периодических сигналов и спектральных плотностей для непериодических сигналов, рассмотренных выше:

для прямоугольного импульса (5) спектральная плотность

$G(\omega) = \tau \dfrac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2}$;

для сигнала (2) $G(\omega) = \sigma\sqrt{2\pi}\, e^{-\sigma^2\omega^2/2}$;

для $\delta-$функции (7) $G(\omega) = 1$.

Одна из этих задач решается на лекции, одна — на семинаре, одна — самостоятельно.

Второй уровень — учебные и профессиональные задачи с элементами математического моделирования

В типовые расчеты МИРЭА введены профессиональные задачи — разложение наиболее распространенных радиотехнических сигналов в ряд Фурье; приближение сигналов частичными суммами ряда Фурье.

Для активизации самостоятельной деятельности студентов радиотехнических специальностей можно предложить задачи следующих уровней: лабораторную, курсовую, научно-исследовательскую работы, выполняемые ими на кафедре высшей математики.

Третий уровень — учебно-исследовательские профессиональные задачи.

Лабораторная (или курсовая) работа (3-й семестр) (см. гл. 4). Аппроксимация сигнала заданной формы с помощью специальных функций с заданной точностью.

1°. Среди полиномов и специальных функций (дан соответствующий набор) выбрать такой вид, который обеспечивает требуемую точность аппроксимации заданной формы сигнала при минимальном числе членов ряда.

2°. Приблизить заданный сигнал тригонометрическим рядом Фурье и рядом Фурье по функциям Уолша.

3°. Сравнить, какое приближение дает лучший результат в смысле среднеквадратической ошибки.

4°. Построить на одном чертеже графики заданного сигнала, результаты его приближения тригонометрическим рядом Фурье, с помощью полиномов или специальных функций и с помощью ряда Фурье по функциям Уолша.

Четвертый уровень — научно-исследовательские профессиональные задачи.

Курсовая работа. Исследование амплитудных спектров сигналов (см. гл. 4).

1°. Исследовать спектры заданных радиотехнических сигналов, построить их ряды Фурье, графики амплитудных спектров.

2°. Определить ширину спектра сигнала на заданном уровне амплитуды первой гармоники.

3°. Определить, какой из заданных периодических сигналов имеет наибольшую ширину спектра.

Курсовая работа повышенной трудности (или тема научно-исследовательской работы студентов) (3-й или 4-й семестр).

Заданы сигнальные импульсы $S(t)$ известной формы (прямоугольная, треугольная, колоколовидная и др., рассмотренные в предыдущих семестрах); $F(\omega, r)$ — функция, описывающая искажение сигнала средой (коэффициент затухания), где ω — частота сигнала, r — расстояние от точки излучения; $F_{\text{пр}}(\omega)$ — передаточная функция приемника. Найти искаженную форму сигнального импульса $S^*(t)$.

Результаты, полученные студентами при выполнении курсовых или научно-исследовательских работ, могут быть использованы ими при выполнении дипломных работ, связанных с исследованием помехоустойчивости приема сигналов или с тематикой защиты информации.

Такое «вкрапливание» профессиональных примеров и задач в течение всего периода изучения курса математического анализа (четыре семестра) реализует принцип мотивации; усложнение поставленных в начале курса задач от семестра к семестру способствует развитию интеллекта студентов (принцип уровня развития интеллекта) и осуществляет принципы преемственности и непрерывности.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Первый уровень

Радиотехнический аналог классических задач

Тема: Геометрическая вероятность.

Классическая задача о встрече двух лиц; ее радиотехническая интерпретация — «зашумление» приемника при «встрече» двух сигналов.

Усложнение профессиональной задачи по мере усложнения курса

Тема 1: Случайные события.

Задача 1. По линии связи, использующей бинарный код, в случайном порядке передаются n символов этого кода. Рассматриваются следующие события: передача последовательности, содержащей $A = \{$хотя бы один символ «1»$\}$, $B=\{$«1» точно один раз$\}$; $C=\{$хотя бы один символ «0»$\}$; $D = \{\underbrace{0, 0, \ldots, 0}\}$; $A_k = \{$точно k символов «1»$\}$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots, n$.

Указать, какие события образуют полную группу.

Тема 2: Классическая вероятность.

Задача 2. В условиях первой задачи найти вероятность передачи последовательности, содержащей хотя бы один символ «1».

Тема 3: Условные вероятности. Независимость событий.

Задача 3. При условиях первой задачи из-за *наличия помех* возможны случайные переходы одного символа в другой (ошибки). Предполагается, что искажение символов происходит независимо друг от друга (например, воздействует чисто шумовая помеха). Вероятность ошибки $P_{\text{ош}} = 0{,}01$. Зная, что послана кодовая комбинация 10011 ($n = 5$), определить вероятность того, что а) она принята без искажения, б) принята комбинация 01001.

Задача 4. Для повышения помехоустойчивости приема часто используется прием сигнала на несколько пространственно разнесенных антенн (пространственно разнесенный прием). Пусть сигнал принимается на три антенны. Вероятность приема на первую равна 0,7; на вторую — 0,8; на третью — 0,5. Считая, что прием сигналов на все антенны — события независимые, определить вероятность того, что а) сигнал будет принят хотя бы на одну антенну; б) хотя бы на две антенны; в) на все антенны одновременно.

Нетрудно видеть, что приведенные задачи с дополнением новых условий можно ввести и в последующих темах (испытания Бернулли; формула полной вероятности; формула Байеса и др.), т. е. провести через весь курс теории вероятностей.

Второй уровень

В типовые расчеты МИРЭА по теории вероятностей введены некоторые учебно-профессиональные задачи с элементами математического моделирования.

Третий и четвертый уровни

Выделение основных профессиональных задач и их математических моделей

Задача 1. Исследование помехоустойчивости разнесенного приема сигналов.

Задача 2. Обнаружение и распознавание (различение) сигналов при наличии помех.

Пусть на вход распознающего устройства поступают сигналы двух различных классов («точка», «тире» — в телеграфии, 0 и 1 — при передаче в двоичном коде и др.). Эти сигналы представляют собой сумму полезного сигнала и случайной помехи, т. е. случайные величины, распределения которых известны. Задача распознающего устройства — по величине принятого сигнала определить, к какому классу он относится.

Задача 3. Нахождение функции распределения вероятностей на выходе радиотехнического устройства (например, одноканального коррелятора), когда на его вход действуют два а) узкополосных, б) широкополосных стационарных нормальных коррелированных процесса. Использовать найденную функцию распределения вероятностей при исследовании помехоустойчивости некоторых радиосистем.

Эти задачи могут служить темами курсовых и научно-исследовательских работ и быть востребованными в дипломных проектах.

Решение профессиональных задач подобного типа увеличивает заинтересованность студентов в изучении математических методов, развивает интеллект, повышает математическую и профессиональную культуру.

Контрольно-обучающие программы с профессиональной направленностью. Необходимость сочетания профессиональной направленности и фундаментализации подготовки инженеров привела к разработке следующих принципов построения контрольно-обучающих программ:

- учесть цель программы — умение составлять математическую модель профессиональной задачи;
- выбрать метод решения;
- развить умение видеть физический (профессиональный) смысл полученного математического результата.

Реализация этих принципов заложена в построении конкретных обучающих программ. Такие программы могут быть использованы в самостоятельной работе студентов для приобретения отмеченных выше навыков.

Приведем пример построения обучающей программы по теме «Операционное исчисление» [276], разработанной А.В. Хохловым под руководством автора.

В курсе дифференциальных уравнений по теме «Операционное исчисление» проводится несколько занятий. В типовой расчет включена одна задача по расчету токов в электрической цепи. Студенты не всегда подходят к решению этой задачи хорошо подготовленными, а она достаточно важна для студентов МИРЭА. В дальнейшем они встретятся с операционным исчислением в курсе «Теоретические основы электротехники», где оно широко применяется при расчете электрических цепей. Разработка обучающей программы по операционному исчислению вызвана желанием помочь студентам более твердо усвоить основные методы работы с преобразованием Лапласа и его применениями.

Основные цели данной работы:

- познакомить студента с основными свойствами преобразования Лапласа;
- продемонстрировать эти свойства на примерах;
- показать, как преобразование Лапласа применяется при решении дифференциальных уравнений;
- продемонстрировать применение операционного исчисления для расчета токов в простейших электрических цепях, содержащих реактивные элементы;

– проконтролировать умение студента интегрировать несложные функции и его способность правильно пользоваться таблицей изображений.

Предлагаемая студенту последовательность выдачи информации следующая:

1. Введение.
2. Обозначения.
3. Определение преобразования Лапласа.
4. Пример 1 на нахождение изображения.
5. Пример 2 на нахождение изображения.
6. Пример 3 на нахождение изображения.
7. Таблица изображений.
8. Свойства преобразования Лапласа.
9. Применение преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений.
10. Пример 4 решения дифференциального уравнения.
11. Пример 5 расчета электрической цепи.
12. Пример 6 расчета электрической цепи.
13. Заключение.

Остановимся на некоторых пунктах.

Примеры 1–3 должны показать студенту, как найти изображения непосредственно через определение. На этом же этапе ведется контроль умения интегрировать. Можно предусмотреть повторение пп. *3–6*. В этом случае желательно иметь набор однотипных задач для случайного выбора. Контроль ведется на основе многовариантного ответа.

В п. *7* контролируется способность студента пользоваться таблицей изображений,

В п. *13* выводится результат прохождения программы студентом и «устная» оценка этого результата (в виде комментария). Результат выводится как соотношение числа правильных ответов и общего числа заданий. Такое же соотношение дается отдельно по интегрированию

Пункт *13* включает также список литературы

В п. *2* даются обозначения, применяемые в программе. Необходимость этого пункта вызвана использованием алфавитно-цифрового терминала.

При решении и разборе задач студенту предоставляется возможность получить следующую информацию: обозначения; определение; таблицу; свойства.

Для этого используется режим «помощь» через клавиши, а уже затем выводится соответствующая информация по выбору. Далее приведена выдаваемая на экране информация и в некоторых случаях комментарии к ней.

Пример информации

Л и с т 1. Введение

Предлагаемая программа предназначена для изучения основных свойств и методов операционного исчисления и его применения при решении дифференциальных уравнений и расчете токов в 10 электрических цепях.

Операционное исчисление находит применение в различных областях физики. Мы будем рассматривать исчисление на основе преобразования Лапласа.

Для решения потребуется умение брать простые интегралы, внимание и сообразительность.

Введите следующую информацию:

Ваша группа.

Фамилия и инициалы.

Творческие задачи. Профессиональные задачи всех уровней являются задачами с элементами творчества той или иной степени. Так как профессиональные задачи были подробно описаны выше, то остановимся на творческих задачах, которые можно ввести в учебный процесс по математике с помощью гуманитарной составляющей в виде:

– кратких экскурсов в историю математики на лекциях, семинарских занятиях с постановкой проблемных вопросов;
– студенческих докладов на семинарах и научных конференциях;
– рефератов, эссе, курсовых работ со следующей примерной тематикой.

Эстетическая тематика

Математика и искусство; математика и музыка; математика и живопись; математика и архитектура; математика и скульптура; математика как средство компьютерного моделирования красивых объектов [153]; пифагорейская теория пропорции и искусства; спираль Архимеда в искусстве и вне искусства.

Нравственная и философская тематики

Спор А.А. Маркова и П.А. Некрасова [311]. Дело академика Н.Н. Лузина [91]. Бесконечное в науке, философии и богословии [118]. Жозеф Луи Лагранж — математик и философ — светлая, благородная личность. Душевная красота великого Леонарда Эйлера. Благородный и возвышенный гений — Кеплер [347]

Историческая тематика

История зарождения теории вероятностей; две задачи Шевалье де Мере. История развития математического образования в России [129, 224, 208]. Азартные игры и теория вероятностей [366]. Дж. фон Нейман и теория игр. Петр I и математическое образование в России. История числа π [156]. Л. Эйлер и его формула $e^{i\pi} = -1$. «Король математиков» Карл Фридрих Гаусс.

Тематика единства мироздания

Математика и естественные науки. Математика и экономика. Математика и биология. Математика для гуманитариев. Математика и лингвистика. Диалог различных ветвей культуры. Входила ли математика в круг интересов А.С. Пушкина [366]?

Приведенная тематика групп рефератов, эссе, курсовых работ позволяет использовать *эстетическую, нравственную, философскую, историческую, мировоззренческую* мотивации при изучении математики, способствует пониманию единства мироздания, формированию нравственных качеств личности студента и его общечеловеческой культуры.

Учебные пособия. В дополнение к классическим учебникам, учебным пособиям и монографиям по математике для студентов технических университетов необходимы учебные пособия с приложениями математических методов к профилирующим специальностям и другим наукам. Существует достаточно много научных и научно-популярных книг на эти темы [346, 348, 356, 367].

В МИРЭА попытку написать учебные пособия сделал коллектив преподавателей кафедры высшей математики совместно с преподавателями кафедры теоретических основ радиотехники [286] и кафедры физики [26].

Для исследования систем передачи информации широко применяются современные разделы высшей математики. Однако существует некоторый отрыв чисто математической литературы от технической, посвященной исследованию и проектированию конкретных систем.

В математических изданиях материал излагается строго, но это изложение не направлено на решение конкретных инженерных задач, что в очень большой степени затрудняет их использование инженерами. С другой стороны, в учебных пособиях по системам связи не всегда уделяется должное внимание последовательному изложению математических методов, используемых при изучении радиосистем.

Пособие [286] было написано с целью помочь слушателям радиотехнических специальностей при изучении как курса высшей математики, так и курса по радиотехническим системам передачи информации.

Исследование систем передачи информации во многом сводится к изучению преобразований совокупностей случайных процессов радиотехническими цепями, что требует использования методов теории вероятностей и теории случайных процессов. Эти методы описаны в первых двух разделах пособия.

Для увеличения помехоустойчивости приема сигнала часто применяют разнесенный прием, заключающийся в том, что принимаются N реализаций сигнала, подвергающихся совместной обработке (например, прием на N антенн), что влечет за собой применение матричного метода. В этом случае сигналы и помехи в парциальных каналах представляются в виде координат N-мерных векторов. А корреляционные связи между процессами задаются в виде квадратных матриц, в общем случае комплексных.

Применение методов линейной алгебры позволяет получить ряд новых результатов по синтезу эффективных систем обработки сигнала. Изложению методов линейной алгебры, их применению посвящен третий раздел пособия.

Четвертый раздел служит иллюстрацией описанных в пособии математических методов. С другой стороны, приведенные радиотехнические задачи имеют самостоятельную ценность, поскольку показывают направления развития систем передачи информации.

К достоинствам данного пособия следует отнести также и то, что подобранные в каждой главе радиотехнические задачи расположены по возрастающим уровням трудностей: в профессиональную задачу от параграфа к параграфу вводятся новые параметры, следовательно, усложняется ее математическая модель.

Учебное пособие «Колебательные процессы в курсе общей физики и высшей математики» [26] предназначено для изучения одного из важнейших разделов науки и техники колебательных процессов. Изучение этого раздела раскрывает глубокую связь физики и математики, показывает универсальность общих подходов к пониманию самых разнообразных явлений, сопровождающих колебательные процессы, происходящие в природе (смена времен года, дня и ночи, волны на поверхности воды, колебания маятника, биоритмы, биение сердца). Изложенный в пособии материал является вводным при изучении теоретических основ электротехники, теоретических основ радиотехники, а также большинства дисциплин старших курсов МИРЭА.

Электронные учебники

Педагогико-эргономические требования к электронным учебникам

При разработке электронных учебников необходимо иметь в виду педагогико-эргономические требования, учет которых решает некоторые психологические проблемы восприятия электронного материала:

- учебник должен состоять из набора файлов небольшого размера, объединенных общей навигационной системой гиперссылок;
- размер каждого HTML-файла вместе с графикой не должен превышать 50 кБ;
- дизайн учебника должен быть рассчитан как минимум на два режима дисплея: 640×480 и 800×600 pix;
- цветовая палитра учебника не должна превышать 256 цветов;
- важен дизайн первой (главной) страницы;
- желательно, чтобы в процессе изучения учебного материала обучаемый имел возможность оперативно получать текущую справочную информацию, например по терминологии, размерностям, ГОСТам и т. д. из предусмотренных для этих целей словаря, справочника и т. п.;
- должны быть разделы с лабораторными и курсовыми работами или проектами;
- восприятие студентом излагаемого в электронном учебнике материала зависит не только от того, как подобран и в какой последовательности подается материал, каким стилем и в какой манере написан учебник, но и *как он оформлен*!

Подробнее эти требования изложены в курсовой работе Максима Соловьева: `http://zgpu.chita.ru/virlib/students/diploms/treb/index.htm`.

Отбор прототипов для электронных учебников

Прототипы электронных учебников, учебных пособий, задачников по высшей математике должны удовлетворять целому ряду требований, сочетающих в себе те, которые предъявляются к грифованным бумажным носителям, и те, что описаны выше.

Особенно нужно отметить следующее:

1. Для технических университетов необходимо вводить профессиональные (инженерные) задачи, задачи на математическое моделирование, а также предусмотреть выполнение рефератов, эссе, курсовых работ с элементами истории математики, нравственной проблематикой и с приложениями к другим (непрофессиональным) дисциплинам [9–11].

2. Для естественнонаучных специальностей университетов должны вводиться те же задачи, что и для технических университетов, с элементами концепции современного естествознания.

3. Для гуманитарных специальностей полезно расширить тематику рефератов, эссе, курсовых работ в направлении взаимосвязей математики и искусства, математики и музыки, математики и литературы. С целью формирования естественнонаучного

мировоззрения в этом случае необходимо приводить больше задач на развитие алгоритмического, логического и абстрактного мышления.

Каталог электронных продуктов по математике

В результате выборочного аналитического обзора существующих электронных материалов, в том числе и электронных учебников по математике, составлен каталог электронных продуктов по математике в России, который целесообразно включить в дидактические материалы как для преподавателей, так и для студентов.

Каталог

№ п/п	Название	Университет, авторы	Специальность
I	*Компьютерные учебники и учебные пособия*		
1	Мультимедийный «Дискретная математика»	Таганрогский государственный радиотехнический университет	Технические университеты
2	Математика. Учебный комплекс по элементарной математике для абитуриентов и старшеклассников	Самарский государственный аэрокосмический университет, Центр новых информационных технологий	Старшие классы средних школ, абитуриенты, технические университеты
3	Математика и информатика	Кабардино-Балкарский государственный университет, В.М. Казиев	Гуманитарные специальности
4	Компьютерное учебное пособие «Высшая математика для инженерных специальностей»	Авторский коллектив МГУ, МФТИ, МЭИ	Экономические и технические специальности
5	Компьютерный учебник «Множества. Отображения. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности»	Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Д.И. Батищев, Д.Е. Шапошников	Прикладная математика и информатика
6	Компьютерный учебник «Методы оптимизации»	Таганрогский государственный радиотехнический университет	Информатика
7	Компьютерный учебник по линейной алгебре	МГУ, Г.Д. Ким, Л.А. Кривцов	Технические вузы. Прикладная математика
8	Электронный учебник по математике (фрагменты)	МИЭТ, А.С. Поспелов	Технические университеты

№ п/п	Название	Университет, авторы	Специальность
9	Электронный учебник по теории автоматов	Иркутский государственный технический университет, А.А. Гафиулов, А.С. Князев, А.С. Устинов	Технические университеты
10	Математика	МГАТУ им. К.Э. Циолковского, В.А. Каймин, В.А. Муравей	Технические университеты
11	Информатика	МГАТУ им. К.Э. Циолковского, В.А. Каймин, В.А. Муравей	Технические университеты
II	*Электронные копии учебников и курсов лекций*		
1	Электронная версия учебника «Теория вероятностей и математическая статистика»	МГУ, А.Д. Манита	Классические университеты
2	Электронная версия учебника «Лекции по математике. Линейная алгебра. Математический анализ»	МГИМО, А.В. Степанов	Классические университеты
3	Электронная версия книги «Введение в методы теории функций комплексной переменной»	В.И. Елисеев	Классические университеты
4	Электронная версия учебника «Лекции по математическому анализу»	И.В. Каменев	Классические университеты
5	Электронная версия учебника «Лекции по методам оптимизации»	Н.М. Новикова	Классические университеты
6	Лекции по теории чисел	Уральский государственный университет, С.В. Сизый	Классические университеты
7	Информационное моделирование в гуманитарных науках (курс лекций)	МГСУ, М.Г. Дмитриев	Гуманитарные специальности
8	Математические модели некоторых социальных и экономических процессов (курс лекций)	МГСУ, М.Г. Дмитриев	Гуманитарные специальности

№ п/п	Название	Университет, авторы	Специальность
9	Формальные языки и грамматика. Курс лекций в стиле «Lecture Notes»	Ярославский государственный университет, В.А. Соколов	Гуманитарные специальности. Прикладная математика и информатика
10	Основы сетевых технологий	МИРЭА (ТУ), Д.Э. Федотова	Технические университеты
III	*Компьютерные пособия и задачники*		
1	Моделирующая компьютерная среда для образования «Информатика». Электронный задачник	Пермский государственный технический университет. Региональный центр информатизации. Лаборатория компьютерного моделирования	Средние и высшие учебные заведения
2	Учебно-методический пакет «Матрица»	МЭИ, А. Демушкин, Н.А. Сливина, Е.В. Чебров	Колледжи, техникумы
3	Учебно-методический пакет «Обыкновенные дифференциальные уравнения»	МЭИ, А.И. Кириллов, Н.А. Сливина, К.А. Морозов	Технические вузы
4	Тренажер для подготовки к экзаменам по курсу «Теория оптимизации»	МАИ	Университеты и технические вузы
5	Компьютерный практикум по аналитической геометрии на плоскости	МАИ, В.Н. Ильин, Д.Ю. Комяков	Средние и высшие учебные заведения
6	Учебный электронный курс «Открытая математика»	ООО ФИЗИКОН	Средние школы, подготовительные отделения вузов
7	Решебник «Высшая математика»	МЭИ, О.В. Зимина, А.И. Кириллов, Т.А. Сальникова	Технические вузы
8	Компьютерный задачник по математике	МИСиС, В.А. Карасев, Н.А. Мордвинцев	Технические вузы

№ п/п	Название	Университет, авторы	Специальность
IV	*Лабораторный практикум по математике*		
1	Лабораторный практикум «Численные методы решения уравнений в частных производных»	МФТИ, С.В. Утюжников	Университеты и технические вузы
2	Лабораторный практикум «Численные методы решения обыкновенных диференциальных уравнений»	МФТИ, В.И. Косарев	Университеты и технические вузы
V	*Компьютерные системы контроля и тренажеры*		
1	Тесты по актуарной математике	РСУ	Классические университеты
2	Компьютерная система контроля знаний студентов по высшей математике. Дифференциальные уравнения	МГУ, В.Г. Баула, Б.Я. Локшин, Н.Х. Розов, В.Г. Сушко, Е.В. Шикин	Университеты и технические вузы
3	Автоматизированный контроль знаний	Томский государственный университет систем управления и радиотехники, М.В. Веретенников	Университеты и технические вузы

3.5. Оценка качества математической подготовки специалистов

Процесс оценки качества математического образования представляет собой сложную по структуре и содержанию процедуру. Технология этой оценки зависит от целей и содержания профессионального образования; научно-методического и организационного обеспечения учебного процесса; квалификации профессорско-преподавательского состава; уровня материально-технической базы.

Главные критерии для оценки качества образования:

— содержание учебного процесса (программы, задания, пособия, учебники);

— организация обучения, использование оптимальных средств и методов учебной работы, в частности написание рефератов, эссе по истории математики и применению математических методов в различных областях, курсовых работ по математике с профессиональными задачами;

— конечные результаты обучения.

Традиционная оценка усвоения знаний не в полной мере отражает уровень математической культуры студента. Альтернативная система, предполагающая постоянный контроль знаний студентов в течение семестра, обладает важными преимуществами:

1) такая система более объективна;

2) результаты тестирования могут быть представлены в более дифференцированных шкалах, чем обеспечивается повышение точности оценки успехов студентов:

3) экономится время при проверке.

Конечно, тестирование как метод контроля имеет свои ограничения. Трудно оценить глубину понимания предмета, логику рассуждений, нельзя исключить ошибки, вызванные невниманием или непониманием тестового вопроса. Наилучший эффект может быть получен, если тестирование сочетается с традиционными методами контроля. В настоящее время в ряде вузов вводится рейтинговая система контроля. Она учитывает всю активную деятельность обучающегося, связанную с приобретением знаний, умений и других показателей, формирующих личностные качества студентов (участие в научной работе на кафедре, выступление с докладом на студенческих конференциях и др.).

Рейтинговая сумма баллов формируется по результатам следующих видов контроля:

- входной — контроль знаний студентов при начале изучения дисциплины;
- текущий — контроль знаний на лекциях, лабораторно-практических занятиях;
- рубежный — контроль знаний по окончании изучения отдельной темы;
- итоговый — зачет или экзамен по всему предмету;
- отсроченный — контроль остаточных знаний и умений спустя некоторое время после изучения темы, раздела или всей дисциплины;
- курсовые и дипломные работы — контроль использования математических умений и навыков в решении профессиональных задач.

Для оценки качества высшего образования, и в частности естественнонаучного и математического образования в вузах одного профиля, целесообразна коллективная разработка тестов по различным дисциплинам с последующей их экспертизой соответствующими научно-методическими советами. Результаты тестирования должны фиксироваться органами управления Ми-

Рис. 3.1. Концепция формирования математической культуры студентов технических университетов (ФМКСТУ)

нистерства образования с тем, чтобы иметь возможность более детально оценивать работу высших учебных заведений при их аттестации.

Согласно разработанной концепции формирования математической культуры студентов технических университетов (рис. 3.1) предложена система критериев для оценки качества математической подготовки специалиста (рис. 3.2). Оценка конечных результатов деятельности студента по перечисленным критериям составит так называемый паспорт (портфель) сформированности математической культуры специалиста.

Аналогично может быть проведена оценка качества естественнонаучной подготовки студентов.

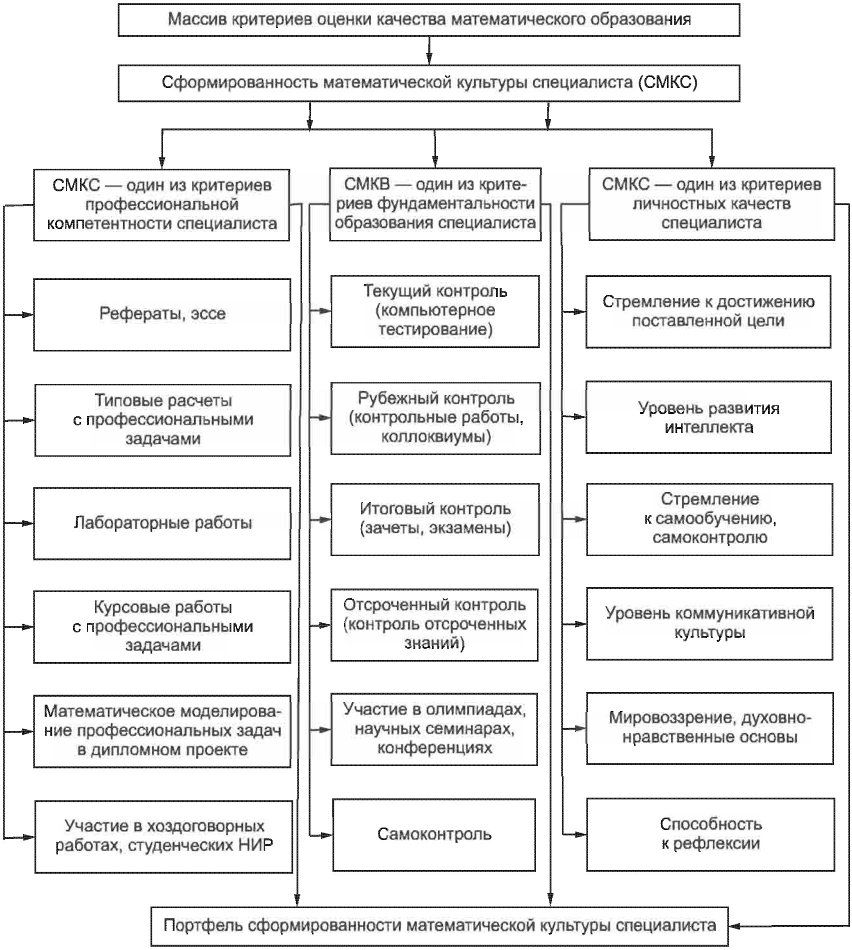


Рис. 3.2. Система критериев для оценки качества математической культуры будущего специалиста

Глава 4

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ (РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ) СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

То, чему мы учились в школах и университетах, — не образование, а только способ получить образование.

Ралф Эмерсон

В этой главе представлен учебно-методический комплекс по математике, основанный на разработанной автором концепции формирования математической культуры студентов технических университетов. Комплекс реализует выделенные десять дидактических принципов: целенаправленности, непрерывности, преемственности, неформальной строгости, мотивации, математической интуиции, моделирования, универсальности, уровня интеллектуальной деятельности, самообучения и самовоспитания.

В структуру комплекса входят следующие составляющие: государственные стандарты по данной специальности; программа по математике для специальности или групп специальностей, рекомендованная Научно-методическим советом по математике Министерства образования РФ; требования к базисным умениям и навыкам по математике, которыми должен обладать специалист (принцип целенаправленности); эссе, посвященное роли математики в овладении данной специальностью или группой специальностей (принцип мотивации); рекомендации для повторения основных разделов элементарной математики (принцип преемственности); курсы лекций по всем разделам математики, в которых использованию математических методов в сфере специальности и в других областях жизни должно быть отведено определенное место (принцип непрерывности); разработки упражнений; типовые расчеты, лабораторные и курсовые работы с профессиональными задачами; темы спецкурсов, докладов, рефератов, эссе, дипломных проектов, развивающих интеллект (принцип уровня развития интеллекта); основная и дополнительная литература, включающая интернет-сведения.

Такой комплекс — интеллектуальный самоучитель — поможет становлению и развитию культуры личности специалиста.

Ниже дано описание основных структурных составляющих данного комплекса и приведены некоторые их фрагменты.

4.1. Методический раздел комплекса

Государственный стандарт и программа по математике для направления 550 000 — технические науки. Государственный стандарт и рекомендованную Министерством образования Примерную программу по математике для направления 550 000 — технические науки, как упоминалось выше, целесообразно внести в учебно-методический комплекс для преподавателей и студентов.

Далее приведен анализ стандартов и реализация программы для радиотехнических специальностей, сформулированы научно-методические рекомендации, которые могут оказать несомненную помощь как разработчикам стандартов и программ, так и их пользователям.

Анализ государственных образовательных стандартов

Выборочный анализ государственных образовательных стандартов для технических, естественнонаучных, а также ряда гуманитарных специальностей (история, психология, юриспруденция и др.), показал, что

1) курсы математики, физики и химии претерпевают значительное сокращение;

2) в требованиях к уровню подготовки выпускника-специалиста и магистра (п. 7 государственных стандартов) и в квалификационных требованиях (п. 1 государственных стандартов) по целому ряду направлений и специальностей (гуманитарные, социальные, экология и природопользование и даже некоторые технические специальности) не упоминается в явном виде необходимость знания основных математических понятий, без которых невозможно сформировать научное мировоззрение и профессиональную культуру выпускника;

3) для большинства общепрофессиональных дисциплин, внесенных в стандарты, не обозначено использование математических методов, что влечет за собой их недооценку в дипломных работах.

Проанализировав сложившуюся ситуацию, группа исполнителей проекта Министерства образования РФ «Оценка качества фундаментального математического и естественнонаучного образования в высших учебных заведениях различного профиля» (Л.Д. Кудрявцев, С.А. Розанова, В.С. Сенашенко, Н.Р. Сенаторова, Т.А. Кузнецова) предложила следующие рекомендации.

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОММЕНДАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ЦИКЛА ЕН *)

1. Положительно решить вопрос о нормативном выделении для аудиторных занятий не менее 60% общего числа часов, отводимых на курс высшей математики в технических вузах.

2. В целях повышения качества преподавания естественнонаучных дисциплин с большой экспериментальной составляющей необходимо выделить на проведение аудиторных занятий не менее 50% из общего числа часов. При этом не менее 30% времени, выделенного для аудиторных занятий, должно отводиться на выполнение экспериментальных работ в лабораторных практикумах. Это потребует обновления учебно-лабораторной базы, а возможно, и пересмотра списка обязательных лабораторных работ, сопровождающих изучение различных разделов той или иной из естественнонаучных дисциплин, входящих в цикл ЕН.

3. Министерству образования при разработке государственных образовательных стандартов общих математических и естественнонаучных дисциплин необходимо учитывать рекомендации соответствующих научно-методических советов для обеспечения фундаментальности и широты преподавания математических и естественнонаучных дисциплин на непрофильных направлениях и специальностях. Это позволит подготовить специалистов с широким научным кругозором, способных адаптироваться к изменениям в технике и технологиях.

4. Новые государственные стандарты высшего профессионального образования предусматривают возможность включать в учебный план новые дисциплины по предложению учебно-методических объединений, которые входили бы в состав цикла общематематических и естественнонаучных дисциплин. Разработчики проекта рекомендуют содержание соответствующих курсов структурно увязывать с базовым содержанием цикла, учитывая одновременно особенности профессиональной подготовки по различным направлениям и специальностям. При этом национально-региональная (вузовская) составляющая цикла ЕН содержательно должна соответствовать квалификационной характеристике выпускника, а дисциплины и курсы по выбору студента должны дополнять и развивать содержание федеральной составляющей рассматриваемого цикла дисциплин.

5. Рекомендуется Министерству образования РФ не утверждать стандарты и программы без визирования их структуры и содержания соответствующими научно-методическими советами.

*) В цикл ЕН входят математические и естественнонаучные дисциплины.

6. Организовать работу по дальнейшему совершенствованию примерных программ по дисциплинам, входящим в состав цикла ЕН, которые учитывали бы и межпредметные связи и профессиональные цели образования в высшей школе. Особое внимание необходимо уделить развитию методики преподавания общих математических и естественнонаучных дисциплин студентам, обучающимся по специальностям гуманитарной и социально-экономической направленности.

7. Примерные программы нового поколения по дисциплинам цикла ЕН должны быть обеспечены учебниками и учебными пособиями нового поколения. С этой целью, учитывая особенности новой структуры высшего профессионального образования, необходимо разработать концепцию создания новых учебников и учебных пособий, которая отражала бы особенности их преподавания студентам, обучающимся по различным основным образовательным программам высшего профессионального образования (бакалавриат, магистратура, подготовка дипломированных специалистов).

8. Восстановить в технических университетах вступительные экзамены по физике и устные по математике (в случае введения единых государственных выпускных экзаменов в средней школе включить в их число экзамены по физике, по математике — письменный и устный).

9. Формирование математической культуры студентов технических университетов следует рассматривать как закономерность учебного процесса. Вследствие этого в руководстве дипломными работами студентов технических университетов обязательно должны участвовать представители кафедры высшей математики.

10. Необходимо проведение ряда организационно-методических мероприятий, направленных на повышение квалификации преподавателей общих математических и естественнонаучных дисциплин, в новых условиях организации учебного процесса с учетом особенностей новой структуры высшего профессионального образования.

11. Целесообразно регулярно проводить региональные научно-методические конференции преподавателей естественнонаучных дисциплин в вузах для обмена опытом работы и обсуждения новых назревших проблем в учебном процессе. Опыт 1960–1980-х гг. показал, что проведение подобных конференций существенно содействует повышению уровня изучения естественнонаучных дисциплин в периферийных вузах.

12. С целью повышения качества математического и естественнонаучного образования необходимо решить вопросы непрерывности и преемственности программ математических и естественнонаучных дисциплин, изучаемых в средней образовательной школе, и учебного материала по этим дисциплинам, рекомендуемого к изучению в высшей школе.

13. Необходимо в п. 1 («Квалификационные требования») и п. 7 («Требования к выпускнику») государственных стандартов высшего профессионального образования по всем направлениям ввести требование умения применять математические методы, математические модели в соответствующей профессиональной деятельности.

14. Рекомендовать всем специальным кафедрам профессиональных вузов шире использовать математические методы и модели в своих курсах и предусматривать их применение в дипломных работах.

15. Ввести в программы специальных предметов Государственных стандартов разделы с использованием соответствующих математических методов.

16. Для оценки качества математического и естественнонаучного образования целесообразно в вузах одного профиля провести совместную экспериментальную разработку тестов по различным дисциплинам с последующей их экспертизой соответствующими научно-методическими советами, предусмотрев в дальнейшем (в случае положительных итогов эксперимента) использование результатов тестирования при аттестации вузов.

Реализация Примерной программы по математике для направления 550 000 — технические науки (на примере радиотехнических специальностей)

Во введении к Программе говорится о необходимости выработки «умения решать примеры и задачи для последующего применения математических методов в технических приложениях».

Однако, например, в разделе 7 («Гармонический анализ») ничего не сказано о приложениях этой важнейшей для радиотехнических специальностей темы.

В связи с этим целесообразно при составлении рабочей программы для радиотехнических специальностей дополнить п. 7.1 примерами ортогональных систем (тригонометрическая система, полиномы Лежандра, Чебышева, Эрмита, Лагерра, Якоби, система функций Уолша); в пп. 7.2–7.6 ввести примеры рядов Фурье по перечисленным выше системам; комплексную форму ряда Фурье и дискретный спектр; добавить примеры (интегральные синус и косинус, гамма- и бета-функции) и понятие о функциях Бесселя к теме «Несобственные интегралы», а также пункт «Спектральная плотность. Физический смысл модуля спектральной плотности сигнала» к теме «Интеграл Фурье»; ввести новый пункт: «Графики и свойства некоторых специальных функций; примеры их приложения в радиотехнике».

С учетом этих замечаний может быть составлена следующая программа по разделу «Гармонический анализ» для радиотехнических специальностей.

Программа по разделу «Гармонический анализ» (для радиотехнических специальностей), 11 лекций

1. Метрические пространства. Нормированные пространства. Бесконечномерные евклидовы пространства. Полнота пространства. Банаховы и гильбертовы пространства. Ортогональные и ортонормированные системы. Процесс ортогонализации. Примеры ортогональных

систем: тригонометрическая система, полиномы Лежандра, Чебышева, Эрмита, Лагерра, Якоби, система функций Уолша (2 лекции).

2. Ряды Фурье по ортогональным системам. Примеры рядов Фурье по перечисленным выше системам. Минимальное свойство частичных сумм рядов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля–Стеклова. Полнота и замкнутость системы (1 лекция).

3. Тригонометрические ряды Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Виды сходимости рядов Фурье. Комплексная форма ряда Фурье. Дискретный спектр (2 лекции).

4. Интегралы, зависящие от параметра, непрерывность. Дифференцирование и интегрирование по параметру (1 лекция).

5. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Интегральные синус и косинус, гамма- и бета-функции. Понятие о функциях Бесселя (2 лекции).

6. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье. Формулы обращения. Свойства преобразования Фурье. Спектральная плотность. Физический смысл модуля спектральной плотности сигнала (2 лекции).

7. Графики и свойства специальных функций. Таблица коэффициентов разложения сигналов в ряд Фурье. Пример приложения специальных функций в радиотехнике (1 лекция).

Примерный план семинарских занятий

1. Тригонометрические ряды Фурье для произвольных функций, удовлетворяющих условиям Дирихле для четных и нечетных функций. (Предлагаемое пособие: Сб. задач под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. Т. 2: «Специальные разделы математического анализа». М.: Наука, 1986. № 12.480–12.492; см. ниже методические рекомендации.)

2. Приближение четных, нечетных и произвольных функций-сигналов частичными суммами ряда Фурье. Три вида сходимости: поточечная, равномерная, сходимость в среднем (Указ. сб. задач. Т. 2. № 12.480–12.492, 12.493–12.500).

3. Лабораторная работа. Аппроксимация сигналов с помощью ортогональных полиномов специальных функций.

4. Задачи на нахождение дискретного спектра основных (периодических) радиосигналов: прямоугольного, колоколообразного, треугольного, в виде трапеции, синусоиды.

5. Собственные и несобственные интегралы, не зависящие от параметра. (Повторение. Указ. сб. задач. Т. 1. № 6.411–6.415; 6.425–6.427; 6.433–6.440.)

6. Собственные интегралы, зависящие от параметра (Указ. сб. задач. Т. 2. № 8.165–8.171; 8.175, 8.176).

7. Несобственные интегралы, зависящие от параметра (Указ. сб. задач. Т. 2. № 8.179–8.185; 8.188–8.191).

8. Задачи на гамма- и бета-функции, интегральные синус и косинус, функции Бесселя (Сб. задач и упражнений по специальным главам высшей математики / Под ред. Г.И. Кручковича. М.: Высш. школа, 1970. № 4.15–4.18, 4.24–4.29; 4.33–4.40; 4.44–4.50, 4.54, 4.89–4.95, 4.114).

9. Интеграл Фурье как пример несобственного интеграла, зависящего от параметра. Преобразование Фурье. Спектральная плотность. (Сб. задач и упражнений по специальным главам высшей математики / Под ред. Г.И. Кручковича. М.: Высш. школа, 1970. № 5.1–5.7; 5.17, 5.20, 5.22).

10. Нахождение спектральной плотности основных (непериодических) радиосигналов (см. методические указания к упражнениям).

11. Прием типового расчета и лабораторной работы.

Методические рекомендации к семинарским занятиям

1. Задачи, рекомендуемые для семинарских занятий 1, 2, возможно расположить по следующим уровням сложности.

Первый уровень: разложить в ряд Фурье периодические функции, заданные в примерах № 12.480–12.492, 12.493–12.500.

Второй уровень: построить графики частичных сумм $S_0(x)$, $S_1(x)$, $S_2(x)$, $S_3(x)$ и функций, заданных в указанных выше примерах.

Третий уровень: установить типы сходимостей (равномерная, поточечная, в среднем) частичных сумм к сумме ряда Фурье для функций, заданных в тех же номерах. Изобразить график суммы ряда Фурье.

Четвертый уровень: примеры 12.478, 12.479, 12.501, 12.502, 12.503, 12.505.

2. В качестве периодических радиосигналов в четвертом семинарском занятии можно взять сигналы, приведенные в задании к лабораторной работе (см. ниже с. 141).

3. Для нахождения спектральных плотностей непериодических радиосигналов (семинарское занятие 10) можно воспользоваться соответствующими таблицами, приведенными в работе [232].

Требования к базисным знаниям, умениям и навыкам по математике, которыми должен обладать специалист (на примере рядов Фурье для радиотехнических специальностей). Предлагается расположить требования по четырем уровням сложности с учетом выдвинутой автором концепции и введенной в гл. 2 данной монографии классификации профессиональных задач, а также классификации [202].

Первый уровень (общегуманитарный)

Знания, умения и навыки, необходимые каждому человеку. К ним можно отнести: историю возникновения данного раздела математики, знание задач, которые привели к нему; основные понятия и утверждения, относящиеся к данному разделу; технические, экономические и другие аналоги изучаемых понятий и утверждений (там, где это возможно); области применения.

Примеры. История возникновения рядов Фурье, специальных функций; задача о теплоте, задачи о колебаниях и др.; основные понятия: обобщенный ряд Фурье по системам ортогональных функций; частичные суммы ряда Фурье, сходимость в среднем, поточечная и равномерная сходимость, дискретный спектр; основные периодические радиосигналы, проверка для них выполнения условий Дирихле.

Рекомендуемые вопросы

1. Что называется рядом Фурье функции? Для каких функций имеет смысл говорить об их ряде Фурье?

2. Что характеризует ряды Фурье четных (нечетных) функций?

3. В чем состоит свойство ортогональности тригонометрических функций?

4. Кем впервые была введена функция, впоследствии названная функцией Бесселя J_0, и в связи с какой физической задачей?

5. Когда и в связи с какими задачами Бессель дал описание семейств функций, называемых его именем?

Второй уровень (начальный технологический)

Знание формулировок всех основных теорем и утверждений. Умение и навык проводить вычисления, рассуждения, решать простейшие профессиональные задачи математическими методами.

Примеры. Умение вычислять коэффициенты Фурье, составлять ряды Фурье, и строить частичные суммы рядов Фурье. Разложение в ряд Фурье основных периодических радиосигналов.

Рекомендуемые вопросы и задания (здесь и далее частично использованы задачи из работы [143])

1. Найти коэффициенты равномерно сходящегося тригонометрического ряда с помощью его суммы.

2. Являются ли тригонометрические ряды $\sum\limits_{1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{n^{\alpha}}$, $\sum\limits_{1}^{\infty} \dfrac{\cos nx}{n^{\alpha}}$ при $\alpha = 2$, $\alpha = 3$ и вообще при $\alpha > 1$ рядами Фурье?

3. Построить график суммы ряда Фурье функции $f(x) = x$, $-\pi \leqslant x \leqslant \pi$.

4. Построить график суммы ряда Фурье функции $f(x)=x^2$, $f(x) = x^3$, $f(x) = \operatorname{sh} x$, $-\pi \leqslant x \leqslant \pi$. Будет ли этот ряд Фурье сходиться равномерно на отрезке $[-\pi, \pi]$?

5. Найдите и постройте дискретный спектр (амплитудный и фазовый) периодического единичного сигнала, заданного на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Третий уровень (технологический)

Владение тонкими понятиями, знание доказательств основных теорем курса; умение составлять математические модели профессиональных задач и выбирать методы их решения.

Примеры. Оперирование понятиями сходимости в среднем, поточечной сходимости и равномерной сходимости частичных сумм ряда Фурье к сумме ряда, умение получать результаты решения профессиональных задач с помощью специальных функций там, где это возможно.

Рекомендуемые вопросы

1. Будут ли ряды Фурье функций

$$f_1(x) = x \quad \text{для } x \in [-\pi, \pi]$$

и

$$f_2(x) = \begin{cases} x & \text{для } x \in [-\pi, 0) \cup (0, \pi], \\ 1 & \text{для } x = 0 \end{cases}$$

одинаковыми?

2. Можно ли сколь угодно точно приблизить в среднем абсолютно интегрируемую на интервале функцию ступенчатой функцией?

3. Как ведут себя коэффициенты Фурье абсолютно интегрируемой функции, когда их номер стремится к бесконечности?

4. К чему и при каких условиях сходится ряд Фурье данного сигнала в точках его разрыва первого рода?

Четвертый уровень (профильный)

Применение полученных знаний, умений и навыков при решении любых прикладных задач, в том числе профессиональных; физическая интерпретация результатов решения; сформированность профессионального интереса к математике; участие в учебно-исследовательских и научно-исследовательских студенческих работах.

Рекомендуемые вопросы и задания

1. Доказать, что всякая непрерывная на отрезке функция является пределом равномерно сходящейся последовательности ступенчатых функций.

2. Сходится ли ряд Фурье кусочно-дифференцируемой функции в каждой точке?

3. Чему равна сумма ряда Фурье кусочно-дифференцируемой функции?

4. Найти спектральную плотность сигнала, заданного на отрезке $[-\pi, \pi]$ единичным импульсом, а вне отрезка нулем. Построить амплитудный и фазовый спектры.

Каждый следующий уровень предполагает владение предыдущим.

Эссе, посвященное роли математики, для радиотехников

> Господь Бог — искусный математик и физик... Задача науки состоит в том, чтобы раскрыть блистательные замыслы Творца.
>
> *И. Ньютон*

Стремление человечества познать, измерить, изучить с разных точек зрения окружающий нас мир, возникшее с незапамятных времен, никогда не иссякнет.

На помощь человеку в этом его стремлении всегда приходила «царица всех наук» — математика, ее аппарат и язык.

В современном мире ни одна область человеческой деятельности (физика, информатика, радиотехника, электроника, химия, биология, медицина, экономика, архитектура, искусство, лингвистика, политология, юриспруденция и др.) не может обходиться без математики. При этом математика вооружает науки не только конкретными математическими методами, но и развивает интеллектуальные качества личности, в том числе логику и профессиональное мышление.

Известные математики и физики-теоретики часто отмечали, что математика всегда вскрывает некоторые объективные закономерности в природе. Проиллюстрируем это примерами исторических фактов, связанных с теорией рядов и специальных функций.

Великий немецкий математик Карл Фридрих Гаусс (1777–1855), работая директором астрономической обсерватории, после открытия Пиацци первой малой планеты Церера, занялся решением проблемы расчета орбиты планеты по малому числу наблюдений.

Воспользоваться прежними методами определения орбит было невозможно, так как они требовали большего объема сведений о поведении планеты, а их не было. Гаусс поставил задачу: вычислить кеплерово движение по трем полным наблюдениям (время, прямое восхождение, склонение). Решение этой задачи привело к уравнению 8-й степени, одно из решений которого — орбита Земли; все другие решения отбрасываются по физическим соображениям, и остается искомое решение.

Когда в 1802 г. был открыт второй астероид — Паллада, Гаусс заинтересовался проблемой вековых возмущений планет. Это дало толчок его работам о теории движения небесных тел (1809), о притяжении произвольных эллипсоидов (1813), о механических квадратурах (1814), о гипергеометрических рядах (первое систематическое исследование сходимости рядов, 1812)

$$F(\alpha, \beta, \gamma, x) = 1 + \frac{\alpha\beta}{1 \cdot \gamma}\, x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)}\, x^2 + \ldots,$$

о вековых возмущениях (1818).

После 1820 г. он начал интересоваться геодезией, и результатом (самым важным достижением) этого периода была развитая им теория поверхностей в работе «Общие исследования относительно кривых поверхностей» (1827), а в 1821–1823 гг. он изложил метод наименьших квадратов, которым уже занимались Лежандр и Лаплас.

В труде «Лекции о развитии математики в XIX столетии» Ф. Клейн сравнивает Гаусса и французского математика Андриена Мари Лежандра. Как и Гауссу, Лежандру принадлежат фундаментальные работы по теории чисел, важные работы по геодезии и теоретической астрономии, Лежандр изложил метод наименьших квадратов, изучал притяжение эллипсоидов, даже таких, которые не являются поверхностями вращения; ввел «функции Лежандра», интересовался эллиптическими и эйлеровыми интегралами; его трактат об эллиптических функциях и эйлеровых интегралах до сих пор остается образцовым произведением (Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. М.: Наука, 1978).

Даниель Бернулли в 1732 г. при изучении колебаний однородной тяжелой нити впервые ввел функцию J_0, которая впоследствии была названа бесселевой. Подробное описание семейства этих функций дано только в 1824 г., когда Бессель, исследуя вопросы, связанные с возмущением планет, детально изучил свойства функций J_0 [7].

Жан Б. Фурье (1768–1830), французский математик, изложил свои основные достижения в труде «Аналитическая теория тепла». В этой работе он ввел аппарат тригонометрических рядов и интегралов, которые учениками Фурье были названы в его честь рядами и интегралами Фурье. Побудительной причиной творчества Фурье была мысль о полезности, о применимости развитых им теорий и методов к решению задач, поставленных природой. Импульс, сообщенный науке Фурье, вплоть до настоящего времени продолжает действовать во всех разделах математической физики, радиотехники, чистой математики. Например, Пуанкаре использовал существование собственных колебаний материальных частиц для объяснения акустических явлений [210]. Спектральная теория, на которой зиждется радиотехника, стала возможной благодаря трудам Фурье и его учеников, особенно Дирихле.

Лежен Дирихле (1805–1859) — выдающийся французский ученый, математик и педагог. О нем Г. Минковский сказал: «Он обладал искусством соединять с минимумом слепых формул максимум зрячих мыслей». Для темы нашего исследования наиболее интересны такие достижения Дирихле, как введение рядов вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^s}$ (ряд Дирихле), введение понятия условной сходимости рядов, теорема Дирихле о сходимости тригонометрических рядов Фурье.

Интересно, что слово спектр (латинское *spectrum*), было сначала синонимом слова «изображение». И. Ньютон в своем знаменитом труде «Оптика» наряду с выражением «цветное изображение» пользуется словом «спектр».

Значительно позднее, в процессе развития учения о колебаниях и волнах, слово «спектр» приобрело в науке еще и другой смысл. В рядах Фурье дискретным спектром называют коэффициенты комплексного ряда Фурье, спектральной плотностью — преобразование Фурье заданного сигнала (функции). Спектр функции из физического понятия превращается в понятие математическое. Между этими математическими и физическими понятиями существует тесная связь, которую следует установить, изучая, с одной стороны, колебания и волны в физике и радиотехнике и, с другой — аппарат рядов и интегралов Фурье. Здесь заложен смысл открытия Ньютона.

Использование технических средств обучения в учебном процессе по математике. Под техническими средствами обучения (ТСО) будем понимать не только традиционные — информационные (диакадропроекторы, эпидиаскопы, графопроекторы, учебное кино, телевидение), контролирующие средства, но также ЭВМ и персональные компьютеры.

Грамотное и умеренное использование ТСО в учебном процессе помогает реализации мотивационного, моделирующего и других принципов, а следовательно, делает учебный процесс более интересным и эффективным.

В МИРЭА, ЛФЭИ (теперь Санкт-Петербургская финансовая академия), Кировском политехническом институте и др. на протяжении ряда лет проводился эксперимент с использованием ТСО в учебном процессе, при этом были разработаны различные методики оценки их эффективности [240–242, 245, 246, 251, 252, 255, 258, 259, 262]. Эти методики могут вызвать большой интерес у преподавателей-новаторов, поэтому целесообразно ввести их в учебно-методический комплекс. К ним относятся:

– методика исследования эффективности применения ТСО на основе факторного анализа, прошедшая апробацию в упомянутых институтах [252];
– методики на основе экспертных оценок;
– методика «операционной и стандартизованной» модели.

С помощью методик, основанных на экспертных оценках, возможно проведение предварительной оптимизации по применению различных комплексов ТСО. Статистические данные, полученные в ходе эксперимента, целесообразно обработать по методике на основе факторного анализа. Методика «операционной и стандартизованной» модели позволяет использовать ЭВМ для расчетов обобщающих комплексных показателей эффективности ТСО, а на основе факторного анализа дает возможность проводить научно обоснованное исследование влияния различных факторов (не только ТСО) на эффективность учебного процесса.

4.2. Учебный раздел комплекса

Фрагменты лекций (реализация принципа мотивации)

История развития теории тригонометрических рядов

Появлению рядов Фурье в его фундаментальной работе «Аналитическая теория тепла» предшествовал период разложений простейших функций в тригонометрический ряд по синусам или косинусам. Например, самым первым тригонометрическим рядом у Эйлера был следующий ряд:

$$\frac{\pi - x}{2} = \sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \ldots + \frac{\sin nx}{n} + \ldots$$

Необходимость таких частных разложений в XVIII веке вызывалась в основном задачами прикладной математики. Этот период развития теории рядов условно называют «физическим» [210].

Накопление большого количества таких разложений привело к мысли о создании общего метода для получения разложения функций в тригонометрический ряд. Первым толчком для поиска общего метода послужили работы крупных ученых XVIII века в области колебаний различных систем, в частности задача о колебании струны, которая вызвала длительную полемику между Даламбером и Эйлером; к ее решению также проявили интерес Тейлор, Даниил Бернулли, Лагранж.

Этот грандиозный спор величайших мыслителей XVIII века выявил целый ряд трудных математических проблем: таких, как выяснение понятия функции, возможность перехода к пределу и перестановка пределов, условия возможности пользования расходящимися рядами, аналитического продолжения функций, интерполирования и др. В центре спора стоял вопрос о возможности разложения произвольной функции в тригонометрический ряд.

1807 год ознаменовался тем, что вековой спор по этому вопросу был решен знаменитым французским математиком и физиком Жаном Б. Фурье (1768–1830). Он представил Парижской академии наук статью о распространении тепла внутри твердых тел, в которой изложил разработанный им математический аппарат для решения задач математической физики.

Полные исследования по этой проблеме с развитым математическим аппаратом вошли в классический труд Фурье «Аналитическая теория тепла», вышедший в свет в 1822 г. Разработанный Фурье аппарат тригонометрических рядов и двойного интеграла, который является предельным случаем тригонометрического ряда, ученики и последователи Фурье назвали соответственно рядами и интегралом Фурье.

Важную роль в теории и особенно в приложениях играет поведение частичных сумм ряда Фурье. В большинстве практических задач физики, астрономии, техники достаточно ограничиться изучением конечного тригонометрического ряда (или ряда Фурье по ортогональным функциям). При этом возникает интересный вопрос о поведении частичных сумм $S_n(x)$ при $n \to \infty$. С целью исследования данной проблемы в курсе математического анализа предлагаются задачи построения графиков частичных сумм — на семинарских занятиях, в типовом расчете и в лабораторной работе.

При исследовании приближения функций конечными тригонометрическими рядами необходимо учитывать «явление Гиббса», названное по имени английского физика. Изучению этого явления целесообразно посвятить реферат или курсовую работу.

Ряды Фурье по ортогональным системам

Важнейшим разделом радиотехники является спектральный анализ радиосигналов, который основан на разложении периодического сигнала $f(x)$ в обобщенный ряд Фурье по полной ортогональной системе (базисных) функций $\varphi_k(x)$:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \varphi_k(x). \tag{4.1}$$

Здесь система $\{\varphi_k(x)\}$:

$$\int_a^b \varphi_k(x)\varphi_m(x)\,dx = \begin{cases} 0, & k \neq m \quad \text{(условие ортогональности на отрезке } [a,b]\text{)}, \\ ||\varphi_m||^2, & k = m \quad \text{(мощность или энергия базисной функции } \varphi_m(x)\text{)}, \end{cases} \tag{4.2}$$

при $||\varphi_m||^2 = 1$ система $\{\varphi_k(x)\}$ называется ортонормированной;

$$C_k = \frac{\int\limits_a^b f(x)\varphi_k(x)\,dx}{||\varphi_k||^2} \tag{4.3}$$

— коэффициенты Фурье. Совокупность $\{C_k\}$ называется дискретным спектром сигнала $f(x)$. Произведение $C_k\varphi_k$ — спектральная составляющая сигнала, т. е. обобщенный ряд Фурье представляет сигнал $f(x)$ в виде бесконечной суммы спектральных составляющих.

Важно отметить, что любая из двух форм выражения сигнала — обобщенный ряд Фурье (4.1) или дискретный спектр (4.3) — однозначно определяет сигнал.

Исследование сигнала путем разложения в ряд Фурье (4.1) называется *анализом*, а восстановление его по спектру — *синтезом* сигнала.

Геометрически формулу представления сигнала обобщенным рядом Фурье (4.1) можно интерпретировать как разложение вектора — сигнала $f(x)$ — в бесконечномерном функциональном пространстве по базису $\{\varphi_k(x)\}$ (рис. 4.1); тогда C_k — координаты этого вектора в базисе $\{\varphi_k(x)\}$.

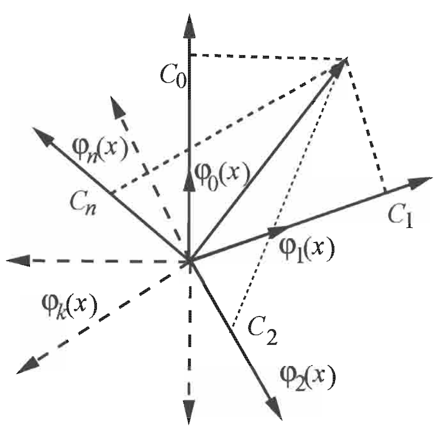


Рис. 4.1. Разложение сигнала в функциональном пространстве

В радиотехнике для спектрального анализа сигналов используется небольшое количество полных ортогональных систем; чаще всего применяются тригонометрические системы $\{1, \cos kx, \sin kx\}$ и комплексные экспоненциальные системы $\{e^{ikx}\}$.

В ряде задач анализа и синтеза используются и другие базисные функции. Так, при дискретизации непрерывных сигналов по времени используются функции вида $\sin x/x$. Полученный при этом обобщенный ряд Фурье в радиотехнике часто называют рядом Котельникова:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f\left(k\frac{\pi}{\Omega_b}\right) \frac{\sin \Omega_b \left(x - k\dfrac{\pi}{\Omega_b}\right)}{\Omega_b \left(x - k\dfrac{\pi}{\Omega_b}\right)} \tag{4.4}$$

где $C_k = f\left(k\dfrac{\pi}{\Omega}\right)$ — мгновенное значение колебаний $f(x)$, интервал ортогональности $X = b - a$ стремится к бесконечности; Ω_b — высшая частота гармонических колебаний.

При цифровой обработке сигналов наиболее эффективно разложение сигналов по системам кусочно-постоянных функций, примерами которых являются функции Уолша $\mathrm{wal}_k(x)$, где k — целое положительное число; $\mathrm{wal}_0(x) = 1$; остальные функции Уолша получаются в виде произведения функций Радемахера $r_n(x) = \mathrm{sign}\{\sin(2^n \pi x)\}$ [232].

В ряде задач, например для аппроксимации сигналов при прохождении через типовой элемент радиоприемного устройства, бывает целесообразно использование других систем базисных функций: функций Лагерра, Эрмита, Лежандра, Чебышева (см. ниже лабораторную работу).

Эти функции, часто называемые специальными, имеют следующий вид:

$e^{-x/2}L_n(x)$ — *функции Лагерра* на интервале ортогональности $X = (0, +\infty)$, где $L_n(x) = (-1)^n e^x \dfrac{d^n}{dx^n}(x^n e^{-x})$ — полиномы Лагерра; для них справедливо рекуррентное соотношение

$$L_{n+1}(x) = (x - 2n - 1)L_n(x) - n^2 L_{n-1};$$

$e^{-x^2/2}H_n(x)$ — *функции Эрмита* на интервале ортогональности $X = (-\infty, \infty)$, где $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \dfrac{d^n}{dx^n}(e^{-x^2})$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, — полиномы Эрмита, связанные рекуррентным соотношением

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2^n H_{n-1}(x);$$

$P_n(x) = \dfrac{1}{2^n n!}\dfrac{d^n}{dx^n}(x^2 - 1)^n$ — *полиномы Лежандра* на интервале ортогональности $X = (-1,1)$;

$\dfrac{1}{\sqrt[4]{1 - x^2}}T_n(x)$ — *функции Чебышева* на интервале ортогональности $X = (-1,1)$), где $T_n(x) = \dfrac{(-2)^n n!}{(2n)!}\sqrt{1 - x^2}\dfrac{d^n}{dx^n}\left(\sqrt{1 - x^2}\right)^{2n-1}$ — полиномы Чебышева первого рода, связанные рекуррентным соотношением

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

При разложении произвольных сигналов (функций) в обобщенный ряд Фурье по любой полной ортогональной системе (базису) важно учитывать, совпадает ли интервал определения сигнала $f(x)$ $T{=}b{-}a$ (здесь считается $x = t$ — время) со стандартным интервалом ортогональности базисной функции $X = c - d$; если этого нет, то необходимо путем изменения масштаба базисной функции по оси t с помощью замены переменной $t = Tx/X$ привести интервалы в соответствие (см. рис. 4.2)

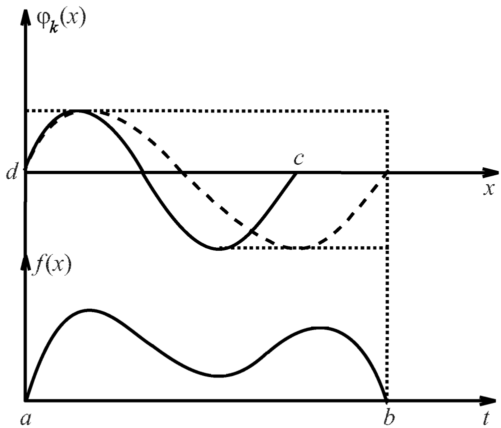


Рис. 4.2. Коррекция интервалов для сигнала $f(x)$ и базисной функции $\varphi_k(x)$

При решении практических профессиональных задач возникает необходимость аппроксимировать (приблизить) заданный сигнал (функцию) конечным числом членов ряда Фурье, причем так, чтобы при минимальном числе членов ряда обеспечить заданную точность аппроксимации. Поэтому очень важно таким образом выбрать систему базисных функций, чтобы достичь нужного результата. При решении подобных задач необходимо овладеть искусством применения специальных функций, разложением в ряд Фурье и умением исследовать более тонкие вопросы — вопросы сходимости.

В процессе чтения лекции реализуются также принципы непрерывности и профессиональной направленности (см. табл. 4.1).

Типовой расчет. В теме «Ряды» для студентов МИРЭА радиотехнических специальностей помимо традиционной задачи о разложении заданной на полупериоде функции в ряд Фурье введена профессиональная задача следующего вида: разложить в ряд Фурье периодический сигнал, заданный графически. Построить графики второй и третьей частичных сумм.

Таблица 4.1

Иллюстрация использования базисных функций в профессиональных (радиотехнических) направлениях

№ п/п	Профессиональные направления исследований для радиотехников	Базисные функции
1	Спектральный анализ	Тригонометрические системы $\{1, \sin kx, \cos kx\}$
2	Спектральный анализ	Экспоненциальные системы $\{e^{\iota kx}\}$
3	Дискретизация непрерывных сигналов по времени	$\left\{\dfrac{\sin(x-k\varphi)}{(x-k\varphi)}\right\}$
4	Цифровая обработка сигналов	Функции Уолша $\mathrm{wal}_k(x)$
5	Аппроксимация сигналов в задачах исследования помехоустойчивости приема сигналов	Функции Лагерра, Эрмита, Лежандра, Чебышева

Для решения данной задачи студенту необходимо:
- записать аналитически заданный сигнал;
- проанализировать, является ли сигнал четной или нечетной функцией или симметрия отсутствует;
- провести вычисление коэффициентов ряда Фурье в общем виде, так как в задании отсутствуют численные данные, т. е. интервал, высота сигнала заданы в общем виде.

Многолетний эксперимент по выполнению студентами такого типового расчета показал, что данная задача вызывает наибольшие затруднения, так как она содержит элементы абстракции (требуется решать задачу в общем виде), и, кроме того, нужно проводить самостоятельный анализ. Тем не менее польза от этой задачи очевидна.

Лабораторная работа. Примеры математических лабораторных работ даны в книге [217], для радиотехников по курсу «Системы передачи информации» — в [77]. Ниже приведена лабораторная работа по математике для радиотехнических специальностей с профессиональной направленностью, разработанная автором.

Аппроксимация сигналов с помощью ортогональных полиномов и специальных функций
(лабораторная работа)

Необходимость аппроксимации сигналов возникает при исследовании помехоустойчивости их приема, в задачах защиты информации и др.

Аппроксимация сигнала $S(t)$ — это приближенное его представление другим сигналом (другой функцией), например многочленом или частичными суммами ряда Фурье. При этом, конечно, возникает ошибка приближения. В лекционном курсе (см. например, [1]) было введено понятие среднеквадратической ошибки:

$$\sigma^2 = ||S(t) - S_n(t)||^2 = \frac{1}{b-a}\int_a^b (S(t) - S_n(t))^2 dt, \tag{4.5}$$

где $S_n(t)$ — частичные суммы обобщенного ряда Фурье заданного сигнала $S(t)$; $T = b - a$ — длина интервала.

Если $\sigma^2 \to 0$ при $n \to \infty$, то частичные суммы ряда Фурье сходятся в среднем к $S(t)$.

Выражение (4.5) можно записать удобнее для вычислений через мощность W сигнала $S(t)$:

$$W = \frac{1}{b-a}\int_a^b S^2(t)\, dt,$$

и мощности W_k ортогональных функций φ_k:

$$W_k = \frac{1}{b-a}\int_a^b \varphi_k^2(t)\, dt$$

в виде

$$\sigma^2 = W - \sum_{k=0}^{n} C_k^2 W_k. \tag{4.6}$$

Здесь $\{\varphi_k(t)\}$ — система ортогональных функций следующего вида:

$$\varphi_k(t) = \sqrt{\rho(t)}\,\psi_k(t),$$

где $\rho(t)$ — весовая функция, $\psi_k(t)$ — полиномы (Лагерра, Лежандра, Чебышева, Эрмита и др., на основе которых образуются системы ортогональных (базисных) функций); C_k — коэффициенты ряда Фурье:

$$C_k = \frac{1}{||\sqrt{\rho(t)}\,\psi_k(t)||^2}\int_a^b S(t)\sqrt{\rho(t)}\,\psi_k(t)\, dt.$$

В табл. 4.2–4.4 приведены некоторые специальные функции, интервалы их ортогональности, корень квадратный из весовой функции и функции Уолша, наиболее часто употребляемые в радиотехнике при аппроксимации сигналов. На рис. 4.3 изображены соответствующие графики специальных функций.

Таблица 4.2

Некоторые специальные функции

№ п/п	Ортогональные функции, образованные на основе полиномов	Интервал ортогональности	Полиномы	Корень квадратный из весовой функции $\sqrt{\rho(x)}$	Условие ортогональности функций
1	Полиномы Лежандра $P_n(x)$	$(-1, 1)$	Полиномы Лежандра $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{(n)}(x^2-1)^n}{dx^n}$	1	$\int\limits_{-1}^{1} P_n(x)P_m(x)\,dx = \begin{cases} 0, & n \neq m, \\ \frac{2}{2n+1}, & n = m \end{cases}$
2	Функции Чебышева $\frac{1}{\sqrt[4]{1-x^2}} T_n(x)$	$(-1, 1)$	Полиномы Чебышева (первого рода) $T_n(x) = \frac{(-2)^n n!}{(2n)!} \sqrt{1-x^2} \times \frac{d^{(n)}}{dx^n} \left(\sqrt{1-x^2}\right)^{2n-1}$, $T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$	$\frac{1}{\sqrt[4]{1-x^2}}$	$\int\limits_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} T_n(x)T_m(x)\,dx = \begin{cases} 0, & n \neq m, \\ \pi/2, & n = m \neq 0, \\ \pi, & n = m = 0 \end{cases}$
3	Функции Эрмита $e^{-x^2/2} H_n(x)$	$(-\infty, \infty)$	Полиномы Эрмита $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^{(n)}}{dx^n} \left(e^{-x^2}\right)$, $H_{n+1} = 2xH_n(x) - 2^n H_{n-1}(x)$	$e^{-x^2/2}$	$\int\limits_{-\infty}^{0} e^{-x^2} H_n(x)H_m(x)\,dx = \begin{cases} 0, & n \neq m, \\ 2^n n! \sqrt{\pi}, & n = m \end{cases}$
4	Функции Лагерра $e^{-x/2} L_n(x)$	$(0, \infty)$	Полиномы Лагерра $L_n(x) = (-1)^n e^x \frac{d^{(n)}}{dx^n} \left(x^n e^{-x}\right)$, $L_{n+1}(x) = (x - 2n - 1)L_n(x) - n^2 L_{n-1}(x)$	$-\frac{x}{2}$	$\int\limits_{0}^{\infty} e^{-x} L_n(x)L_m(x)\,dx = \begin{cases} 0, & n \neq m, \\ (n!)^2, & n = m \end{cases}$

Т а б л и ц а 4.3

Некоторые специальные функции

№ п/п	Ортонормированные функции	Коэффициенты обобщенного ряда Фурье C_n	Разложение функции $f(x)$ в обобщенный ряд Фурье	Графики полиномов
1	$p_n = \sqrt{\dfrac{2n+1}{2}}P_n(x)$	$C_n = \dfrac{2n+1}{2}\int\limits_0^1 f(x)p_n(x)\,dx$	$f(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} C_n p_n(x)$	Рис. 4.3(*а*)
2	$\vartheta_0(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\pi}}\dfrac{1}{\sqrt[4]{1-x^2}}$, $\vartheta_n(x) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\dfrac{T_n(x)}{\sqrt[4]{1-x^2}}$	$C_0 = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\vartheta_0(x)\,dx$, $C_n = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\vartheta_n(x)\,dx$	$f(x) = C_0\vartheta_0(x) + \sum\limits_{n=0}^{\infty} C_n\vartheta_n(x)$	Рис. 4.3(*б*)
3	$\varphi_n(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2^n n!\sqrt{\pi}}}e^{-x^2/2}H_n(x)$	$C_n = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\varphi_n(x)\,dx$	$f(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} C_n\varphi_n(x)$	Рис. 4.3(*в*)
4	$l_n(x) = \dfrac{1}{n!}e^{-x/2}L_n(x)$	$C_n = \int\limits_0^{\infty} f(x)l_n(x)\,dx$	$f(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} C_n l_n(x)$	Рис. 4.3(*г*)

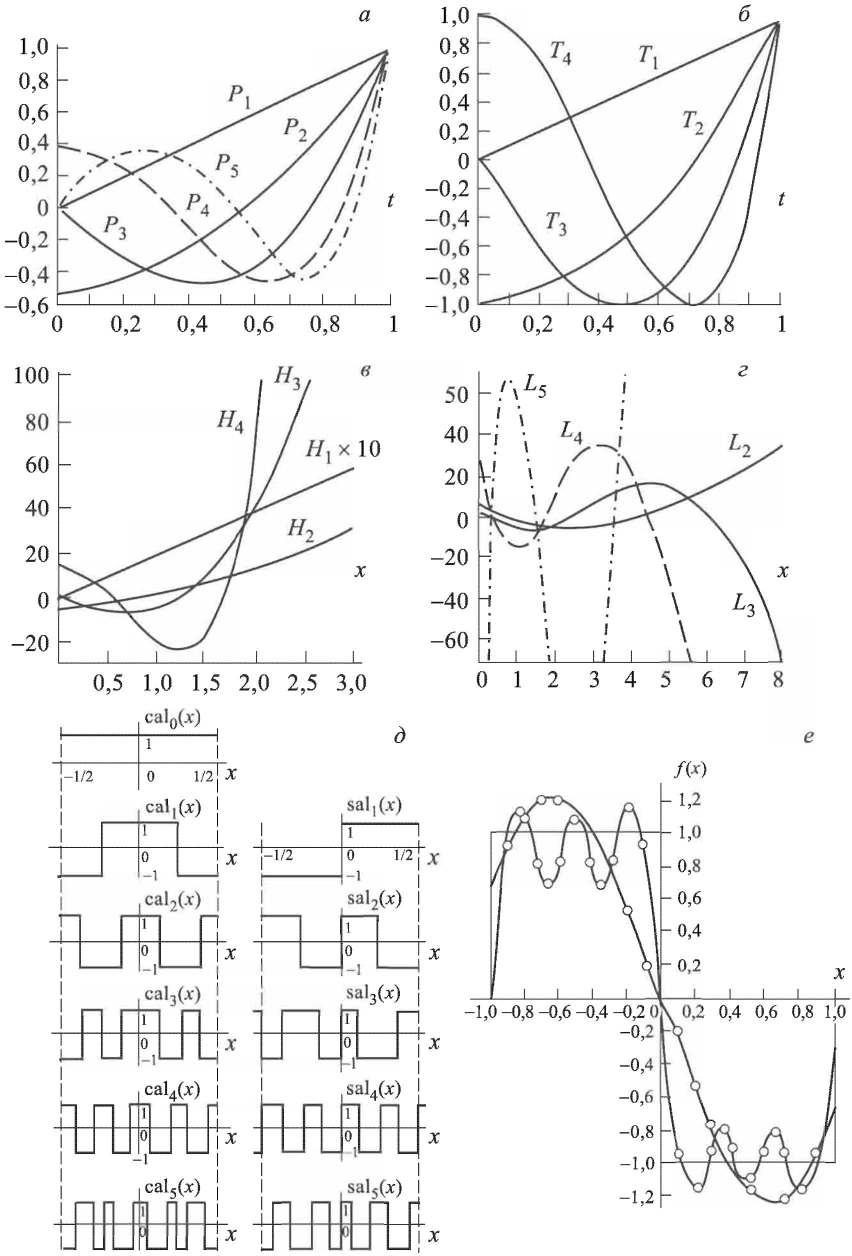
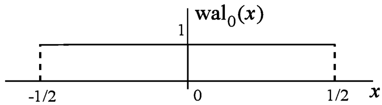
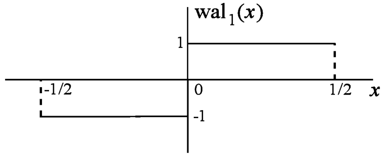
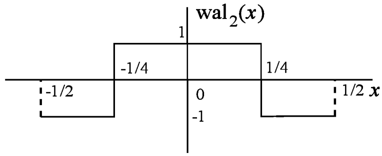
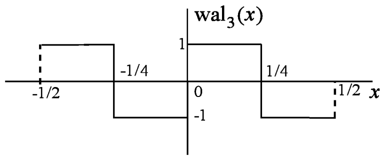
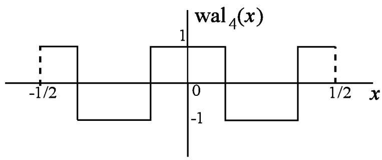
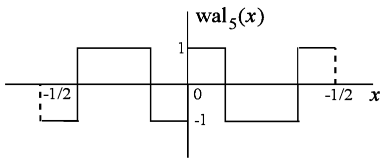


Рис. 4.3. Графики специальных функций и результаты аппроксимации сигнала

Таблица 4.4

Функции Уолша

Выражения для функций Уолша	Графики функций Уолша
$\mathrm{wal}_0(x) = 1,\ m = 0$	
$\mathrm{wal}_1(x) = r_1(x),\ m = 1$	
$\mathrm{wal}_2(x) = r_2(x)r_1(x),\ m = 2$	
$\mathrm{wal}_3(x) = r_2(x),\ m = 3$	
$\mathrm{wal}_4(x) = r_2(x)r_3(x),\ m = 4$	
$\mathrm{wal}_5(x) = r_1(x)r_2(x)r_3(x),\ m = 5$	

Рекомендации

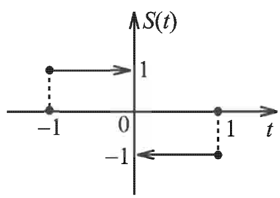
1. Выбор аппроксимирующих данный сигнал $S(t)$ полиномов, обеспечивающих заданную точность аппроксимации при минимальном числе членов ряда Фурье, следует производить с учетом характера аппроксимируемой функции (сигнала), а также вида весовой функции $\rho(t)$, соответствующей выбираемым полиномам; $\rho(t)$ должна достигать максимума на участке наилучшей аппроксимации.

2. Обратите внимание, что системы функций Лежандра и Чебышева определены на интервале $(-1,1)$, следовательно, их целесообразно применять для аппроксимации сигналов (других функций), определенных на конечном интервале. Системы функций Эрмита, Лагерра определены на интервалах $(-\infty, \infty)$ и $(0, \infty)$ соответственно, поэтому их целесообразно использовать для разложения функций, заданных на бесконечных интервалах.

Для более успешного выполнения задания приведем следующий пример.

П р и м е р. Выбрать наилучшую аппроксимацию для сигнала вида

$$S(t) = \begin{cases} 1, & -1 \leqslant t < 0, \\ -1, & 0 < t \leqslant 1. \end{cases}$$



1°. Сначала разложим в ряд Фурье заданную функцию по тригонометрической системе функций $\{\sin n\pi t\}$ (учтено, что $S(t)$ — функция нечетная, и приведены в соответствие интервалы задания сигнала и базисных функций — см. приведенную выше лекцию):

$$S(t) = C_1 \sin \pi t + C_2 \sin 2\pi t + \ldots + C_n \sin n\pi t + \ldots = \sum_{k-1}^{\infty} C_k \sin k\pi t,$$

где

$$C_k = \frac{\int\limits_{-1}^{1} S(t) \sin k\pi t \, dt}{\int\limits_{-1}^{1} \sin^2 k\pi t \, dt} = \begin{cases} 0, & k = 2n, \\ -\dfrac{4}{k\pi}, & k = 2n-1. \end{cases} \quad \text{(Проверьте!)}$$

Ограничиваясь четырьмя членами ряда, получим

$$S(t) \approx C_1 \sin \pi t + C_2 \sin 2\pi t + C_3 \sin 3\pi t + C_4 \sin 4\pi t =$$

$$= -\frac{4}{\pi} \sin \pi t - \frac{4}{3\pi} \sin 3\pi t;$$

$$C_0 = C_2 = C_4 = 0.$$

При этом среднеквадратическая ошибка аппроксимации тригонометрическими функциями согласно (4.6) равна:

$$\sigma^2 = W - C_1^2 W_1 - C_2^2 W_2 - C_3^2 W_3 - C_4^2 W_4 = W - C_1^2 W_1 - C_3^2 W_3 = 0{,}1038.$$

Действительно, $W = 1$, $W_1 = \frac{1}{2}$, $W_3 = \frac{1}{2}$ и $\sigma^2 = 1 - \left(-\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{4}{3\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} \approx 1 - 0{,}8114 - 0{,}0901 = 0{,}0985.$

2°. Так как сигнал задан на конечном интервале, разложим его по полиномам Лежандра $P_n(t)$, учитывая, что корень из весовой функции $\sqrt{\rho(t)} = 1$ и полиномы Лежандра до $P_4(t)$ имеют вид $P_n(t) = \frac{1}{n!2^n}\frac{d^n}{dt^n}(t^2-1)^n$:

$$\begin{aligned}
P_0(t) &= 1,\\
P_1(t) &= \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(t^2-1) = t,\\
P_2(t) &= \frac{1}{2^2\cdot 2!}\frac{d^2}{dt^2}\left[(t^2-1)\right]^2 = \frac{1}{2^2\cdot 2!}\frac{d}{dt}\left[2(t^2-1)2t\right] =\\
&= \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left[t^3-1\right] = \frac{1}{2}(3t^2-1),\\
P_3(t) &= \frac{1}{2^3\cdot 3!}\frac{d^3}{dt^3}\left[(t^2-1)\right]^3 = \frac{1}{2}(5t^3-3t),\\
P_4(t) &= \frac{1}{2^4\cdot 4!}\frac{d^4}{dt^4}\left[(t^2-1)\right]^4 = \frac{1}{8}(35t^4-30t^2+3).
\end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что все коэффициенты разложения с четными индексами (C_2, C_4, а также C_0) равны нулю. Учитывая, что $S(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k P_k(t)$, $C_k = \frac{2k+1}{2}\int_{-1}^{1} S(t)P_k(t)\,dt$, получим

$$C_1 = \frac{3}{2}\int_{-1}^{1} tS(t)\,dt = -\frac{3}{2},\quad C_3 = \frac{7}{2}\int_{-1}^{1} S(t)\left(\frac{5}{2}t^3 - \frac{3}{2}t\right)\,dt = \frac{7}{8},$$

$$S(t) \approx -\frac{3}{2}t + \frac{7}{8}\left(\frac{5}{2}t^3 - \frac{3}{2}t\right),$$

$$\sigma^2 = W - \left(\frac{3}{2}\right)^2 W_1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2 W_3,$$

где

$$W = 1; \quad W_1 = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} t^2\, dt = \frac{1}{3};$$

$$W_3 = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} P_3^2(t)\, dt = \frac{1}{4}\int\limits_{0}^{1}(5t^3 - 3t)^2 dt = \frac{1}{7};$$

$$\sigma^2 = 1 - \frac{9}{4}\cdot\frac{1}{3} - \frac{49}{64}\cdot\frac{1}{7} = 1 - \frac{3}{4} - \frac{7}{64} = 0{,}1406.$$

Ошибка приближения полиномами Лежандра оказалась больше, чем ошибка приближения тригонометрическими функциями.

3°. Проведем разложение сигнала по полиномам Чебышева $T_n(t)$ (ввиду конечности интервала $T = b - a$):

$$T_n(t) = \frac{2^n n!}{(2n)!}\sqrt{1-t^2}\,\frac{d^n}{dt^n}\left[(1-t^2)^{n-\frac{1}{2}}\right],$$

$$T_0(t) = 1,$$

$$T_1(t) = -\frac{2}{2!}\sqrt{1-t^2}\,\frac{d}{dt}\left(\sqrt{1-t^2}\right) = -\sqrt{1-t^2}\,\frac{-2t}{2\sqrt{1-t^2}} = t,$$

$$T_2(t) = 2tT_1(t) - T_0(t) = 2t^2 - 1,$$

$$T_3(t) = 2tT_2(t) - T_1(t) = 2t(t^2-1) - t = 4t^3 - 3t,$$

$$T_4(t) = 2tT_3(t) - T_2(t) = 2t(4t^3 - 3t) - 2t^2 + 1 = 8t^4 - 8t^2 + 1.$$

Сигнал $S(t)$ можно представить с помощью полиномов Чебышева:

$$S(t) \approx C_0T_0(t) + C_1T_1(t) + C_2T_2(t) + C_3T_3(t) + C_4T_4(t),$$

где

$$C_n = \frac{1}{||\sqrt{\rho(t)}\,T_n(t)||^2}\int\limits_{-1}^{1} S(t)\sqrt{\rho(t)}\,T_n(t)\, dt, \quad \sqrt{\rho(t)} = \frac{1}{\sqrt[4]{1-t^2}}.$$

Так как подынтегральная функция для четных коэффициентов нечетная (проверьте!) и интервал симметричный, то все четные коэффициенты равны нулю, а нечетные отличны от нуля:

$$C_1 = \frac{8}{3\pi} \quad \text{(проверьте!)},$$

$$C_3 = -\frac{4}{\pi}\int\limits_{0}^{1}\frac{4t^3 - 3t}{\sqrt[4]{1-t^2}}\, dt \quad \text{(проверьте!)}.$$

Учитывая, что $W_1 = \pi/4$, $W_3 = \pi/4$, окончательно имеем:

$$S(t) \approx \left[-\frac{8}{3\pi}\,t - \frac{40}{21\pi}\,(4t^3 - 3t)\right] - \left[\frac{40}{7\pi}\,t - \frac{8}{3\pi}\,t - \frac{40}{21\pi}\,4t^3\right] = \\ = \left[\frac{64}{21\pi}\,t - \frac{160}{21\pi}\,t^3\right],$$

$$\sigma^2 = 1 - \left(\frac{8}{3\pi}\right)^2 \frac{\pi}{4} - \left(\frac{40}{21\pi}\right)^2 \frac{\pi}{4} = 1 - 0{,}5659 - 0{,}2887 = 0{,}1454.$$

Ошибка приближения полиномами Чебышева оказалась больше, чем ошибка приближения тригонометрическими функциями и полиномами Лежандра.

4°. Разложение по функциям Уолша.

Из рассмотрения свойств и графиков функций Уолша можно прогнозировать, что заданный сигнал *точно* ($\sigma^2 = 0$) аппроксимируется функцией $-\mathrm{wal}_1 = -\mathrm{sal}_1(1, t)$.

Получим этот результат аналитически.

Прежде всего должен быть изменен интервал ортогональности функций Уолша (растянут вдвое), так как он представляет собой отрезок $[-1/2, 1/2]$, а сигнал задан на $[-1, 1]$; делаем это с помощью замены переменной $x = Xt/T = 2t$, X — интервал аппроксимирующих функций; T — длина интервала определения заданного сигнала.

Ряд Фурье–Уолша имеет вид

$$S(t) = a_0\mathrm{cal}(0, t) + a_1\mathrm{cal}(1, t) + b_1\mathrm{sal}(1, t) + \ldots \\ \ldots + a_n\mathrm{cal}(n, t) + b_n\mathrm{sal}(n, t) + \ldots, \qquad (4.7)$$

где четные функции $\mathrm{cal}_k(t) = \mathrm{wal}_m(t)$, $k = m/2$, нечетные функции $\mathrm{sal}_k(t) = \mathrm{wal}_m(t)$, $k = (m + 1)/2$.

Например,

$$\mathrm{cal}_1(t) = \mathrm{wal}_2(t),\ \mathrm{cal}_2(t) = \mathrm{wal}_4(t), \quad \text{и т. д.,}$$
$$\mathrm{sal}_1(t) = \mathrm{wal}_1(t),\ \mathrm{sal}_2(t) = \mathrm{wal}_3(t), \quad \text{и т. д.}$$

Коэффициенты ряда (4.7) имеют вид

$$a_k = \frac{1}{X}\int_{-1}^{1} S(t)\mathrm{cal}_k(t)\,dt, \qquad b_k = \frac{1}{X}\int_{-1}^{1} S(t)\mathrm{sal}_k(t)\,dt.$$

Из табл. 4.3 следует, что отличен от нуля только интеграл $\int_{-1}^{1} S(t)\mathrm{sal}_1(t)\,dt = -2$, т. е. коэффициент $b_1 = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} S(t)\mathrm{sal}_1(t)\,dt = -1$; все же другие коэффициенты разложения равны нулю. Отсюда вытекает точное равенство $S(t) = -\mathrm{sal}_1(t)$.

Сравнение результатов аппроксимации заданного сигнала различными ортогональными функциями показывает, что наилучшее (точное) приближение дают функции Уолша; наихудшие в смысле средней квадратической ошибки — полиномы Чебышева. Графики данного сигнала и некоторых аппроксимирующих кривых изображены на рис. 4.3, *е*.

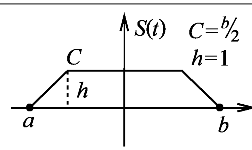
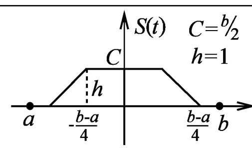
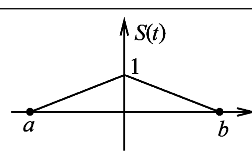
Задание

1. Выбрать наилучшую в смысле среднеквадратической ошибки аппроксимацию, используя тригонометрический ряд Фурье и ряды Фурье по ортогональным полиномам Лежандра, Лагерра, Чебышева, Эрмита и функциям Уолша для разных вариантов сигналов на интервале $[a, b]$, где для четных вариантов $a = -\pi$, $b = \pi$; для нечетных $a = 1$, $b = 1$ (см. таблицу ниже).

2. Изобразить графики аппроксимирующих кривых и заданного сигнала, а там, где сигнал задан графически, получить аналитическое выражение.

3. Номер n частичных сумм обобщенных рядов Фурье выбрать таким, чтобы ошибка приближения $\sigma^2 \leqslant 0{,}01$.

4. Если интегралы не вычисляются аналитически, можно сделать это приближенно, но так, чтобы общая ошибка вычислений не превосходила заданную ошибку аппроксимации.

Вариант	Сигналы	Вариант	Сигналы
1; 14	$S(t)=\begin{cases} t, & 0 \leqslant t \leqslant b, \\ 0, & a \leqslant t < 0 \end{cases}$	7; 20	$S(t)=\begin{cases} \cos \pi t/b, \\ 0, \end{cases}$
2; 15	$S(t)=\begin{cases} 0, & 0 \leqslant t \leqslant b, \\ -t, & a \leqslant t < 0 \end{cases}$	8; 21	$S(t)=\begin{cases} \sin \pi t/b, & 0 \leqslant t \leqslant b, \\ 0, & a \leqslant t < 0 \end{cases}$
3; 16	$S(t)=\begin{cases} \lvert t\rvert, & \lvert t\rvert \leqslant (b-a)/4, \\ (b-a)/4, & \lvert t\rvert > (b-a)/4 \end{cases}$	9; 22	$S(t)= \lvert\sin \pi t/b\rvert, \quad a \leqslant t \leqslant b$
4; 17	$S(t)=\begin{cases} 1, & \lvert t\rvert \leqslant (b-a)/4, \\ 0, & \lvert t\rvert > (b-a)/4 \end{cases}$	10; 23	
5; 18	$S(t)=\begin{cases} 1 - \dfrac{\lvert t\rvert}{(b-a)/4}, & \lvert t\rvert \leqslant (b-a)/4, \\ 0, & \lvert t\rvert > (b-a)/4 \end{cases}$	11; 24	
6; 19	$S(t) = \cos \pi t/b, \quad a \leqslant t \leqslant b$	12; 25	

З а м е ч а н и е 1. При выполнении данной лабораторной работы будущим радиотехникам целесообразно познакомиться с лабораторной работой №401 «Анализ и синтез сигналов методом ортогональных представлений», которая рекомендуется при изучении курса «Системы передачи информации» [3]. Это даст наглядное представление действия принципа непрерывности и поможет увидеть, как на практике применяются ряды Фурье.

З а м е ч а н и е 2. Функции Уолша (при $m = 1, 2, 3, \ldots$) получаются в виде произведения функций Радемахера $r_n(x) = \text{sign}[\sin(2^n \pi x)]$; в табл. 4.3 приведены выражения и графики функций Уолша для $m = 0 \div 5$. Подробнее о функциях Уолша можно узнать из книги [2].

Список литературы

1. *Кудрявцев Л.Д.* Курс математического анализа. Т. 2. — М.: Высш. школа, 1981.

2. Радиотехнические цепи и сигналы / Под ред. К.А. Самойло. — М.: Радио и связь, 1982.

3. *Готовский Ю.В., Рыженков Г.В., Филиппов Л.И.* Сборник описаний лабораторных работ по курсу «Системы передачи информации». — М.: Изд-во МЭИ, 1976.

Курсовые работы. При проведении курсовых работ (лабораторных работ и типовых расчетов) наряду с аналитическими исследованиями бывает целесообразно использовать персональный компьютер.

Персональный компьютер обладает практически неограниченными моделирующими возможностями, и поэтому его можно применять на всех этапах процесса обучения. Решение на ЭВМ многих задач помимо получения конечных результатов открывает целый ряд дополнительных возможностей: вывод промежуточных результатов, построение графиков промежуточных величин, анализ результатов расчета при измененных параметрах задачи и нахождение таким образом оптимального решения. Однако использование персональных компьютеров в обучении требует создания новых технологий в учебном процессе и должно осуществляться в соответствии с дидактическими принципами. Компьютер следует использовать для подтверждения результатов, полученных аналитически, для моделирования сложных процессов и в тех случаях, когда аналитический результат получить трудно или невозможно.

Исследования в рамках курсовой работы проводятся под руководством преподавателя и состоят из следующих основных этапов:

– формулировка профессиональной задачи;
– построение математической модели профессиональной задачи;

- поиск наиболее целесообразных аналитических и численных методов решения в рамках изучаемого математического курса,
- проведение сравнительного анализа полученных решений;
- исследование полученного решения с точки зрения специалиста-профессионала.

При необходимости рассматриваются некоторые специальные вопросы устойчивости, оптимизации, существования решения и т. д.

В зависимости от способностей студентов в процессе работы могут быть использованы и другие методы исследования, выходящие за рамки общего курса высшей математики. Примерами таких профессиональных задач могут служить следующие:

- определение спектральной плотности и формы искаженного средой сигнала при известной форме передаваемого сигнала;
- расчет переходных процессов в электрических цепях;
- расчет поля металлического или диэлектрического волновода и др.

Учитывая различную степень подготовленности студентов, необходимо разработать курсовые работы по математике различной сложности, предлагая студентам выбирать работу по своим возможностям. Такой дифференцированный подход стимулирует способных студентов к выполнению более сложных задач, развивая их творческие способности.

В настоящее время для исследователей очевидна необходимость передачи таких функций, как управление ходом эксперимента, обработки и анализа результатов измерений, компьютеру.

Одним из основных этапов любого эксперимента является статистическая обработка экспериментальных данных. В конечном итоге она направлена на построение математической модели исследуемого объекта или явления, объединяющей как априорную, так и экспериментальную информацию.

Несмотря на широкое использование компьютеров (включая персональные), процесс математической обработки информации, а также наглядного представления результатов вычислений остается до сих пор достаточно сложным для большинства пользователей. Решить эту проблему позволяют разработанные в последнее время мощные, достаточно универсальные и простые в применении интегрированные системы, одной из которых является система автоматизации математических и научных расчетов Mathcad.

В качестве примера приведем курсовые работы различной степени сложности.

Исследование спектров радиотехнических сигналов
(курсовая работа первого уровня сложности)

Постановка задачи

1. Найти ряды Фурье заданных периодических сигналов.
2. Исследовать их спектры, построив графики амплитудных спектров.
3. Определить ширину спектра сигнала на уровне 0,1 амплитуды первой гармоники.
4. Какой из периодических сигналов имеет наибольшую ширину спектра?

Такая курсовая работа может быть выполнена любым студентом, даже со средней успеваемостью.

Дисперсионный и статистический анализ. Построение оптимальной модели
(курсовая работа повышенной трудности подготовлена совместно с кафедрой автоматизации экспериментальных исследований)

Цель данной работы — научить студентов способам обработки массивов экспериментальных данных, построения и выбора оптимальных математических моделей, а также привить навыки работы в системе Mathcad на персональных компьютерах класса IBM PC.

Для выполнения курсовой работы необходимо провести статистическую обработку данных. С этой целью предлагается массив экспериментальных данных, полученный при определении вольт-амперной характеристики:

U_1 — массив значений напряжения (в вольтах), одинаковый для всех вариантов;

I_1 — массив значений тока (в милиамперах) в основном и

I_2 — в дополнительном эксперименте.

Количество экспериментальных данных в основном и дополнительном экспериментах $N = 100$.

В первой части работы строится график по массиву данных основного эксперимента и гистограмма рассеяния в дополнительном эксперименте.

Во второй части проводится статистический анализ данных рассеяния (массив I_2): определяются среднее значение, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса, а также дополнительные коэффициенты.

Часть третья — проверка нормальности закона распределения:

— по гистограмме рассеяния (на гистограмму накладывается теоретический график нормального закона распределения),

— по критерию Пирсона.

По дополнительным коэффициентам проверяется адекватность модели с помощью критерия Фишера. Кроме этого, определяются границы доверительных интервалов для коэффициентов модели и функции отклика.

Часть четвертая посвящена построению модели методом наименьших квадратов. Для этого вычисляются: матрица регрессоров; информационная матрица и матрица ошибок, которые используются для определения коэффициентов модели.

Часть пятая — дисперсионный и статистический анализ. При математической обработке экспериментальных данных проверяется нормальность закона распределения и рассчитываются статистические характеристики. Целью работы является построение нескольких моделей массива данных (по указанию преподавателя), оценка их качества и выбор оптимальной модели.

В шестой части проводится корреляционный анализ: рассчитывается коэффициент множественной корреляции и проверяется его значимость.

Седьмая часть — результаты исследований. Приводятся графики массива экспериментальных данных и построенной модели.

Вычисление искаженной формы сигнального импульса

(научно-исследовательская студенческая работа или курсовая работа повышенной трудности)

Профессиональная постановка задачи

Заданы сигнальные импульсы $S(t)$ известной формы (прямоугольная, треугольная, колоколовидная и др.), $F(\omega, r)$ — функция, описывающая искажение средой (коэффициент затухания) на частоте ω на расстоянии r от точки излучения, $F_{\text{пр}}(\omega)$ — передаточная функция приемника. Найти искаженную форму сигнального импульса $S^*(t)$.

Математическая модель

Искаженная форма сигнального импульса $S^*(t)$ есть обратное преобразование Фурье от функции $F^*(\omega) = S(\omega)F(\omega, r)F_{\text{пр}}(\omega)$.

Способ решения

Вычисляем обратное преобразование Фурье, когда это возможно, в аналитическом виде, в остальных случаях — численными методами, в частности, используя быстрое преобразование Фурье:

$$S^*(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)F(\omega, r)F_{\text{пр}}(\omega) \exp(i\omega t)\, d\omega.$$

Здесь

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \exp(-i\omega t)\, dt.$$

Функции $F(\omega, r)$, $F_{\text{пр}}(\omega)$ могут быть продолжены четным образом на всю ось ω. В этом случае искаженный сигнал $S^*(t)$ — вещественный.

Входные данные алгоритма решения: $S(t)$, $F(\omega, r)$, $F_{\text{пр}}(\omega)$, t, r.

Выходные данные алгоритма решения: массив значений $S^*(t)$, графики $S^*(t)$.

Вычисление искаженной формы сигнального импульса с помощью разработанной программы дает для различных коэффициентов затухания, описывающих среду распространения сигнала, хорошее совпадение с результатами, полученными аналитически (например, для прямоугольного импульса), а также с экспериментальными данными.

Задачи такого типа возникают при исследовании помехоустойчивого приема сигналов.

Оценка эффективности маскирующего действия различных помех

(курсовая или научно-исследовательская студенческая работа)

Постановка задачи *) [264–266, 270]

Провести оценку эффективности маскирующего действия различных помехообразующих факторов при перехвате информации за счет побочных электромагнитных излучений и наводок, возникающих при работе вычислительной техники.

Помехообразующие факторы: атмосферные помехи, различные типы взаимных помех, индустриальные помехи, специфические шумы, например действия случайного дрейфа сигнального импульса в пределах тактового интервала, случайное искажение формы импульса под воздействием среды.

При выполнении работы студенту придется решать следующие задачи:

— с помощью цифрового моделирования имитировать помехи стационарными шумами различной интенсивности с соответствующими вероятностными распределениями, близкими к реальным;

— включить в создаваемую систему программирования цифровые генераторы для некоторых распространенных шумов (нормальный, логнормальный, равномерный);

— предусмотреть возможность задания других шумов либо одномерными плотностями их распределения, либо их натурными записями;

— аппроксимировать неискаженный сигнальный импульс заданной формы, используя результаты лабораторной работы;

— предусмотреть задание случайных искажений импульса (изменение амплитуды, временной дрейф начала, изменение длительности) функциями плотности распределения этих параметров;

— создать специальное программное приложение, позволяющее определять геометрию зон, защищенных от перехвата информации.

Такая курсовая работа будет полезна не только студентам радиотехнических специальностей, но и студентам, обучающимся по специальности «Защита информации».

Ввиду важности и объема поставленной задачи курсовая работа может перерасти в дипломный проект.

Резюме

1. Введение профессиональных задач в учебный процесс на кафедре высшей математики технического университета (типовые расчеты, лабораторные и курсовые работы) повышает заинтересованность студентов в изучении высшей математики.

---

*) Как и в предыдущем случае, взята из хоздоговорных работ, выполненных под руководством автора.

2. Использование персональных компьютеров при решении практических задач дает значительно больший эффект по сравнению с их использованием для решения только вычислительных задач.

Оба фактора приводят к повышению эффективности учебного процесса в целом.

4.3. Экспериментальная проверка фрагментов учебно-методического комплекса

Инновационная научно-методическая концепция формирования математической культуры студентов технического университета складывалась постепенно.

На первом (констатирующем) этапе (1971–1980 гг.) был проведен анализ состояния математического образования в техническом вузе с учетом специфики преподавания на очном, вечернем, заочном отделениях. В этот период отрабатывалась методика и организация учебного процесса по математике с целью активизации самостоятельной работы студентов, исследования эффективности применения технических средств обучения [239–245].

На втором (поисковом) этапе (1981–1990 гг.) продолжались работы в указанных выше направлениях, кроме того, изучалось в каком объеме используется математика в общетехнических и специальных курсах технического вуза, выяснялось, какие профессиональные задачи необходимы для обучения составлению математических моделей. Параллельно велась работа по методике повышения школьных математических знаний у абитуриентов и студентов. Результаты второго этапа отражены в работах автора [246–277].

Третий (мотивационно-целевой) этап (1991–1997 гг.) можно охарактеризовать началом развития концепции формирования математической культуры студентов технических университетов. Закладываются основные предпосылки концепции: математическая культура технического университета рассматривается как часть общечеловеческой культуры и как ядро профессиональной культуры, разрабатывается классификация профессиональных задач, составляются типовые расчеты, курсовые работы с профессиональными задачами [278–303].

На четвертом (экспериментально-обучающем) этапе (1997–2002 гг.) проводилось (и продолжается в настоящее время) экспериментальное преподавание по разработанным на основе предложенной концепции дидактическим материалам с анализом результатов эксперимента. Результаты докладывались на различных российских и международных конференциях, опубликованы в печати [304–323].

Апробация фрагментов учебно-методического комплекса в учебном процессе по математике МИРЭА (ТУ) позволяет сделать вывод, что реализация предложенной концепции:

— увеличивает заинтересованность студентов в получении математических знаний;

— повышает качество математического и профессионального образования;

— развивает интеллект, духовно-нравственный потенциал;

— способствует становлению и развитию личности специалиста.

Заключение

Проведенные философские, психолого-педагогические исследования математического образования и культуры в контексте их исторического развития и современного состояния позволили сделать вывод о необходимости и актуальности разработки целостной научно-методической концепции формирования математической культуры студентов технических университетов.

Разработанная автором концепция состоит из теоретической части, методической модели и методики их реализации.

В теоретической части концепции предложено формировать математическую культуру студентов как часть общечеловеческой и ядро профессиональной культуры, а преподавателя рассматривать как ее носителя. Кроме того:

— расширено понятие математической культуры: в это определение кроме математических знаний, умений и навыков, используемых в профессиональной деятельности, введены новые параметры — математические знания, умения и навыки, необходимые в общественно-политической деятельности и повышающие духовно-нравственный потенциал и уровень развития интеллекта;

— введен понятийный аппарат;

— сформулированы десять дидактических принципов: целенаправленности, непрерывности, преемственности, мотивации, математической интуиции, моделирования, неформальной строгости, универсальности, уровня развития интеллекта, самообучения и самовоспитания, влияющих на воспитание математической культуры студентов (последние четыре из них введены автором);

— формирование математической культуры студента предложено рассматривать как закономерность учебного процесса по математике в современном техническом университете;

— показана необходимость введения профессиональной и гуманитарной составляющих в учебный процесс на математических кафедрах;

— проведена классификация профессиональных задач и подобраны их примеры для радиотехнических специальностей.

Методическая система (модель) формирования математической культуры студентов технических университетов включает определение цели математической подготовки; содержание обучения; методы обучения, воспитания, самообучения и самовоспитания; формы и средства обучения; новые технологии.

Методика реализации теоретической части концепции и методической системы заключается в исследовании взаимосвязей фундаментальных, общепрофессиональных и специальных дисциплин; усилении довузовской математической подготовки абитуриентов; корректировке содержания учебных программ, планов с учетом межпредметных связей; разработке новых дидактических материалов (учебно-методического комплекса); оценке качества математического образования.

Рассмотрены пути реализации предложенной концепции:

— установлены взаимосвязи фундаментальных, общепрофессиональных и специальных дисциплин на примере Московского института радиотехники, электроники и автоматики;

— выделены профессиональные задачи для некоторых специальностей технических университетов и введены в различные математические курсы: математический анализ, теорию вероятностей, дифференциальные уравнения (на примере МИРЭА); показано, что профессиональные задачи различных уровней являются творческими задачами разных степеней;

— для формирования и воспитания знаний, умений и навыков, повышающих духовно-нравственный потенциал и уровень развития интеллекта с помощью гуманитарной составляющей введены дидактические элементы (краткие экскурсы в историю математики на лекциях и семинарских занятиях с постановкой проблемных вопросов; студенческие доклады на семинарах и научных конференциях; рефераты, эссе, курсовые работы с исторической (по математике), эстетической, нравственно-философской тематикой);

— рекомендовано усиление довузовской и вузовской (на первом курсе) математической подготовки по элементарной математике;

— предложена корректировка содержания программ, учебных планов по высшей математике с учетом анализа межпредметных связей;

— даны подходы к оценке качества математической подготовки студентов;

— разработана структура учебно-методического комплекса формирования математической культуры студентов технических университетов;

— предложена оценка качества математического образования в техническом университете, содержащая интегрированный результат — портфель сформированности математической культуры специалиста.

В разработанный на основании предложенной концепции учебно-методический комплекс формирования математической культуры студентов технических университетов введены следующие разделы: программа по математике для группы специальностей (или направлений), рекомендованная Научно-методическим советом по математике Министерства образования РФ; государственный стандарт для рассматриваемой группы специальностей (или направлений); требования к базисным умениям и навыкам по математике, которыми должен обладать специалист; эссе, посвященное роли математики или отдельных ее тем в овладении данной специальностью или группой специальностей; рекомендации для повторения основных разделов элементарной математики; курсы лекций и упражнения с приложениями математических методов к специальности и другим областям знаний; типовые расчеты, лабораторные и курсовые работы с профессиональными задачами; темы спецкурсов, докладов, рефератов, эссе, дипломных проектов, развивающих интеллект, профессионализм и способствующих духовно-нравственному воспитанию; учебники и учебные пособия — классические и с введенными профессиональными задачами; список основной и дополнительной литературы, включающей интернет-сведения.

Апробация фрагментов учебно-методического комплекса в учебном процессе по математике МИРЭА (ТУ) показала, что реализация предложенной концепции повышает заинтересованность студентов в математике, улучшает качество математического и профессионального образования, а также способствует становлению и развитию личности специалиста.

Предложенный учебно-методический комплекс формирования математической культуры студентов технических университетов дает преподавателям конструктивную методику и дидактические материалы обучения математике студентов технических университетов; студентам же он может быть полезен как интеллектуальный самоучитель по математике.

Автор выражает надежду, что поставленные и исследованные здесь проблемы помогут восстановлению приоритетов вечных ценностей — культуры и образования. Повышение роли математического образования окажет серьезное влияние на экономическую, профессиональную и общественно-политическую деятельность сограждан современного общества, особенно молодого поколения.

Список литературы

1. *Аганисьян В.И.* Развитие творческого мышления студентов-педагогов // Вопр. психологии. 1989. № 6.
2. *Адамар Ж.* Различные типы математических умов // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Сост. Г.Д. Глейзер. — М.: УРАО, 2001.
3. *Адлер А.* Индивидуальная психология // История зарубежной психологии. Тексты / Под ред. П.Я. Гальперина, А.Н. Ждан. — М., 1989.
4. *Александров Б.Н., Полетаева Л.Д.* Вопросы моделирования деятельности и личности специалиста // Среднее спец. образование. 1982. № 1. С. 31–35.
5. *Алексеев О.В.* Международные тенденции инженерного образования // Высш. образование в России. 1993. № 2. С. 26–33.
6. *Алиева Т.М.* Профессиональная направленность обучения математике в средних профессионально-технических училищах, готовящих кадры для нефтяной промышленности: Дис. … канд. пед. наук. Баку, 1982.
7. *Анго А.* Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1965.
8. *Андреев В.В.* Профессиональная направленность обучения студентов педагогических вузов в курсе теории аналитических функций: Автореф. дис. … канд. пед. наук. — М., 1993.
9. *Андронов В.П.* Психологические основы формирования профессионального мышления. — Саранск: Изд-во Мордов. гос. ун-та, 1981.
10. *Анчурин И.А., Введенов М.Ф., Сачков Ю.В.* Познавательная роль математического моделирования. — М.: Знание, 1968 (Новое в жизни, науке и технике. Серия «Философия», № 8).
11. *Арташкина Т.А.* Использование профессиональных задач при обучении фундаментальным учебным дисциплинам: Автореф. дис. … канд. пед. наук. — М., 1988.
12. *Артемьева Т.П.* Методологический аспект проблемы способностей. — М.: Наука, 1977.

13. *Архангельский С.И.* Лекции по теории обучения в высшей школе. — М.: Высш. школа, 1980.
14. *Архангельский С.И.* Некоторые новые задачи в школе и требования к педагогическому мастерству. — М.: Знание, 1976.
15. *Архангельский С.И.* Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. — М.: Высш. школа, 1980.
16. *Ахлимирзаев А.* Прикладная направленность изучения математического анализа в старших классах средней школы: Дис. ... канд. пед. наук. Фергана, 1991.
17. *Баврин И.И.* Высшая математика. — М.: Высш. школа и академия, 2001.
18. *Баврин И.И.* Начала анализа и математические модели в естествознании и экономике. — М.: Просвещение, 1999.
19. *Баврин И.И., Матросов В.Л.* Общий курс высшей математики. — М.: Просвещение, 1985.
20. *Баврин И.И., Матросов В.Л.* Высшая математика. — М.: Владос, 2002.
21. *Баврин И.И., Садчиков В.А.* Новые задачи по стереометрии. — М.: Владос, 2000.
22. *Баврин И.И., Фрибус Е.А.* Старинные задачи. — М.: Просвещение, 1994.
23. Базовые учебные программы по математике для европейского инженера: Материалы СЕФИ-МВГ 92.1. — Плимут, 1992.
24. *Бабанский Ю.К.* Оптимизация процесса обучения. Общедидактический аспект. — М.: Педагогика, 1977.
25. *Бабанский Ю.К.* Оптимизация учебно-воспитательного процесса. — М., 1982.
26. *Берзин А.А., Евдокимов М.В., Красненков М.А., Малыгина О.А., Трошкин О.В., Шухов А.Г.* Колебательные процессы в курсе общей физики и высшей математики. — М.: МИРЭА, 1994.
27. *Беспалько В.П.* Некоторые вопросы педагогики высшего образования. — Рига, 1972.
28. *Беспалько В.П.* Слагаемые педагогической технологии. — М.: Педагогика, 1989.
29. *Бибрих Р.Р., Васильев И.А.* Особенности мотивации и целеобразования в учебной деятельности студентов младших курсов // Вестн. Моск. ун-та. Серия 14, Психология. 1987. № 2.
30. *Бин-Шахна А.О.* Прикладная направленность изучения элементов математического анализа в старших классах школ Йемена: Дис. ... канд. пед. наук. М., 1996.
31. *Биркгофф Г.* Психология математики // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Сост. Г.Д. Глейзер. — М.: УРАО, 2001.

32. *Блауберг И.В., Садовский В.Н.* Понятие целостности и его роль в научном познании. — М.: Знание, 1971.

33. *Богоявленский Д.Б.* Творческая личность: ее диагностика и поддержка. Психологическая служба вуза: принципы, опыт работы. — М., 1993.

34. *Богоявленский Д.Н.* Формирование приемов умственной работы как пути развития мышления и активизации учения // Вопр. психологии. 1968. № 4. С. 23–27.

35. *Бокарева Г.А.* Дидактические основы совершенствования профессиональной подготовки студентов в процессе обучения общенаучным дисциплинам: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук. — М., 1988.

36. *Бокарева Г.А.* Совершенствование системы профессиональной подготовки студентов. — Калининград, 1985.

37. *Бородина М.В.* Профессионально-педагогическая направленность организации обучения функциональной линии в курсе математического анализа педагогического института: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — М., 1993.

38. *Брушлинский А.В.* Психология мышления кибернетика. — М.: Мысль, 1970.

39. *Буга П.Г.* Создание учебных книг для вузов. 2-е изд. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990.

40. *Булдык Г.М.* Формирование математической культуры экономиста в вузе: Атореф. дис. ... д-ра. пед. наук. — Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1997.

41. *Бурбаки Н.* Архитектура математики // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Сост. Г.Д. Глейзер. — М.: УРАО, 2001.

42. *Буров А.Н.* Проблемы оптимизации курса математики в техническом университете (для специальностей с непрофилирующей математикой): Дис. ... канд. пед. наук. Новосибирск, 1998.

43. *Бучукури Ц.Я.* Оптимизация изучения методов численного анализа в условиях технического вуза: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — Тбилиси, 1992.

44. *Вадюшин В.А.* Педагогические проблемы самоконтроля в обучении и эффективность применения технических средств для его реализации. — Минск, 1976.

45. *Василевская А.М.* Формирование технического творческого мышления у учащихся профтехучилищ. — М.: Высш. школа, 1978.

46. *Вейль Г.* О философии математики. — М.: ГНТИ, 1934.

47. *Великов В.А., Швайберг Я.А.* Мировоззренческие и воспитательные аспекты преподавания технических дисциплин (на примере электротехники и электроэнергии). — М.: Высш. школа, 1979.

48. *Венгер Л.А.* Педагогика способностей. — М., 1973.

49. *Веников В.А.* О моделировании. — М.: Знание, 1974 (Новое в жизни, науке и технике. Серия «Техника», № 7).

50. *Виленкин Н.Я., Мордкович А.Г.* О роли межпредметных связей в профессиональной подготовке студентов пединститута // Проблемы подготовки учителей математики в пединститутах / Под ред. Н.Я. Виленкина, А.Г. Мордковича. — М.: МГЗПИ, 1989.

51. *Возняк Г.М.* Прикладные задачи в мотивации обучения // Математика в школе. 1990. № 2. С. 9–11.

52. *Возняк Г.М.* Экстремальные задачи как средство прикладной ориентации курса математики восьмилетней школы: Дис. ... канд. пед. наук. Луцк, 1978.

53. *Волков И.П.* Учим творчеству // Педагогический поиск / Сост. И.Н. Баженова. — М., 1987.

54. Вопросы педагогики профессионального образования: Сб. статей по материалам журнала «Берусбильдунг» за 1952 и 1958 гг. — М.: Трудрезервиздат, 1958.

55. *Выготский Л.С.* Избранные психологические исследования. — М.: Изд-во АПН РСФСР, 1956.

56. *Выготский Л.С.* Развитие высших психических функций / Под ред. А.Н. Леонтьева, А.Р. Лурье, Б.М. Теплова. — М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960.

57. *Выготский Л.С.* Собрание сочинений. — М., 1984.

58. *Галайда П., Кочкин Н.* Система образования в Словакии // Тр. Междунар. конф. «Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в вузах». — М.: Изд-во РУДН, 1999.

59. *Гальперин П.Я.* Основные результаты исследований по проблеме «Формирование умственных действий и понятий»: Дис. ... д-ра пед. наук в форме науч. доклада. М., 1965.

60. *Гальперин П.Я., Решетова З.А., Талызина Н.Ф.* Психолого-педагогические проблемы программированного обучения на современном этапе. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1966.

61. *Гамезо М.В.* Знаки и знаковое моделирование в познавательной деятельности: Дис. ... д-ра психол. наук. М., 1997.

62. *Гарунов М.Г., Рябинова Е.М.* Профессионально-направленное изучение общетеоретических дисциплин в техническом вузе // Обзорная информация НИИВШ. — М.: Высш. школа, 1980.

63. *Гласс Дж., Стенли Дж.* Статистические методы в педагогике и психологии. — М.: Наука, 1970.

64. *Глинский Б.А., Грязнов Б.С., Догнин Б.С., Никитин Е.П.* Моделирование как метод научного исследования. Гносеологический анализ. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1965.

65. *Глушков В.М., Гнеденко Б.В., Коронкевич А.И.* Современная культура и математика. — М.: Знание, 1975.

66. *Гнеденко Б.В.* И не только в биологии // Вестн. высш. школы. 1985. № 10. С. 11.
67. *Гнеденко Б.В.* Математика и математическое образование в современном мире. — М.: Просвещение, 1985.
68. *Гнеденко Б.В.* Математическое образование в вузах. — М.: Высш. школа, 1981.
69. *Гнеденко Б.В.* О воспитании учителя математики // Математика в школе. 1964. № 6. С. 18.
70. *Гнеденко Б.В.* О перспективах математического образования // Математика в школе. 1965. № 6. С. 2–11.
71. *Гнеденко Б.В.* Очерки по истории математики в России. Вып. 3. — М.: Знание, 1970.
72. *Гнеденко Б.В.* Роль преподавателя вуза в научно-техническом прогрессе // Сб. науч.-метод. статей по математике. Вып. 4. — М.: МВ ССО СССР, 1974.
73. *Гнеденко Б.В.* Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. — М.: Просвещение, 1982.
74. *Гнеденко Б.В., Гнеденко Д.Б.* Стандарт образования — взгляд в будущее // Математика в школе. 1994. № 4. С. 2–3.
75. *Головенко А.Г.* Обучение решению творческих задач в профессиональной подготовке инженера: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — М., 1993.
76. *Гольдштейн С.М., Мазанин А.А.* Элементы УИРС на занятиях по математическому анализу // Проблемы подготовки учителя математики в пединститутах. — М., 1980. Вып. 64. С. 210–222.
77. *Готовский Ю.В., Рыженков Г.В., Филиппов Л.И.* Сборник описаний лабораторных работ по курсу «Системы передачи информации». — М.: Изд-во МЭИ, 1976.
78. *Грабарь М.И., Краснянская К.А.* Применение математической статистики в педагогических исследованиях. — М.: Педагогика, 1977.
79. *Градов В., Ильясов И.И., Ляудис В.Я.* Основы самоорганизации учебной деятельности и самостоятельной работы студентов. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981.
80. *Грачев Н.Н.* Психология инженерного труда: Учебное пособие. — М.: Высш. школа, 1998.
81. *Грибов А.А.* Дополнительность гуманитарного и естественнонаучного образования как базовый принцип подготовки бакалавров // Тр. Междунар. конф. «Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в вузах». — М.: Изд-во РУДН, 1999.
82. *Григорьев С.Г.* Преемственность в обучении математике учащихся средней школы и студентов экономического вуза: Дис. ... в виде науч. докл. М., 2000.

83. *Громкова М.Т.* Если Вы преподаватель // Серия: В поисках здравого смысла. Педагогика для всех. — М.: ТОО «Диз-Арт», 1998.

84. *Гротендик А.* Урожаи и посевы. Размышления о прошлом математики. — Изд. дом «Удмурдский университет», 1999.

85. *Гусев В. А.* Методические основы дифференцированного обучения математике в средней школе: Дис. … д-ра пед. наук. Саранск, 1995.

86. *Гусев В.А.* Как помочь ученику полюбить математику. Ч. 1. — М.: Авангард, 1994.

87. *Гусев В.А., Варданян С.С.* Внутрипредметные и межпредметные связи // Преподавание геометрии в 6–8-х классах / Сост. В.А. Гусев. — М., 1979.

88. *Гушков В.М.* О гносеологических основах математизации наук: Диалектика и логика научного познания. — М.: Наука, 1966.

89. *Давыдов В.В.* Виды обобщения в обучении. — М.: Педагогика, 1972.

90. *Давыдов В.В.* Проблемы развивающего обучения: опыт теоретического и экспериментального исследования. — М.: Педагогика, 1986.

91. *Демидов С.С.* Дело академика Н.Н. Лузина // Тр. Междунар. конф. «Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в вузах». — М.: Изд-во РУДН, 1999.

92. *Денисова М.И., Беспалько Н.А.* Применение математики к решению прикладных задач // Математика в школе. 1981. № 2. С. 28–29.

93. *Дмитриенко В.А.* Соотношение системного и деятельностного подхода в научном познании // Вопросы методической науки. Томск, 1974. Вып. 4. С. 17–42.

94. *Дьяченко М.И., Кандыбович Л.А.* Психология высшей школы. — Минск, 1981.

95. *Жак Я.Е.* Больше внимания развитию логического мышления студентов // Сб. науч.-метод. статей по математике. Вып. 5. — М.: МВ ССО СССР, 1975..

96. *Жохов А.Л.* Научные основы мировоззренчески направленного обучения математике в общеобразовательной и профессиональной школе: Атореф. дис. … д-ра пед. наук. — М., 1999.

97. *Заворуева В.Г.* Доклады студентов 1-го курса на практических занятиях по математическому анализу как начало учебно-исследовательской работы студентов // Проблемы подготовки учителя математики в пединститутах. — М., 1978. Вып. 54. С. 150–161.

98. *Загвязинский В.И.* Учебный процесс в современной высшей школе. — М., 1975.

99. *Загвязинский В.И., Гриценко Л.И.* Основы дидактики высшей школы. — Тюмень, 1987.

100. *Зельдович Я.Б.* Высшая математика для начинающих. — М.: Наука, 1968.

101. *Земляков А.Н.* Дифференциальные уравнения как математические модели физических процессов // Математика в школе. 1979. № 1. С. 55–62.

102. *Зиновьев С.И.* Учебный процесс в советской высшей школе. — М.: Высш. школа, 1975.

103. *Ивлиев Л.* Математика как наука о моделях // Успехи матем. наук. Т. 27, вып. 2 (164). С. 203–211.

104. *Измайлова А.О., Махмутов М.И.* Профессиональная направленность как педагогическое понятие и принцип // Вопросы взаимосвязи общеобразовательной и профессионально-технической подготовки молодых рабочих. — М.: НИИПТН АПН СССР, 1982. С. 4–31.

105. *Икрамов Д.* Математическая культура. — Ташкент, 1981.

106. *Ильин В.С.* Опыт методических проблем в ходе разработки целостной теории процесса воспитания (на примере воспитания в процессе обучения) // Вопросы повышения эффективности теоретических исследований в педагогической науке. — М., 1976. С. 114.

107. *Исаева Р.П.* Система лабораторных работ как средство усиления математической подготовки студентов технических специальностей вуза: Дис. ... канд. пед. наук в форме науч. доклада. Саранск, 1994.

108. *Исаков Р.А.* Усиление профессиональной направленности преподавания математики в вузах сельскохозяйственного профиля: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — Ташкент, 1991.

109. *Ительсон Л.Б.* Математическое моделирование в психологии и педагогике // Вопр. философии. 1965. № 3. С. 58–68.

110. *Каганов А.Б.* Формирование профессиональной направленности студентов на младших курсах: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — М., 1981.

111. *Калошина И.П.* Проблемы формирования технического мышления. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1974.

112. *Калошина И.П., Харичева Г.И.* О формировании логических приемов мышления // Сов. педагогика. 1974. № 4.

113. *Кампе де Ферье Ж., Кемпбелл Р., Петьо Г., Фогель Т.* Функции математической физики. — М.: Физматгиз, 1963.

114. *Канторович Л.В.* Функция воспитания научного мышления курса математики во втузе // Сб. науч.-метод. статей по математике. Вып. 4. — М.: МВ ССО СССР, 1974.

115. *Капица П.Л.* Некоторые принципы творческого воспитания и образования // Вопр. философии. 1980. № 2.

116. *Капица С.П.* Проблемы народонаселения и образование // Тр. Междунар. конф. «Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в вузах». — М.: Изд-во РУДН, 1999.

117. *Карапетян В.С.* Моделирование как компонент деятельности учения: Автореф. дис. ... канд. психол. наук. — М., 1981.

118. *Катасонов В.Н.* Бесконечное в науке, философии и богословии // Культура, математика, практика: Сб. статей. — М., 2000.

119. *Кикоть Е.Н.* Формирование потребности в профессионально ориентированных математических знаниях у студентов технического вуза: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — Ярославль, 1995.

120. *Кинелев В.Г.* Проблемы инженерного образования в России // Высш. образование в России. 1993. № 2. С. 5–10.

121. *Клайн М.* Математика и поведение природы // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Сост. Г.Д. Глейзер. — М.: УРАО, 2001.

122. *Клейн Ф.* Лекции о развитии математики в XIX столетии. — М.: Наука, 1989.

123. *Клайн М.* Зарождение математики и ее роль в познании // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике.

124. *Кобылянский И.И.* Учебный процесс и формирование специалиста в высшей школе: Дис. ... д-ра пед. наук. М., 1975.

125. *Колмогоров А.Н.* Автоматы и жизнь // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике.

126. *Колмогоров А.Н.* Математика — наука и профессия. — М.: Наука, 1988.

127. *Колмогоров А.Н.* О математических способностях // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике.

128. *Колмогоров А.Н.* О языке математических знаков // Там же.

129. *Колягин Ю.М.* Русская школа и математическое образование. — М.: Просвещение, 2001.

130. *Колягин Ю.М., Пикан В.В.* О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. 1985. № 6. С. 27–32.

131. *Константинов Б.А.* Модель инженера-экономиста по энергетической специальности // Проблемы формирования личности специалиста широкого профиля. Вып. 113. — Л., 1976. С. 23–35.

132. *Коронкевич А.И.* Современная культура и математика. — М.: Знание, 1975.

133. Краткая философская энциклопедия. — М.: Прогресс, 1994.

134. *Крылов А.Н.* Задачи и метод преподавания математики в высшей технической школе // Воспоминанния и очерки. — М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 576–577.
135. *Крылов А.Н.* О некоторых современных научно-технических вопросах // Там же. С. 565–575.
136. *Кудрявцев А.Я.* К проблеме принципов педагогики // Сов. педагогика. 1981. № 8. С. 101–105.
137. *Кудрявцев Л.Д.* О некоторых проблемах образования в России // Тр. Междунар. конф. «Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в вузах». — М.: Изд-во РУДН, 1999.
138. *Кудрявцев Л.Д.* О современных тенденциях математического образования в высших технических учебных заведениях // Сб. науч.-метод. статей по математике: Проблемы преподавания математики в вузах. Вып. 10. — М.: Высш. школа, 1983. С. 181–186.
139. *Кудрявцев Л.Д.* Образование и нравственность. — М.: ПАИМС, 1994.
140. *Кудрявцев Л.Д.* Современная математика и ее преподавание. — М.: Наука, 1980.
141. *Кудрявцев Л.Д.* Современная математика и ее преподавание. 2-е изд., доп. — М.: Наука, 1985.
142. *Кудрявцев Л.Д.* Современное общество и нравственность. — М.: Наука, 2000.
143. *Кудрявцев Л.Д.* Рекомендуемые вопросы по курсу математического анализа (II курс, II семестр). — М.: Изд-во МФТИ, 1994.
144. *Кудрявцев Т.В.* Психология технического мышления. Процесс и способы решения технических задач. — М.: Педагогика, 1975.
145. *Кудрявцев Т.В., Якиманская И.С.* Развитие технического мышления учащихся. — М.: Высш. школа, 1964.
146. *Кузичева З.А.* Математика, язык, логика // Культура, математика, практика: Сб. статей. — М., 2000.
147. *Кузьмина Н.В.* Способности, одаренность, талант учителя. — Л., 1985.
148. *Кузьмина Н.В., Гинецинский В.Н.* Актуальные проблемы профессионально-педагогической подготовки учителя // Сов. педагогика. 1982. № 3. С. 63–68.
149. *Кузьмина Н.В., Тихомиров С.А.* Методические проблемы вузовской педагогики // Проблемы педагогики высшей школы. — Л., 1972. С. 6–43.
150. *Кулаков Ю.И.* План творения удивительного прост // Культура, математика, практика: Сб. статей. — М., 2000.
151. *Куланин Е.Д.* Пушкин и математика // Там же.
152. Культура и мир детства. — М.: Наука, 1988.
153. Культура, математика, практика: Сб. статей. — М., 2000.

154. *Кунтыш В.* Развитие профессиональных качеств инженера-педагога у студентов технического вуза: Атореф. дис. ... канд. пед. наук. Л., 1989.

155. *Кустов Ю.А.* Творческие основы преемственности профессиональной подготовки молодежи в профессионально-технических училищах и технических вузах: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук. — Казань, 1990.

156. *Кымпан Ф.* История числа π. М.: Наука, 1971.

157. *Лебедев А.А.* УИРС и НИРС // Вестн. высш. школы. 1976. № 7. С. 49–53.

158. *Лемешко Н.Н.* Особенности профессиональной направленности математической подготовки в средних специальных учебных заведениях: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — М., 1994.

159. *Леонтьев А.Н.* Деятельность. Сознание. Личность. — М.: Политиздат, 1975.

160. *Лернер И.Я.* Главная функция проблемного обучения // Вестн. высш. школы. 1976. № 7. С. 16–21.

161. *Лернер И.Я.* Качество знаний учащихся. Какими они должны быть? — М.: Знание, 1978.

162. *Локтионова Э.А.* Прикладная направленность преподавания математики при подготовке специалистов экономического профиля: Дис. ... канд. пед. наук. Орел, 1998.

163. *Ломов Б.Ф.* Вопросы общей, педагогической и инженерной психологии. — М.: Педагогика, 1991.

164. *Луканкин Г.Л.* Научно-методические основы профессиональной подготовки учителя математики в пединституте: Дис. ... д-ра пед. наук в форме науч. докл. Л., 1989.

165. *Ляудис В.Я.* Поисковая совместная деятельность учителя с учениками как метод формирования личности // Активные методы обучения педагогическому общению и его оптимизация / Под ред. А.А. Будалевой, Г.А. Ковалева. — М., 1983.

166. *Мамаев И.И.* Математические задачи в сельском хозяйстве. — Ставрополь, 1990.

167. *Мамедов Н.* Моделирование и синтез знаний. — Баку, 1978.

168. Математизация знаний и научно-технический прогресс: Сб. статей / Под ред. Ю.А. Митропольского. — Киев: Наукова думка, 1975.

169. Математическое моделирование / Ред. Дж. Эндрюс, Р. Мак Лаун. — М.: Мир, 1979.

170. *Матросов В.Л.* Теория алгоритмов. — М.: Прометей, МГПИ, 1989.

171. *Матросов В.Л.* Педагогическое образование: состояние, проблемы, перспективы. — М.: МПГУ, 2001.

172. *Матросов В.Л.* Избранные статьи и доклады. — М.: Магистр, 1996.
173. *Матросов В.Л., Стеценко В.А.* Лекции по дискретной математике: Учебное пособие для магистрантов математических факультетов педагогических университетов. — М.: Прометей, 1997.
174. *Матросов В.Л., Угольникова Б.З.* Введение в теорию автоматов. — М.: МПГУ, 2000.
175. *Матросов В.Л., Щеголонов Е.А.* Теория алгоритмов специальности № 2104. «Математика». Программа. — М.: Прометей, 1989.
176. *Матюшкин А.М.* Проблемные ситуации в мышлении и обучении. — М.: Педагогика, 1972.
177. *Матюшкин А.М.* Проблемы развития профессионального теоретического мышления. — М., 1980. С. 3–47.
178. *Матюшкин А.А.* Концепции творческой одаренности // Вопр. психологии. 1989. № 6.
179. *Махмутов М.И., Власенков А.И.* Принцип профессиональной направленности преподавания в среднем ПТУ // Принципы обучения в среднем профессионально-техническом училище. — М., 1986.
180. *Махмутов М.И.* Принцип профессиональной направленности обучения // Принципы обучения в современной педагогической теории и практике. — Челябинск: ЧПУ, 1985.
181. *Махмутов М.И.* Проблемное обучение. Основные вопросы теории. — М.: Педагогика, 1975.
182. *Мельников И.И.* Научно-методические основы взаимодействия школьного и вузовского математического образования в России: Дис. … д-ра пед. наук в виде науч. докл. М., 1999.
183. *Мельников И.И.* Вступительное слово о проблемах образования и науки // Тр. Междунар. конф. «Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в вузах». — М.: Изд-во РУДН, 1999.
184. *Мельников И.И., Чубариков В.Н.* О математическом образовании в России // Культура. Математика. Практика: Сб. статей. — М., 2000.
185. *Менчинская Н.А.* Психологические требования к учебнику / Изв. АПН РСФСР. 1958. Вып. 53.
186. *Менчинская Н.А.* Проблемы учения и умственного развития школьников. — М.: Педагогика, 1989.
187. *Мерлин А.В., Мерлина Н.И.* Задачи для внеклассной работы по математике (5–11 класс). — Чебоксары: Изд-во Чуваш. гос. ун-та, 2000.
188. Мировоззренческая направленность преподавания общетеоретических и специальных дисциплин в инженерно-техническом ву-

зе. Методология, методика, опыт / Под ред. Е.М. Пенькова и П.И. Полухина. — М.: Высш. школа, 1984.

189. *Митрофанов Л.Д., Сырнева Р.М.* Некоторые вопросы научно-исследовательской работы студентов в техническом вузе // Вопросы формирования личности студента как будущего специалиста. — Свердловск, 1973.

190. *Михайлова И.Г.* Математическая подготовка инженера в условиях профессиональной направленности межпредметных связей: Дис. ... канд. пед. наук. Тобольск, 1998.

191. *Молостов В.А.* Принципы вузовской дидактики. — Киев: Вища школа, 1982.

192. *Мордкович А.Г.* Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом вузе: Дис. ... д-ра пед. наук. М., 1986.

193. *Морозов Г.М.* Методика формирования умений строить математические модели при обучении математике: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — М.: НИИ СиМО АПН СССР, 1978.

194. *Морозов Н.Е.* Математическое моделирование в научном познании. — М.: Мысль, 1969.

195. *Мухин А.Е.* Профессионально-педагогическая направленность курса математического анализа в педагогическом институте и ее реализация путем формирования системы упражнений: Дис. ... канд. пед. наук. М., 1986.

196. *Мышкис А.Д., Солоунц Б.О.* О программе и стиле курса математики во втузе // Вестн. высш. школы. 1972. № 6. С. 32–41.

197. *Мышкис А.Д.* О прикладной направленности школьного курса элементов математического анализа // Математика в школе. 1990. № 6. С. 7–11.

198. *Мышкис А.Д.* Что такое прикладная математика // Проблемы преподавания математики в вузах. — М., 1971. Вып. 1.

199. *Мышкис А. Д., Шамсутдинов М.М.* К методике прикладной направленности обучения математике // Математика в школе. 1988. № 2. С. 12–14.

200. *Нечаев Н.Н.* Психолого-педагогические аспекты подготовки специалиста в вузе. — М., 1985.

201. *Низамов Р.А.* Дидактические основы активизации учебной деятельности. — Казань: КГУ, 1975.

202. *Никитин А.А.* Новые подходы во взаимодействии средней и высшей школы в математическом образовании. — М.: МЦНМО, 2000.

203. *Николаева В.В.* Учебно-исследовательская работа студентов по методике преподавания математики как средство совершенствования методической подготовки учителя математики: Дис. ... канд. пед. наук. Могилев, 1985.

204. *Новик И.А.* Формирование методической культуры учителя математики в педагогическом институте: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук. — М., 1990.

205. *Новиков А.М.* Профессиональное образование России // Перспективы развития. — М.: ИЦП НПО РАО, 1997.

206. *Оконь В.* Основы проблемного обучения. — М.: Просвещение, 1990.

207. Основы инженерной психологии: Учебное пособие / Под ред. Б.Ф. Ломова. — М.: Высш. школа, 1977.

208. Очерки истории Российского образования к 200-летию Министерства образования Российской Федерации. — М.: Изд-во МГУП, 2002.

209. *Пак В.В.* О непрерывной математической подготовке будущих инженеров // Проблемы высшей школы. 1981. Вып. 45. — Киев: Вища школа. С. 33–38.

210. *Паплаускас А.Б.* Тригонометрические ряды от Эйлера до Лебега. — М.: Наука, 1966.

211. Педагогическое образование в университетах: контекстно-биографический подход. — Великий Новгород: Из-во НГУ, 2001.

212. *Петерсон Л.Г.* Математическое моделирование как методологический принцип построения программы школьного курса // Содержание, методы и формы развивающего обучения математике в школе и вузе. — Орехово-Зуево, 1995. С. 30–33.

213. *Петерсон Л.Г.* Моделирование как средство формирования представлений о понятии функции в 4–6-х классах средней школы: Дис. ...канд. пед. наук. М., 1984.

214. *Петрова В.Т.* Научно-методические основы интенсификации обучения математическим дисциплинам в высших учебных заведениях: Дис. ... д-ра пед. наук. — М., 1998.

215. *Петрова Е.С.* Организация познавательной деятельности учащихся старших классов средней школы в условиях углубленного изучения математики: Учебное пособие. — Саратов: Изд-во СГПИ, 1991.

216. *Пиаже Ж.* Структуры математические и оперативные структуры мышления // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Сост. Г.Д. Глейзер. — М.: УРАО, 2001.

217. *Плис А.И., Сливина Н.А.* MATHCAD 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров. — М.: Финансы и статистика, 2000.

218. *Плотникова С.В.* Профессиональная направленность обучения математическим дисциплинам студентов технических вузов: Дис. ... канд. пед. наук. Самара, 2000.

219. *Поздняков Э.А.* Философия культуры. — М.: Интурреклама, 1999.

220. *Пойа Д.* Как решать задачу. — М.: Учпедгиз, 1961.
221. *Пойа Д.* Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. — М.: Наука, 1970.
222. *Пойа Д.* Умственная работа. Дисциплина ума // Хрестоматия по истории, методологии, дидактике.
223. *Поллак Х.О.* Как мы можем научить приложениям математики // Математика в школе. 1971. № 2. С. 23.
224. *Полякова Т.С.* История отечественного школьного математического образования. Два века. — Ростов-на-Дону: Изд-во РПУ, 1997.
225. *Пономарев Н.Н.* Составление и решение дифференциальных уравнений инженерно-технических задач. — М.: Учпедгиз, 1962.
226. *Пономарев Я.Д.* К вопросу исследования психологического механизма «принятия решения» в условиях творческих задач // Проблемы принятия решения. — М.: Наука, 1976.
227. Применение электроэнергии в сельскохозяйственном производстве / Под ред. П.Н. Листова. — М.: Колос, 1974.
228. Профессиональное образование в XXI веке: Матер. 2 Междунар. конгр. по техническому и профессиональному образованию, Сеул, Республика Корея, 26–30 апр. 1999 г.
229. Психологическое сопровождение выбора профессии: Научно-методическое пособие / Под ред. Л.М. Митиной. — М.: Изд-во «Флинта», 1998.
230. Психология применения знаний к решению учебных задач / Под ред. Н.Д. Менчинской. — М.: Изд-во АПН РСФСР, 1958.
231. Психология решения учащимися производственно-технических задач / Под ред. Н.Д. Менчинской. — М.: Просвещение, 1965.
232. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебное пособие / Под ред. К.А. Самойло. — М.: Радио и связь, 1982.
233. *Радьков А.М.* О некоторых формах привлечения студентов младших курсов к УИР // Проблемы подготовки учителя математики в пединститутах. — М., 1980. Вып. 64. С. 223–227.
234. *Растригин Л.А., Марков В.Д.* Кибернетические модели познания. — Рига: Зинатие, 1976.
235. Расчетно-графические работы по высшей математике / Под общей ред. И.И. Мамаева. — Ставрополь, 1985.
236. *Решетова З.А.* Психологические основы профессионального обучения. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
237. *Роджерс К.* К науке о личности // История зарубежной психологии. Тесты. — М., 1986.
238. *Роджерс Н.* Творчество как усиление себя // Вопр. психологии. 1990. № 1.
239. *Розанова С.А., Мордасова Г.М., Сенкевич Р.Л., Римский-Корсаков В.С.* Курс высшей математики. Ряды. Функции комплексного

переменного: Учебное пособие МИРЭА для студентов вечернего и заочного отделений. — М., 1971.

240. *Розанова С.А., Мироненко Е.С.* Вопросы использования ТСО в преподавании математики на вечернем отделении втузов // Межвузовский сборник трудов. — М.: МИРЭА, 1976.

241. *Розанова С.А., Мироненко Е.С.* Постановка обучения высшей математике на базе автоматизированных систем типа «Магнакорр» // Тр. Координационного совещ. представителей вузов РСФСР — исполнителей проблемы 1553, Ленинград, апрель 1978 г.

242. *Розанова С.А., Мироненко Е.С.* Исследование эффективности применения автоматизированных систем при обучении высшей математике на вечернем отделении вуза // Тр. Совещания-семинара заведующих математическими кафедрами вузов центральной зоны, Иваново, сентябрь 1978 г.

243. *Розанова С.А., Мироненко Е.С.* и др. Актуальные проблемы преподавания математики в вузе в условиях научно-технической революции: Отчет МИРЭА. М., 1978.

244. *Розанова С.А.* О методах активизации самостоятельной работы студентов втузов с помощью технических средств обучения // Тр. Координационного совещ. представителей вузов РСФСР — исполнителей проблемы 1553. 5, Ленинград, декабрь 1978 г.

245. *Розанова С.А., Мироненко Е.С.* и др. Исследование эффективности применения комплекса ТСО при самостоятельной работе студентов: Отчет МИРЭА № 80 051 027. Б960 627. М., 1980.

246. *Розанова С.А., Чернецкий В.И.* Теоретические основы исследования проблемы эффективности применения ТСО в учебном процессе // Новые методы и средства обучения: Межвузовский сборник научных трудов. — М.: МИРЭА, 1981.

247. *Розанова С.А., Версоцкий В.С., Носова В.А.* Организация отдельных видов самостоятельной работы студентов как способ повышения эффективности учебного процесса // Там же.

248. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Математическое исследование импульсных помех, создаваемых аппаратурой электронно-вычислительной техники: Отчет МИРЭА № 0 130 009 915; инв. № 02 830 022 954. М., 1982.

249. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Математическое исследование импульсных помех, создаваемых аппаратурой электронно-вычислительной техники: Отчет МИРЭА № 0 130 009 915; инв. № 02 840 020 446. М., 1983.

250. *Розанова С.А., Куртев А.Д., Александров А.И.* Основные направления научно-методических исследований МИРЭА, направленные на оптимизацию подготовки специалистов профиля радиоэлектроники // Всесоюз. совещ. «Дидактические закономерности обучения студентов», Тбилиси, 12–15 мая 1983 (Сб. докл.).

251. *Розанова С.А., Александров А.И.* и др. Методы и эффективность применения ТСО (1.4.3): Отчет МИРЭА № 0 140 059 308. — М., 1983.

252. *Розанова С.А., Александров А.И.* и др. Опыт применения технических средств обучения в учебном процессе // Обзорная информация НИИВШ. 1983. Вып. 6.

253. *Розанова С.А., Носова В.А., Версоцкий В.С.* Методы совершенствования самостоятельной работы студентов // Пути совершенствования содержания высшего технического образования: Сб. науч. трудов. — Уфа, 1984.

254. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Исследование пропускной способности каналов обмена данными в АСУ: Отчет МИРЭА № 01 840 059 169; инв. № 02 850 016 188. М., 1984.

255. *Розанова С.А., Александров А.И., Версоцкий В.С.* Анализ методик исследования эффективности применения ТСО в учебном процессе // Тез. докл. Всесоюз. конф. «Научные основы разработки и внедрения ТСО». — М., 1984.

256. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Исследование пропускной способности каналов обмена данными в АСУ: Отчет МИРЭА № 01 840 059 169; инв № 02 850 058 155. М., 1985.

257. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Исследование пропускной способности каналов обмена данными в АСУ: Отчет МИРЭА № 01 840 059 169; инв № 02 860 038 374. М., 1985.

258. *Розанова С.А., Александров А.И.* и др. Методы и эффективность применения ТСО: Отчет МИРЭА № 78 011 824. М., 1985.

259. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Оценка эффективности ТСО методом факторного анализа // Новые методы и средства обучения. Проблемы организации и эффективности учебного процесса: Межвузовский сборник. — М., 1985.

260. *Розанова С.А., Кручкович Г.И., Сирота А.И.* Математическая модель импульсной и комбинированной асинхронной помех // Тр. 33 науч.-техн. конф. (секция математики). Деп. ВИНИТИ № 8046-В. — М., 1985.

261. *Розанова С.А., Сирота А.И, Осипов В.С.* Определение вероятности при обнаружении сигнала на фоне сигналоподобной синхронной импульсной помехи // Там же.

262. *Розанова С.А., Александров А.И.* и др. Технические возможности и опыт применения учебных телевизионных систем // Обзорная информация НИИВШ. 1986. Вып. 4.

263. *Розанова С.А., Орлов В.И.* Адаптивное когерентное сложение сигналов при разнесенном приеме // Радиотехника. 1986. № 1.

264. *Розанова С.А., Максимов В.А., Сирота А.И.* Математическая модель дискретного канала в системе передачи информации // Тр. 35 науч.-техн. конф. Деп. ВИНИТИ № 7734-В. — М., 1986.

265. *Розанова С.А., Осипов В.С., Сирота А.И.* Согласованный фильтр для выделения сигнала на фоне импульсных помех // Тр. 35 науч.-техн. конф. Деп. ВИНИТИ № 7734-В. — М., 1986.

266. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Разработка вариантов постановки задачи по созданию математической модели системы АСУ как источника помех: Отчет МИРЭА № 01 870 009 520; инв. № 02 870 016 210. М., 1986.

267. *Розанова С.А.* Исследование и разработка теоретических и методических основ определения дидактической эффективности средств обучения и контроля: Отчет МИРЭА № 01 870 036 369; инв. № 02 870 039 613. М., 1986.

268. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* и др. Разработка дидактических основ эффективности средств обучения и контроля: Отчет МИРЭА № 01 870 036 369; инв. № 02 870 039 613. М., 1987.

269. *Розанова С.А., Сперанская Э.Л.* и др. Учебное пособие по математике и физике для поступающих в вузы. — М.: Изд-во МИРЭА, 1988.

270. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Математическая модель дискретного канала с импульсной помехой // Радиотехника. 1988. № 10.

271. *Розанова С.А., Сирота А.И.* и др. Исследование эффективности алгоритма программного обеспечения радиосредств спецназначения: Отчет МИРЭА № 01 910 012 738. М., 1990.

272. *Розанова С.А., Сперанская Э.Л.* и др. Учебное пособие по математике и физике для поступающих в МИРЭА. — М.: МИРЭА, 1989.

273. *Розанова С.А., Сперанская Э.Л.* и др. Учебное пособие по математике и физике для поступающих в МИРЭА. — М.: МИРЭА, 1990.

274. *Розанова С.А., Александров А.И.* и др. Разработка обучающих и контролирующих программ: Отчет МИРЭА № 01 870 036 369. М., 1988.

275. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* и др. Анализ новых форм использования ТС в процессе профессионально-практической подготовки студентов: Отчет МИРЭА № 01 870 036 369. М., 1989.

276. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* и др. Исследование путей оптимизации использования в учебном процесс средств обучения и контроля знаний: Отчет МИРЭА № 01 870 036 369. М., 1990.

277. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* и др. Организация курсовых работ и типовых расчетов по высшей математике с профессиональной направленностью // Новые методы и средства обучения: Межвузовский сборник. — М., 1990.

278. *Розанова С.А., Красненков М.А.* и др. Поступающим в МИРЭА. Математика, физика. Задачи и решения. — М.: МИРЭА, 1992.

279. *Розанова С.А., Сперанская Э.Л.* и др. Типовые варианты экзаменационных заданий по математике и физике. — М.: МИРЭА, 1992.

280. *Розанова С.А., Красненков М.А.* и др. Поступающим в МИРЭА. Математика, физика. Задачи с решениями. — М.: МИРЭА, 1993.

281. *Rozanova S.A., Kuznetsova T.A.* The theory of probability as a course of secondary school // USA-Russia Joint Conference on Mathematics Education, October 3–6, 1993.

282. *Розанова С.А., Сирота А.И.* Система компьютерного моделирования для оценки маскирующего влияния различных помех. — М.: МИРЭА, 1993.

283. *Розанова С.А., Сирота А.И.* Маскирующее действие различных помех и случайного сдвига сигнального импульса в побочных излучениях // Безопасность информационных технологий. — М., 1994. № 1.

284. *Розанова С.А, Сирота А.И.* Программные методы оценки маскирующего влияния помех // 2 Всерос. науч.-практ. конф. «Проблемы защиты информации в системе высшей школы». — М., 1994.

285. *Rozanova S.A.* The problems of humanitarization of the education process of mathematics courses in the technical colleges // USA-Russia Joint Conference on Mathematics Education, October 3–6, 1993.

286. *Розанова С.А., Сирота А.И., Белов П.В.* и др. Линейная алгебра и вероятность в приложении к исследованию систем передачи информации: Учебное пособие. — М.: МИРЭА, 1994.

287. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Проблемы преподавания высшей математики в техническом университете // Междунар. конф. «Подготовка преподавателей математики и информатики для высшей и средней школы», Москва, май 1994 г.

288. *Розанова С.А., Лазарев В.А., Пунтус А.А.* О фонде естественнонаучного и математического образования // Там же.

289. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Прикладные аспекты курса высшей математики в вузе // Науч.-метод. конф. «Новые формы и методы обучения студентов». — Кострома, 1995.

290. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Проблемы гуманитаризации учебного процесса по математике в техническом вузе // Там же.

291. *Розанова С.А., Красненков М.А.* и др. Поступающим в технический университет: Учебное пособие. — М.: МИРЭА, 1995.

292. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Развитие актуарной математики в России // Науч.-метод. конф. «Новые формы и методы обучения студентов». — Кострома, 1996.

293. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Некоторые проблемы преподавания математики в техническом университете // Междунар. конф.,

посвященная 90-летию С.М. Никольского. Москва, 27 апреля — 3 мая 1995 г.

294. *Розанова С.А.* Математическая культура студентов высших учебных заведений естественнонаучного и инженерно-технического профилей // Вест. РУДН: Серия ФЕНО. 2003. № 8.

295. *Розанова С.А.* Краткая история зарождения и современное состояние математического образования и математической культуры в российских технических вузах // Тр. Второй Междунар. конф. «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования». — М.: Физматлит, 2003. С. 326–339.

296. *Розанова С.А., Малыгина О.А.* Сочетание традиций и инноваций в Центре современного образования // Образование: традиции и инновации в условиях социальных перемен. — М., 1997.

297. *Розанова С.А., Сирота А.И.* Компьютерное моделирование для демонстрации методов защиты информации при подготовке специалистов соответствующего профиля // Междунар. конф. «Безопасность информации», Москва, 14–18 апреля 1997 г.

298. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Профессиональные аналоги классических задач // Междунар. конф. женщин-математиков, Ростов-на-Дону, 26 мая — 1 июня 1997 г.

299. *Розанова С.А.* Проблема нравственного воспитания в высшей школе // Конф. Академии педагогических и социальных наук «Образование, общество, нравственность», Орел, 25–28 августа 1997 г.

300. *Розанова С.А., Сирота А.И.* Использование компьютерного моделирования в учебном процессе для демонстрации методов защиты информации в ЭВМ и оценки их эффективности. — М.: МИРЭА, 1997.

301. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Практические задачи по высшей математике с применением персональных компьютеров в технических университетах // Proc. of the Scientific Conf. with International Participation Informatics and Mathematics, Slovakia, Presov, September 4–5, 1997.

302. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Роль математики в формировании личности студента (на примере технического университета) // Междунар. науч.-практ. конф. «Образование в XXI веке. Гармонизация образования — формирование одухотвореной личности», Воронеж, 8–10 декабря 1997 г.

303. *Розанова С.А., Сенашенко В.С., Сенаторова Н.Р.* Проблемы качества математического и естественнонаучного образования в высшей школе // Тез. докл. на Второй Междунар. конф. «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования». — М.: Физматлит, 2003.

304. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Математика и высшее профессиональное образование в современных условиях // Тр. Междунар. конф., посвященой 75-летию чл.-кор. РАН, проф. Л.Д. Кудрявцева. — М., 1998.

305. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Применение персональных компьютеров в самостоятельной работе студентов // Тез. докл. на Междунар. конф. «Математика. Компьютер. Образование», Дубна, 26–30 янв. 1998 г.

306. *Розанова С.А.* О введении специальных функций при исследовании помехоустойчивости систем связи // Тр. Междунар. конф., посвященной 75-летию чл.-кор. РАН, проф. Л.Д. Кудрявцева. — М., 1998.

307. *Розанова С.А.* Ученые России. Лев Дмитриевич Кудрявцев. — М.: РУДН, 1998.

308. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Профессиональные задачи в курсе высшей математики с применением персональных компьютеров // Науч.-метод. конф. «Информационные технологии в процессе подготовки специалистов высшей квалификации». — Кострома, 1999.

309. *Розанова С.А.* Математические методы и их приложения: Доклад на Междунар. конф. «Economika Firiem 1999», Kosice, 9–10 сент. 1999 г.

310. *Розанова С.А.* Профессиональная составляющая курса высшей математики в техническом университете // Тр. Междунар. конф. «Проблемы реализации многоуровневой системы образования. Наука в вузах», Москва, 7–8 октября 1999 г.

311. *Розанова С.А., Кузнецова Т.А.* Павел Алексеевич Некрасов. История введения теории вероятностей в средней школе // Там же.

312. *Розанова С.А.* Научно-методическая концепция формирования математической культуры студентов технического университета // Междунар. науч. конф. «Образование, наука и экономика в вузах на рубеже тысячелетий», Высокие Татры, Словакия, 21–25 августа 2000 г.

313. *Розанова С.А.* Научно-методические основы формирования математической культуры студентов технического университета // Тр. 2 Региональной науч.-практ. конф. «Профессиональная ориентация и методика преподавания в системе школа — вуз». — М.: МИРЭА, 2001.

314. *Розанова С.А.* Методические основы формирования математической культуры студентов технического университета // Тр. 37 Всерос. науч. конф. по проблемам математики, информатики, физики, химии и методики преподавания естественнонаучных дисциплин. — М.: ПАИМС, 2001.

315. *Розанова С.А.* Концепция формирования математической культуры студентов технического университета // Тр. 2 Региональной

науч.-практ. конф. «Профессиональная ориентация и методика преподавания в системе школа — вуз». — М.: МИРЭА. 2001. Т. 2.

316. *Розанова С.А., Соколов В.А., Ржевский В.В., Дмитриев М.Г., Лазарев В.И.* Болгаро-Российская образовательная ассоциация как пилотный проект общеевропейской культурной интеграции. — Варна, 2002.

317. *Розанова С.А.* Дидактический комплекс по математике для инженерно-технических специальностей // Тез. докл. на 38 Всерос. науч. конф. по проблемам математики, информатики, физики, химии и методики преподавания. — М.: Изд-во РУДН, 2002.

318. *Розанова С.А., Сенаторова Н.Р., Сенашенко В.С.* Оценка качества фундаментального математического и естественнонаучного образования в высших учебных заведениях различного профиля // Симпозиум «Квалиметрия в образовании: методология и практика». — М., 2002.

319. *Розанова С.А. Кузнецова Т.А.* Анализ существующих электронных учебников по математике в России // Сб. докл. 3 Региональной науч.-практ. конф. «Профессиональная ориентация и методика преподавания в системе школа — вуз». — М.: МИРЭА. 2002. Т. 3. С. 13.

320. *Розанова С.А.* К вопросу об оценке качества математического образования в технических вузах // Там же. Т. 1.

321. *Розанова С.А., Дмитриев М.Г., Соколов В.А.* Международная кооперация университетов как фактор их стабильного развития // Междунар. науч. конф. «Глобализация и устойчивое развитие» / Варненский университет. — Варна, 2002. С. 32.

322. *Розанова С.А., Лазарев В.А., Ржевский В.В.* Образование как фактор устойчивости в условиях глобализации // Там же. С. 26.

323. *Розанова С.А., Дмитриев М.Г., Соколов В.А.* Интернет и образовательные консорциумы // 5 Всерос. объединенная конф. «Технологии информационного общества: Интернет и современное общество», Санкт-Петербург, 25–29 нояб. 2002 г.

324. Роль межпредметных связей в формировании профессиональных знаний и умений: Методические рекомендации / Всесоюз. науч.-метод. центр проф.-техн. обучения молодежи.; Отв. ред. М.Д. Горянов. — М.: Высш. школа, 1978. С. 32.

325. *Романовский П.И.* Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов втузов. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа. — М.: Наука, 1964.

326. *Рубинштейн С.Л.* Основы общей психологии. — М., 1989.

327. *Садовников Н.В.* Профессионально-педагогическая направленность обучения решению задач при изучении методических дисциплин в педагогическом вузе: Дис. ... канд. пед. наук. М., 1996.

328. *Садовничий В.А.* Математическое образование: настоящее и будущее. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000.

329. *Самарин Ю.А.* Очерки о психологии ума. Особенности умственной деятельности школьников. — М.: АПН РСФСР, 1962.

330. *Сафуанов И.С.* Генетический подход к обучению математическим дисциплинам в высшей педагогической школе: Автореф. дис. … д-ра пед. наук. — М., 1977.

331. Сборник задач и упражнений по специальным главам высшей математики / Под общ. ред. Г.И. Кручковича. — М.: Высш. школа, 1970.

332. Сборник задач по математике. Специальные разделы математического анализа / Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. — М.: Наука, 1986.

333. *Сластенин В.А.* Комплексная программа «Учитель советской школы» // Сов. педагогика. 1980. № 12.

334. *Силин Р.А.* Необычные законы преломления и отражения. — М.: Фазис, 1999.

335. *Сирота А.И.* Вероятностные методы (с примерами из радиотехники): Учебное пособие. — М.: МИРЭА, 1972.

336. *Слободчиков В.И.* Психологические основы личностно ориентированного образования // Мир образования — образование в мире. 2001. № 1.

337. *Сокольников Ю.П.* Общая педагогическая теория. Москва; Белгород, 1997.

338. *Степашко Л.А.* Философия и история образования. — М.: Изд-во «Флинта», 1999.

339. *Стукалов В.А.* Использование представлений о математическом моделировании в обучении математике: Дис. … канд. пед. наук. М., 1976.

340. *Сухорукова Е.В.* Прикладные задачи как средство формирования математического мышления учащихся: Автореф. дис. … канд. пед. наук. — М., 1997.

341. *Талызина Н.Ф.* Управление процессом усвоения знаний. — М., 1975.

342. *Татур Ю.Г.* Высшее образование в России в XX веке // Высш. образование в России. 1994. № 3.

343. *Терешин Н.А.* Прикладная направленность школьного курса математики: Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1990.

344. *Терешин Н.А.* Сборник задач по математике для средних сельских профтехучилищ: Учебное пособие. — М.: Высш. школа, 1947.

345. *Тестов В.А.* Математические структуры как научно-методическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения: Дис. … д-ра пед. наук. М., 1998.

346. *Тихомиров В.М.* Рассказы о максимумах и минимумах. — М.: Наука, 1986.

347. *Тихомиров В.М.* Великие математики прошлого и их великие теоремы. — М.: Изд-во Моск. центра непрерыв. матем. образования, 1999.

348. *Тихонов А.Н., Костомаров Д.П.* Рассказы о прикладной математике. — М.: Наука, 1979.

349. *Треногин В.А.* Методы математической физики: Учебное пособие. — М.: МИСИС, 1987. Раздел «Метод Фурье и специальные функции».

350. *Треногин В.А.* Там же. Раздел «Метод обобщенных функций».

351. *Труувили Э.-Ю.В., Хансоон Т.Э.* УИРС как вид самостоятельной работы студентов (общие проблемы, педагогическая значимость, исходные положения научного исследования УИРС) // Проблемы активизации самостоятельной работы студентов: Межвуз. сб. науч. трудов. — Пермь, 1979. С. 301–308.

352. Учебные задания к практическим занятиям по теории вероятностей для студентов факультетов сельского хозяйства / Под общ. ред. И.И. Мамаева. — Ставрополь, 1985.

353. *Федорова С.И.* Профессионально-прикладная направленность обучения математическому анализу студентов технических вузов связи (на примере «Ряды Фурье. Интеграл Фурье»): Автореф. дис. … канд. пед. наук. — М., 1994.

354. *Фейгенберг И.М.* Задачи в школе, в вузе, в жизни // Вестн. высш. школы. 1975. № 4. С. 12–14.

355. *Фейербах Л.* История философии. — М.: Учпедгиз, 1953; 1954. (Собр. произведений. Т. 2).

356. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. — М.: ИЛ, 1952.

357. Философский словарь. — М.: Политиздат, 1980.

358. *Фирсов В.В.* Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплины: Дис. … канд. пед. наук. М., 1974.

359. *Хаймина Л.Э.* Методика реализации прикладной направленности курса алгебры основной школы: Дис. … канд. пед. наук. Архангельск, 1998.

360. *Холодная М.А.* Психология интеллекта: парадоксы и исследования. — М.: Томск, 1997.

361. *Хрусталев А.Ф., Чуб А.Т.* Оформление дедуктивного мышления студентов // Проблемы высшей школы. Вып. 28. — Киев: Вища школа, 1977.

362. *Хусаинова З.И.* Проектирование творческой деятельности учащихся как технология гуманитарно-ориентированного обучения математике: Автореф. дис. … канд. пед. наук. — М., 2001.

363. *Чхаидзе Н.В.* Использование межпредметных связей курса высшей математики во втузе для построения оптимальной системы задач и упражнений: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. — М., 1986.

364. *Шадриков В.Д.* Психология деятельности и способности человека: Учебное пособие. — М.: Логос, 1996.

365. *Шапиро И.М.* Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1990.

366. *Шикин Е.В., Шикина Г.Е.* Гуманитариям о математике. — М.: АГАР, 1999.

367. *Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г.* Математические методы и модели в управлении. — М.: Дело, 2000.

368. *Щедровицкий Г.П.* К характеристике категориальных определений деятельности в советской психологии // Тез. докл. 5 Всесоюз. съезда общества психологов. — М., 1977. Ч. 1. С. 83–93.

369. *Щедровицкий Г.П.* Проблемы методологии системного исследования. — М.: Знание, 1964.

370. *Щербаков А.И.* Некоторые вопросы совершенствования подготовки учителя // Сов. педагогика. 1971. № 9.

371. *Щербаков Э.Л.* Психология для преподавателя. — Краснодар, 1996.

372. *Юдин Э.Г.* Деятельность как объективный принцип, как предмет научного объяснения // Вопр. психологии. 1976. № 5. С. 32–39.

373. *Якиманская И.Р.* Воспитание сенсорной культуры труда. — М., 1969.

Научное издание

РОЗАНОВА Светлана Алексеевна

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

Редактор *В.Ф. Березницкая*
Оригинал-макет: *В.В. Худяков*
Оформление переплета: *А.Ю. Алехина*

ЛР №071930 от 06.07.99. Подписано в печать 15.09.03.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная № 1. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 11. Уч.-изд. л. 11,2. Тираж 500 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»
МАИК «Наука/Интерпериодика»
117997 Москва, ул. Профсоюзная, 90
E-mail: fizmat@maik.ru

Отпечатано с диапозитивов
в РГУП «Чебоксарская типография № 1»
428019 Чебоксары, пр. И. Яковлева, 15

ISBN 5-9221-0417-9

9 785922 104173