Երևանի պետական համալսարան

Մուրադյան Ա. Ժ., Մուրադյան Գ. Ա.

ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԻ ՖԻԶԻԿԱ

Դասագիրք

ԵՐԵՎԱՆ ԵՊՀ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ 2023

Հրատարակության է երաշխավորել ԵՊՀ գիտական խորհուրդը։

Գրախոսներ՝

ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Խ. Ներկարարյան ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆեսոր Ա. Խաչատրյան ֆիզ. մաթ. գիտ. դոկտոր, դոցենտ Տ. Հակոբյան

Մուրադյան Ա. Ժ., Մուրադյան Գ. Ա. Մ 992 Քվանտային տեխնոլոգիաների ֆիզիկա (դասագիրք) / Ա. Ժ. Մուրադյան, Գ. Ա. Մուրադյան.- Եր.։ ԵՊՀ հրատ., 2023, 205 էջ։

> Դասագիրքը կազմված է «Ֆիզիկա» մասնագիտության բարձր կուրսերի ուսանողների, ասպիրանտների և երիտասարդ գիտաշխատողների համար։ Այն ներկայացնում է քվանտային տեխնոլոգիաների մոդելային տեսությունները, աշխատանքային սկզբունքները և հիմնական տեսականին։

> > ՀՏԴ 530.145(075.8) ዓሆጉ 22.31g73

ISBN 978-5-8084-2630-6

https://doi.org/10.46991/YSUPH/9785808426306

© ԵՊՀ հրատ., 2023 © Մուրադյան Ա. Ժ., Մուրադյան Գ. Ա., 2023

Կրթական վերջնարդյունքները

Դասընթացի հաջող ավարտին ուսանողը կունենա գիտելիք և ունակություններ՝

- հասկանալու քվանտային տեսության առանցքային կոնցեպցիաները, ինչպիսիք են ալիքային ֆունկցիան, ստացիոնար, ոչ ստացիոնար վիձակները, սուպերպոզիցիոն ու խժժված վիձակները, սպինը, քվանտային ստատիստիկաները և այլն։
- ներկայացնելու քվանտային վիճակի նախապատրաստման, վերահսկման ու քվանտային չափումների մեթոդները,
- բացատրելու կիսահաղորդչային պինդ մարմինների և տարրերի հաղորդական և օպտիկական հատկությունները,
- քննելու յուրաքանչյուր հիմնական քվանտային տեխնոլոգիայի՝ սենսոր, միկրոսկոպ, ինտերֆերոմետր, կրիպտոգրաֆ, համակարգիչ, աշխատանքի սկզբունքները և ներկայացնելու կիրառությունները,
- ընդունելու ընթացիկ որոշումներ հետազոտական աշխատանքում,
- կիրառելու յուրացված տեսությունը քվանտային տեխնոլոգիաների և կիրառական ֆիզիկայի մյուս ոլորտների խմբային աշխատանքներում,
- օգտագործելու ինֆորմացիայի հասանելի բոլոր միջոցները գրականության ուսումնասիրում իրականացնելու համար,
- ցուցաբերելու քննադատական մտածողություն քվանտային տեխնոլոգիական բարդ պրոբլեմներ քննարկելիս և լուծումներ մշակելիս։

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ



Քվանտային տեխնոլոգիան գիտական հետազոտման և տեխնիկական առաջընթացի համեմատաբար նոր ոլորտ է՝ հենված քվանտային ֆիզիկայի օրինաչափությունների վրա, ներառելով դրանց տեսական կոնցեպցիաները, մոդելները, մեկնաբանությունները, վերահսկումը և կիրառությունները։ Քվանտային տեխնոլոգիաներն օժտված են հսկայական ներուժով և բովանդակային նոր և խոստումնալից հեռանկարներ են բացում հիմնարար գիտության, գիտատար բիզնեսի և ռազմաարդյունաբերության առաջընթացի համար։

Մեզ ծանոթ շատ սարքավորումներ, ինչպիսիք են լազերները, ատոմական ժամացույցները, տարածական տեղակայումը որոշող արբանյակները (GPS), էլեկտրոնիկան՝ ներառյալ համակարգիչները, ինտերնետն ու շարժուն կապը (mobile communication), առանց քվանտային ֆիզիկայի պարզապես գոյություն չէին ունենա։

Ոլորտին ծանոթանալիս պետք է նկատի ունենալ, որ քվանտային ֆիզիկայի օրինաչափությունները, որպես կանոն, ուղղակիորեն ի հայտ չեն գալիս մեր առօրյա գործունեությունում և առկա չեն դրա հիման վրա ձևավորված ինտուիցիայում։



(St'u German National Academy of Sciences Report: Quantum technology: From research to application, 2015, Fig. 1):

Դժվար է լինում ընկալել, օրինակ, որ մասնիկը կարող է ունենալ տեղափոխման երկու (և անգամ ավելի) ուղիներ, և որ իրարից աստղաֆիզիկական մասշտաբներով հեռու երկու մասնիկների վարքերը կարող են լինել միաժամանակյա ինքնահամաձայնեցված և այլն։ Ակտիվության ներկա էտապի համար հատկանշական է քվանտային տեսության առավել հիմնարար, ընկալման համար բարդ հասկացություններին դիմումը, գործուն կապը հիմնարար հետազոտությունների հետ, դրանցից բխող հետաքրքրություններով և խութերով։ Նկատի ունենալով որակական նոր աստիձանը՝ դրանց հաձախ կոչում են բարձր տեխնոլոգիաներ (high technologies): Բարձր տեխնոլոգիական կենտրոններ գործում են Եվրոպայի մի շարք երկրներում, ԱՄՆ-ում, Կանադայում, Չինաստանում, Կորեայում, Ճապոնիայում, Ռուսաստանում և մի քանի այլ երկրներում։ Հայաստանում ընթանում է հետազոտական և կիրառական ոլորտի ձևավորման փուլ։

Նախքան տեխնոլոգիական նյութի շարադրումը՝ օգտակար կլինի քվանտային տեսության՝ դասական ֆիզիկայի ձանաչողական հասկացություններից դուրս գտնվող ասպեկտների հակիրձ բովանդակային ներկայացումը։ Իրականում քվանտային տեսության այս ասպեկտներն են բացում աննախադեպ հնարավորություններ և մրցակցային նոր գալար բարձր տեխնոլոգիական առաջընթացի հասնելու ուղիում։

Քվանտային տեսությունը ստեղծման առաջին իսկ ժամանակներից հանդիպել է ֆիզիկական բովանդակության ընկայման և մեկնաբանության խոշոր բարդությունների։ Բանն այն է, որ քվանտալին տեսության կազմակերպումը՝ որպես դասական ֆիզիկալի հասկացություններում նոր քանակական ասպեկտների ներառում, ինչպես դա եղել էր հարաբերականության տեսության դեպքում, անհաջողություն է կրել։ Հարկ է ընդունել «տարօրինակ» աշխարհի, մասնավորապես՝ ֆիզիկական երևույթներում դետերմինիզմի և հավանականության հասկացությունների վերաքննարկման, անխուսափելիությունը։ Այստեղ առավել հայտնի է Էյնշտեյնի, Պոդոլսկու և Ռոզենի դիտարկումը քվանտային բովանդակության վերաբերյալ, որը ներկայումս հակիրձ կոչվում է ԷՊՌ պարադոքս։ Հեղինակները քննարկում են երկու նույնական մասնիկներից կազմված քվանտամեխանիկական համակարգում մտովի կատարվող փորձ, երբ միևնույն աղբյուրից առաջանալով՝ իմպուլսի մոմենտի զրոյական գումարային արժեքով մասնիկներն իրարից հեռացվում և ուղարկվում են հակադիր ուղղություններով։ Քվանտային մեխանիկան դրանց դիտում է որպես մեկ միասնական համակարգ, որում համակարգի իմպույսի մոնոնի արժեքը որոշակի է, սակայն առանձին մասնիկների մոմենտների արժեքները որոշակի չեն։ Միայն երբ կատարվում է չափում մասնիկներից մեկի (մոմենտի պրոյեկցիայի) նկատմամբ, համակարգն արձագանքում է այնպես, որ մյուս մասնիկի մոտ համապատասխան հատկությունը (մոմենտի պրոյեկցիան) նույնպես ակնթարթորեն դառնում է որոշակի։ Ինֆորմացիայի փոխանցման արագության՝ լույսի արագությամբ սահմանափակ լինելուց բխող հակասությունից խուսափելու համար Էյնշտեյնը, Պոդոլսկին և Ռոզենը հանգում են եզրակացության, որ երկու մասնիկների մոմենտները մինչ չափումը ևս պետք է եղած լինեն որոշակի։ Ավելի ընդհանրական պնդմամբ՝ ֆիզիկական համակարգերում պրոցեսները դետերմինիստիկ են։ Էյնշտեյնը սառնորեն նշում էր քվանտային մեխանիկայում ոչ յոկալ փոխազդեցությունների՝ հեռավորության վրա գերբնական-հանելուկային գործառույթների առկայության մասին (ԷՊՌ պարադոքս)։

Քվանտամեխանիկական տարածաժամանակային նկարագրության ելակետային դրույթը դե Բրոյլի անզացն է, որ յուրաքանչյուր գոյ միաժամանակ օժտված է մասնիկային և ալիքային վարքերով։ Լայնորեն ընդունված ալիք-մասնիկային այս դուալիզմը կարող է ներկայացվել հետևյալ երկուղի փորձի միջոցով։ Նրանում քվանտային մասնիկը, հանդիպելով Ճառագայթային բաժանիչի (նկարում՝ Beam splitter A), տրոհվում է և անցնում երկու ուղիներից կազմված համակարգով, որի հնարավոր ուղիները (Path 1 և Path 2) հայելային (Mirror) անդրադարձումների միջոցով ուղղվում են դեպի նույն ելման կետը։ Այդտեղ, կախված փորձի նպատակից, կարող է տեղադրվել մի երկրորդ երկձեղքիչ (Beam splitter B) կամ ոչ։



(St[']u German National Academy of Sciences Report: Quantum technology: From research to application, 2015, Fig. 2):

Տեղադրման դեպքում ամեն դետեկտոր (Detector 1 և Detector 2) գրանցում է երկու հետագծերով եկող ալիքների ինտերֆերենցիայի արդյունք, այսինքն՝ քվանտային մասնիկի (էլեկտրոնի, ատոմի, ֆոտոնի և այլն) ալիքային հատկությունը։ Երկձեղքիչի բացակայության դեպքում հանդիպման կետով ալիքներն անցնում են առանց փոխազդեցության և դետեկտորների գրանցումները որոշում են թե առաջին ձեղքիչից հետո քվանտային մասնիկը հնարավոր ուղիներից որով է շարժվել, այսինքն՝ բացահայտվում է նրա կորպուսկուլային հատկությունը։

Քվանտային մեխանիկայի որակական նոր բնույթն ի հայտ է գալիս սուպերպոզիցիոն (վերադրված) և խձձված վիձակներով և բազմամասնիկ էֆեկտներով։ Ներկայումս գործող քվանտային տեխնոլոգիաները, որոնց պայմանականորեն կարելի է անվանել առաջին սերնդի, որպես կանոն օգտվում են միայն սուպերպոզիցիոն վիձակներից։ Մշակվող՝ երկրորդ սերնդի քվանտային տեխնոլոգիաները ենթադրում են խձձված վիձակների և բազմամասնիկ վիձակների առավել մեծ ներգրավվածություն։

Սուպերպոզիցիաներ: Դասական ֆիզիկայում համակարգի վիձակը տրվում է որոշակի ֆիզիկական մեծությունների միջոցով միարժեքորեն։ Օրինակ, էլեկտրական կոնդենսատորը լիցքավորված է կամ ոչ։ Դրանք երկու վիձակներ են, որոնցում կարող է գտնվել կոնդենսատորը, և ժամանակի յուրաքանչյուր պահի այն գտնվում է դրանցից մեկում։ Պարզագույն շատ համակարգեր կարող են նկարագրվել նույն տրամաբանությամբ՝ որևէ բան «առկա» է կամ «բացակա» է։ Մաթեմատիկորեն դրանց համապատասխանեցվում են 1 և 0 թվեր։ Համակարգչային գիտությունում այս երկու թվերը կազմում են բիթը։ Բիթերի քվանտամեխանիկական անալոգը, քվանտային բիթը կամ հակիրձ՝ քյուբիթը, ի հավելում 0-ի և 1-ի, կարող է ենթադրել նաև դրանց սուպերպոզիցիան որոշակի ստատիստիկական կշիռներով։ Նույն վիձակում նախապատրաստված համակարգերի (ասենք՝ էլեկտրոնների) վրա կատարված նույնական չափումների արդյունքները կարող են մի մասով լինել 0, մյուսներով՝ 1։ Ի հակադրություն դասական մեկնաբանության, երբ համակարգի վիձակը ֆիքսված է նախքան չափում կատարելը, քվանտային մեխանիկայում այդ արժեքն անորոշ է և որոշակիանում է միայն չափման արդյունքում։ Քվանտային տեխնոլոգիաների համար կարևոր է, որպեսզի կարողանանք վերահսկել նման սուպերպոզիաները չափումներից առաջ։ *ԽՃՃվածություն:* ԽՃՃվածությունը (enlanglement, перепутывание) վիՃակների յուրատեսակ վերադրումն է մեկից ավելի համակարգերի կամ ազատության աստիՃանների միջն։ Տերմինը մտցվել է Է. Շրեդինգերի կողմից 1935 թվականի իր՝ ԷՊՌ դիտարկմանը արձագանքման հոդվածներում։ Առանցքային դատողությունները ներկայացվել էին մտովի կատարվող փորձի մեկնաբանման ձևով, ինչը ներկայումս հայտնի է որպես «Շրեդինգերի կատու»։ Այն դիտարկում է արկղում առանձնացված կատու, ինչպես այն պատկերված է նկարում։ Արկղում կա նան թունավոր նյութով լի ապակյա սրվակ։ Սրվակը կից է մուրձը բարձրացված դիրքում պահող գրանցիչ սարքին։ Վերջինս աշխատում և մուրձը բաց է թողնում իր հարևանությամբ դրված ռադիոակտիվ նյութի որևէ ատոմի տրոհման արդյունքում Ճառագայթված մասնիկի թողած աղդեցության շնորհիվ։ Եթե տրոհումը տեղի ունենա, ապա վայր ընկնող մուրձի հարվածից փորձանոթը կկոտրվի, իսկ դուրս թափվող թունավոր նյութը կսպանի կատվին։



(St[']u German National Academy of Sciences Report: Quantum technology: From research to application, 2015, Fig. 4):

Խնդրի ֆիզիկական բովանդակության տեսանկյունից կատուն ունի երկու հնարավոր վիձակներ՝ կենդանի և սատկած։ Նույնը ձիշտ է նաև ատոմի միջուկի համար՝ չտրոհված և տրոհված։ Կատվի և ատոմի միջուկի վիձակներն անկախ չեն։ Դրանց միջև գոյություն ունի փոխմիարժեք համապատասխանություն. կա՛մ կատուն կենդանի է, և ատոմի միջուկը տրոհված չէ, կա՛մ կատուն սատկած է, և ատոմի միջուկը՝ տրոհված։ Շրդինգերի հետագա դատողությունը այն է, որ քանի որ կատուն ժամանակի ամեն պահին կարող է լինել կենդանի կամ սատկած վիձակում, անկախ այն բանից թե մենք բացել և նայել ենք արկղի մեջ թե ոչ, ապա նույնը կարող ենք ասել նաև ատոմի միջուկի մասին։ ժամանակի ամեն պահին այն գտնվում է չտրոհված կամ տրոհված վիձակում՝ անկախ արկղի ներսի վիձակը մեր կողմից դիտելուց կամ չդիտելուց։ Ուրեմն, ատոմի միջուկի համար սուպերպոզիցիոն վիձակ լինել չի կարող, և ուրեմն նաև խձձվածություն, այն է՝ սուպերպոզիցիա կատվի վիձակների և ատոմի միջուկի վիձակների միջև։

Ժամանակակից քվանտային տեսությունը, այնուամենայնիվ, ելնում է միկրոաշխարհում սուպերպոզիցիոն և խձձված վիձակների գոյությունից։ Իսկ մասնավորապես բերված օրինակում առկա հակասությունը մեկնաբանվում է միկրոաշխարհից մակրոաշխարհ անցման պրոցեսում առայժմ ոչ լրիվ բացահայտված օրինաչափությունների առկայությամբ։ Առայժմ միակ ընդունված եզրույթն այստեղ քվանտային բովանդակության հենք կազմող կոհերենտության արագ կորուստն է քչաթիվ մասնիկներով համակարգից մեծաթիվ մասնիկներով համակարգի անցման Ճանապարհին։ Ինչպես և կարելի էր սպասել, ջերմաստիՃանի նվազմանը զուգընթաց կոհերենտության կորուստը դանդաղում է։

ԽՃՀվածության հասկացությանը վերագրվում է սկզբունքային կարգավիՃակ, և այն կարող է առկա լինել նաև միկրո և մակրո ենթահամակարգերի միջն։ Շրեդինգերի կատվի դեպքում, օրինակ, ասվում է, որ մինչ արկղի բովանդակությունը դիտելը կատուն և տրոհման ընդունակ ատոմի միջուկը եղել են խՃՀված, անբաժանելիորեն համակցված մեկը մյուսին։ Տեսությունն առաջարկում է խՃՀվածության քանակական բնութագիր և այն չափելու փորձարարական սխեմաներ։

Անորոշության առնչություններ։ Դրանք պնդում են, որ որոշ մեծություններ, ինչպիսիք են առանձին մասնիկի կոորդինատը և իմպուլսը, միաժամանակ ձշգրիտ արժեքներ ունենալ չեն կարող։ Բացատրությունը մոտավորապես այնպիսին է, որ երբ որոշվում է մասնիկի դիրքը, չափման գործընթացը խաթարում է մասնիկի իմպուլսը և հակառակը։ Նկատենք, որ միայն առաջին հայացքից է անորոշությունը թվում իրավիձակը միայն խոտորող։ Քվանտային կրիպտոգրաֆիայի (ծածկագրության) հնարավորությունը, օրինակ, ամբողջովին ելնում է հենց այս անորոշության իրողությունից և օգտագործում է այն դրված խնդիրը լուծելու համար։

Բազմամասնիկ էֆեկտներ: Միկրոաշխարհում նման հատկություններով օժտված համակարգերը կարող են տարբերակվել միայն չափումների արդյունքում: Օրինակ, էլեկտրոններն ինքնին ոչ տարբերակելի են ատոմի ներսում: Բացի սրանից, մասնիկներն օժտված են նաև ներքին շարժման քանակի մոմենտով՝ սպինով։ Այն կարող է ընդունել միայն կիսաամբողջ կամ ամբողջ թիվ, անգամ \hbar Պլանկի հաստատունը, արժեքներ։ Կիսաամբողջ սպինով մասնիկները կոչվում են ֆերմիոններ՝ ի պատիվ Էնրիկո Ֆերմիի, իսկ ամբողջ սպինով մասնիկները կոչվում են բոզոններ՝ ի պատիվ Մաթիենդրա Նաթ Բոզեի։ Ատոմի բաղկացուցիչ մասնիկները՝ նեյտրոնները, պրոտոնները և էլեկտրոնները, ֆերմիոններ են, լույսի մասնիկները՝ ֆոտոնները, բոզոններ:

Մասնիկների այս երկու դասերը ցուցաբերում են հիմնովին տարբեր ստատիստիկական վարքեր։ Բոզոնների դեպքում բոլոր մասնիկները նախընտրում են նույն քվանտային վիձակը՝ պատձառ հանդիսանալով Բոզե-Էյնշտեյնի կոնդենսատի առաջացման։ Մյուս կողմից, երկու ֆերմիոններ երբեք չեն գտնվում նույն վիձակում։ Դրանով է բացատրվում, օրինակ, ատոմներում Էլեկտրոնային թաղանթների գոյությունը։

Քվանտային տեխնոլոգիաների կարևոր տարբերակիչ առանձնահատկություն է օժանդակ տեխնոլոգիաների օգտագործման պահանջը։ Դրա արդյունքում ամեն մի առանձին քվանտային տեխնոլոգիայի զարգացման մեջ ներդրումները խրախուսում են նաև հարակից տեխնոլոգիաների առաջընթացը, ինչպիսիք են՝ ինֆորմացիոն համակարգերը, սենսորները, ռոբոտոտեխնիկան և այլն։

Սույն դասագիրքը ներածական բնույթ ունի։ Նրանում ներկայացված են բարձր տեխնոլոգիաների հիմնական տեսակների սեղմ բովանդակությունը, դրանց աշխատանքների հիմքում ընկած ֆիզիկական և մաթեմատիկական մոտարկումները։ Մենք ձգտել են նյութը դարձնել բակալավրիական մակարդակում հնարավորինս մատչելի, եթե անգամ ուսանողը հետևողական աշխատանք չի կատարել քվանտային ֆիզիկան խորությամբ յուրացնելու ձանապարհին։ Դասագրքի ծավալն ավելին է, քան ստանդարտ դասընթացը կարող է ենթադրել։ Նպատակը թեմաների ընտրության ազատության որոշակի աստիձան ապահովելն է ուսանողի նախասիրություններ ունենալու պայմաններում։ Այն նաև հնարավորություն է ավելի ամբողջական տեսնելու ոլորտի դիսցիպլինները և ընդարձակելու սեփական գիտելիքներն ակտիվորեն առաջ ընթացող մասնագիտական այս ոլորտում։

ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՆԵՐՀԱՏՈՒԿ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

§ 1. Մասնիկի քվանտային վիձակները պոտենցիալային հորի օրինակով

Մասնիկի վիձակը քվանտային մեխանիկայում տրվում է ալիքային ֆունկցիայով՝ $\Psi(\mathbf{r},t)$, ինչը տարածական \mathbf{r} կոորդինատների և t ժամանակի անընդհատ, ընդհանուր դեպքում կոմպլեքս ֆունկցիա է։ Ալիքային ֆունկցիայի պարզագույն ֆիզիկական բովանդակությունը պարփակված է նրա $\rho(\mathbf{r},t) = |\Psi(\mathbf{r},t)|^2$ մոդուլի քառակուսու և $\phi(\mathbf{r},t) = Arg(\Psi(\mathbf{r},t))$ փուլի մեջ։ Ալիքային ֆունկցիայի մոդուլի քառակուսին որոշում է հավանականության խտությունը, որ ժամանակի t պահին մասնիկը գտնվում է տարածության \mathbf{r} կոորդինատներով կետում, իսկ փուլը որոշում է քվանտային մասնիկի ինտերֆերենցելու հատկությունը։

> Մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի տարածաժամանակային փոփոխությունները որոշվում են Էրվին Շրեդինգերի

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi \tag{1.1}$$

հավասարումով, որտեղ \hat{H} -ը մասնիկի համիլտոնյանն է՝ Համիլտոնի ֆունկցիան։ Վերջինս, որպես կանոն, տրվում է մասնիկի կինետիկ և փոխազդեցության էներգիաների գումարով՝

$$\hat{H} = \hat{p}^2 / 2M + V(\mathbf{r}, t),$$
 (1.2)

որտեղ $\hat{p} = -i\hbar\partial/\partial r$ -ը M զանգվածով մասնիկի շարժման քանակի (իմպուլսի) օպերատորն է, իսկ V(r,t)-ը՝ արտաքին դաշտի հետ նրա փոխազդեցության էներգիան։ Համապատասխան եզրային և սկզբնական պայմանների հավելումով (1.1) հավասարումը ալիքային ֆունկցիայի տարածաժամանակային էվոլյուցիան դառնում է միարժեք, երբեմն ասում ենք` դետերմինացված։

Արտաքին կոնսերվատիվ դաշտերի դեպքում $V({m r},t)=V({m r})$ և (1) հավասարման լուծումը հարմար է լինում փնտրել

$$\Psi(\mathbf{r},t) = \Psi(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E t\right)$$
(1.3)

տեսքով, որտեղ անհայտներ են տարածական բաշխման $\Psi(\mathbf{r})$ ֆունկցիան և էներգիայի հնարավոր E արժեք(ներ)ը։ (1.3) տեսքի տեղադրումը Շրեդինգերի ժամանակային (1.1) հավասարումը բերում է Շրեդինգերի ստացիոնար հավասարմանը՝

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{d^2}{dr^2}+V(r)\right)\Psi_E(r)=E\Psi_E(r):$$
(1.4)

Բացի հավասարմանը բավարարելուց, ստացիոնար վիձակի $\Psi(\mathbf{r})$ ալիքային ֆունկցիայի վրա դրվում են ֆիզիկական դատողություններից բխող եզրային պայմաններ։ Դրանցով առանձնանում են E էներգիայի հնարավոր արժեքները և համապատասխան $\Psi_E(\mathbf{r})$ ֆունկցիայի տեսքերը։ Իսկ ինչ վերաբերում է (1.1)-ի ընդհանուր



Ուիլյամ Համիլթոն



 $\Psi({m r},t)$ լուծման ժամանակային կախմանը, ապա այն որոշվում է (1.3) ստացիոնար լուծումների վերադրումով այնպես, որ բավարարի խնդրում առկա սկզբնական պայմանին։

Մասնիկը միաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորում։ Նախ դիտարկենք պարզագույն քվանտամեխանիկական խնդիրը՝ մասնիկի վիձակը միաչափ անվերջ խորը պոտենցիալային հորում՝

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a/2 \\ \infty & |x| \ge a/2 \end{cases}$$
(1.5)

Շրեդինգերի ստացիոնար (4) հավասարումը՝

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{d^2}{dz^2} + V(z)\right)\Psi_E(z) = E\Psi_E(z), \qquad (1.6)$$

վերաբերում է տարածական բոլոր կետերին։ Հետևաբար $|x| \ge a/2$ տիրույթում, որտեղ V(x) պոտենցիալ էներգիան անվերջ մեծ է, հարկ է $\Psi(x)$ ալիքային ֆունկցիան վերցնել հավասար զրոյի։ Սա պարզապես նշանակում է, որ E վերջավոր էներգիայով մասնիկը երբևէ չի կարող գտնվել տարածական այնպիսի տիրույթում, որտեղ իր պոտենցիալային էներգիան անվերջ մեծ լինի։ Այս տիրույթում ալիքային ֆունկցիայի զրոյական արժեքը նաև եզրային պայման է միջանկյալ |x| < a/2 տիրույթի համար, որտեղ ալիքային ֆունկցիան բավարարում է

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{d^2\Psi_E(x)}{dx^2} = E\Psi_E(x)$$

հավասարմանը և ունի հորի լայնության վրա

$$\Psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{i p x/\hbar}$$
 is $\Psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-i p x/\hbar}$

նորմավորված լուծումներ։ Դրանցից յուրաքանչյուրի համար հորում լինելու $\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} |\Psi(x)|^2 dx$ հավանականությունը հավասար է մեկի, իսկ $p = \sqrt{2ME}$ -ն մասնիկի ազատ շարժման իմպուլսն է։

Պոտենցիալ էներգիայի (1.5) արտահայտության տարածական համաչափությունից հետևում է, որ հարմար է անցնել բազիսային լուծումների սիմետրիկ և անտիսիմետրիկ կոմբինացիաների՝

$$\Psi_{\rm sym}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{px}{\hbar}\right), \ \Psi_{\rm antisym}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{px}{\hbar}\right):$$

Սիմետրիկ դասի ալիքային ֆունկցիաների համար զրոյական եզրային պայմանը բավարարվում է p իմպուլսի (որ նույնն է՝ E էներգիայի) միայն որոշակի, $pa/2\hbar = \pi/2 \cdot odd$ integer պայմանին բավարարող արժեքների համար։ Անտիսիմետրիկ լուծումների համար եզրային պայմանը բավարարվում է, եթե $pa/2\hbar = \pi/2 \cdot even integer$ ։ Միավորելով երկու հնարավորությունները՝ մասնիկի իմպուլսի և համապատասխան էներգիայի համար ստանում ենք

$$p_n = \frac{\pi\hbar}{a}n$$
, $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2Ma^2}n^2$, $n = 1, 2, 3, ...$ (1.7)

քվանտացված արժեքները համապատասխան

$$\Psi_{n,sym}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{2a}n\right), \quad \Psi_{n,anti}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{\pi x}{2a}n\right)$$
 (1.8)

ալիքային ֆունկցիաներով, որտեղ n = 1, 3, .5, ... սիմետրիկ լուծումների և n = 2, 4, 6, ... անտիսիմետրիկ լուծումների համար։

Հետաքրքիր է, որ n = 0 արժեքը ևս բավարարում է եզրային զրոյական պայմանին, սակայն համապատասխան ալիքային ֆունկցիան նույնաբար հավասար է լինում զրոյի։ Այս յուրահատկությունը, սակայն, վերաբերում է բացառապես անվերջ խորը *ուղղանկյուն* պոտենցիալային հորին, և ոչ մի այլ տեսքի պոտենցիալային հորի համար n = 0-ն դուրս չի մնում հնարավոր արժեքների շարքից։

Ինչպես տեսնում ենք, մասնիկի ստացիոնար կանգուն ալիքներ են, ամբողջովին լոկալիզացված անվերջ խորը պոտենցիալային հորում։ Կարելի է նաև նկատել, որ հիմնական n = 1էներգետիկ մակարդակի ալիքային ֆունկցիան հորի ներքին կետերից որևէ մեկում չի զրոյանում, n = 2 մակարդակում զրոյանում է մեկ անգամ, n = 3 էներգետիկ մակարդակում՝ երկու անգամ, և այսպես շարունակ։ Օսցիլյացիաների հաձախությունը գծային օրենքով աձում է էներգետիկ մակարդակի համարի աձին զուգընթաց։ Նկատենք, որ այս գեղեցիկ օրինաչափությունն առկա է բոլոր միաչափ պոտենցիալային հորերում։

Հետաքրքրություն ներկայացնող մյուս կարևոր հանգամանքը առնչումն է դասական մեխանիկային՝ որպես սահմանային դեպք։ Դասական մեխանիկայում էներգիան (նաև իմպուլսը) անընհատ է։ Քվանտային մեխանիկայի տերմիանաբանությամբ դա նշանակում է $(E_{n+1} - E_n) \xrightarrow{\hbar \to 0} 0$ սահմանային պայմանի անվերապահ բավարարում։ Համաձայն էներգիայի արժեքների (1.7) արտահայտության՝

$$E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2Ma^2} (2n+1)$$
,

ինչը համաձայնեցվում է վերոհիշյալ պայմանի հետ։ Մակայն այստեղ կա մի նրբություն։ Խոսքը վերաբերում է այնտեղ մտնող *n* քվանտային թվին, որի համար ևս կարելի է սահմանային անցում ձևակերպել դեպի անվերջություն։ Հետևաբար, որոշ անորոշության էլեմենտ հարցում կարծես թե մնում է։ Առավել ևս, որ ալիքային ֆունկցիաների (1.8) արտահայտությունում Պլանկի *ћ* հաստատունն ընդհանրապես չի մտնում։



Նիլս Բորը և Մաքս Պլանկը

Լուծումներում, այնուամենայնիվ, դասականության հնարավորություն որոշ առումով առկա է։ Համաձայն Նիլս Բորի մոտեցման՝ քվազիդասականություն ամեն մի ֆիզիկական համակարգում պետք է ի հայտ գա մեծ քվանտային թվերի տիրույթում (փոքր քվանտային թվերով վիճակներն էապես քվանտային են)։ Քննարկվող խնդրում մեծացող *n* -երին համապատաս-

խանում են ալիքային ֆունկցիայի մեծացող թվով տարածական օսցիլյացիաներ։ Արդյունքում ֆիզիկական

իմաստ է ստանում ըստ տատանման մեկ պարբերությամբ միջինացված մեծությունը։ (1.8) բանաձևերի հիման վրա կատարված պարզ գործողությունները ցույց են տալիս, որ որևէ dxտարրական տիրույթում մասնիկի գտնվելու dw հավանականությունը հաստատուն է և hավասար է dx/a-h: Այս մեծությունն ունի արդեն պարզ դասական իմաստ, քանի որ կարող է մեկնաբանվել որպես որևէ կետի dx երկարության շրջակայքում մասնիկի հայտնաբերման հավանականություն: Կարելի է նաև գրել $dx = v dt = a dt/\tau$, որտեղ v-ն ազատ հավասարաչափ շարժվող մասնիկի արագությունն է, τ -ն՝ հորի ամբողջ երկարությունն անցնելու ժամանակը: Տեղադրումից հետո ստացվող $dw = dt/\tau$ արդյունքը նույն մեկնաբանությունն ունի ժամանակային չափումների մոտեցմամբ:

Մասնիկի վիճակի ժամանակային վարքը նկարագրելիս վերադառնում ենք Շրեդինգերի (1.1) հավասարմանը ու $\Psi(z,t)$ ալիքային ֆունկցիան վերլուծում (1.3) և (1.8) բանաձևերով տրվող ստացիոնար վիճակների՝

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=\text{odd}} C_{n,\text{sym}} \Psi_{n,\text{sym}}(x) e^{-iE_{n,\text{sym}}t/\hbar} + \sum_{n=\text{even}} C_{n,\text{anti}} \Psi_{n,\text{anti}}(x) e^{-iE_{n,\text{anti}}t/\hbar} , \qquad (1.9)$$

որտեղ համիլտոնյանի ժամանակային անկախությունից հետևում է վերլուծության գործակիցների անկախությունը ժամանակից։ Ենթադրենք ժամանակի $t_0 = 0$ սկզբնապահին մասնիկը լոկալիզացված է եղել պոտենցիալային հորի ձախ եզրի $b \ll a$ տարածական չափերում՝ բաշխված

$$\Psi(x,0) = \sqrt{\frac{2}{b}} \sin\left(\frac{\pi}{b}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right)$$
(1.10)

օրենքով։ Այս ալիքային փաթեթի միջին քվանտամեխանիկական $\langle \Psi(x,0) | \hat{p} | \Psi(x,0) \rangle / M$ արագությունը զրո է, սակայն ալիքային փաթեթը չի մնում անփոփոխ։ Ալիքային ֆունկցիայի (1.9) վերլուծության գործակիցների և դրանով իսկ վիճակի էվոլյուցիան որոշելու համար հարկ է (1.9)ում վերցնել t = 0 և օգտվել ստացիոնար $\Psi_{n,...}(x)$ ալիքային ֆունկցիաների օրթոգոնալության հատկությունից։ Արդյունքում գալիս ենք հետևյալ ընդհանուր բանաձևերին՝

$$C_{n,sym} = \int_{-a/2}^{a/2} \Psi_{n,sym}^{*}(x)\Psi(x,0) dx, \quad C_{n,anti} = \int_{-a/2}^{a/2} \Psi_{n,anti}^{*}(x)\Psi(x,0) dx,$$

որոնցում ինտեգրալները (1.8) և (1.10) տեսքերի համար հեշտորեն հաշվվում են՝ տալով

$$C_{n,sym} = \frac{8b^{1/2}a^{3/2}}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{(2n+1)\pi b}{4a}\right) \left(\cos\left(\frac{\pi(b-2na+2nb)}{4a}\right) + \sin\left(\frac{\pi(b-2na+2nb)}{4a}\right)\right)}{4a^2 - (1+2n)^2 b^2}$$

$$C_{n,anti} = \frac{2b^{1/2}a^{3/2}}{\pi} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{(a-2b)n\pi}{2a}\right)}{a^2 - b^2 n^2}$$

արտահայտությունները։ Դրանց տեղադրումն ամփոփում է ժամանակային խնդրի լուծումը։ Նկ. 1.1-ում բերված է հորի ձախակողմյան եզրի մոտ լոկալիզացված ալիքային փաթեթի տեսքը Էվոլյուցիայի համեմատաբար փոքր և մեծ ժամանակներ հետո։ Ինչպես՝



Նկ. 1.1. Մասնիկի ալիքային ֆունկցիան ուղղանկյուն անվերջ խորը պոտենցիալային հորում։ Մկզբնապահին այն զանգակաձև բաշխմամբ լոկալիզացված է հորի ձախ եզրում։ Կարձ և երկար ժամանակներ հետո այն սփոված և երկգագաթ բաշխումներով է։

Տեսնում ենք՝ հետագա էվոլյուցիան այլևս ալիքային ֆունկցիայի միագագաթ մասնիկային լոկալիզացում չի ենթադրում։

Այժմ անդրադառնանք մի փոքր ավելի իրատեսական՝ վերջավոր խորության ուղղանկյուն հորի օրինակին՝

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & |x| < a/2 \\ 0 & |x| \ge a/2 \end{cases}$$
 (1.11)

որտեղ հարմար է պոտենցիալ էներգիայի զրոյական արժեքը, այսինքն՝ ազատ շարժման վիձակը, համապատասխանեցնել պոտենցիալային հորից դուրս տիրույթին։ Մենք այստեղ քննարկելու ենք միայն E < 0 դեպքը, երբ մասնիկը հիմնականում կենտրոնացված է լինում հորի սահմաններում և ունենում է դիսկրետ էներգետիկ սպեկտր։

Պոտենցիալային հորի ներսում Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{d^2\Psi(z)}{dz^2} = (E+V_0)\Psi(z)$$

ստացիոնար հավասարման գծային անկախ (բազիսային) լուծումներն ընտրենք

$$\Psi_{\rm sym}(x) = A_{\rm sym}\cos kx \tag{1.12}$$

սիմետրիկ և

$$\Psi_{\text{anti}}(x) = A_{\text{anti}} \sin kx \tag{1.13}$$

անտիսիմետրիկ տեսքերով, որոնց գործակիցները որոշվում են հորի եզրերում ալիքային ֆունկցիայի անընդհատության և լրիվ տարածությունում հավանականության՝ մեկի նորմավորված լինելու պահանջներից, իսկ $k = \sqrt{2M(E+V_0)}/\hbar$ -ը մասնիկի համընթաց շարժման ալիքային թիվն է։

Հորից դուրս տիրույթում առաջանում է նոր, դասական ֆիզիկային բոլորովին անծանոթ իրավիձակ։ Բանը այն է, որ Շրեդինգերի հավասարումը չի ենթադրում նույնաբար զրոյական լուծումներ։ Այսինքն՝ մասնիկի՝ հորից դուրս գտնվելու հավանականությունը տարբեր է զրոյից, չնայած որ մասնիկի ընդհանուր *E* էներգիան փոքր է այդ տիրույթում պոտենցիալ էներգիայի արժեքից։ Ֆիզիկական օրինաչափությունների դասական մեկնաբանման դեպքում դա կնշանակեր, որ հորից դուրս գտնվելիս մասնիկի կինետիկ էներգիան դառնում է բացասական։

Գրենք հավասարման ընդհանուր լուծումը՝

$$\Psi(x) = C_1 e^{\kappa x} + C_2 e^{-\kappa x}$$

տեսքով, որտեղ $\kappa = \sqrt{-2ME}/\hbar$, և հաշվի է առնված E < 0 պայմանը։ $x = \pm \infty$ անվերջություններում ալիքային ֆունկցիայի վերջավոր մնալու պահանջից ուղղակիորեն հետևում է, որ x < -a/2 ձախակողմյան տիրույթի համար հարկ է ընտրել $C_2 = 0$, իսկ x > a/2 աջակողմյան տիրույթի համար՝ $C_1 = 0$ ։ Լուծումները ներկայացնենք սիմետրիկ և անտիսիմետրիկ տեսքերով՝

$$\Psi_{\rm sym}(x) = C_{\rm sym}\left(e^{\kappa x}\,\theta(-x-a/2) + e^{-\kappa x}\,\theta(x-a/2)\right),\tag{1.14}$$

$$\Psi_{\text{anti}}(x) = C_{\text{anti}}\left(-e^{\kappa x} \theta(-x-a/2) + e^{-\kappa x} \theta(x-a/2)\right):$$
(1.15)

Անընդհատության $\Psi(a-0) = \Psi(a+0)$ և $\Psi'(a-0) = \Psi'(a+0)$ պայմանները սիմետրիկ լուծումների դեպքում բերում են

$$A_{\rm sym}\cos ka/2 = C_{\rm sym} e^{-\kappa a/2}, \quad A_{\rm sym} k \sin ka/2 = C_{\rm sym} \kappa e^{-\kappa a/2}$$
(1.16)

համասեռ հավասարումների համակարգի։ Զրոյականից տարբեր լուծումները որոշվում են դետերմինանտի զրո լինելու պայմանից՝

$$\kappa \cos ka/2 - k \sin ka/2 = 0:$$
 (1.17)

Համակարգի ֆիքսված պարամետրերի (մասնիկի զանգված, պոտենցիալային հորի լայնություն և խորություն) պայմաններում այն հավասարում է մասնիկի էներգիայի նկատմամբ և ուրեմն որոշում է սիմետրիկ ալիքային ֆունկցիաներով ստացիոնար վիձակների էներգիայի հնարավոր արժեքները՝ էներգետիկ սպեկտրը։ Վերջինիս պարզաբանման համար (1.17) առնչությունը գրենք

$$\frac{\sqrt{v_0 - \varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}} = \tan\left(\sqrt{\varepsilon}\right), \quad 0 \le \varepsilon \le v_0$$

տեսքով, որտեղ $\varepsilon = (V_0 - E) / E_{\rm rec}$ -ն մասնիկի էներգիայի հեռավորությունն է հորի հատակից «հետհարվածի» $E_{\rm rec} = 2\hbar^2 / Ma^2$ էներգիայի միավորներով, v_0 = V_0 / $E_{\rm rec}$: Մեկտեղելով ձախակողմյան և աջակողմյան արտահայտությունների գրաֆիկները՝ կարելի է հեշտությամբ համոզվել, որ հավասարումն ունի գոնե մեկ լուծում (միաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորում առկա է գոնե մեկ էներգետիկ մակարդակ), իսկ ընդհանուր դեպքում, երբ v_0 > 2\pi, ապա մակարդակների թիվը հավասար է լինում $\sqrt{{\rm v_0}/2\pi}$ -ի ամբողջ մասին։

Անդրադառնալով (1.16) հավասարումներից մեկին և ավելացնելով $\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \Psi(z) \right|^2 dz = 1$ նորմավորման պայմանը՝ ստանում ենք

$$A_{\rm sym} = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos^2 ka/2}{\kappa a} + \frac{\sin ka}{2k a} \right)^{-1/2}, \quad C_{\rm sym} = e^{\kappa a/2} \cos(ka/2) A_{\rm sym} =$$

Անտիսիմետրիկ լուծումների համար անընդհատության պայմաններն ասում են

$$A_{\text{anti}} \sin ka/2 = C_{\text{anti}} e^{-\kappa a/2}$$
, $A_{\text{anti}} k \cos ka/2 = -\kappa C_{\text{anti}} e^{-\kappa a/2}$,

որոնք անընդհատության պայմանների հետ միասին (1.13) և (1.15) ալիքային ֆունկցիաների գործակիցների համար տալիս են հետևյալ արտահայտությունները.

$$A_{\text{anti}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin^2 ka/2}{\kappa a} - \frac{\sin ka}{2k a} \right)^{-1/2}, \quad C_{\text{anti}} = e^{\kappa a/2} \sin(ka/2) A_{\text{anti}}:$$

Կապված վիձակների միջոցով ձևավորվող ալիքային փաթեթն իրեն պահում է մոտավորապես Նկ. 1.1-ում պատկերված օրինաչափություններով, և դրան ավելի մանրամասն ընթերցողը կարող է ծանոթանալ ինքնուրույն աշխատանքի ձևով։

§ 2. Քվանտային թունելացում

Քվանտային մասնիկի ալիքային բովանդակությունը նկատելիորեն փոխում է նրա մեխանիկական շարժման օրինաչափությունները։ Առավել նկատելի նորությունը այն է, որ մասնիկն ընդհանուր դեպքում ձեռք է բերում հավանականություն գտնվելու նաև տարածական այնպիսի տիրույթներում, ուր նրա ընդհանուր էներգիան փոքր է պոտենցիալ էներգիայից։ Մեր քննարկած օրինակում պոտենցիալ էներգիայի մեծ արժեքների տիրույթը տարածվում էր մինչև անվերջություն, ինչը բոլորովին պարտադիր չէ։ Պետք է սպասել, որ պոտենցիալային արգելքի վերջավոր լայնությունների դեպքում քվանտային մասնիկն իր ալիքային հատկությունների շնորհիվ կունենա զրոյից տարբեր հավանականություն՝ հայտնվելու արգելքի հակառակ կողմում, այսինքն՝ կարող է «հաղթահարել» իր էներգիայից բարձր պոտենցիալային արգելքը։ Հաշվարկները, իսկ հետագայում նաև փորձերը, ցույց են տվել, որ երևույթն իսկապես գոյություն ունի և կոչվում է քվանտային թունելացում։ Ավելին, քվանտային թունելացումը հասել է կարևորագույն կիրառությունների, որոնց հնարավորինս կանդրադառնանք հետագայում։

Պոտենցիալային արգելքն ընտրենք անընդհատ փոփոխվող

$$V(x) = V_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right), \quad |z| \le a/2$$
(2.1)

զանգակի տեսքով, ինչի նպատակներից մեկը պոտենցիալների իրական տեսքերին ավելի մոտիկ գտնվելն է, իսկ մյուսը՝ տեսնել, որ դանդաղ փոփոխվող պոտենցիալային արգելքներին բախվելիս ալիքային փաթեթն այդքան շեշտակի չի աղավաղվում, ինչպես պոտենցիալի կտրուկ (թռիչքաձև) փոփոխությունների դեպքում։

Պոտենցիալային արգելքի տիրույթում Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{d^2\Psi_E(z)}{dz^2} = \left(E - V_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}z\right)\right)\Psi_E(z)$$

հավասարումը մաթեմատիկորեն Մաթյեի հավասարման տեսքի է,

$$\Psi_{\text{sym}}(x) = \mathcal{C}\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{2a}x\right), \quad \Psi_{\text{anti}}(x) = \mathcal{S}\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{2a}x\right)$$
(2.2)



Էմիլ Մաթյե

hամապատասխանաբար սիմետրիկ և անտիսիմետրիկ լուծումներով, nրտեղ $\varepsilon = 4MEa^2 / \pi^2 \hbar^2$ v₀ = $4MV_0a^2 / \pi^2 \hbar^2$, E > 0: Պոտենցիալային արգելքից դուրս |x| > a/2 տիրույթում մասնիկի 2արժումն ազատ է, և գծային անկախ լուծումները հարմար է ընտրել e^{ikz} և e^{-ikz} ֆունկցիաների տեսքով, որտեղ $k = \sqrt{2ME} / \hbar$:

Քվանտային թունելացման խնդիրը ձևակերպվում է որպես արգելքի վրա միակողմանի (սովորաբար ձախից) ընկնող ալիքի՝ արգելքից անցնող և անդրադարձող բաղադրամասերի որոշման խնդիր (Նկ. 1.2)։ Վերջիններիս ամպլիտուդների հարաբերություններն ընկնող ալիքի ամպլիտուդին բնութագրում են փոխազդեցությունը և ներկա-

յացնում անցման և անդրադարձման գործակիցները, համապատասխանաբար *է* և *r* ։ Ընդհանուր դեպքում դրանք կոմպլեքս մեծություններ են։



Նկ. 1.2. Մատերիայի դեբրոյլյան ալիք, ընկնելով պոտենցիալային արգելքի վրա, մասնակիորեն անցնում և մասնակիորեն անդրադառնում է ամեն մի էներգիայի դեպքում։

Գրենք ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի անընդհատության պայմանները արգելքի ձախակողմյան եզրային x = -a/2 կետում՝

$$e^{-ika/2} + re^{ika/2} = \alpha_{\text{sym}} \operatorname{C} \left(2\varepsilon, \mathrm{v}_0, \frac{\pi}{4} \right) - \alpha_{\text{anti}} \operatorname{S} \left(2\varepsilon, \mathrm{v}_0, \frac{\pi}{4} \right),$$

$$ik \ e^{-ika/2} - ik \ re^{ika/2} = -\alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} \operatorname{C}' \left(2\varepsilon, \mathrm{v}_0, \frac{\pi}{4} \right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} \operatorname{S}' \left(2\varepsilon, \mathrm{v}_0, \frac{\pi}{4} \right),$$



Լուի դե Բրոյլ

որտեղ շտրիխները երկրորդ հավասարման աջ կողմում նշանակում են ածանցյալներ ըստ արգումենտի։ Գրենք անընդհատության պայմանները

նաև աջակողմյան եզրային z = a/2 կետի համար.

$$t e^{i\kappa a/2} = \alpha_{\text{sym}} C\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} S\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right),$$
$$ik t e^{ika/2} = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{anti}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) = \alpha_{\text{sym}} \frac{\pi}{2a} C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{$$

Դրանք անհամասեռ հավասարումների համակարգ են $lpha_{
m sym}$, $lpha_{
m anti}$ -ի և փնտրվող անցման t և անդրադարձման r գործակիցների նկատմամբ։ Արդյունքում ստանում ենք

$$t = 2k a e^{-ika} C\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) / \left(2ka C\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + i\pi C'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right)\right) - 2k a e^{-ika} S\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) / \left(2k a S\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right) + i\pi S'\left(2\varepsilon, v_0, \frac{\pi}{4}\right)\right),$$

$$(2.3a)$$

$$\mathbf{r} = -e^{-ika} + 2k \, a \, e^{-ika} \, \mathbf{C} \left(2\varepsilon, \mathbf{v}_0, \frac{\pi}{4} \right) / \left(2k \, a \, \mathbf{C} \left(2\varepsilon, \mathbf{v}_0, \frac{\pi}{4} \right) + i \, \pi \, \mathbf{C}' \left(2\varepsilon, \mathbf{v}_0, \frac{\pi}{4} \right) \right)$$
(2.3b)

Նկ. 2.1-ում հարթ կորով ներկայացված է քվանտային մասնիկի՝ պոտենցիալային արգելքը հաղթահարելու հավանականության կախումը մասնիկի ստացիոնար վիձակի էներգիայից։ Համեմատության համար կախումը բերված է նաև դասական քննարկման համար։ Մատերիայի ալիքային բնույթն ի հայտ է գալիս նրանով, որ պոտենցիալային արգելքի բարձրությունից փոքր էներգիաների դեպքում անցման հավանականությունը զրո չէ, այլ աստիձանաբար է մեծանում։ Սա *քվանտային թունելացման* երևույթն է քննարկվող խնդրի պայմաններում։ Պոտենցիալի բարձրությունն անցնելիս քվանտային թունելացման հավանականությունը միանգամից չի դառնում մեկ, այլ մոնոտոն է մոտենում նրան։



Նկ. 2.1. Քվանտային թունելացման հավանականության կախումը մասնիկի էներգիայից

Պոտենցիալային արգելքի բարձրությունը մեծացնելիս թունելացման հավանականությունը, իհարկե, նվազում է։ Այս իմաստով հետաքրքիր է անցման հավանականության վարքը, երբ պոտենցիալային արգելքի բարձրացմանը զուգընթաց մասնիկի էներգիան էլ է մեծանում՝ մնալով արգելքի բարձրությանը հավասար՝ $\varepsilon = v_0$ պայմանի առկայությամբ։ Այն ներկայացված է Նկ. 2.2-ում՝ սկսելով մեկից, թափանցելիությունը ասիմպտոտորեն մոտենում է 0.5 արժեքին։



Նկ. 2.2. Պոտենցիալային արգելքի անցման հավանականության կախումը պոտենցիալային արգելքի բարձրությունից պայմանով, որ մասնիկի էներգիան մնում է պոտենցիալի բարձրությանը հավասար։

Այստեղ հարկ է ավելացնել, որ 0.5 ասիմպտոտիկ արժեքը վերաբերում է ոչ միայն (2.1) բանաձևով որոշվող պոտենցիալին, այլ տեղի ունի բոլոր այն դեպքերում, երբ պոտենցիալ էներգիան մեկ կետում է հասնում մաքսիմումի։ Իսկ եթե մաքսիմումի տիրույթը վերջավոր լայնության է (կորի գագաթային մասը հարթ է), ապա քննարկվող սահմանում թափանցելիությունը ձգտում է զրոյի։

Ալիքային փաթեթի անցումը և անդրադարձումը։ Քվանտային մեխանիկայում որոշակի չափերում պարփակված մասնիկի ներկայացումը կատարվում է, որպես կանոն, ալիքային փաթեթի միջոցով։ Շրեդինգերի ժամանակային հավասարման գծային բնույթը հնարավորություն է տալիս ալիքային փաթեթի խնդիրը լուծել համեմատաբար պարզ միջոցներով՝ ելնելով ստացիոնար լուծումների առկայությունից։

Ենթադրենք պոտենցիալային արգելքի վրա ընկնող ալիքային փաթեթը ժամանակի t=0սկզբնապահին տրվում է

$$\Psi_{E}(x,t=0) = \sqrt{\frac{2\pi}{b}} \cos\frac{\pi}{b} (x+l) e^{i p_{0} x/\hbar}, \quad -l-b/2 \le x \le -l+b/2 \le 0$$
(2.4)

բանաձևով, կուտակված z = -l կետի $\pm b/2$ միջակայքում և օժտված իմպուլսի p_0 միջին արժեքով։

Ժամանակի հետագա պահերին՝ մասնավորապես պոտենցիալային արգելքի հետ փոխազդելուց հետո, ալիքային ֆունկցիայի տեսքը ստանալու համար այն վերլուծենք ըստ ստացիոնար վիձակների ալիքային ֆունկցիաների՝

$$\Psi(z,t) = \int_0^\infty C(E) \ \Psi_E(z) \ e^{-iEt} dE , \qquad (2.5)$$

որտեղ $\Psi_E(x)$ -ը E էներգիայով ստացիոնար վիճակի վերևում հաշվված ալիքային ֆունկցիան է, որի պարամետրերն էներգիայի հայտնի ֆունկցիաներ են։ Անհայտ C(E) գործակիցների հաշվման համար (22) հավասարությունը գրում ենք t=0 սկզբնապահի համար և ապա օգտվում ենք ստացիոնար վիճակների

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{\varepsilon'}^{*}(x) \Psi_{\varepsilon}(x) dx = \delta(E' - E)$$

19

օրթոնորմավորման պայմանից։ Արդյունքում ստանում ենք

$$C(E) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{E}^{*}(z) \Psi_{E}(z,t=0) dz = \int_{-\infty}^{-ka/2} \left(e^{-ikz} + r^{*} e^{ikz} \right) \Psi_{E}(z,t=0) dz + \int_{ka/2}^{\infty} t^{*} e^{-ikz} \Psi_{E}(z,t=0) dz + \int_{-ka/2}^{ka/2} \left(\alpha_{\text{sym}}^{*} \mathbf{C}^{*} \left(2\varepsilon, \mathbf{v}_{0}, \frac{\pi}{2a} z \right) + \alpha_{\text{anti}}^{*} \mathbf{S}^{*} \left(2\varepsilon, \mathbf{v}_{0}, \frac{\pi}{2a} z \right) \right) \Psi_{E}(z,t=0) dz$$

ինտեգրալային արտահայտությունը, որտեղ $\alpha_{\rm sym}$ և $\alpha_{\rm anti}$ գործակիցները որոշվում են x = -a/2և x = a/2 կետերում ալիքային ֆունկցիայի անընդհատ լինելու պահանջից։ (2.4) բանաձևով տրվող $\Psi_E(x,t=0)$ լոկալիզացված ֆունկցիայի համար բանաձևի երկրորդ և երրորդ ինտեգրալների սահմաններում $\Psi_E(x,t=0) = 0$ և C(E)-ում ներդրում բերում է միայն առաջին ինտեգրալային անդամը։ Այն եռանկյունաչափական ֆունկցիաների պարզ կոմբինացիաների ինտեգրալ է և հեշտորեն հաշվվում է։

Նկ․ 2.3-ը մեկնաբանում է ալիքային փաթեթի՝ պոտենցիալային արգելքի հետ բախման արդյունքը բախումից որոշ ժամանակ անց։ Ինչպես տեսնում ենք, ալիքային փաթեթը տրոհվում է երկու՝ անդրադարձած և անցած մասերի, սակայն դրանց տեսքերն արդեն չեն կրկնում ընկնող փաթեթի հարթ զանգակաձև տեսքը, այլ ավելի բարդ կառուցվածք ունեն։



Նկ. 2.3. Մկզբնակետի շուրջ լոկալիզացված պոտենցիալային արգելքի լայնությունը հիմքի մոտ a *է, իսկ ալիքային փաթեթի սկզբնական լայնությունը հիմքի մոտ եղել է* b = a/2:

Այդ տեսքերը նաև էվոլյուցիա են ապրում ժամանակի ընթացքում։ Ինչպես և պետք էր սպասել, պոտենցիալային արգելքը հաղթահարած և արգելքից անդրադարձած ալիքային փաթեթները տարածման ընթացքում ձապաղվել են՝ էապես գերազանցելով ընկնող ալիքային փաթեթի b = a/2 լայնությունը։

Որպես ամփոփում՝ նկատենք, որ միշտ չէ, որ պոտենցիալային արգելքի անցման հավանականության կախումը մասնիկի էներգիայից ունենում է Նկ. 2.1-ում ներկայացված մոնոտոն աձող տեսքը։ Եթե պոտենցիալային կորի գագաթն ունենում է հարթ տեսք, ինչպես, ասենք, ուղղանկյունաձև պոտենցիալի համար է, ապա կախվածությունում ի հայտ են գալիս օսցիլյացիաներ, որոնց ամպլիտուդներն աստիձանաբար մարում են, և կորն ասիմպտոտիկայում է դառնում մոնոտոն։

§ 3. Ռեզոնանսային թունելացում

Քննարկենք երկու հաջորդական պոտենցիալային արգելքների քվանտային թունելացումը։ Մասնիկի համընթաց շարժման ալիքային բնույթն այստեղ հնարավորություն է ստանում ավելի ցայտուն ի հայտ գալու, քան է մեկ առանձին արգելքի դեպքում։ Բազմակի անգամ անդրադարձող ալիքների ինտերֆերենցիան երկու արգելքների միջն ընկած տիրույթում, երբ կրում է կոնստրուկտիվ բնույթ, կտրուկ մեծացնում է ալիքի ամպլիտուդը և որպես արդյունք՝ անցման հավանականությունը։ Քանի որ ինտերֆերենցիայի կոնստրուկտիվ լինելու հնարավորությունը շատ զգայուն է ընկնող մասնիկների էներգիաների (դե Բրոյլի ալիքի երկարությունների) նկատմամբ, ապա քվանտային թունելացման կտրուկ ամն էներգետիկ սպեկտրում ի հայտ է գալիս առանձնացված՝ ռեզոնանսային կոչվող մաքսիմումների տեսքով։

Մաթեմատիկական հաշվարկների պարզեցման նպատակով պոտենցիալային արգելքները կենթադրենք ուղղանկյունաձն։ Կհամարենք նաև, որ պոտենցիալային արգելքների միջև տարածքում պոտենցիալն ընդհանուր դեպքում զրո չէ՝

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| > (a+b)/2 \\ V & a/2 \le |x| \le (a+b)/2 : \\ -V_0 & |x| < a/2 \end{cases}$$
(3.1)

Այն նաև սիմետրիկ է x = 0 սկզբնակետի նկատմամբ և պատկերված է Նկ. 3.1- ում։

Թունելացման խնդրի լուծումը կառուցվում է Շրեդինգերի ստացիոնար հավասարման լուծումների միջոցով՝

$$\left(-\frac{\hbar^{2}}{2M}\frac{d^{2}}{dx^{2}}+V(x)\right)\Psi_{E}(x) = E\Psi_{E}(x):$$
(3.2)
$$V(x)$$

$$\xrightarrow{V(x)}$$

$$\xrightarrow{-a/2-b/2 - a/2} a^{2} a^{2} a^{2+b/2} x$$

Նկ. 3.1. Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի և նրանում մատերիայի ալիքների պատկերը

Տարածական տիրույթներին դիմում ենք ձախից աջ հերթականությամբ: $x \leq -a/2 - b/2$ ձախակողմյան տիրույթում պոտենցիալը զրո է, և առկա են ընկնող և անդրադարձող ալիքներ՝ $\Psi_{\rm I}(z) = e^{ikx} + r e^{-ikx}$, որտեղ $k = \sqrt{2ME}/\hbar$: Երկրորդ՝ $-a/2 - b/2 \leq x \leq -a/2$ տիրույթում, ուր պոտենցիալը V է, ունենում ենք $\Psi_{\rm II}(x) = A_1 e^{\kappa x} + A_2 e^{-\kappa x}$ արտահայտությունը, ուր $\kappa = \sqrt{2M(V-E)}/\hbar :$ Ujniu whpnijputph huɗup կniutuuup huopnjupup Ψ_{III}(x) = B₁e^{iKx} + B₂e^{-iKx} (K = $\sqrt{2M(V_0 + E)}/\hbar$), Ψ_{IV}(z) = C₁e^{κx} + C₂e^{-κx} u Ψ_V(z) = te^{ikx}:

Կարման (անընդհատության) պայմաններն ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի համար՝ գրված եզրային չորս կետերում, տալիս են ութ հավասարումներ ութ անհայտ գործակիցների համար, որոնցից մեզ առաջին հերթին հետաքրքրում են *r* -ը և *t* -ն։

Քննարկվող խնդրում առավել էական և կիրառությունների համար կարևոր են սահմանային երկու դեպքերը, երբ ա) պոտենցիալային արգելքները բավականին բարձր են, այնպես, որ յուրաքանչյուր առանձին վերցրած պոտենցիալային արգելքի քվանտային թունելացման հավանականությունը շատ փոքր է, և բ) երբ քվանտային անցումը տեղի է ունենում պոտենցիալային հորի վրայով, առանց պոտենցիալային արգելքների։

Առաջին դեպքում առաջին պոտենցիալային արգելքն անցած մատերիայի հավանականային ալիքը համարյա ամբողջությամբ անդրադառնում է երկրորդ արգելքից և նորից ընկնում առաջին արգելքի վրա աջից և համարյա ամբողջությամբ անդրադառնում դեպի միջարգելքային տարածություն, և այսպես մեծ թվով անգամներ։ Միջարգելքային տարածքում առկա ալիքային դաշտը կարելի է բաժանել երկու՝ ձախից աջ և աջից ձախ տարածվող ալիքների խմբերի, որոնց բաղադրիչ ալիքների փուլերի միջև կան որոշակի տարբերություններ։ Հենց այս տարբերություններից է կախված տարածքում ձևավորվող ընդհանրական ալիքների ամպլիտուդները։ Եթե այն 2π է կամ դրա պատիկները, ապա միակողմանի տարածվող ալիքների ամպլիտուդները գումարվում են թվաբանորեն (ալիքների կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիա) և աստիձանաբար ձևավորում մեծ ամպլիտուղով ալիք։ Չնայած երկրորդ պոտենցիալային արգելքի փոքր թունելացման գործակցին՝ արգելքից արտահոսող ալիքի ամպլիտուդը ևս աստիձանաբար մեծանում է և կարող է հավասարվել պոտենցիալային համակարգի վրա ձախից ընկնող ալիքի ամպլիտուդին։ Այդ դեպքում ձևավորվում է ստացիոնար վիձակ, իսկ համակարգը դառնում է լրիվ թափանցիկ ընկնող մատերիայի ալիքի համար։ Այս երևոյթը կոչվում է կրկնակի պոտենցիալային հորերի ռեզոնանսային թունելացում։

Անցման և անդրադարձման մեկ լրիվ ցիկլ կատարած հաջորդական ալիքների փուլերի միջև տարբերությունը $\Delta \varphi = 2\pi \cdot 2a/\lambda_{dB}$ է, որտեղ *a*-ն պոտենցիալային արգելքների միջև պոտենցիալային հորի լայնությունն է, λ_{dB} -ն՝ դե Բրոյլի ալիքի երկարությունը։ Հետևաբար, ռեզոնանսային թունելացման $\Delta \varphi = n \cdot 2\pi$ պայմանը բավարարվում է, եթե $\lambda_{dB} = 2a/n$, n = 1, 2, 3, ...: Նկատի ունենալով $\lambda_{dB} = 2\pi\hbar/p$ և $p = \sqrt{2ME}$ ($V_0 = 0$) առնչությունները՝ ռեզոնանսային էներ-

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2Ma^2} n^2 \tag{3.3}$$

պարզ արտահայտությունը (Տե՛ս նաև (1.7) բանաձևը։)։ Երբ հեռանում ենք ձշգրիտ ռեզոնանսի (3.3) պայմանից, ապա ներարգելքային տիրույթում կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցն աստիձանաբար թուլանում է և ապա անցնում դեստրուկտիվ ինտերֆերենցի, երբ նույն ուղղությամբ տարածվող ալիքներն էֆեկտիվորեն մարում են իրար՝ նվազեցնելով երկրորդ պոտենցիալային արգելքն անցնող ալիքի ամպլիտուդը։ Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի քվանտային թափանցելիությունն արագորեն նվազում է՝ մինիմալ լինելով հակափուլության $2a = (n+1/2)\lambda_{dB}$, n = 0, 1, 2, ... պայմաններում, ինչպես երևում է Նկ. 3.2-ում բերված գրաֆիկներից, ուր քվանտային անցման հավանականությունը պատկերված է՝ կախված ընկնող մասնիկների էներգիայից։



Նկ. 3.2. Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի ($V_0 = 0$) քվանտային թունելացման կախումն ընկնող մասնիկի էներգիայից: V = 100 $E_{\rm rec}$, $E_{\rm rec} = \hbar^2 / 2Ma^2$:

Երևում է նաև, որ ռեզոնանսի համարի (մասնիկի էներգիայի) աձին զուգընթաց, երբ մեծանում է առանձին պոտենցիալային արգելքի թափանցելիությունը, մեծանում է նաև ռեզոնանսի լայնությունը, թուլանում ռեզոնանսի արտահայտվածությունը։ Նկատենք նաև, որ պոտենցիալ արգելքի բարձրությանը հավասար $E = V = 100 E_{\rm rec}$ կետում թունելացման օրինաչափության որևէ կտրուկ փոփոխություն չի նկատվում։

Ինչպես բացատրվեց քիչ վերևում, կրկնակի պոտենցիալային արգելքի լրիվ թափանցելիության հնարավորությունը պայմանավորված է պոտենցիալային արգելքների միջև տարածությունում մատերիայի ալիքի ամպլիտուդի մեծ լինելու հնարավորությամբ։ Այդ համամասնությունը պատկերված է Նկ. 3.3-ում, ուր պատկերված է մատերիայի ալիքի տարածական փովածքը Նկ. 3.2-ի երրորդ՝ $E \approx 60 E_{\rm rec}$ էներգիայով ռեզոնանսի համար ($\eta \equiv a x$)։



Նկ. 3.3. Ճշգրիտ ռեզոնանսի պայմաններում մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի տարածական բաշխումը կրկնակի պոտենցիալային արգելքում

Ձախակողմյան տիրույթում ամպլիտուդի մոդուլյացիայի բացակայությունը խոսում է անդրադարձած ալիքի իսպառ բացակայության մասին։ Բաշխման մինիմումները չեն հասնում զրոյական արժեքի, ինչը նշանակում է, որ միջարգելքային տիրույթում հանդիպակաց տարածվող ալիքների *B*₁ և *B*₂ ամպլիտուդներն իրար հավասար չեն նաև ռեզոնանսի պայմաններում։ Դրանում համոզվել կարելի է Նկ. 3.4-ից, ուր այդ ամպլիտուդները պատկերված են՝ կախված թունելացող մասնիկի էներգիայից։



Նկ. 3.4. Միջարգելքային տիրույթում մասնիկի մատերիայի ալիքների ինտենսիվությունների կախումը մասնիկի էներգիայից։ Ընկնող ալիքի ամպլիտուդը հավասար է 1-ի։

շրոտենցիալային հորի դեպքը։ Ինչպես արդեն կարելի էր կռահել գործող մեխանիզմի բովանդակությունից, քվանտային թունելացման գործակցում ռեզոնանսային կախվածություն տեղի ունի նաև առանձին պոտենցիալային հորի դեպքում, առանց պոտենցիալային արգելքների գոյության (V = 0, $V_0 > 0$)։ Նման հաշվարկների արդյունքում պոտենցիալային հորի անցման հավանականության համար ստանում ենք

$$\left| t \right|^{2} = \frac{4E(V_{0} + E)}{4E(V_{0} + E) + V_{0}^{2} \sin^{2} \sqrt{(V_{0} + E) / E_{\text{rec}}}}$$
(3.4)

արտահայտությունը։ Ռեզոնանսներն իրականանում են

$$V_0 + E_n = \pi^2 n^2 E_{\rm rec}$$
(3.5)

պայմանին բավարարող էներգիաների դեպքում, որտեղ n -ը ամբողջ թիվ է։

Նկատենք, որ (3.5)-ը ներկայացնում է ֆիզիկական նույն պայմանը, ինչ և երկու արգելքներով սահմանափակված պոտենցիալային հորի դեպքում էր. հարկ է, որ հորի կրկնակի լայնության վրա տեղավորվեն ամբողջ թվով ալիքի երկարություններ՝ բաղադրիչ ալիքների կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիա ապահովելու համար։ Անդրադարձումներն էլ առաջանում են հորի երկու եզրերից, որտեղ տեղի են ունենում պոտենցիալ էներգիայի կտրուկ փոփոխություններ։

Հետաքրքիր իրավիձակ է առաջանում պոտենցիալային հորի V_0 խորությունը մեծացնելիս։ Թունելացման մինիմալ արժեքները փոքրանում են՝ փոքրացնելով նաև ռեզոնանսային մաքսիմումների լայնությունները։ Պոտենցիալային հորը, ինչը դասական օրինաչափությունների դեպքում ամբողջովին թափանցիկ կլիներ մասնիկի կամայական էներգիայի դեպքում, քվանտային բնույթի պատձառով մնում է թափանցիկ միայն որոշակի, իրարից արագ հեռացող էներգիաների նեղ շրջակայքի համար։ Սահմանում հորի անցման հնարավորությունը զրոյանում է։ Թողնում ենք ընթերցողին ֆիզիկական մեկնաբանություն տալու ստացված «տարօրինակ» արդյունքին։

§ 4. Մասնիկը տարածապարբերական պոտենցիալում։ Բլոխի օսցիլյացիաներ

Դիտարկենք մասնիկի ստացիոնար վիձակները պարբերական (նույնաբար անվերջ կրկնվող) պոտենցիալի դաշտում։ Որոշակի կարևոր օրինաչափություններ կարելի է ստանալ՝ առանց կոնկրետացնելու յուրաքանչյուր կրկնվող բջիջում պոտենցիալի տեսքը, սակայն հարմար է խնդիրը լուծել ուղղանկյան տեսքի համար (Նկ. 4.1), առավել ևս որ կիրառական կարևոր նշանակություն ունեցող կիսահաղորդչային նմուշներում այն բավականին լավ մոդելավորում է առկա իրավիձակը։ Գրականության մեջ այս պոտենցիալը հայտնի է Կրոնիգ-Պեննիի անվամբ։



Նկ. 4.1. Միաչափ ուղղանկյուն պարբերական պոտենցիալի տեսքը

Կոհերենտ փոխազդեցության պայմաններում ստացիոնար վիձակները, ինչպես արդեն գիտենք, որոշում է Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

հավասարումը։ Քննարկվող դեպքում

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x_n - a/2 \le x \le x_n + a/2 \\ V_0 & x_n + a/2 \le x \le x_n + a/2 + b \end{cases}$$
(4.1)

որտեղ $x_n = nl$, $n = \mp 1, \mp 2, \cdots$, l = a + b-ն պոտենցիալի պարբերականության քայլի մեծությունն է, *a*-ն՝ պոտենցիալային արգելքների միջև հեռավորությունը, իսկ *b*-ն՝ պոտենցիալային արգելքների լայնությունը։

Քանի որ պոտենցիալի համար V(x+l) = V(x), ապա Շրեդինգերի ստացիոնար հավասարմանը բավարարում են $|\Psi(x+l)| = |\Psi(x)|$, կամ որ նույնն է՝ $\Psi(x) = e^{i\varphi}\Psi(x-l)$ պայմանին բավարարող ֆունկցիաները կամայական *x*-ի համար, իսկ φ -ն որևէ իրական թիվ է։ Նկատի ունենալով, որ $V_0 = 0$ ազատ շարժման դեպքում $\Psi(x) = A e^{ikx}$, որտեղ *A*-ն որևէ հաստատուն է և $k = \sqrt{2ME}/\hbar$, φ հաստատունի համար ստանում ենք $\varphi = kl$ արտահայտությունը։ Դա իր հերթին հուշում է, որ ընդհանուր դեպքում հարմար է φ հաստատունը ներկայացնել

$$\varphi = \frac{p}{\hbar}l$$

տեսքով, որտեղ p-ն իմպուլսի չափողականություն ունեցող վիձակի պարամետր է և կոչվում է քվազիիմպուլս։ Այսինքն՝

$$\Psi(x) = e^{i p l/\hbar} \Psi(x-l), \qquad (4.2)$$

ինչը հայտնի է որպես Բլոխի պայման։ Այս պայմանին բավարարող ֆունկցիաները կարող են ֆակտորիզացվել

$$\Psi(x) = e^{i p x/\hbar} \phi(x) \tag{4.3}$$

տեսքով, որում $\phi(x)$ ամպլիտուդը պարբերական է՝ $\phi(x) = \phi(x-l)$ ։

Այժմ անդրադառնանք Շրեդինգերի հավասարման լուծմանը և առաջին քայլում դիտարկենք պոտենցիալի որևէ (n-1-րդ) բջիջ, որը ներառում է a լայնության ազատ շարժման տիրույթ և նրան աջից հարող b լայնության պոտենցիալային արգելք։

•
$$(n-1)l - a/2 \le x \le (n-1)l + a/2, V(x) = 0$$
: Cùnhuân:p lniôn:úp'
 $\Psi(x) = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}$: (4.4)

• $(n-1)l + a/2 \le x \le (n-1)l + a/2 + b$, $V(x) = V_0$: Cùŋhu
ùnıp լուծումը՝

$$\Psi(x) = c_3 e^{\kappa x} + c_4 e^{-\kappa x}, \quad \kappa = \sqrt{2M(V_0 - E)} / \hbar:$$
 (4.5)

Աջից եկող հաջորդ (n-րդ) ազատ շարժման տիրութի լուծումը, համաձայն (4.2) պայմանի, արտահայտվում է նախորդի (4.4) լուծման միջոցով՝

$$\Psi(x) = e^{i p l/\hbar} \left(c_1 e^{i k(x-l)} + c_2 e^{-i k(x-l)} \right):$$
(4.6)

Անընդհատ անցում, ներառյալ ածանցյալի, պետք է տեղի ունենա (4.4) և (4.5) լուծումների միջև նրանց միավորման x = (n-1)l + a/2 կետում։ Բացի դա, անընդհատություն, ներառյալ ածանցյալի, տեղի պետք է ունենա նաև (4.5) և (4.6) լուծումների միջև նրանց միավորման x = (n-1)l + a/2 + b կետում՝

$$\begin{split} c_1 e^{ik(x_{n-1}+a/2)} + c_2 e^{-ik(x_{n-1}+a/2)} &= c_3 e^{\kappa(x_{n-1}+a/2)} + c_4 e^{-\kappa(x_{n-1}+a/2)},\\ ik \, c_1 e^{ik(x_{n-1}+a/2)} - ik \, c_2 e^{-ik(x_{n-1}+a/2)} &= \kappa \, c_3 e^{\kappa(x_{n-1}+a/2)} - \kappa \, c_4 e^{-\kappa(x_{n-1}+a/2)},\\ c_3 e^{\kappa(x_n-a/2)} + c_4 e^{-\kappa(x_n-a/2)} &= e^{i \, pl/\hbar} \left(c_1 e^{ik(x_n-a/2-l)} + c_2 e^{-ik(x_n-a/2-l)} \right),\\ \kappa \, c_3 e^{\kappa(x_n-a/2)} - \kappa \, c_4 e^{-\kappa(x_n-a/2)} &= e^{i \, pl/\hbar} \left(ik \, c_1 e^{ik(x_n-a/2-l)} - ik \, c_2 e^{-ik(x_n-a/2-l)} \right). \end{split}$$

Սա համասեռ հավասարումների համակարգ է c_j , j = 1, 2, 3, 4 անհայտ գործակիցների նկատմամբ։ Նույնաբար զրոյից տարբեր լուծումներ ունենալը պահանջում է, ինչպես հայտնի է հանրահաշվից, անհայտների գործակիցներից կազմված դետերմինանտի զրո լինելը։ Ոչ զրո ընդհանուր գործակիցը բաց թողնելուց հետո այն ստանում է

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ ik & -ik & -\kappa & \kappa \\ e^{ipl/\hbar} e^{-ika} & e^{ipl/\hbar} e^{ika} & -e^{\kappa b} & -e^{-\kappa b} \\ ik e^{ipl/\hbar} e^{-ika} & -ik e^{ipl/\hbar} e^{ika} & -\kappa e^{\kappa b} & \kappa e^{-\kappa b} \end{vmatrix} = 0$$

տեսքը, ինչը ստանդարտ գործողությունների արդյունքում ներկայանում է

$$\cos\left(\frac{pl}{\hbar}\right) = \cos\left(k\,a\right)ch(\kappa b) - \frac{k^2 - \kappa^2}{2\,k\,\kappa}\sin\left(k\,a\right)sh(\kappa b) \tag{4.7}$$

կոմպակտ տեսքով։ Սա դիսպերսիոն առնչություն է, կապ k և κ -ի մեջ մտնող E էներգիայի և p քվազիիմպուլսի միջն։ Այլ կերպ, այն որոշում է էներգետիկ սպեկտրն ամեն մի տված քվազիիմպուլսի համար։

Քանի որ հավասարման ձախ մասում մտնող կոսինուս ֆունկցիան սահմանափակ է [-1,1] տիրույթում, ապա հնարավոր է, որ էներգիայի որոշակի արժեքների տիրույթներում հավասարման աջ մասը մոդուլով մեծ լինի մեկից, և այդպիսի էներգիաները թույլատրելի չլինեն ստացիոնար վիճակների համար։ Մյուս կողմից, քանի որ p քվազիիմպուլսը փոփոխվում է անընդհատ, ապա էներգիայի համապատասխան թույլատրելի արժեքները նույնպես պետք է փոփոխվեն անընդհատ և լցնեն որոշակի գոտիներ։ Համոզվելու համար ասվածում կառուցենք (4.6)-ի աջակողմյան մասի գրաֆիկը՝ որպես էներգիայի ֆունկցիա, և տանենք նաև օրդինատը հավասար +1, –1 գծերը (Նկ. 4.2)։ Գրաֆիկի որոշ տեղամասերում կորը դուրս է [-1,1] տիրույթից, և ուրեմն էներգիայի համապատասխան արժեքների տիրույթներն արգելված են մասնիկի ստացիոնար վիճակների համար։ Առաջին մի քանիսը ցուցված են ուղղահայացների միջոցով։ Արգելված գոտուն հաջորդում է թույլատրելի գոտի (դրանք կոչվում են նաև զոնաներ), ապա նորից արգելված և այսպես շարունակ (Նկ. 4.3)։ Էներգիայի թույլստրելի զոնաների լայնությունը դեպի բարձր էներգիաներ մեծանում է, արգելված զոնաներինը՝ փոքրանում։



 $U_{4.4.2.}$ (4.6) դիսպերսիոն հավասարման աջ մասը որպես էներգիայի ka պարամետրի ֆունկցիա: b/a = 0.1, իսկ պոտենցիալի բարձրությունը ' $v_0 a = \sqrt{2MV_0} a/\hbar = 60$:

Հետաքրքիր է էներգետիկ սպեկտրի համար ստացվող զոնային պատկերը համեմատել առանձին պոտենցիալային հորի սպեկտրի հետ։ Հորում եթե $E < V_0$, որտեղ V_0 -ն պոտեն-ցիալային հորի խորությունն է, ապա էներգետիկ սպեկտրը դիսկրետ է, այսինքն՝ թույլատրելի են միայն որոշակի էներգիայով վիճակներ։ Դա կարելի է հասկանալ, որ ստացիոնար վիճակներ ձևավորվում են մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի՝ հորի աջակողմյան և ձախակողմյան պատերից հարյուր տոկոս անդրադարձումների կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիայի արդյունքում։



Նկ. 4.3. Պարբերական պոտենցիալում մասնիկի ստացիոնար վիճակների էներգիաների զոնային (զոտիական) կառուցվածքն ըստ Նկ. 4.2-ի։

Իսկ կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիա հնարավոր է միայն դիսկրետ դեպքերում, երբ մասնիկի տվյալ էներգիային համապատասխանող հորի լայնության վրա տեղավորվում են ամբողջ թվով Դե Բրոյլի ալիքի $\lambda_{dB} = 2\pi \hbar / \sqrt{2ME}$ երկարություններ։

Եթե $E > V_0$, այսինքն՝ մասնիկի էներգիան ավելին է պոտենցիալային հորի բարձրությունից, ապա որոշակի լայնությունից հետո մասնիկի ալիքային ֆունկցիան, չհանդիպելով պոտենցիալի փոփոխության, չի անդրադառնում և արդյունքում ինտերֆերենցիայի իրավիձակ չի առաջանում։ Ստացիոնար վիձակ հնարավոր է լինում Դե Բրոյլի ալիքի ամեն երկարության (մասնիկի էներգիայի) համար։ Էներգետիկ սպեկտրը դառնում է անընդհատ։

Պարբերական պոտենցիալն այս իմաստով միջանկյալ դիրք է գրավում։ Դե Բրոյլի ալիքն անդրադառնում է պոտենցիալի փոփոխության տիրույթից, սակայն այն արդեն հարյուրտոկոսանոց չի։ Քվանտային թունելացման արդյունքում այն մասնակիորեն անցնում է պարբերական պոտենցիալի հաջորդ տիրույթ, ուր պոտենցիալը նվազելու արդյունքում ալիքը կուտակվում և ձգտում է հասնել նախորդ պոտենցիալում ունեցած արժեքին։ Միաժամանակ տեղի է ունենում անդրադարձումներով ուղեկցվող հոսք դեպի նորանոր պոտենցիալային հորեր։ Ստացիոնար վիձակում ալիքային ֆունկցիան դառնում է նմանատիպ տարածված ամբողջ տարածությունում։ Պարբերական պոտենցիալը և՛ գերող, և՛ չգերող պոտենցիալ է միաժամանակ։ Արդյունքում սպեկտրը և՛ դիսկրետ, և՛ անընդհատ է միաժամանակ՝ զոնային։ Եվ այստեղ սկզբունքային դեր ունի մատերիայի ալիքային բնույթից հետևող քվանտային թունելացման երևույթը։ Անդրադարձման, թունելացման և կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիայի երևույթները և համապատասխանաբար սպեկտրի կառուցվածքը որակապես նույնն են էներգիայի ամբողջ տիրույթում։

Այժմ անդրադառնանք (4.7) դիսպերսիոն առնչության $\cos(pl/\hbar)$ ձախակողմյան մասին։ Կոսինուս ֆունկցիայի պարբերականությունը թույլ է տալիս արգումենտի համար սահմանափակվել $[-\pi, \pi]$ տիրույթով, իսկ քվազիիմպուլսի համար համապատասխանաբար

$$-\frac{\pi\hbar}{l} \le p \le \frac{\pi\hbar}{l}$$

տիրույթով։ Այն կոչվում է Բրիլյուենի 1-ին զոնա։ Մասնիկի էներգետիկ սպեկտրը, ըստ Բրիլյուենի 1-ին զոնայի, պատկերված է Նկ. 4.4 ա-ում և կոչվում է բերված զոնաների (գոտիների) ներկայացում։ Քվազիիմպուլսի յուրաքանչյուր ֆիքսված արժեքի դեպքում էներգիայի սպեկտրը դիսկրետ է և նմանվում է անվերջ խորը հորում մասնիկի էներգետիկ սպեկտրին։ Այնուամենայնիվ, հարկ է նկատի ունենալ մի կարևոր տարբերություն այս և առանձնացված պոտենցիալ հորի դիսկրետ մակարդակներով վի՜ակների միջև, և դա վերաբերում է հավանականության խտության հոսքին։



Նկ. 4.4. Պարբերական պոտենցիալում մասնիկի ստացիոնար վիճակի էներգիա-քվազիիմպուլս (4.6) դիսպերսիոն առնչության գրաֆիկը ա) Բրիլյուենի բերված զոնաների և բ) ընդլայնված զոնաների պատկերացումներում

Օգտվելով նրա՝

$$j = \frac{\hbar}{i2M} \left(\Psi^*(x) \frac{d\Psi(x)}{dx} - \Psi(x) \frac{d\Psi^*(x)}{dx} \right)$$

Uwhuwinuungʻ uwpan tup hwunquti, ap wanuunghuinghu haph wutu uh ahuupan uhu ghawa dhuun uj anape qan t, huu wanpepawuu wanuunghuih hwuwa wiu qaanawa uhuyu puuqhhuwaniuh p = 0 u taapayiu $p = \pm \pi$ wantuputani ahuupaniu: Aw uwu uzuuwuunuu t uhuyu puuqhhuwaniuh p = 0 u taapayiu $p = \pm \pi$ wantuputani ahuupaniu: Aw uwu uzuuwuunuu t uhuyu puuqhhuwaniuh p = 0 u taapayiu $p = \pm \pi$ wantuputani ahuupaniu: Aw uwu uzuuwuunuu t uhuyu puuqhhuwaniuh uhupuu uputapuutani uhuunuu odon taapayiu uhutuani ahuupaniu uhuupuu uputaputani, pua aanai ahuupuu uhutupui ahuupuu uhuupuu uhutuu uhutuunuu uhutuu ahuupuu uhutuunuu uhutuunuu ahuupuu uhuupuu uhutuu ahuupuu uhuupuu uhuupuu ahuupuu uhuuu ahuupuu uhuupuu uhuupuu ahuupuu ahuupuu

Նկ. 4.4 ա-ից երևում է, որ էներգետիկ զոնաները չեն վերածածկվում։ Պետք է ասել, սակայն, որ սա ընդհանուր օրինաչափություն է միայն միաչափ խնդրի համար։ Երկչափ և եռաչափ խնդիրներում վերածածկումներ հնարավոր են։

Կոսինուս ֆունկցիայի առկայությունը (4.7)-ում, իհարկե, չի պարտադրում բերված զոնաների պատկերացումը, առավել ևս որ այն անմիջականորեն չի անցնում ազատ շարժման $V_0 \rightarrow 0$ սահմանային դեպքին։ Թույլ տալով, որ քվազիիմպուլսը տարածվի ($-\infty, +\infty$) ամբողջ տիրույթով, դիսպերսիոն կորի համար ստանում ենք Նկ. 4 բ-ում բերված պատկերը։ Այն կարող ենք ընկալել որպես ազատ շարժման դիսպերսիոն կորի որոշակի օրինաչափությամբ դեֆորմացման արդյունք։ Պարբերական պոտենցիալի առկայությունը բերել է նրան, որ ռեզոնանսի պայմանին բավարարող $p = \pm n\pi$ (\hbar/l միավորներով, $n = 0, 1, 2, \cdots$) արժեքների դեպքում կորն ընդհատվում և շեղվում է ուղղաձիգ ուղղությամբ։ Սպեկտրում պարբերաբար առաջանում են էներգիայի արգելված գոտիներ։ Դրանց աստիձանական նեղացումը դեպի բարձր էներգիաներ, այսինքն՝ մոտեցումը ազատ շարժման դիսպերսիոն կորին, կարող է մեկնաբանվել որպես քվանտային թունելացման էֆեկտիվության մեծացման արդյունք։ Սա նշանակում է նաև, որ քվանտային թունելացումն ու համընթաց շարժումն ինչ-որ իմաստով համարժեք հասկացություններ են։

Ինչ վերաբերում է ալիքային ֆունկցիային, ապա այն, համաձայն (4.4) և (4.5) բանաձևերի և (4.2) Բլոխի պայմանի, պարբերական փուլի Ճշտությամբ տարածվում է «հավասարապես» ամբողջ կոորդինատային առանցքով։

 Ω_{hpuulh} սանր։ Դիտարկենք քննարկվող պոտենցիալի հետաքրքիր մասնավոր դեպք, երբ ուղղանկյուն պոտենցիալների լայնությունները ձգտում են զրոյի, իսկ բարձրությունները մեծանում են անվերջության այնպես, որ bV_0 լայնություն-բարձրություն արտադրյալը մնում է հաստատուն։ Յուրաքանչյուր բջջային պոտենցիալ ձգտում է հաստատուն անգամ Դիրակի դելտա ֆունկցիայի, իսկ դրանց ամբողջությանն անվանում են Դիրակի սանր։

Գրենք խնդրում առկա մեծությունների ասիմպտոտիկ արտահայտությունները՝

$$\kappa b = \frac{\sqrt{2M(V_0 - E)}}{\hbar} b \approx \frac{\sqrt{2MV_0}}{\hbar} b = \frac{\sqrt{2M/V_0}}{\hbar} bV_0 \ll 1$$
$$ch(\kappa b) \approx 1, \quad \frac{sh(\kappa b)}{\kappa} \approx b, \quad k^2 - \kappa^2 \approx -\frac{2MV_0}{\hbar^2},$$

և տեղադրենք (4.6) դիսպերսիոն առնչության մեջ՝

$$\cos\left(\frac{p\,l}{\hbar}\right) = \cos\left(k\,a\right) + \gamma \frac{\sin\left(k\,a\right)}{k\,a}$$

որտեղ մտցված է $\gamma = MV_0 ab/\hbar^2$ նշանակումը։ Եթե $\gamma/k a$ հարաբերությունը նշանակենք $tg \, \varphi$, ապա վերին առնչությունը կգրվի ավելի կոմպակտ

$$\cos\left(\frac{p\,l}{\hbar}\right) = \frac{\cos\left(k\,a - \varphi\right)}{\cos\varphi}$$

տեսքով։ Էներգիայի թույլատրելի արժեքների եզրերին $pl/\hbar = \pm n\pi$ և (4.9)-ի ձախ մասը, ուրեմն նաև աջ մասը, հավասար է $(-1)^n$ -ի։ Դա հնարավոր է $ka = n\pi$ և $ka - \varphi = \varphi + n\pi$ արժեքների դեպքում, ինչից հետևում է արգելված զոնայի չափը ka սանդղակով՝

$$2\varphi = 2 \operatorname{arctg} \left(\gamma / k \, a \right): \tag{4.8}$$

Համեմատաբար մեծ էներգիաների (զոնայի մեծ համարների) դեպքում արգելված զոնայի լայնությունը՝

$$2\varphi\approx\frac{2\gamma}{\pi n},$$

նվազում է զոնայի n համարին հակադարձ և փոխազդեցության γ հաստատունին ուղիղ համեմատական։

Բլոխի օսցիլյացիաներ։ Պարբերական պոտենցիալի դաշտում մասնիկի էներգետիկ սպեկտրում արգելված զոնաների գոյությունը դինամիկ ժամանակային խնդրում բերում է հետաքրքիր՝ նաև տեխնոլոգիական իմաստով, մի երևույթի, ինչը հայտնի է Բլոխի օսցիլյացիաներ անվանումով։

Հասկանալու համար՝ ինչ օսցիլյացիաների մասին է խոսքը, ենթադրենք, թե մասնիկը ժամանակի որևէ սկզբնապահին գտնվում է, ասենք, առաջին էներգետիկ զոնայում՝ ունենալով քվազիիմպուլսի որոշակի արժեք։ Եթե արտաքին որևէ ազդեցություն չլինի, մասնիկի վիճակը, ներառյալ էներգիայի և քվազիիմպուլսի արժեքները, իհարկե, կմնան նույնը։ Իսկ ի՞նչ կպատահի, եթե հավելվի, պարզության համար, թույլ և համասեռ ուժային դաշտ։ Դաշտի թուլությունը թույլ է տալիս պահպանել հիմնական՝ պարբերական դաշտում էներգետիկ սպեկտրի պատկերը, ասենք, Նկ. 4.4 բ-ում ներկայացված ընդլայնված զոնաների պատկերացմամբ։ Հավելյալ ուժի գոյությունը կբերի նրան, որ մասնիկը կսկսի շարժվել առաջին զոնան ներկայացնող էներգիայի կորի երկայնքով դեպի զոնայի եզրը, ասենք՝ աջակողմյան։ Այստեղ որևէ հետաքրքիր և նոր բան չկա, քանի որ դաշտը անընդհատ կերպով կատարում է աշխատանք, և դա անընդհատ կերպով փոխում է (մեծացնում է) մասնիկի էներգիան։

Նոր իրավիձակն առաջանում է այն պահին, երբ մասնիկը հասնում է քվազիիմպուլսի $p = \pi$ եզրային կետին։ Հաջորդ՝ քվազիիմպուլսի ավելի մեծ արժեքով կետին անցնելու համար մասնիկի էներգիան պետք է մեծանա վերջավոր չափով, ինչը հնարավոր չէ անվերջ փոքր ժամանակում, քանի որ հավելյալ ուժի աշխատանքը ևս անվերջ փոքր է։ Մասնիկը ստիպված է լինում անցնելու նույն էներգիան ունեցող, սակայն քվազիիմպուլսի հայելային $p = -\pi$ արժեք ունեցող վիձակի, այսինքն՝ գրաֆիկի աջակողմյան եզրակետով ներկայացվող վիձակից անցնում է ձախակողմյան եզրակետով ներկայացվող վիձակ։ Հավելյալ ուժի հետագա ազդեցութունը մասնիկին տեղաշարժում է կորի երկայնքով դեպի աջ՝ նախ դանդաղեցնելով մասնիկի շարժումը և համապատասխանաբար փոքրացնելով էներգիան մինչև կենտրոնական p = 0 և ապա մեծացնելով այն։ $p = \pi$ եզրային կետում նորից տեղի է ունենում թռիչքային անցում $p = -\pi$ կետ, և այսպես շարունակ։ Մասնիկը կատարում է միակողմանի պարբերական շարժում էներգետիկ զոնայի դիսպերսիոն կորի երկայնքով։ Սա Բլոխի օսցիլյացիան է։

Ներկայացված պատկերն իհարկե Ճիշտ է, սակայն մի փոքր իդեալականացված։ Բանն այն է, որ քվանտամեխանիկական դինամիկ օրինաչափություններում էներգիան ունենում է որոշակի անորոշություն, և այդ անորոշության հաշվին մասնիկը $p = \pi$ եզրային կետին հասնելիս կարող է փոքր, բայց վերջավոր հավանականությամբ հաղթահարել էներգետիկ արգելքը և անցնել (թունելանալ) հաջորդ էներգետիկ զոնա։ Այսպիսի անցումները կոչվում են Լանդաու-Զեներյան։ Բազմաթիվ տատանումներ կատարելով նոր էներգետիկ զոնայում՝ մասնիկը կարող է կատարել նոր Լանդաու-Զեների թունելացում դեպի ավելի բարձր էներգիայով զոնա, և այսպես շարունակ։ *Բլոխի օսցիլյացիաների տեսությունը։* Գրենք Շրեդինգերի ժամանակային

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) - Fx\right)\Psi(x,t)$$
(4.9)

հավասարումը, որտեղ V(x) պարբերական պոտենցիալին հավելվել է -F x թույլ համասեռ դաշտ։ Հավասարման լուծումը փնտրում ենք

$$\Psi(x,t) = e^{i p(t)x/\hbar} \phi(x,t) \qquad \qquad \text{ifull} \qquad (4.10)$$

տեսքով, որտեղ p(t)-ն անհայտ ֆունկցիա է՝ կախված միայն ժամանակից՝ ակնհայտ նմանեցնելով (4.3) բլոխյան տեսքին։ Պարզ տեղադրման արդյունքում ստանում ենք

$$-p'(t)x\phi(x,t)+i\hbar\frac{\partial\phi(x,t)}{\partial t} = \left(\frac{\left(\hat{p}+p(t)\right)^2}{2M}+V(x)-Fx\right)\phi(x,t),$$

որտեղից ակնհայտ երևում է p'(t) = F ընտրության հարմարությունը, որից հետո p(t)ֆունկցիայի համար ունենում ենք

$$p(t) = p(0) + Ft$$
, (4.11)

huų φ(x,t)-h npn2uuu huuun՝

$$\hbar \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = \left(\frac{\left(\hat{p} + p(t)\right)^2}{2M} + V(x)\right) \phi(x,t):$$
(4.12)

Վերջինիս լուծումը ներկայացնենք

$$\phi(x,t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E(p(t')) dt'\right) \Phi(x,t)$$
(4.13)

տեսքով: Եթե համասեռ թույլ դաշտը չլիներ, ապա այս տեսքը կձևափոխվեր ստացիոնար լուծման, որտեղ Ф ֆունկցիան կլիներ անկախ ժամանակից՝ $\Phi(x,t) \rightarrow \Phi(x)$: Դա թույլ է տալիս, ելնելով հավելյալ դաշտի թուլությունից, համարել $\Phi(x,t)$ -ն դանդաղ ֆունկցիա ժամանակից և նրա համար ստացվող հավասարումում արհամարհել ժամանակային ածանցյալը՝ $\partial \Phi(x,t)/\partial t \rightarrow 0$: Այս մոտավորությամբ $\Phi(x,t)$ ֆունկցիայի համար մնում է

$$\left(\frac{\left(\hat{p}+p(t)\right)^{2}}{2M}+V(x)\right)\Phi(x,t)=E\left(p(t)\right)\Phi(x,t)$$
(4.14)

հավասարումը։ Այն տարբերվում է պարբերական պոտենցիալի (առանց համասեռ դաշտի) ստացիոնար հավասարումից միայն նրանով, որ իմպուլսի օպերատորի հավելյալ անդամը կախված է (գծային օրենքով) ժամանակից։ Քանի որ F-ը ենթադրված է բավականին փոքր և ժամանակային կախվածությունը՝ դանդաղ, ապա այն կարելի է համարել ադիաբատիկ, այսինքն՝ ժամանակի ամեն պահի օգտվել ստացիոնար լուծումներից տվյալ պահին քվազիիմպուլսի ունեցած p(t) արժեքով։ Ուղղանկյունաձն պոտենցիալային արգելքների հաջորդականության դեպքում դիսպերսիոն առնչությունն ունի (4.7) տեսքը, որում $p \to p(t)$ փոխարինումով ստանում ենք

$$\cos\left(\frac{p_0 - Ft}{\hbar}l\right) = \cos(ka)ch(\kappa b) - \frac{k^2 - \kappa^2}{2k\kappa}\sin(ka)sh(\kappa b):$$
(4.15)

Այսպիսով, ադիաբատիկ մոտավորությամբ էներգետիկ սպեկտրի տեսքը պահպանվում է, իսկ մասնիկի էներգիան պարբերաբար փոխվում է՝ մնալով նույն զոնայի սահմաններում։ Զոնայի սահմանին հասնելիս մասնիկի ունեցած իմպուլսը Ճշգրիտ բավարարում է Բրեգի անդրադարձման պայմանին. մասնիկը, պահելով իմպուլսի մեծությունը, փոխում է նշանը և հայտնվում զոնայի հակառակ ծայրում։ Անդրադարձման այս էտապն էապես ոչ ադիաբատիկ է և չի նկարագրվում (4.15) ժամանակային վարքով։

Բլոխյան օսցիլյացիաների պարբերությունը, համաձայն (4.15) բանաձևի, այն ժամանակն է, որի ընթացքում ձախակողմյան կոսինուսի արգումենտը փոխվում է π -ով, այսինքն՝

$$\tau_{Bloch} = \pi \hbar / Fl : \tag{4.16}$$

Հետաքրքիր է, որ au_{Bloch} -ը կախված չէ պոտենցիալի կոնկրետ տեսքից և որոշվում է պոտենցիալի միայն պարբերությամբ։

Էներգիայի տատանումների մագնիտուդը որոշելու համար ածանցենք (4.15) դիսպերսիոն առնչությունն ըստ ժամանակի և այդտեղից հաշվենք էներգիայի ածանցյալը՝

$$\frac{dE}{dt} = \frac{Fl/\hbar}{df(E)/dE} \sin\left(\frac{p_0 - Ft}{\hbar}l\right),\tag{4.17}$$

որտեղ f(E)-ի նշանակումն ակնհայտ է։

Մասնիկի միջին քվանտամեխանիկական արագությունը $E_n(p)$ էներգիայով վիճակում որոշվում է

$$\left\langle \boldsymbol{V}_{n}\right\rangle =\frac{dE_{n}(p)}{dp}\tag{4.18}$$

բանաձևով։ Այն t-ից նույն պարբերականության ֆունկցիա է, ինչ p-ն և $E_n(p)$ -ն։ Գրենք $\langle V_n \rangle$ -ի ժամանակային ածանցյալը՝ համաձայն (4.18) բանաձևի՝

$$\frac{d\langle \mathbf{v}_n \rangle}{dt} = \frac{d}{dp} \left(\frac{dE_n(p)}{dt} \right):$$
(4.19)

(4.17)-ը և (4.19)-ը ցույց են տալիս, որ տատանումների լայնույթը մեծացնելու համար, առաջինը, հարկ է մեծացնել արտաքին համասեռ ուժի մեծությունը։ Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ ուժի մեծացումը վատացնում է ադիաբատիկության պայմանը, քանի որ մեծ արագությամբ զոնայի եզր հասած մասնիկը մեծ էլ հավանականությամբ կարող է անցնել ավելի բարձր զոնա։ Միջզոնային անցման հավանականությունը փոքրացնելու համար կարելի է մեծացնել պարբերական պոտենցիալի խորությունը, քանի որ նրանով է որոշվում արգելված զոնայի լայնությունը։ Սակայն սրա ռեսուրսն էլ սահմանափակ է, քանի որ V_0 -ի աձը զոնայի եզրերին մոտ մեծացնում է հայտարարի df(E)/dE ածանցյալը (Տե՛ս Նկ. 4.4-ը) և դրանով իսկ փոքրացնում տատանումների լայնույթը։ Ուշադրություն դարձնենք այն փաստին, որ ստացված օրինաչափությունները, մասնավորապես քվազիիմպուլսի (արագության) և դրանից հետևող տեղափոխության նշանափոխպարբերական բնույթը, վերաբերում են հորի ներսում և դրսում գտնվող բոլոր էներգետիկ զոնաներին։ Ստացվում է, որ պարբերական պոտենցիալի դաշտում գտնվող քվանտային մասնիկը հավելյալ հաստատուն ուժի ազդեցության տակ անընդհատ չի տեղաշարժվում այդ ուժի ուղղությամբ, այլ տատանվում է առանց արդյունարար տեղափոխման։ Այդ դեպքում ինչպես բացատրել էլեկտրական հոսանքը մետաղներում, որոնք, ինչպես գիտենք, ունեն բյուրեղականպարբերական կառուցվածք։ Մի՞թե տատանումների ոչ լրիվ ադիաբատիկությամբ։ Հարցի քանակական վերլուծությունը, սակայն, ցույց է տվել, որ հաղորդականությունը հիմնականում ի հայտ է գալիս փուլային կոհերենտությունը խախտող պրոցեսների գործողության արդյունքում,

Ատոմի Բլոխի օսցիլյացիաներ արագացող օպտիկական պոտենցիալում։ Բյուրեղային ցանցում էլեկտրոնի Բլոխի տատանումների (4.16) պարբերությունը բնութագրական 100 Վ/սմ լարվածությունների դեպքում միկրովայրկյանի կարգի է, իսկ էլեկտրոնի փուլը պատահական փոխող ցրման ժամանակը շատ ավելի կարձ է՝ պիկովայրկյաններ և ավելի կարձ։ Քանի որ Բլոխի օսցիլյացիաները զուտ կոհերենտ, փուլային առնչությունների պահպանում պահանջող երևույթ է, ապա արագ ապափուլավորումը հնարավորություն չի տալիս, անգամ մինչև հելիումային ջերմաստիձաններ, դիտելու Բլոխի օսցիլյացիաները բնական բյուրեղներում։ Իրավիձակն այլ է այսպես կոչված կիսահաղորդչային գերցանցերում, որոնց մոտ երեք կարգով ավելի մեծ տարածական պարբերությունը, համաձայն (4.16)-ի, տատանումների համար բերում է մի քանի հարյուր ֆեմտովայրկյան պարբերությունների, որոնք արդեն նույն կարգի են, ինչ և ֆազային ռելաքսացիայի ժամանակները և, չնայած դժվարություններին, հնարավորություն են տվել գրանցելու օցիլյացիաները փորձում։

Հազերային սառեցման մեթոդները (Տե՛ս, օրինակ, [41]-ը։) որակապես նոր հնարավորություններ են ստեղծում այս երևույթի դիտման և կիրառությունների համար։ Կոհերենտ փոխազդեցության ժամանակն այստեղ հասնում է մինչև վայրկյաններ՝ թեթևացնելով պահանջները մյուս պարամետրերի նկատմամբ։ Բերենք առաջին վստահ իրականացումներից մեկի տվյալները։ Կոնդենսատը կազմող ատոմների համար պարբերական պոտենցիալն առաջանում է լազերային կանգուն ալիքի միջոցով։ Այսպիսի համակարգը հայտնի է օպտիկական ցանց անվամբ։ Օպտիկական անցման ռեզոնանսից լազերային հաձախության համեմատաբար մեծ ապալարքի շնորհիվ ատոմները գործնականում չեն գրգռվում բարձր էներգետիկ մակարդակներ և հետևաբար չեն կատարում կոհերենտությունը խաթարող սպոնտան ձառագայթում։ Մյուս դրական ազդակը նոսր ատոմների գերցածր (մոտ 6 մկԿ) ջերմաստիձաններն են, որոնց դեպքում միջատոմական բախումները թույլ են և կոհերենտ։

Բլոխի օսցիլյացիաներ ինդուկտող հաստատուն ուժն առաջանում է հորիզոնական կանգուն ալիքը հայտնի *a* արագացմամբ շարժելու միջոցով, ինչին հասնում են կանգուն ալիքը ստեղծող հանդիպակաց ալիքներից մեկի հաձախությունը ժամանակի ընթացքում հավասարաչափ մեծացնելու միջոցով։ Արդյունքում ատոմների վրա ազդում է արագացմանը հակառակ ուղղված F = -ma հաստատուն իներցիոն ուժ։ Օգտագործված արագացումներն ընկած են եղել 0.43 մ/վ ² արժեքից՝ $V_0 = 0.5E_{rec}$ -ի դեպքում, մինչև 13.2 մ/վ ²՝ $V_0 = 6E_{rec}$ դեպքում, որտեղ

 $E_{rec} = \hbar^2 k^2 / 2M$ -ը միաֆոտոն հետհարվածի էներգիան է՝ բնութագրական մեծություն պարբերական պոտենցիալի խնդրում։ Ընտրված արժեքներն ապահովում են փոխազդեցության դինամիկայի անհրաժեշտ ռեժիմը, երբ Ճնշված է ատոմների սահքը հորերի միջև և անցումները հիմնական էներգետիկ զոնայից դեպի բարձր զոնաներ։ Համապատասխան բլոխյան $1/\tau_{Bloch}$ հաՃախությունները եղել են 60-ից մինչև 1900 Հց միջակայքում։



Ul. 4.5. Unnulh $\langle v \rangle$ uhghu upuqnipjuu duuluuluuluuluuluuluu kuluuluuluu 'Finluh oughijuughuulen, upuntughuufh a) $V_0 = 1.4E_{rec}$, b) $V_0 = 2.3E_{rec}$ u c) $V_0 = 4.4E_{rec}$ funpnipjinuuten the theorem is the term in the term in the term is the term in the term in the term is the term in the term in the term is the term in the term in the term is the term in term in the term is the term in term in term in the term is the term in term in term in term in the term is the term in term in term in the term is the term in term in terms in the term in terms in the term in terms in the term in terms in ter

Տրված t_a ժամանակ անց արագացող կանգուն ալիքն անջատվում է՝ ատոմներին թողնելով այդ պահին ունեցած Բլոխի վիձակի իմպուլսային բաշխմամբ։ Ռամանյան սպեկտրոսկոպիայի մեթոդով որոշվում է այդ բաշխումը լաբորատոր համակարգում, իսկ արագացող (օպտիկական ցանցի) համակարգ, ուր տատանումները հավասարակշռության դիրքի շուրջ են, անցումն իրականացվում է արագության $-Mat_a$ դոպլերյան շեղման միջոցով։ Նկ. 4.5-ում ներկայացված է չափումների արդյունքներն ատոմի միջին արագության համար, ստացված օպտիկական ցան-ցերի երեք խորությունների համար։

ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՍԱՐՔԵՐԻ ՖԻԶԻԿԱ

§ 5. Կիսահաղորդիչներ։ Կիսահաղորդչային դիոդ

Բյուրեղային պինդ մարմիններում ատոմները կազմում են կարգավորված եռաչափ տարածական ցանց։ Ատոմների արտաքին թաղանթներից ազատված էլեկտրոնները, գտնվելով ատոմական լիցքերի պարբերական պոտենցիալի դաշտում, ունենում են էներգետիկ սպեկտրի զոնային կառուցվածք, այսինքն՝ ստացիոնար վիճակների թույլատրելի և արգելված էներգիաների զոնաներ։ Միայն թե զոնային կառուցվածն այս դեպքում զգալիորեն բարդ է միաչափ դեպքի համեմատ։ Առաջինը՝ դիսպերսիոն առնչությունում միաչափ խնդրի մեկ p քվազիիմպուլսի փոխարեն մտնում են p վեկտորի երեք՝ p_x , p_y և p_z բաղադրիչներ։ Դա նշանակում է, որ էներգիայի որևէ տրված արժեքին համապատասխանում է ոչ թե քվազիիմպուլսի մեկ որոշակի արժեք, այլ մի ամբողջ մակերևույթ քվազիիմպուլսների եռաչափ տարածության մեջ։ Յուրաքանչյուր ստացիոնար վիճակ բնութագրվում է որոշակի տեսքի մակերևույթով, որը կոչվում է իզոմակերևույթ, այսինքն՝ հավասար էներգիայի մակերևույթ։ Խորանարդային ցանցի համար ($d_x = d_y = d_z \equiv d$) նախորդ պարագրաֆի (4.7) դիսպերսիոն հավասարումը պարզ

$$\cos\left(\frac{p_{x}d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_{y}d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_{z}d}{\hbar}\right) = f\left(E\right)$$
(5.1)

տեսքով, որի աջ մասը որոշակի ֆունկցիա է էներգիայից ոչ պարտադիր համընկնող (4.7)-ի աջակողմյան տեսքի հետ։

Էներգիայի նկատմամբ խոտորումների տեսության առաջին մոտավորությամբ (5.1)-ի աջ մասը էներգիայի գծային ֆունկցիա է, և դիսպերսիոն առնչությունը գրվում է

$$E(\boldsymbol{p}) = \varepsilon_a - w_0 - 2w_a \left[\cos\left(\frac{p_x d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_y d}{\hbar}\right) + \cos\left(\frac{p_z d}{\hbar}\right) \right]$$
(5.2)

տեսքով, որտեղ \mathcal{E}_a -ն առանձնացված պոտենցիալային հորում համապատասխան էներգետիկ մակարդակի արժեքն է, w_0 -ն պարբերական պոտենցիալի և առանձնացված հորի պոտենցիալի տարբերության քվանտամեխանիկական միջինն է՝ ըստ այդ հորի համապատասխան ստա-ցիոնար վիձակի, իսկ w_a -ն այդ նույն տարբերության քվանտամեխանիկական միջինն է՝ ըստ այդ և հարևան հորերում համապատասխան վիձակների ալիքային ֆունկցիաների վերածածկման։

Բրիլյուենի զոնան $p_x = \pm \pi \hbar/d$, $p_y = \pm \pi \hbar/d$ և $p_z = \pm \pi \hbar/d$ հարթություններով սահմանափակված խորանարդ է։ Էներգետիկ զոնայի մինիմալ արժեքը p = 0 կետում է՝ Բրիլյուենի զոնայի կենտրոնում, և հավասար է՝ $E_{min} = \varepsilon_a - w_0 - 6w_a$ ($w_a > 0$)։ Մաքսիմալ արժեքն ստացվում է, երբ $p = (\pm \pi \hbar/d, \pm \pi \hbar/d, \pm \pi \hbar/d)$ ՝ բրիլյուենյան խորանարդի ութ գագաթներից յուրաքանչյուրում և հավասար է $E_{max} = \varepsilon_a - w_0 + 6w_a$, իսկ զոնայի լայնությունը՝ $E_{max} - E_{min} = 12w_a$:

Դե Բրոյլի երկարալիքային վիճակների համար, երբ $pd \ll 1$, (5.2)-ն ընդունում է քառակուսային տեսք՝
$$E \approx \varepsilon_a - w_0 - 6w_a + w_a \frac{d^2 p^2}{\hbar^2}:$$
(5.3)

Այստեղից հետևում է, որ էլեկտրոնի $m^* = \left(d^2 E / dp^2 \right)^{-1}$ բերված (էֆեկտիվ) զանգվածն էներգետիկ զոնայի կենտրոնական տիրույթում հավասար է

$$m^* \approx \frac{\hbar^2}{2d^2 w_a} : \tag{5.4}$$

Բերված զանգվածի նշանը զոնայի կենտրոնում որոշվում է w_a -ի նշանով և կարող է լինել նաև բացասական։

Փոքր էներգիաների տիրույթում (հաշված $E_{min} = \varepsilon_a - w_0 - 6w_a$ մակարդակից) իզոէներգետիկ մակերևույթը գնդաձև է և ամբողջովին գտնվում է Բրիլյուենի զոնայի կենտրոնական մասում։ Ապա դրանք ձևափոխվում և ընդարձակվում են, որոշակի՝ $E_{tangential} = \varepsilon_a - w_0 - 2w_a$ էներգիայի դեպքում սուր ծայրերով հպվում են զոնայի եզրային մակերևույթներին դրանց կենտրոններում, ապա նիստերի վրա առաջացնում վզիկներ, ինչպես պատկերված է Նկ. 5.1-ում։ Շարունակելով ընդարձակվել՝ $E_{decay} = \varepsilon_a - w_0 + 2w_a$ արժեքի դեպքում հատման վզիկների շրջանները շոշափում են խորանարդի նիստերի քառակուսիների եզրերը։ Իզոմակերևույթը, փաստորեն, տրոհվում է ութ ուռուցիկ առանձին մակերևույթների, որոնց կենտրոնները գտնվում են խորանարդի նիստերի քառակուսիների հետագա մեծացմանը զուգընթաց մինչև էներգետիկ զոնայի վերին եզրը։ Այստեղ իզոմակերևույթն այլասերվում է ութ գագաթային կետերի։

Նկատենք ևս մեկ օրինաչափություն իզոմակերևույթի՝ խորանարդի նիստերի հետ հատման մասին։ Այդ դեպքում քվազիիմպուլսի բաղադրիչներից մեկը հավասար է $p_i = \pm \pi \hbar / d$, i = x, y, z և (5.2) էներգիայի ածանցյալն ըստ այդ քվազիիմպուլսի զրո է՝

$$\frac{\partial E(\boldsymbol{p})}{\partial p_i} = 2w_a \frac{d}{\hbar} \sin\left(\frac{p_i d}{\hbar}\right) = 0$$

Այսինքն՝ իզոմակերևույթները նիստերին հատվում են ուղիղ անկյան տակ։



Ul. 5.1. Иприйшрлијիй рупградпи срафирниј Аррјунскиј дишје ијешији сикрајнијниј ијрашиј јапишјарипијар икирр (Sk´и Киттель Ч., Квантовая теория твердых тел, Москва, «Наука», 1967, Рис. 11.6):

Պինդ մարմինների դասակարգումը միաէլեկտրոն վիճակների էներգետիկ սպեկտրի հիման վրա։ Էներգետիկ սպեկտրի զոնային կառուցվածքը բացատրում է բյուրեղային պինդ

մարմինների էլեկտրահաղորդիչ հատկությունները և դրանց դասակարգումը հաղորդիչների, կիսահաղորդիչների և դիէլեկտրիկների։ Միաէլեկտրոն վիճակների մոտարկմամբ էներգետիկ սպեկտրն ունի զոնային կառուցվածք, ընդ որում՝ վերջավոր պարբերականության շնորհիվ զոնաներում էներգետիկ վիճակներն անընհատ չեն, այլ՝ դիսկրետ։ Մակարդակների թիվը նույնն է բոլոր զոնաներում և հավասար է քննարկվող մարմնում առկա բջիջների (ատոմների) թվին (այս օրինաչափությունը կարելի է տեսնել Հավելված 2-ի և Հավելված 3-ի խնդիրներում)։ Էներգետիկ մակարդակները բնակեցվում են ատոմների վալենտական (արտաքին թաղանթի) էլեկտրոնների կողմից։ Միավալենտ նատրիումի դեպքում, օրինակ, դրանք մեկական էլեկտրոններ են։

Զոնայի մակարդակների բնակեցումն ընթանում է ներքևից վերև, Պաուլիի սկզբունքի համաձայն՝ առավելագույնը երկու էլեկտրոն մեկ էներգետիկ մակարդակի վրա։ Ցածր ջերմաստիձաններում, երբ ջերմային գրգռումները բացակայում են, մակարդակների ներքևից վերև լրացումը տեղի է ունենում խստիվ հերթականությամբ։ Արդյունքում ստացվում է, որ յուրաքանչյուր էներգետիկ զոնա կարող է ներառել առավելագույնը բջիջների (ատոմների) թվի կրկնապատիկի չափով էլեկտրոններ։ Էներգիան, որից ներքև բոլոր մակարդակները զբաղված են, իսկ որից վերև՝ դատարկ, կոչվում է Ֆերմիի մակարդակ։ Ֆերմիի էներգիային համապատասխանող իզոէներգետիկ մակերևույթը կոչվում է Ֆերմիի մակերևույթ։ Նկ. 5.1-ում պատկերված մակերևույթը, օրինակ, կլինի Ֆերմիի մակերևույթ, եթե դրա ներսում ընկած բոլոր իզոէներգետիկ մակերևույթներին համապատասխանող վիձակները լինեն զբաղեցված, իսկ բոլոր դրսում գտնվողներինը՝ դատարկ։

Բյուրեղի էլեկտրական, օպտիկական և շատ այլ հատկություններ որոշվում են էներգետիկ զոնաների կառուցվածքով և Ֆերմիի մակերևույթով։ Միավալենտ ատոմական ցանցի դեպքում զբաղված են ներքի կես վիձակները, իսկ վերին կեսն ազատ է, ընդ որում՝ ատոմների մեծ թվի պատձառով մակարդակներն իրար շատ մոտ են դասավորված։ Ֆերմիի մակարդակն անցնում է զոնայի կենտրոնով։

Երբ նմուշի նկատմամբ կիրառվում է էլեկտրական դաշտ, անգամ շատ թույլ, ապա էլեկտրոնները վերին լրացված մակարդակներից, սկսած ֆերմիից, անցնում են ավելի բարձր էներգիաներով վիձակներ, ինչն էլ ստացիոնար պայմաններում նշանակում է էլեկտրական հոսանքի գոյություն։ Միավալենտ ատոմներից կազմված բյուրեղական ցանցը հաղորդիչ է։ Քանի որ էներգետիկ զոնաների լայնությունները, որպես կանոն, էապես գերազանցում են մասնիկների ջերմային շարժման էներգիաները սենյակային և դրա կարգի ջերմաստիձաններում, ապա առօրյա պայմաններում ջերմաստիձանը չի ազդում բյուրեղական ցանցի հաղորդական բնույթի վրա, ինչը և տեսնում ենք գործնականում։

Եթե ատոմները երկվալենտ են, ապա էներգետիկ զոնան լրացվում է ամբողջությամբ։ Ֆերմիի մակարդակն անցնում է զոնայի վերին եզրով։ Հաջորդ, չլրացված վիձակներով զոնան անջատված է ներքևինից արգելված էներգիաների զոնայով, ինչը թույլ չի տալիս էլեկտրական դաշտին տեղափոխելու էլեկտրոններին ներքևի զոնայից վերին զոնա և առաջացնելու էլեկտրական հոսանք։ Երկվալենտ ատոմական ցանցը դիէլեկտրիկ է։ Այստեղից հասկանալի է արդեն, որ եռավալենտ ատոմների դեպքում առաջին զոնան կլինի լրիվ զբաղեցված, իսկ երկրորդ զոնան կլինի զբաղեցված միայն կիսով չափ։ Նմուշը կունենա բարձր էլեկտրահաղորդականություն և այլն։ Ընդհանրացնելուվ կունենանք, որ կենտ վալենտականությամբ ատոմական ցանց ունեցող պինդ նյութերն օժտված են բարձր էլեկտրահաղորդականությամբ, իսկ զույգ վալենտականությամբ օժտվածները զուրկ են դրանից։

Պինդ մարմինների մեծամասնության բյուրեղային ցանցը, այնուամենայնիվ, խորանարդային չէ, և ոչ էլ ցանցային բջիջներն են միատոմ։ Էներգետիկ սպեկտրի զոնային կառուցվածքը, իհարկե, պահպանվում է, սակայն ավելի բարդ են դրանց փոխադարձ դիրքավորումները։ Առավել բնութագրականն այն է, որ անգամ ներքևներում գտնվող էներգետիկ զոնաները կարող են շատ մոտ լինել, ավելի քիչ քան էլեկտրոնների ջերմային էներգիաներն են, կարող են հպված լինել միմյանց և անգամ մասնակի չափով վերածածկված լինել իրար հետ։ Հպված և մասնակի վերածածկված զոնաներով դեպքերում, չնայած հաղորդականության մեխանիզմներում երևան եկող որոշ տարբերություններին, մենք գործ ենք ունենում լավ հաղորդականությամբ նյութերի հետ։

Մեր հետաքրքրությունը կենտրոնացվելու է հիշյալ հնարավորություններից առաջինի վրա, երբ լրացված վերջին էներգետիկ զոնան, որը կոչվում է վալենտական՝ լրացված վալենտական էլեկտրոնների կողմից, լրացված է ամբողջությամբ, իսկ վերին դատարկ զոնան, որը կոչվում է հաղորդական, տարանջատված է ոչ մեծ, սենյակային ջերմաստիձանների ջերմային էներգիայի կարգի լայնության արգելված զոնայով։ Սրանք կիսահաղորդիչներն են, որոնք անվերապահորեն առկա են ժամանակակից բարձր տեխնոլոգիական բոլոր սարքերում՝ ներառյալ քվանտայինները։

Էլեկտրահաղորդականության մեխանիզմը կիսահաղորդիչներում։ Ունեցած ջերմային էներգիաների հաշվին Ֆերմիի և դրան մոտ մակարդակների վրա գտնվող որոշ էլեկտրոններ հաղթահարում են էներգիայի արգելված գոտին և հայտնվում հաղորդական զոնայում, ինչպես ցույց է տրված Նկ. 5.2-ում։ Հեռացման տեղում առաջանում է բացասական լիցքի պակասորդ, ինչը զրոյական ֆոնի նկատմամբ համարժեք է դրական (տարրական) լիցքի առաջացմանը։ Այն կոչվում է խոռոչ։ Ջերմային հավասարակշիռ վի*մ*ակում դրանց թիվը կարելի է որոշել բոլցմանյան բնութագրական

$$N = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \left(m_e m_h\right)^{3/4} \exp\left(-E_{gap} / 2k_B T\right)$$

արտահայտությամբ, որտեղ k_BT -ն էլեկտրոնի ջերմային շարժման էներգիան է, m_e -ը և m_h -ն էլեկտրոնի և խոռոչի զանգվածներն են համապատասխանաբար, E_{gap} -ը՝ էներգիայի արգելված գոտու լայնությունը։ Կիրառական կիսահաղորդիչներ սիլիցիումի (Si) և գերմանիումի (Ge) արգելված գոտիների լայնությունները սենյակային ջերմաստիձաններում կազմում են համապատասխանաբար $E_{gap} = 1.11 \ eV$ և $E_{gap} = 0.66 \ eV$: Համեմատության համար նկատենք, որ, օրինակ, սիլիցիումի իոնացման էներգիան $U_{ionization} = 8.15 \ eV$ է:



Նկ. 5.2. Կիսահաղորդչի վալենտական զոնայի վերին եզրին մոտ էլեկտրոնների մի մասը ջերմային էներգիայի հաշվին անցնում են վերին՝ հաղորդական գոտի՝ վալենտական զոնայում առաջացնելով խոռոչներ (Տե´ս Электропроводность полупроводников. fn.bmstu.ru/dataphysics/library/physbook/tom6/ch4/texthtml/ch4_4.htm):

Հաղորդականության զոնայում հայտնված էլեկտրոնները կարող են արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ ազատորեն տեղափոխվել՝ առաջացնելով որոշակի էլետրական հոսանք։ Էլեկտրական հոսանքը կիսահաղորդիչներում միայն այդ էլեկտրոններով չի պայմանավորված։ Վալենտական զոնայից հեռացած էլեկտրոնների տեղում առաջանում են դատարկ վիմակներ, ինչպես սխեմատիկորեն պատկերված է նկարում։ Կիրառված էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ հարևան տեղամասերից էլեկտրոնները կգան և կզբաղեցնեն այդ դատարկված վիմակները։ Դրանով, սակայն, պրոցեսը կանգ չի առնի, քանի որ դատարկված տեղերը տեղափոխված կլինեն էլեկտրոնների շարժմանը հակառակ՝ նկարում դեպի ձախ ուղղությամբ, և հիմա այդ տեղերը կլրացվեն ավելի ձախից եկող էլեկտրոններով և այսպես շարունակ։ Կառաջանա էլեկտրական հոսանք վալենտական զոնայում էլեկտրոնների կարգավորված շարժման հետևանքով։ Էլեկտրոնների շարժման օրինաչափությունները, սակայն, հաղորդական և վալենտական զոնաներում նույնը չեն։ Այդ պատձառով վալենտական զոնայի համար ընդունված է մեկ այլ՝ համարժեք պատկերացում՝ որպես հիմք ընդունելով էլեկտրոնների դատարկվող տեղերի՝ խոռոչների վարքը էլեկտրոկան դաշտում։ Շարժվելով էլեկտրոնների տեղափոխմանը հակառակ ուղղությամբ՝ այն իրեն պահում է որպես դրական լիցքավորված մասնիկ։

Էլեկտրոնային և խոռոչային հոսանքի ուժերն ուղղված են նոււյն ուղղությանբ և գումարվելով որոշում են կիսահաղորդչում հոսանքի ուժի մեծությունը։ Այս հաղորդականությունը կոչվում է նաև սեփական, քանի որ ելնում է բյուրեղի բոլոր ասպեկտներով կատարյալ լինելու ենթադրությունից։ Միլիցիումի, որպես օրինակ, առանձնին ատոմի և բյուրեղային ցանցում ատոմների վալենտական համակցումը պատկերված են Նկ. 5.3-ում։



Նկ. 5.3. Միլիցիումի բյուրեղում ատոմի արտաքին թաղանթի չորս էլեկտրոնները հարևանների հետ կովայենտ կապերի միջոցով առաջացնում են կայուն կառուցվածը։

Կիսահաղորդիչների սեփական էլեկտրահաղորդականությունը, այնուամենայնիվ, փոքր է սենյակային ջերմաստիձաններում և այն կարիք ունի մեծազման։ Դրան հասնում ենք բյուրեղային ցանցում ավելացնելով որոշակի դոնոր կամ ակցեպտոր ատոմներ, որոնք առաջացնում են ավելի թվով էլեկտրոններ կամ խոռոչներ։ Դրանք կոչվում են լեգիրացված (խառնուրդային) կիսահաղորդիչներ, ընդ որում՝ խառնուրդացման աստիձանը վերահսկելի է և կարող է փոփոխվել ցանկալի ` 10^{-7} և ավելի փոքր հարաբերական կոնցենտրացիաների սահմաններում։ *ո - տիպի կիսահաղորդիչներ։* Սիլիզիումի բյուրեղում որպես խառնուրդներ օգտագործվում են սուրման (Sb), ֆոսֆորը (P) կամ արսենը (As)։ Այս ատոմները հնգավայենտ են՝ ունեն հինգ էլեկտրոններ արտաքին թաղանթում և հանդիսանում են դոնորներ։ Վայենտական էլեկտրոններից չորսն օգտագործվում են հարևան սիլիցիումի ատոմների հետ կովալենտ կապեր ստեղծելու համար, իսկ մեկը, մնալով շարժունակ, կատարում է կարգավորված շարժում և մասնակցում էլեկտրական հոսանքի առաջացմանը, երբ նմուշի նկատմամբ կիրառվում է արտաքին էլեկտրական դաշտ։ Սուրմայի դոնոր ատոմը և դոնորային ազատ էլեկտրոնի առաջացումը սիլիցիումի բյուրեղում սխեմատիկ պատկերված է Նկ. 5.4-ում։ Նկատենք, որ էլեկտրոնի հեռազման արդյունքում դոնորային ատոմ-մնացորդը մնում է դրական լիցքավորված տարրական *e* լիզքով։



Նկ. 5.4. Սիլիցիումի բյուրեղում սուրմայի դոնորային ատոմի տեղակայումը և ազատ էլեկտրոնի առաջացումը (Տե՛ս https://byjus.com/question-answer/explain-the-formation-of-n-type-ofsemiconductor-from-silicon/)։

Դոնորի բերած էլեկտրոնային հաղորդականությունը նմուշում մեծապես գերազանցում է կիսահաղորդչի սեփական հաղորդականությանը, և այսպիսի խառնուրդային կիսահաղորդիչը կոչվում է *n* - տիպի (ինչը հաղորդական էլեկտրոնի լիցքի բացասական՝ negative բառի հապավումն է)։ Էլեկտրոնները հիմնական, իսկ խոռոչները երկրորդական հոսանքակիրներն են *n* տիպի կիսահաղորդիչներում։

 p - տիպի կիսահաղորդիչներ։ Գոյություն ունի նաև հակառակ հնարավորությունը, երբ կատարյալ բյուրեղական մատրիցա, օրինակ սիլիցիումի կամ գերմանիումի (Ge), մտցվում են եռավալենտ ալյումինի (Al), բորի (B) կամ ինդիումի (In) ատոմներ։ Դրա արդյունքում այդ ատոմների շուրջ քառավալենտ սիլիցիումի կամ գերմանիումի ատոմների շուրջ քիմիական կովալենտ կապերից մեկը չի կարող ձևավորվել, ինչը համարժեք է բյուրեղացանցում խոռոչի՝ էլեկտրոնի պակասի առաջացմանը։ Արտաքին էլեկտրական դաշտի կիրառման դեպքում հարևան էլեկտրոններից մեկը ձգվում է դեպի խոռոչ ու լրացնում այն։ Լցնելով խոռոչը՝ էլեկտրոնն իր նախկին տեղում թողնում է նոր խոռոչ։ Այն դեպի իրեն է շարժում նոր էլեկտրոն և այսպես շարունակ։ Բյուրեղային ցանցում հոսում է էլեկտրական հոսանք։ Պակասող՝ եռավալենտ ատոմները կիսահաղորդչային նմուշում կոչվում են ակցեպտորներ, իսկ կիսահաղորդիչները` p-տիպի (այն հաղորդական խոռոչի լիցքի դրական՝ positive բառի հապավումն է)։ Բորի ատոմի և սիլիցիումի բյուրեղում համապատասխան խոռոչի ձևավորման սխեմատիկ պատկերը ներկայացված է Նկ. 5.5-ում։ Նկատենք, որ բոլոր կովալենտ կապերը պատկերացնելով լրացված՝ մենք պետք է ակցեպտորային ատոմ-կառույցին վերագրենք – e բացասական *տարրական* լիցք։

Սուրման և բորը առավել լայնորեն օգտագործվող խառնուրդային էլեմենտներն են կիսահաղորդչային ֆիզիկայում՝ հիմնականում պայմանավորված դրանց ավելի հեշտ, քան մյուս նյութերի ստացման հնարավորություններով։ Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ սկզբունքային հնարավորություն պահպանվում է բոլոր հնգավալենտ քիմիական էլեմենտների համար՝ որպես դոնորներ, և բոլոր եռավալենտ էլեմենտների համար՝ որպես ակցեպտորներ օգտագործվելու համար։



Նկ. 5.5. Միլիցիումի բյուրեղում բորի ակցեպտորային ատոմի տեղակայումը և խոռոչի առաջացումը (Տե՛ս <u>http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Solids/dope.html</u>):

Դոնորային և ակցեպտորային ատոմների առկայությունը փոխում է, իհարկե, բյուրեղային ցանցի էներգետիկ սպեկտրը։ Առաջին դեպքում կովակենտ կապի լրացումից հետո հավելյալ մնում է միաէլեկտրոն ջրածնանման ատոմ ՝տեղակայված դոնորային ատոմի տարածքում։ Այն օժտված է համեմատաբար փոքր կապի էներգիայով, քանի որ բյուրեղային կապերի մեջ մտնող էլեկտրոնը կենտրոնի միավոր տարրական լիցքի շուրջ պտտվում է ջրածնի ատոմի համեմատ շատ ավելի մեծ հեռավորությունների վրա։ Արդյունքում այն ջերմային շարժման կամ արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ հեշտությամբ անցնում են ազատ վիձակի, այսինքն՝ հաղորդական զոնա։ Այնպես որ անսպասելի չէ, որ համակարգի էներգետիկ սպեկտրում, ի հավելումն զոնային կառուցվածքի, ի հայտ է գալիս ջրածնանման ատոմի դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրը, և այն տեղակայված է լինում հաղորդական զոնայի անմիջական հարևանությամբ։ Նկ. 5.6 ա-ում ջրածնանման ատոմի սպեկտրից պատկերված է միայն հիմնական էներգետիկ մակարդակը։ Մյուս էներգետիկ մակարդակներն ավելի մոտ են տեղակայված CB հաղորդական զոնային։ Ակցեպտորային խառնուրդ ատոմների դեպքում նմանատիպ դատողությունները բերում են անտի-ջրածնանման լրացուցիչ ատոմի ձևավորման, որի կենտրոնում տեղակայված է բացասական տարրական լիցք, իսկ շուրջը պտտվում է դրական լիցքով խոռոչ։ Նրա դիսկրետ սպեկտրը տեղակայված է արդեն VB վալենտական զոնային մոտ (Նկ. 5.6 բ), քանի որ ջերմային կամ ատոչը։



Նկ. 5.6. Խառնուրդային ատոմների առկայության շնորհիվ բյուրեղային ցանցի էներգետիկ սպեկտրում, ի հավելումն զոնային կառուցվածքի, առաջանում են էներգետիկ մակարդակներ, որոնք տեղակայված են հաղորդական զոնայի ներքևում դոնորային խառնուրդների դեպքում (ոտիպի կիսահաղորդիչներ) և վալենտական զոնայի վերևում ակցեպտորային խառնուրդների դեպքում (p-տիպի կիսահաղորդիչներ) (Տե´ս <u>http://hyperphysics.phy-</u> <u>astr.gsu.edu/hbase/Solids/dope.html</u>):

p-ո կիսահաղորդչային կոնտակտ։ Կիսահաղորդչային տեխնոլոգիաների կարևորագույն տարր է p-ո կոնտակտը։ Մինչ հպումը կիսահաղորդիչներն ամբողջ ծավալով էլեկտրաչեզոք են, ընդ որում՝ ո-տիպի կիսահաղորդիչներում շարժունակ են էլեկտրոնները (խոռոչներ կան, բայց նրանց թիվը շատ փոքր է), իսկ p-տիպի կիսահաղորդիչներում՝ խոռոչները (կան և փոքրաթիվ ազատ էլեկտրոններ)։ Կոնտակտի դեպքում շարժունակ մասնիկներն իրենց ջերմային էներգիաների հաշվին հաղթահարում են կիսահաղորդիչների միջն պոտենցիալների տարբերությունը և դիֆուզում են հարևան կիսահաղորդիչ։ Քանի որ դիֆուզող մասնիկները լիցքավորված են, ապա հպման մակերևույթի երկու կողմերում աստիձանաբար տեղի է ունենում հակատակ նշանի լիցքերի կուտակում, որոնք, սակայն, ձգելով միմյանց, ռեկոմբինացվում են այդ տարածքում։ Կարձ ժամանակ անց հաստատվում է դինամիկ հավասարակշռություն, որում դիֆուզիայի և ոեկոմբինացիայի արագությունները իրար հավասար են, և հավելյալ լիցքերի բաշխումը հպման մակերևույթի երկու կողմերում մնում է անփոփոխ։ Կոնտակտային այս փոփոխությունները սխեմատիկորեն պատկերված են Նկ. 5.7-ում։ Սիլիցիումում կոնտակտային պոտենցիալների տարբերությունը մոտ 0.7 V է։



Նկ. 5.7. p-n կիսահաղորդչային կոնտակտի հարևանությամբ ազատ լիցքակիրների դիֆուզիայի շնորհիվ առաջանում է հակառակ նշանի լիցքերի կուտակում, մինչև որ հակառակ ուղղությամբ առաջացող էլեկտրական դաշտը համակշռում է դիֆուզիային (Sե´u https://www.electronicstutorials.ws/diode/diode_3.html):

Դիֆուզիոն դրական լիցքավորված շերտի հաստությունը ո-տիպի կիսահաղորդչում՝ պայմանավարված թ-տիպի կիսահաղորդչից եկած խոռոչներով և իրենց հեռացած էլեկտրոններով, նշանակենք d_n , իսկ թ-տիպի կիսահաղորդչում ՝ ո-տիպի կիսահաղորդչից եկած էլեկտրոններով և այդտեղից հեռացած խոռոչներով պայմանավորված բացասական լիցքավորված կոնտակտային շերտի հաստությունը նշանակենք d_p : Լիցքերի բաշխումները շերտերում համարենք համասեռ և համապատասխան խտությունները նշանակենք n_n և n_p : Համաձայն էլեկտրարաստատիկայի օրենքների՝ ε դիէլեկտրիկ թափանցելիության միջավայրում առկա էլեկտրական դաշտի φ պոտենցիալը միաչափ խնդրում բավարարում է Պուասոնի

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

հավասարմանը, որտեղ ρ –ն լիցքի խտությունն է, հավասար – en_n էլեկտրոնների և en_h խոռոչների համար, e-ն տարրական լիցքի մեծությունն է, ε_0 -ն՝ միավորների միջազգային համակարգի էլեկտրական հաստատունը։ Ուրեմն

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = \frac{e\,n_n}{\varepsilon\varepsilon_0} \tag{5.5u}$$

 $0 \le x \le d_n$ տիրույթում և

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = -\frac{e\,n_p}{\varepsilon\varepsilon_0} \tag{5.5p}$$

 $-d_p \le x \le 0$ տիրույթում։

Պոտենցիալի արժեքը լիցքավորված շերտի աջ եզրում համարենք զրո՝ $\varphi(x=d_n)=0$, իսկ ձախ եզրում նշանակենք $\varphi(x=-d_p)=V_k$ ։ Կարելի է ընդունել, որ $\varphi(x)$ -ը և նրա ածանցյալն անընդհատ են $x=-d_p,0,d_n$ եզրային կետերում։ $x=-d_p$ -ի և $x=d_n$ -ի եզրային պայմաններին բավարարող լուծումները կլինեն համապատասխանաբար

$$\varphi(x) = \frac{e n_n}{2\varepsilon \varepsilon_0} (d_n - x)^2$$
(5.6u)

և

$$\varphi(x) = V_{\rm k} - \frac{e n_{\rm p}}{2\varepsilon \varepsilon_0} (d_{\rm p} + x)^2 :$$
(5.6p)

Կոնտակտային x = 0 կետում (5.6ա, բ) լուծումների և դրանց ածանցյալների անընդհատության պայմանները դիտելով որպես հավասարումներ շերտերի d_n և d_p լայնությունների նկատմամբ, նրանց համար ստանում ենք

$$d_{\rm n} = \sqrt{\frac{2\varepsilon \varepsilon_0 n_{\rm p}}{e n_{\rm n} \left(n_{\rm n} + n_{\rm p}\right)} V_{\rm k}} , \quad d_{\rm p} = \sqrt{\frac{2\varepsilon \varepsilon_0 n_{\rm n}}{e n_{\rm p} \left(n_{\rm n} + n_{\rm p}\right)} V_{\rm k}} :$$

Շերտի ընդհանուր լայնությունը

$$d = d_{\rm n} + d_{\rm p} = \sqrt{\frac{2\varepsilon \varepsilon_0 \left(n_{\rm n} + n_{\rm p}\right)}{e n_{\rm n} n_{\rm p}}} V_{\rm k} : \qquad (15.6q)$$

Եթե, օրինակ, $n_{\rm n} = n_{\rm p} = 10^{15}$ ud $^{-3}$, $\mathcal{E} = 10$ և $V_{\rm k} = 1$ Վ, ապա p-n անցման լայնության համար ստանում ենք $d \approx 1.5 \cdot 10^{-4}$ ud բնութագրական արժեքը, ինչը ինֆրակարմիր տիրույթի լույսի ալիքի երկարության կարգի է։

Նկատենք, որ շերտերի հարաբերական հաստություններն ընդհանուր դեպքում նույնը չեն և էապես կախված են *n*_n և *n*_p լիցքակիրների կոնցենտրացիաների հարաբերությունից։ Փոքր կոնցենտրացիայով լիցքակրի անցումային շերտի լայնությունն ավելի մեծ է։

Կոնտակտային խնդիրներում հետևողական լինելու համար հարկ է հաշվի առնել նաև հենքային կիսահաղորդչի հաղորդական զոնայում փոքր քանակության էլեկտրոնների առկայությունը և վալենտական զոնայում փոքր քանակի խոռոչների առկայությունը։ Բյուրեղներում դաշտերի ազդեցության տակ դրանք ևս շարժվում և ներդրում են տալիս հավասարակշռության և բալանսի հավասարումներում։ Այդ դեպքում դոնորային և ակցեպտորային լիցքերը կոչվում են հիմնական հոսանքակիրներ, իսկ նրանց առաջացրած հոսանքները՝ հիմնական հոսանքներ, իսկ հենքային կիսահաղորդչի շարժունակ լիցքերը կոչվում են ոչ հիմնական հոսանքակիրներ, իսկ համապատասխան հոսանքները՝ ոչ հիմնական հոսանքներ։ Կիսահաղորդչային կոնտակտի հավասարակշռության վի*մ*ակը, օրինակ, կարող է ներկայացվել երկու հիմնական և երկու ոչ

Էլեկտրական դաշտի (պոտենցիալների տարբերության, լիցքերի բաշխման) առկայությունը կոնտակտային տիրույթում էապես փոխում է կոնտակտային տարրի արձագանքն արտաքին կիրառված լարումների նկատմամբ, և դա առաջին հերթին վերաբերում է կիրառված լարման ուղղությանը։ Եթե ո-տիպի կիսահաղորդչին միացվում է արտաքին հոսանքաղբյուրի դրական լիցքի սեղմակը և թ-տիպի կիսահաղորդչին՝ բացասական սեղմակը (Նկ. 5.8 ա), ապա աղբյուրի էլեկտրական դաշտն ուղղված է լինում կոնտակտային դաշտի ուղղությամբ և ուժեղացնում է այն։ Հիմա դիֆուզիան, տեղի ունենալով ավելի հաստ շերտից, ուժեղանում է, մինչև որ համակշռում է դաշտի ազդեցությանը և արգելափակում էլեկտրական լիցքերի հետագա հոսքը։ Էլեմենտը փակվում է հոսանքի համար։

Եթե հոսանքաղբյուրը թ-ո կոնտակտին միացվում է մյուս հնարավոր հերթականությամբ, ինչպես ցույց է տրված Նկ. 5.8 բ-ում, ապա էլեմենտի ներսում էլեկտրական դաշտը թուլանում և վերանում է։ Աղբյուրի ազդեցության տակ կոնտակտով, որպես սովորական հաղորդիչով, հոսում է էլեկտրական հոսանք։ Արդյունքում՝ թ-ո կիսահաղորդչային կոնտակտն օժտվում է միակողմանի հաղորդականությամբ։ Այն դիոդ է և օգտագործվում է, օրինակ, փոփոխական հոսանքի ուղղման համար։



Նկ. 5.8 ա. ո-р կիսահաղորդչային կոնտակտի վարքը արտաքին հոսանքի աղբյուրին ա) հակառակ և բ) ուղիղ միացնելիս (Տե՛ս https://www.electronics-tutorials.ws/diode/diode_3.html):

p-n անցման վոլտ-ամպերային բնութագիծը բերված է Նկ. 5.9-ում։ Լարման աղբյուրին ուղիղ միացման (դրական սեղմակը` p-ին, բացասականը` n-ին) հոսանքի ուժի մեծացման չափը, կախված Uլարումից և Tջերմաստիձանից, որոշվում է



Նկ. 5.9. n-p կիսահաղորդչային կոնտակտի վпլտ-ամպերային բնութագիծը։ Դիոդի «փակ» վիճակում հոսանքի ուժը զրո չէ, սակայն փոքր է և մեծանում է ջերմաստիճանի աճին զուգընթաց (Տե՛ս Физика твердого тела, под редакцией И.К. Верещагина, Москва, Высшая школа, 2001, Рис. 6.3):

$$I = I_{saturation} \left(exp \left(\frac{eU}{k_B T} \right) - 1 \right)$$

բանաձևով, որտեղ $I_{saturation}$ հագեցման կոչվող հոսանքը փոքր է և համեմատական է էկեկտրոնխոռոչ զույգերի գեներացման արագությանը և դրանց դիֆուզիոն երկարությունների գումարին։ Հարման աղբյուրի հակառակ միացման հոսանքի համար կարելի է օգտվել վերին բանաձևից՝ նրանում փոխելով U-ի նշանը։



§ 6. Ռեզոնանսային թունելային դիոդ։ Լուսադիոդ

Թունելային դիոդ։ Կիսահաղորդչային դիոդի զուգորդումը քվանտային ռեզոնանսային թունելացման երևույթի հետ է բերում որակապես նոր օրինաչափություն՝ *N*–աձև վոլտ-ամպերային բնութագրի, որի բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության նեղ տեղամասն օժտված է լինում փոքր (10⁻¹³ վրկ կարգի) իներտությամբ։ Այդ պատձառով ռեզոնանսային թունելային դիոդը հետաքրքրություն է ներկայացնում տերահերցային դիապազոնի արագագործ սարքերի և թվային էլեմենտների պատրաստման համար։

Պոտենցիալային տեղամասի ամբողջական (ռեզոնանսային) թունելացում առաջանում է փոքր քվանտային թափանցելիության առնվազն երկու պոտենցիալային արգելքներից բաղկացած համակարգի դեպքում, ինչպես մանրամասն քննարկվել է § 2-ում։ Այն տեղի էր ունենում միայն որոշակի էներգիաների դեպքում, այնպիսիների, որոնք հավասար կամ շատ մոտ էին երկու արգելքներով կազմված պոտենցիալային հորում ձևավորված կապված վիձակների էներգետիկ մակարդակներին։ Քանի որ քվանտային էլեկտրոնիկայի խնդիրներում պոտենցիալային արգելքները ձևավորվում են կոնկրետ (հիմնականում կիսահաղորդչային) նյութերի բարակ թաղանթներով, ապա այստեղ անընդհատ վարիացիաների հնարավորությունները խիստ սուղ են։ Առաջին իսկ E_0 էներգետիկ մակարդակը բարձր է պոտենցիալային հորի հատակից, ինչպես պատկերված է Նկ. 6.1 a-ում։ Եվ ուրեմն, թունելացման ռեզոնանսային կախվածությունն ի հայտ բերելու համար, ինչն ի վերջո պատձառ է դառնում վոլտ-ամպերային բնութագծում բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության տեղամասի առաջացման, հարկ կլինի օգտագործել համեմատաբար մեծ հոսանքի ուժեր (արտաքին լարումներ) և նաև փոփոխել ու գրանցել դրանց բավարար զգայնությամբ։



Նկ. 6.1. Կրկնակի արգելքի ռեզոնանսային թունելային դիոդի հաղորդական գոտիների պրոֆիլները երկու տարբեր վիձակներում՝ զրոյական և ռեզոնանսային (Sե´u Mizuta H., Tanoue T., The Physics and Applications of Resonant Tunnelling Diodes, Cambridge University Press, 481995, Fig. 2.1):

Ակնհայտ է դրանց, հատկապես առաջինի, կիրառական ոչ նպատակահարմարությունը։ Ռեզոնանսային վարքագծի ստացման համար իրականում գնում են այլ, քիչ ծախսատար և առավել կայունություն ապահովող ձանապարհով՝ սահուն փոփոխման հնարավորությամբ հաստատուն լարում կիրառելով միայն կիսահաղորդչային շերտերի նկատմամբ։ Դրա ազդեցությամբ անհամասեռ պոտենցիալի տիրույթում գումար պոտենցիալը գծային օրենքով թեքվում է ներքև՝ մոտեցնելով հորի էներգետիկ մակարդակը մասնիկի՝ տվյալ հոսանքի ուժին (արտաքին լարմանը) համապատասխանող էներգիայի արժեքին, ինչպես պատկերված է Նկ. 6.1b-ում։ Կիսահաղորդչային դիոդով անցնող հոսանքի ուժի կախումը եռաշերտ պոտենցիալային տիրույթի նկատմամբ կիրառված լարումից՝ ռեզոնանսային թունելային դիոդի վոլտ-ամպերային բնութագիծը, որակապես պատկերված է Նկ. 6.2-ում։

Հարման բացակայության դեպքում հոսանքի ուժը զրո է։ Հարման մեծացմանը զուգընթաց էլեկտրոնների հոսքը էմիթր կոչվող ձախակողմյան շերտից կոլեկտր կոչվող աջակողմյան շերտ աստիձանաբար մեծանում է՝ առավելագույն արժեքի հասնելով ռեզոնանսային պայմանին բավարարող արժեքի դեպքում։ Հարման հետագա մեծացման դեպքում թունելային հոսանքը կտրուկ ընկնում է՝ ստեղծելով բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության տիրույթը (Տե՛ս Նկ. 6.2)։



Ul. 6.2. (St u Moulin N., Amara M., et al. J. Appl. Phys., 126, 033105 (2019), Fig. 3a):

Ավելի բարձր էներգիաներով ռեզոնանսային մակարդակների գոյությունը (Նկ. 6.1a,b-ում դրանք պատկերված չեն) բերում է հոսանքի ուժի մեծացման լարման արժեքների հետագա մեծացման դեպքում մինչն նոր ռեզոնանսի առաջացումը հոսանքի ուժի կտրուկ անկումով և այսպես շարունակ։ Այսպիսով, կարելի է դիտել հոսանքի ուժի օսցիլյացիաներ, որի մաքսիմումների միջն եղած հեռավորությունը կլինի համեմատական հորում էներգետիկ մակարդակների միջն եղած հեռավորությանը։

Հակիրձ կանգ առնենք ռեզոնանսային կախվածությունների, ուրեմն նաև դիֆերենցիալ բացասական դիմադրությունների տեղամասերի առաջացման օրինաչափությունների վրա անհամասեռ տեղամասի վրա լարման բացակայության, այսինքն՝ Նկ. 6.1a-ի, դեպքում։ Քանի որ արգելքներն ունենում են վերջավոր բարձրություններ, ապա լիցքակիր-էլեկտրոններն ամբողջությամբ չեն լոկալիզացված լինում պոտենցիալային հորում, և ձևավորվում են ոչ թե առանձնացված էներգետիկ մակարդակներ, այլ սուր մաքսիմումներով սպեկտրալ բաշխումներ, որոնց ընդունված է անվանել քվազիմակարդակներ։ Դրանց լայնությունները կարելի է հաշվել $DE_n \gg \hbar/t_n$ բանաձևով, որտեղ

$$t_{n} = \frac{1}{n_{n}} \frac{4}{\left|t_{1}\right|^{2} + \left|t_{2}\right|^{2}}$$
(6.1)

t _n -ը *n* -րդ քվազիմակարդակի կյանքի տևողությունն է, t_{1,2} -ը՝ 1 և 2 արգելքների անցման հավանականային ամպլիտուդները, n_n -ը՝ հորի երկու պատերի միջև դասական շարժման հաձախությունը։

Կրկնակի պոտենցիալային արգելքի համար նախկինում դուրս բերված (2.4) բանաձևն առանձին արգելքների t_{1,2} թունելացման ամպլիտուդներով գրելիս ստանում է

$$\left| t \right|^{2} = \frac{4 \left| t_{1} t_{2} \right|^{2}}{\left(\left| t_{1} \right|^{2} + \left| t_{2} \right|^{2} \right)^{2}} \frac{\hbar^{2} / t_{n}^{2}}{\left(E - E_{n} \right)^{2} + \hbar^{2} / t_{n}^{2}} :$$
(6.2)

Քվանտային թունելացումն առավելագույնն է՝ $|t|^2_{max} = 1$, եթե բավարարված է ռեզոնանսի *E* - *E*_n պայմանը և պոտենցիալային հորը ձևավորող պոտենցիալային արգելքների թափանցելիություններն իրար հավասար են՝ $|t_1|^2 = |t_2|^2$ ։ Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքների բարձրությունները, ինչպես տեսնում ենք (6.2) բանաձևից, գործնականում չեն ազդում ռեզոնանսների տեղերի վրա, սակայն արագորեն փոքրացնում են դրանց D E_n լայնություններն ու դրանով իսկ՝ դիֆերենցիալ բացասական դիմադրությունների տեղամասերի լայնությունները։

Այս ընդհանուր բնույթի հետևությունները թույլ են տալիս որակապես հասկանալու նաև՝ ինչ է սպասվում V = 0 դեպքից $V^{+} 0$ դեպքին անցնելիս։ Արտաքին էլեկտրական դաշտի ազդեցությամբ արգելքների ձևը և տվյալ էներգիայից վերև մասի բարձրությունը փոխվում են այնպես (Նկ. 6.1b), որ ընդհանուր թափանցելիության $|t|^2$ գործակիցը փոքրանում է համաձայն (6.2) բանաձևի։ Առավելագույն թափանցելիության վերականգնման պարզ դեղատոմսը պոտենցիալային արգելքներից մեկի կամ երկուսի բարձրության կամ լայնության այնպիսի փոփոխությունն է, որ կիրառված պոտենցիալի տվյալ արժեքի դեպքում երկու արգելքների թափանցելիությունները նորից իրար հավասարվեն՝ առավելագույն դարձնելով համակարգի ընդհանուր թափանցելիությունը։ Դա կարող է լինել, օրինակ, երկրորդի՝ V-ին համեմատական չափով բարձրացումը։

Ռեզոնանսային թունելային դիոդի աշխատանքային բնութագրերը որոշող վոլտ-ամպերային բնութագծի հիմնական պարամետրերն են հոսանքի մաքսիմալ և մինիմալ (ընկնող տեղամասից հետո) արժեքների հարաբերությունը և բացասական դիֆերենցիալ հաղորդականության առավելագույն արժեքը։ Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ առաջինը համեմատական է քվազիէներգիայի լայնությանը, իսկ երկրորդը համարյա անտարբեր է այդ լայնության նկատմամբ։

Թունելային դիոդի Նկ. 6.2-ում ներկայացված բնութագրական վարքն իրականում որոշվում է երեք հաղորդականության մեխանիզմների միաժամանակյա գործողությամբ։

Դրանց վոլտ-ամպերային բնութագրերը պատկերված են Նկ. 6.3-ում։



- Նորմալ կամ դիֆուզիոն հոսանք (Diffusion Current՝ նկարում), ինչը հոսանքն է ի հաշիվ կոնտակտի p-ո կիսահաղորդչային բնույթի (Տե՛ս նախորդ՝ 5-րդ պարագրաֆը),
- *թունելային հոսանք* (Tunnel Current՝ նկարում), ինչը քվանտային թունելացման երևույթով պայմանավորված հոսանքն է, և
- *հավելյալ հոսանք* (Excess Current` նկարում), ինչը էներգիայի արգելված գոտիներում, ասենք՝ ծավալային կողմնակի խառնուրդային վիձակների առկայությամբ պայմանավորված հոսանք է։ Հիմնականում սրա հաշվին է, որ արդյունարար գրաֆիկի գոգավորության տիրույթում հոսանքի ուժը չի իջնում մինչն զրո։

Թունելային դիոդում այս բաղադրիչները վերադրվում են տալու Նկ. 6.2-ում բերված բնութագրիչ կորը։ Ռեզոնանսային թունելային դիոդները պատրաստվում են գերմանիումից (Ge), գալիումի արսենիդից (GaAs) և սիլիցիումից (Si)։ Ներքևի աղյուսակում բերված են դրանցից պատրաստված թունելային դիոդի բնութագրիչ պարամետրերը, նշված Նկ. 6.2-ում։

| Թունելային դիոդի պարամետրերը տարբեր նյութերի համար | | | | | |
|--|------------|------------------|-----------|--|--|
| Պարամետր | Գերմանիում | Գալիումի արսենիդ | Սիլիցիում | | |
| $V_{\rm pe}~({\rm mV})$ | 40-70 | 90-120 | 80-100 | | |
| $V_{\rm v}~({\rm mV})$ | 270-350 | 450-600 | 400-500 | | |
| $I_{\rm pe}/I_{\rm v}$ | 10-15 | 10-20 | 3-5 | | |

Աղյուսակից տեսնում ենք, որ սիլիցիումի դեպքում I_{pe} / I_v հոսանքների հարաբերությունը շատ փոքրանում է, ինչը նշանակում է, որ այն սովորական իրավիձակներում լավագույն ընտրությունը չէ թունելային դիոդի պատրաստման համար։

Թունելային դիոդում, ի համեմատ սովորական դիոդների, խառնուրդների կոնցենտրացիան երեք կարգով ավելի բարձր է։ Արդյունքում փոքր է միջանկյալ շերտի լայնությունը՝ հնարավորություն տալով քվանտային թունելացման երևույթին ի հայտ բերելու իրեն և դառնալու հաղորդականության առաջնային մեխանիզմը։

Ներքևի նկարում բերված է ռեզոնանսային թունելային դիոդի փորձարարական հետազոտման բնութագրական սխեման։ Պատկերված ստրուկտուրան ստացվել է շերտերը մոլեկուլային էպիտաքսիայի մեթոդով նստեցնելով GaAs-ի ո-տիպի պլատայի վրա։ Պոտենցիալային արգելքներից դուրս սիլիցիումային դոնորների կոնցենտրացիան GaAs-ում կազմում է $n_{D1} = n_{D3} = 10^{18}$ ud⁻³, իսկ պոտենցիալային հորը ձևավորվել է GaAs-ի հորային տեղամասի կենտրոնական 10%-ի մասում՝ խառնուրդի կոնցենտրացիան իջեցնելով մինչև $n_{D2} = 10^{17}$ ud⁻³: Էներգետիկ զոնայի լայնությունը էլեկտրոնի համար շատ անգամ փոքր է k_BT -ից սենյակային ջերմաստիձաններում։ Արգելքային Ga_{1- x}Al_xAs-ի երկու շերտերը զուրկ են խառնուրդներից և ենթադրվում են կիսամեկուսիչներ։



Ul. 6.4. (St u T.C.L. G. Sollner, W. D. Goodhue et al., Appl. Phys. Lett. 43, 588 (1983), Fig. 1):

Al -ի կոնցենտրացիան չափվել է նույն պայմաններում աձեցված ավելի հաստ նմուշները էլեկտրոններով ոմբահարելու ժամանակ ինդուկցված ոենտգենյան ձառագայթման վերլուծությունից։ Չափումների արդյունքներով x = 0.25 - 0.3, իսկ համապատասխան պոտենցիալային արգելքների բարձրությունը՝ DE = 0.23 էՎ։ Պոտենցիալային արգելքների $W_{1,3}$ և հորի W_2 լայնությունները նույնն են և հավասար 50Å-ի ։ Ստացված վոլտ-ամպերային բնութագիծը երեք որակապես տարբեր ջերմաստիձաններում բերված է Նկ. 6.5-ում։ Ինչպես տեսնում ենք, բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության տեղամաս ձևավորվում է ազոտային և դրանից ցածր ջերմաստիձաններում։ Հետագա տարիներին շատ ջանքեր են գործադրվել այն մինչև սենյակային ջերմաստիձաններ հասցնելու համար։



Ul. 6.5. (St u T.C.L. G. Sollner, W. D. Goodhue et al., Appl. Phys. Lett. 43, 588 (1983), Fig. 2):

Թունելային դիոդը ներկայումս օգտագործվում է ուժեղացնելու և գրանցելու համար թույլ բարձրհաձախային (գեգահերց և ավելի) տատանումները՝ աշխատելով մեկ վոլտից փոքր լարումների տիրույթում։ Ճիշտ է, ի սկզբանե ձևավորված սպասումներն այստեղ արագորեն սեղմվեցին այլ կիսահաղորդչային տարրերի, ինչպիսին է IMPATT դիոդը, հայտնաբերմամբ և տեխնոլոգիական լուծումների ներկայացմամբ։ Թունելային դիոները, ի հավելումն, օգտագործվում են գերարագ էլեկտրական իմպուլսների ծրագրերում (հաշվիչ մեքենաների թվային տրամաբանական շղթաներում), բջջային միկրոալիքային սարքերում, 300 ՄՀց-ից բարձր հա*մ*ախությունների ազդանշանների լայնաշերտ ուժեղացման սարքերում և այլն։

Այս դիոդի կարևոր առավելություններից է այն, որ կայուն է մագնիսական դաշտերի, բարձր ջերմաստիձանների և ռադիոակտիվության նկատմամբ։ Դրա արդյունքում հնարավորություն է ստանում կիրառությունների ռազմական սարքաշինությունում, որոնցից առավել կարևոր են աերոտիեզերական ռադարային և ապարատային միջոցները։ Դիոդի մյուս առավելությունը նրա ցածր գինն է, աշխատանքային աղմուկի և էներգիայի կորուստի ցածր մակարդակը, օգտագործման հուսալիությունը՝ երբ պարամետրերը երկար ժամանակ կայուն են մնում, անկախ այն բանից՝ օգտագործվում են, թե ոչ։



Հուսադիոդ։ Լուսադիոդում, ի տարբերություն շիկացման կամ լյումինեսցենտային լամպերի, էլեկտրական հոսանքն անմիջական ձևափոխվում է լուսային ձառագայթման։ Տեսականորեն դա կարող է իրականացվել համարյա առանց կորուստների։ Լուսադիոդը շատ քիչ է տաքանում, ինչն այն դարձնում է անփոխարինելի որոշ կիրառություններում։ Գույնը, ի հաշիվ նեղ ձառագայթման սպեկտրի, մաքուր է, ինչը նշանակում է նաև տեսանելի տիրույթում աշխատող լուսադիոդների համար ինֆրակարմիր և ուլտրամանուշակագույն տեղամասերի իսպառ բացակայություն։ Լուսադիոդը մեխանիկորեն ամուր է, բացառիկ հուսալի, իսկ ծառայության ժամկետը հարյուրապատիկ գերազանցում է շիկացման լամպերի և տասնապատիկ՝ լյումինեսցենցիոն լամպերի ծառայության ժամկետները։ Եվ վերջինը, այն ցածր՝ մի քանի վոլտ լարումների սարք է՝ դրանից բխող էներգետիկ և անվտանգության չափանիշերով։

Ինչպես նշվել է նախորդ պարագրաֆում, p-ո կիսահաղորդչային կոնտակտում, առանց հոսանքի աղբյուրին միացման, տեղի է ունենում հետևյալը։ p-տիպի կիսահաղորդիչ դիֆուզիայի արդյունքում ներթափանցում են էլեկտրոններ, որոնք ռեկոմբինացվում են այդտեղ եղած խոռոչների հետ, իսկ ո-տիպի կիսահաղորդիչ դիֆուզվում են խոռոչները և վերամիավորվում են այդտեղ եղած էլեկտրոնների հետ։ Ռեկոմբինացիայի պրոցեսները, սակայն, չեն ազդում լիցքերի բաշխման խտությունների վրա, և դիֆուզված լիցքերի չափով հպման մակերևույթի երկու կողմերում նեղ շերտերի տեսքով կուտակվում են հակառակ նշանի լիցքեր՝ բացասական՝ p-տիպի կիսահաղորդչային շերտում, և դրական՝ ո-տիպի կիսահաղորդչային շերտում (Տե՛ս Նկ. 5.7)։ Կուտակված լիցքերի մեծությունը հասնում է այնպիսի արժեքի, որի դեպքում նրանց ստեղծած էլեկտրական դաշտը դիֆուզիոն հոսքերը կանգնեցնում է դեպի կոնտակտային շերտ։ Կարգավորված շարժումները p-ո կոնտակտում բացակայում են։

p-ո կոնտակտը հոսանքի աղբյուրին ուղիղ միացնելիս արտաքին լարումը ստեղծում է էլեկտրոնների և խոռոչների կարգավորված հոսքեր, որոնք իրար են հանդիպում հպման մակերևույթի շուրջ, երկու կողմերում (Նկ. 6.6, վերևի պատկերը), որին անվանում են ակտիվ գոտի։ Էլեկտրոնները, գտնվելով հաղորդական զոնայում, օժտված են ավելի մեծ էներգիայով, քան խոռոչները, որոնք գտնվում են վալենտական զոնայում։ Ռեկոմբինացիայի դեպքում այդ էներգիաների տարբերությունը Ճառագայթվում է ֆոտոնների տեսքով (Նկ. 6.6, ներքևի պատկերը)։ Դիոդը լուսարձակում է։



Ul. 6.6. (St и Электроны и дырки. <u>https://led-displays.ru/led_5.html</u>):

Ֆոտոնների ձառագայթման ավելի մանրամասն սխեման պատկերված է Նկ. 6.7-ում։ Էլեկտրոնի և խոռոչի էֆեկտիվ զանգվածների տարբերության շնորհիվ ($m_{\rm h} > m_{\rm e}$) հաղորդակա-

նության և վալենտային զոնաներում դիսպերսիոն առնչությունը քառակուսային է տարբեր փռվածքներով։ Ռեկոմբինացիոն Ճառագայթային անցումներ կարող են տեղի ունենալ հաղորդական զոնայի տարբեր էներգիաներով (քվազիիմպուլսներով) վիՃակներից։



Ul. 6.7. (St u Schubert E.F., Light-emitting diods, Cambridge, 2006, Fig. 5.1):

Մինիմալ n_1 հաձախությամբ ֆոտոններ առաջանում են հաղորդականության զոնայի E_c ամենափոքր էներգիայով վիձակից վալենտական զոնայի E_v առավել բարձր վիձակ անցման դեպքում։ Քվազիիմպուլսների առանցքով կենտրոնից հեռանալիս ձառագայթված ֆոտոնի

$$\nu_{2} = \frac{1}{\hbar} \left(E_{c} + \frac{\hbar^{2}k^{2}}{2m_{e}^{*}} - E_{v} + \frac{\hbar^{2}k^{2}}{2m_{h}^{*}} \right)$$

հաձախությունը, որտեղ m_e^* -ն և m_e^* -ն համապատասխանաբար էլեկտրոնի և խոռոչի բերված զանգվածներն են, մեծանում է։

Տվյալ հաձախության վրա ձառագայթման ինտենսիվությունը (ֆոտոնների թիվը) պայմանավորվում է երկու գործոններով, որոնցից են վերին հաղորդական զոնայում էներգետիկ մակարդակի անվերջ նեղ տիրույթում վիձակների խտությունը և դրանց բնակեցված լինելու աստիձանը։ Վիձակագրական ֆիզիկայի դասընթացից հայտնի է, որ առաջինը համեմատական է $(E - E_g)^{1/2}$ քառակուսի արմատին, երկրորդը՝ Բոլցմանի էքսպոնենցիալ e^{- E/k}^{BT} արտադրիչին։ Դրանց միջոցով էլեմենտի սպեկտրալ լուսատվության կորի ստացումը մեկնաբանված է Նկ. 6.8ում։

Մպեկտրի տեսանելի տիրույթում հայտնվելու համար անհրաժեշտ է, որ վալենտական և հաղորդական զոնաների միջև արգելված զոնայի լայնությունը p-ո կոնտակտի ակտիվ գոտում մոտ լինի տեսանելի տիրույթի լուսային քվանտի էներգիային։



Ul. 6.8. (St u Schubert E.F., Light-emitting diods, Cambridge, 2006, Fig. 5.2):

Երկրորդը, որ էլեկտրոն-խոռոչ զույգի ռեկոմբինացիայի դեպքում լուսային Ճառագայթման հավանականությունը պետք է բարձր լինի, ինչի համար կիսահաղորդչային բյուրեղը պետք է պարունակի քիչ դեֆեկտներ, որոնց պատՃառով ռեկոմբինացիան ընթանում է առանց Ճառագայթման։ Այս պայմանների իրականացումն այս կամ այն չափով ինքնահակասական է, և դրա հաղթահարման ընդունված մոտեցումը ոչ մեկ, այլ բազմաշերտ կիսահաղորդչային կառուցվածքների, այսպես կոչված, հետերոստրուկտուրաների պատրաստումն է։

Նկ. 6.8-ում բերված սպեկտրալ կորի լայնությունը բավականին փոքր է լինում տեսանելի սպեկտրի լայնության նկատմամբ, այնպես որ յուրաքանչյուր լուսադիոդ Ճառագայթում է գունային որոշ տիրույթում։ Գունային տարբեր տիրույթներում Ճառագայթող կիսահաղորդչային p-ո կոնտակտների վոլտ-ամպերային բնութագրերը տարբեր են, ինչպես պատկերված է Նկ. 6.9ում։ Այն ցույց է տալիս բնական օրինաչափություն՝ ֆոտոնի ավելի բարձր էներգիա (հաՃախություն) ունեցեղ գույներ ստանալու համար պահանջում են ավելի մեծ լարումներ։



Աղյուսակն ամփոփում է լուսադիոդի բնութագրիչները։

| Ալիքի | Գույնը | Հարումը (20 | Նյութը | |
|---------------|--------------|-------------|------------------------------------|--|
| երկարության | | մԱ հոսանքի | | |
| տիրույթը (նմ) | | համար) | | |
| < 400 | Ուլտրամանու- | 3.1-4.4 | Ալյումինում նիտրատ (AlN) | |
| | շակագույն | | Ալյումինում գալիում նիտրատ (AlGaN) | |

| | | | Ալյումինում գալիում ինդիում նիտրատ (AlGaInN) | |
|---------|-------------|---------|---|--|
| 400-450 | Մանուշակա- | 2.8-4.0 | Ինդիում գալիում նիտրատ (InGaN) | |
| | գույն | | | |
| 450-500 | Կապույտ | 2.5-3.7 | Ինդիում գալիում նիտրատ (InGaN) | |
| | | | Միլիցիում կարբիդ (SiC) | |
| 500-570 | Կանաչ | 1.9-4.0 | Գալիում ֆոսֆիդ (GaAsP) | |
| | | | Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP) | |
| 570-590 | Դեղին | 2.1-2.2 | Գալիում արսենիդ ֆոսֆիդ (GaAsP) | |
| | | | Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP); | |
| | | | Գալիում ֆոսֆիդ (GaP) | |
| 590-610 | Նարնջագույն | 2.0-2.1 | Գալիում արսենիդ ֆոսֆիդ (GaIsP) | |
| | | | Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP) | |
| | | | Գալիում ֆոսֆիդ (GaP) | |
| 610-760 | Կարմիր | 1.6-2.0 | Ալյումինում գալիում արսենիդ (AlGaAs) | |
| | | | Գալիում արսենիդ ֆոսֆիդ (GaAsP) | |
| | | | Ալյումինում գալիում ինդիում ֆոսֆիդ (AlGaInP) | |
| | | | Գալիում ֆոսֆիդ (GaP) | |
| > 760 | Ինֆրակարմիր | < 1.9 | Գալիում արսենիդ (GaAs) | |
| | | | Ալյումինում գալիում արսենիդ (AlGaAs) | |

Լուսադիոդի աշխատանքային էֆեկտիվության բարձրացումն ըստ էության նշանակում Ճառագայթմամբ ուղեկցվող անցումների է մաքսիմիզացում ոչ Ճառագայթումների նկատմամբ։ Այն կարող է սահմանվել նաև որպես նյութական համակարգի ներքին քվանտային էֆեկտիվություն։ Նյութի ընտրությունը լուսադիոդի պատրաստման համար հենվում է կիսահաղորդչի զոնային կառուցվածքը և այն միջոցները հասկանալու վրա, որոնց միջոցով կարող են ընտրվել կամ ղեկավարվել էներգետիկ մակարդակները քվանտային էֆեկտիվության բարենպաստ մեծություն ձևավորելու համար։ Դրա արդյունքում հնարավոր է լինում ստանալ 1-ից մինչև մոտ 100 տոկոս քվանտային էֆեկտիվություններ։

Կիսահաղորդչի Ճառագայթային կյանքի տևողությունը մեծապես կախված է նրանից, թե արդյո՞ք Ճառագայթային ռեկոմբինացիան ի հայտ է գալիս մինչև ոչ Ճառագայթայինը։ Կիսահաղորդիչները մեծամասամբ ունենում են իրար նման վալենտական գոտու կառուցվածք՝ պարզ մաքսիմումով, ուղղորդված բյուրեղաչափական որոշակի ուղղությամբ (Նկ. 6.10)։ Հաղորդական գոտին, սակայն, ունենում է անհամեմատ բարդ կառուցվածք։ Այստեղ առկա են էներգիական հովիտներ և էլեկտրոնները, որոնք զբաղեցնում են փոքրագույն էներգիաներով հովիտը, հեշտորեն ռեկոմբինացվում են միայն վալենտական գոտու փոքր թվով լիցքակիրների (խոռոչների) հետ։



Նկ. 6.10. Ուղղակի օպտիկական անցում և անուղղակի օպտիկական անցումներ վալենտային և հաղորդականության գոտիների միջև։ Անուղղակի անցումը ներառում է կլանման կամ մառագայթման մի ֆոնոն ћա_{թh} էներգիայի։

Ավելի ամփոփ լինելու համար նկատենք, որ կիսահաղորդիչները դասակարգվում են որպես *ուղիղ* և *ոչ ուղիղ*՝ կախված հաղորդական գոտու մինիմալ էներգիաներով հովտի և վալենտական գոտու էներգետիկ բարձունքի փոխադարձ դիրքից։ Ուղիղ կիսահաղորդչում էլեկտրոնները և խոռոչները տեղակայված են (քվազի)իմպուլսի նույն արժեքի վրա, և քանի որ ռեկոմբինացիան ընթանում է իմպուլսի պահպանման օրենքի զուգակցմամբ, ապա տեղի է ունենում համեմատաբար հեշտ և ուրեմն արագ։ Ոչ ուղիղ կիսահաղորդչում անցումների մեծամասնությունն արգելված է, իսկ կյանքի արդյունարար տևողությունը (ռեկոմբինացիայի ժամանակը)՝ երկար։

Ոչ ուղիղ կիսահաղորդիչների օրինակներ են սիլիցիումը և գերմանիումը։ Այսպիսի նյութերում Ճառագայթային կյանքի տևողությունն ընկած է վայրկյանների տիրույթում և համարյա բոլոր ինժեկտված լիցքակիրները միավորվում են բյուրեղային դեֆեկտների վրա ոչ Ճառագայթային ձևերով։ Ուղիղ կիսահաղորդիչներում, ինչպիսիք են գալիում նիտրատը և գալիում արսենիդը, Ճառագայթային կյանքի տևողությունները 1-ից մինչև 100 նանո վայրկյան են։ Արդյունքում, գալիում նիտրատային լուսադիոդի քվանտային էֆեկտիվությունը մոտ 12% է՝ համեմատած սիլիցիում կարբիդի լուսադիոդի 0.02%-ի հետ։

p-ո անցման երկայնքով ինժեկտված լիցքակիրների Ճառագայթային ռեկոմբինացիայի արդյունքում արձակված լույսի ալիքի երկարությունը (և գույնը) որոշվում են ռեկոմբինացվող վալենտական և հաղորդական զոնաների էլեկտրոն-խոռոչ զույգի էներգիաների տարբերությամբ։ Դրանք մոտավորապես հաղորդական զոնայի մինիմալ և վալենտական զոնայի մաքսիմալ էներգիաներն են։ Համապատասխանաբար, Ճառագայթված ֆոտոնի λ ալիքի երկարությունը մոտարկվում է

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar c}{E_{\rm bg}}$$

բանաձևով, որտեղ $E_{\rm bg}$ -ն արգելված զոնայի (band gap) էներգետիկ լայնությունն է։ Ալիքի երկարությունը փոխելու համար պետք է փոխել օգտագործվող կիսահաղորդչային նյութի արգելված գոտու լայնությունը։ Այդպիսի հնարավորությունը քննարկենք գալիում արսենիդի օրինակի վրա։ Նրա արգելված գոտու լայնությունը մոտավորապես 1.4 էլեկտրոն-վոլտ է, ինչին

համապատասխանում է 900 նանոմետր ալիքի երկարության ինֆրակարմիր Ճառագայթում։ Ճառագայթման համախությունը մեծացնելու և տեսանելի կարմիր տիրույթ (մոտ 650 նանոմետր) տեղափոխելու համար արգելված գոտին պետք է լայնացվի մինչև մոտավորապես 1.9 էլեկտրոնվոլտ։ Դրան կարելի է հասնել գալիում արսենիդը խառնելով ավելի լայն արգելված գոտի ունեցող համատեղելի նյութի հետ։ 2.3 էլեկտրոն-վոլտ լայնության արգելված գոտով գալիումի ֆոսֆատն այդ նպատակի համար առավել ցանկալի թեկնածուն է։ GaAsP (գալիում արսենիդ ֆոսֆատ)-ի հենքի վրա արտադրված լուսադիոդներ կարող են ծածկել արգելված գոտու լայնության 1.4-ից մինչև 2.3 էլեկտրոն-վոլտ լրիվ դիապազոնը, արսենիդի և ընտրելով ֆոսֆորի համապատասխան համամասնության ընտրությամբ։

Աղյուսակում բերված են ներկայումս արտադրվող լուսադիոդները իրենց Ճառայթման գունավորմամբ, ալիքի երկարությամբ և համապատասխան կիսահաղորդչային կազմությամբ։ Նկատենք, որ առաջին լուսադիոդներն արտադրվել են 1960-ականներին և բուռն զարգացում ապրել 1980-ականներին։ Ներկա էտապում հիմնական հետազոտական ջանքերն ուղղված են էֆեկտիվության և լուստվության բարձրացմանը։

Կապույտ պայծառ լուսադիոդների իրականացումից հետո, համապատասխան համամասնություններվ օգտագործելով արդեն առկա կարմիր և կանաչ Ճառագայթման

| - | | | | | | |
|----------------------|---------------------|-----------------|--|--|--|--|
| Գույնը | Ալիքի երկարությունը | Կիսահաղորդչային | | | | |
| | (նանոմետրեր) | կազմությունը | | | | |
| Ինֆրակարմիր | 880 | GaAlAs/GaAs | | | | |
| Ուլտրակարմիր | 660 | GaAlAs/GaAlAs | | | | |
| Գերկարմիր | 633 | AlGaInP | | | | |
| Գերնարնջագույն | 612 | AlGaInP | | | | |
| Նարնջագույն | 605 | GaAsP/GaP | | | | |
| Դեղին | 585 | GaAsP/GaP | | | | |
| Հրաշեկ սպիտակ | 4500K | InGaN/SiC | | | | |
| Գունատ սպիտակ | 6500K | GaAlAs/GaAs | | | | |
| Պաղ սպիտակ | 8000K | GaAlAs/GaAlAs | | | | |
| Անխառն կանաչ | 555 | AlGaInP | | | | |
| Գերկապույտ | 470 | AlGaInP | | | | |
| Կապտամանուշակագույն | 430 | GaAsP/GaP | | | | |
| Ուլտրամանուշակագույն | 395 | GaAsP/GaP | | | | |

Հուսադիոդների գունային երանգները

Լուսադիոդները, հնարավոր է դարձել տեսանելի սպեկտրի կամայական գույնի ստացումը, ներառյալ՝ սպիտակինը։ Սպիտակ լույսի ստացման մեկ այլ մոտեցում, օգտագործելով միայն մեկ սարք, հենվում է ֆոսֆորային կամ ներկանյութային կամ կիսահաղորդչային ալիքի երկարությունների ձևափոխման վրա։

Սպիտակ լուսադիոդների կոնցեպցիան հատկապես ձգողական է մեծածավալ լուսավորումների դեպքում՝ պայմանավորված պինդմարմնային սարքերի հուսալիությամբ և լուսային Ճառագայթման բարձր էֆեկտիվությամբ՝ համեմատած սովորական շիկացման և ֆլուորեսցենտային լամպերի։

§ 7. Սկան-թունելային մանրադիտակ

Uչք կառույցը թույլ է տալիս տարբերակել լուսային (կամ ավելի ընդհանուր՝ էլեկտրամագնիսական) Ճառագայթումը միջինում 400 նանոմետրից (մանուշակագույն) մինչև 750 նանոմետր (կարմիր) ընկած ալիքի երկարությունների միջակայքում։ Լույսի ալիքի երկարությունը սահմանափակում է օբյեկտի վերջնական չափը, որը մենք կարող ենք տեսնել ուղղակիորեն՝ օգտագործելով սովորական օպտիկան։ Անգամ ամենալավ որակի միկրոսկոպով հնարավոր չէ տարբերակել օբյեկտների 400 նանոմետրից քիչ իրարից հեռացվածությունը, քանի որ լույսի ալիքն ավելի երկար է այդ հեռավորությունից։ Կից երկու այդպիսի օբյեկտները մեզ երևում են միասին լղոզված։ Նանոաշխարհը տեսանելի դարձնելու համար ներկայումս, ելնելով ատոմական, մոլեկուլային և օպտիկական ֆիզիկայի օրինաչափություններից, մշակված են մի շարք տեխնոլոգիաներ։ Մենք կանդրադառնանք դրանցից երկուսին և մանրամասն կանգ կառնենք սկան-թունելային մանրադիտակի վրա, որն առավել է կիրառվում և բացի դա՝ ունի ներհատուկ քվանտամեխանիկական բովանդակություն։

Հույսի ալիքի երկարության կարձեցման մեթոդում օգտագործվում են ուլտրամանուշակագույն կամ ռենտգենյան ձառագայթներ, որոնց ալիքի երկարությունը մինչն երեք կարգով փոքր է տեսանելի սպեկտրի ալիքի երկարությունից։ Ռենտգենյան միկրոսկոպերը ներկայումս հասել են մի քանի նանոմետր լուծելիության։ Պատկերն այստեղ, իհարկե, չի ստացվում անմիջականորեն աչքում, այլ ձևափոխության որոշ պրոցեսներ օգտագործելով արտապատկերվում է գրանցող սարքի էկրանի վրա։ Կոշտ ռենտգենյան տիրույթն ունի ավելի կարձ ալիքի երկարություն, սակայն լուծելիությունն առայժմ չի հաջողվում իջեցնել 20 նանոմետրից։ Պատձառն այն է, որ չի հաջողվում իրականացնել այդպիսի ալիքների լավ ֆոկուսացում փնջի կոհերենտության պակասի հետևանքով։ Հաջողության հեռանկարները կապվում են նանոնյութերի սինթեզման տեխնոլոգիաների հետագա զարգացման հետ, ինչը թույլ կտա իջնել մինչև սուբնանոմետրական, այսինքն՝ ատոմական չափերի սահման։

Ուլտրամանուշակագույն կամ ռենտգենյան Ճառագայթներով ստացվող պատկերները հա-Ճախ կտրուկ տարբերում են տեսանելի լույսով ստացվող պատկերներից։ Պատձառը այն է, որ տեսանելի լույսը, որպես կանոն, փոխազդում է մոլեկուլներում թույլ կապված, դելոկալիզացված, տարածական լայն բաշխումով էլեկտրոնների հետ, իսկ ռենտգենյան ձառագայթները փոխազդում են ուժեղ կապված էլեկտրոնների հետ, որոնք լոկալիզացված են առանձին ատոմներում։

Նմուշը, լուսավորելով որոշակի ալիքի երկարության Ճառագայթմամբ կամ դետեկտելով որոշակի ալիքի երկարության լյումինեսցենցիան, հնարավոր է արտապատկերել նմուշում տարբեր քիմիական էլեմենտների տարածական բաշխումը։ Օրինակ, կոշտ ռենտգենյան Ճառագայթմամբ հնարավոր է լինում ստանալ էլեմենտների բաշխումը առանձին կենդանի բջիջում։ Մեկ այլ օրինակ է մոլեկուլներում բազմաֆոտոն գրգռումը և ռամանյան ցրումը, որն օգտագործվում է որոշ քիմիկատների պատկերման և դրանցում ժամանակային պրոցեսների ուսումնասիրության համար՝ մնալով սուբնանոմետրական լուծելիության սահմաններում։



Չանդրասեկար Ռամանը կոլեգաներին մեկնաբանում է իր մշակած մեթոդի էությունը և համապատասխան սարքի աշխատանքը։

Ակտիվ հետաքրքրություն ներկայացնող մեկ այլ հնարավորություն ոսպնյակների պատրաստման *նոր նյութերի ստացումն է*։ Սովորական ոսպնյակները, ինչպես հայտնի է, ունեն դրական բեկման ցուցիչ։ Երբ լույսն անցնում է մի միջավայրից մյուսը (օրինակ՝ օդից կվարցե ոսպնյակ), ապա բեկման անկյունը կախված է

երկու միջավայրերի բեկման ցուցիչների տարբերությունից։ Ապակյա ոսպնյակները պատկերներ առաջացնելու համար օբյեկտից արձակված լուսային ալիքները բեկում և ուղարկում են դեպի ֆոկուս։ Ֆոկուսի չափերը, սակայն, չեն կարող փոքր լինել ալիքի երկարության կեսից, ինչը սահման է հանդիսանում օբյեկտի պատկերի լուծելիության համար։



Նկ. 7.1. Կետի պատկերի ստացումը բացասական բեկման ցուցիչ ունեցող միջավայրից պատրաստված ոսպնյակի միջոցով։ Ուշադրություն դարձնենք, որ միջավայրերի սահմանին ընկնող և բեկված Ճառագայթները գտնվում են անկման կետում կանգնեցված ուղղահայացի նույն կողմում և ոչ թե հակառակ կողմում, ինչպես լինում է սովորական, դրական բեկման ցուցիչ ունեցող նյութերի դեպքում (Sե´ս Pendry J.B., The Blackett Laboratory, Imperial College London: <u>http://www.cmth.ph.ic.ac.uk/photonics/</u>, page 12):

Իրավիձակն այլ է բացասական բեկման ցուցիչ ունեցող նյութերում։ Դրանք տեսականորեն հնարավոր են համարում կատարյալ ոսպնյակների գոյությունը (որոնց սահմափակող մակերևույթները կարող են լինել հարթ, ինչպես պատկերված է Նկ. 7.1-ում)։ Ֆիզիկական մեխանիզմն այստեղ նրանում է, որ հասնելով բացասական բեկման ցուցիչով միջավայրի մակերևույթին, լուսային ալիքներն այնտեղ գրգռում են մակերևութային պլազմոններ, որոնք ուժեղանում են և ծածկում էվանեսցենտ ալիքները, որոնք սովորական նյութերի դեպքում սահմանափակում են պատկերի ստացման լուծելիությունը։ Բացասական բեկման ցուցիչով բնական նյութեր առկա են սպեկտրի միկրոալիքային (տերահերց) տիրույթի համար, իսկ տեսանելի սպեկտրի համար ընթանում են արհեստական նյութերի ստացման աշխատանքներ։

Սկան-զոնդավորման մանրադիտակը խոշոր առաջընթաց քայլ է նանոտեխնոլոգիաների ոլորտում՝ օժտված մեկ նանոմետրից փոքր լուծելիությամբ (համեմատության համար նկատենք, որ թթվածնի ատոմի տրամագիծը մոտ 0.13 նանոմետր է)։ Մանրադիտակն ունի շատ սուր զոնդ, որի ծայրն ավարտվում է անգամ մեկ ատոմով։ Զոնդը նանոմետրական հեռավորությունների վրա տեղաշարժվում է հետազոտվող մակերևույթի երկայնքով։ Եթե զգայնության մեխանիզմը գրանցում է զոնդ-մակերևույթ փոխազդեցության ուժը, ապա մենք գործ ունենք *ատոմ-ուժային մանրադիտակի* հետ (Նկ. 7.2)։ Ուժերը կարող են լինել ինչպես զուտ էլեկտրական և մագնիսական, այնպես էլ չեզոք ատոմների կամ մոլեկուլների միջև դիպոլ-փոխանակային բնույթի։



Հատկապես հզոր սարք է *սկան-թունելային մանրադիտակը*, որը գործում է թունելային թույլ հոսանքի չափման հիման վրա, որը հոսում է սրածայր զոնդի և մակերևույթի միջև։ Հոսանքի փոփոխություններն արձագանքում են մակերևույթի վրա էլեկտրոնների լոկալ փոփոխություններին։ Սկան-թունելային մանրադիտակի աշխատանքային սկզբունքը մետաղական զոնդի և հաղորդական նմուշի միջև նեղ պոտենցիալային արգելքի քվանտային թունելացումն է էլեկտրոնների կողմից։ Երևույթը սխեմատիկ մեկնաբանված է Նկ. 7.3-ում։ Զոնդի գագաթը գտնվում է նմուշի մակերևույթից մի քանի անգստրեմ (1 անգստրեմը հավասար է 0.1 նանումետրի) հեռավորության վրա։ Այն էլեկտրոնների հոսքի համար ստեղծում է պոտենցիալային արգելք, որի բարձրությունն ուղղանկյան տեսքով մոդելավորելիս հավասար է զոնդից և նմուշից էլեկտրոնի՝ համապատասխանաբար U_{tip} և U_{sample} ելքի աշխատանքների կիսագումարին՝

$$U = \frac{1}{2} \left(U_{tip} + U_{sample} \right):$$



Նկ. 7.3. Սկան-թունելային մանրադիտակի պոտենցիալային արգելքի քվանտային թունելացման սխեման (Տե[´]ս Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 39):

Քվանտային մեխանիկայի ստանդարտ դասընթացից հայտնի է, որ ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքի, ինչպես պատկերված է Նկ. 7.2-ում, քվանտային թունելացման գործակիցը քվազիդասական մոտավորությամբ և էլեկտրոնի անկման փոքր էներգիաների դեպքում տրվում է

$$T = \left| t \right|^2 \approx \exp\left(-\kappa L\right) \tag{7.1}$$

բանաձևով, որտեղ $\kappa = 2\sqrt{2mU} / \hbar$, *m* -ը էլեկտրոնի զանգվածն է, *L* ը պոտենցիալային արգելքի լայնությունը։ Էլեկտրոնների էներգիաները և համապատասխանաբար թունելացման հոսանքը մեծացնելու համար զոնդի և նմուշի միջև կիրառվում է լարում՝ *V* : Վերջինս հարմար է լինում դիտել ոչ թե որպես էլեկտրոնների

Անդերս Անգստրեմ

էներգիաների մեծացման աղբյուր, ինչը ենթադրում է դասական պատկերացումների կիրառում, այլ որպես խնդրի պոտենցիալի տեսքը ձևափոխող ազդեցություն, ինչպես ցույց է տրված Նկ. 7.3ում։

Կիրառելով (7.1) բանաձևը Նկ. 7.4-ի պայմանների նկատմամբ և հաշվի առնելով, որ մետաղական հաղորդիչներ են և՛ զոնդը, և՛ նմուշը, միաչափ հոսանքի խտության համար ստացվում է

$$j = j_0 \left(U \exp\left(-2\sqrt{2mU} L\right) - \left(U + eV\right) \exp\left(-2\sqrt{2m(U + eV)} L\right) \right)$$
(7.2)

արտահայտությունը, որտեղ e -ն տարրական լիցքն է և մտցված է $j_0 = e/4\pi^2\hbar^2L^2$ նշանակումը։



Նկ. 7.4. Էլեկտրոնի պոտենցիալ էներգիայի և թունելային կոնտակտի երկու կողմերում էներգետիկ մակարդակների պատկերը լարում կիրառելուց հետո (Sե´u Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 40):

Էլեկտրոնների սառն էմիսիա ապահովելու համար (բայց այնպես որ զոնդի սուր ծայրը չքայքայի) կիրառված լարման համար բավարարվում է *eV « Ս* պայմանը, ինչի արդյունքում թունելային հոսանքի խտության (7.2) բանաձևից ստացվում է

$$j = \frac{e^3 V^2}{16\pi^2 \hbar U L^2} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2mU^3}}{3eV}L\right)$$

աշխատանքային բանաձևը։

Թունելային հոսանքի՝ L երկարությունից կախման էքսպոնենտային օրենքով կախվածությունը թույլ է տալիս գրանցել L-ի նուրբ փոփոխությունները, այսինքն՝ ունենալ զոնդ-նմուշի մակերևույթ հեռավորության չափման բարձր ձշտության սարք։ Դրա համար սարքն օժտվում է հետադարձ կապի համակարգով (Եկ. 7.5-ում այն սիմվոլիկ ներկայացված է FS (feedback system) զուգահեռանիստի տեսքով)։ Հոսանքի ուժի մեծության և համապատասխանաբար զոնդ-նմուշի մակերևույթ հեռավորության վերահսկումը զոնդի որոշակի գծերի երկայնքով շարժման ընթացքում կատարվում է պիեզոէլեկտրական էլեմենտի օգնությամբ։



Նկ. 7.5. Սկան-թունելային միկրոսկոպի պարզեցված սիսեման (Տե´ս Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 1):

Մակերևույթի տոպոգրաֆիկ պատկերը ձևավորվում է երկու եղանակներով, որոնք կոչվում են մոդեր (այս դեպքում՝ ռեժիմներ իմաստով)։ Հաստատուն հոսանքի մոդում զոնդը շարժվում է մակերևույթի երկայնքով և հետադարձ կապի համակարգի աշխատանքի արդյունքում պիեզոէլեմենտին տրված լարման ընթացքը, որը պահում է հեռավորությունը հաստատուն, տրվում է համակարգչի հիշողությանը որպես չափվող ազդանշան և հետո վերարտադրվում է համակարգչային գրաֆիկի տեսքով (Նկ. 7.6(a))։



Նկ. 7.6. Սկան-թունելային միկրոսկոպով պատկերների ստացումը (a) հաստատուն հոսանքի և (b) հաստատուն բարձրության (կոորդինատային գծերի) մոդերով (Տե´ս Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 42):

Հարթ-ատոմական մակերևույթների հետազոտման ժամանակ հաձախ ավելի էֆեկտիվ է լինում պատկերը ստանալ հաստատուն բարձրության մոդի միջոցով։ Այս դեպքում զոնդը շարժվում է մակերևույթի վրայով մի քանի անգստրեմ բարձրությամբ, և թունելային հոսանքը գրանցվում է որպես մակերևույթի պատկեր։ Սկանավորումը կարող է իրակացվել կամ անջատված հետադարձ կապով, որի դեպքում ստացվում է տոպոգրաֆիկ ինֆորմացիան (Նկ. 7.6(b)), կամ զոնդի տեղափոխման այնքան մեծ արագությամբ, որ հետադարձ կապը իներտության որոշակի ժամանակ ունենալու պատձառով չհասցնի արձագանքել փոփոխություններին։ Այս դեպքում գրանցվում են մակերևույթի տոպոլոգիայի համեմատաբար խոշորամասշտաբ փոփոխությունները։ Այս պարագայում հնարավոր է հետևել նաև մակերևույթի փոփոխություններին

Մակերևույթի ուղղահայացի ուղղությամբ սարքի զգայնությունը հասնում է անգստրեմի մասերի։ Կողային զգայնությունը կախված է զոնդի ծայրի որակից և որոշվում է հիմնականում ոչ թե ծայրի միջին տրամագծով, այլ նրա ատոմական կառուցվածքով։ Ծայրը համարվում է անսխալ պատրաստված, եթե նրա ծայրն ավարտվում է դուրս ցցված մեկ ատոմով (Նկ. 7.7) կամ ատոմների փոքր կլաստերով, որի չափը շատ ավելի փոքր է ծայրի գագաթի կորության միջին շառավղից։ Թունելային հոսանքը հոսում է ծայրի և նմուշի մակերևույթի ատոմների միջև։



Նկ. 7.7. Ատոմական լուծելիություն սկան-թունելային մանրադիտակում (Տե՛ս Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 43):

Սկան-թունելային միկրոսկոպերի միջոցով որոշվում են բյուրեղի մակերևույթին տեղակայված առանձին ատոմների դիրքերը, ինչպես նաև ատոմների դիրքերը առանձնացված մոլեկուլներում։ Ակտիվորեն ընթանում են նաև մանրադիտակի օգնությամբ առանձին ատոմները բյուրեղի մակերևույթով տեղաշարժելու և ընտրված տեղում նստեցնելու աշխատանքները, որոնք թույլ են տալիս ատոմական չափերի վերահսկելի կառուցվածքների ձևավորում։

Գոյություն ունի սկան-թունելային մանրադիտակի նաև օպտիկական տարբերակը՝ մոտիկ դաշտի սկան-օպտիկական մանրադիտակը։ Այս տեխնիկան թույլ է տալիս լուծելիություն՝ շատ բարձր օպտիկական մանրադիտակի սովորական սահմանի նկատմամբ։ Ձևերից մեկում ուժային կամ թունելային մանրադիտակի զոնդը փոխարինվում է օպտիկական մանրաթելով, որի գագաթային տեղամասի լայնական չափերը մատավորապես 50 նանոմետր են։ Այս գագաթը տեղադրվում է հետազոտվող մակերևույթից մի քանի նանոմետր հեռավորության վրա և ապա տեղաշարժվում նրա երկայնքով (Նկ. 7.8)։ Լազերային Ճառագայթն ուղարկվում է զոնդի երկայնքով և դուրս գալով գագաթից՝ լուսավորում նմուշի մակերևույթի մոտավորապես զոնդի գագաթի հատույթին հավասար մակերես։



Նկ. 7.8. Մոտիկ դաշտի սկան-օպտիկական մանրադիտակի աշխատանքային տեղամասի սիսեմատիկ պատկերը (Տե´ս Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscope, Nizhniy Novgorod, 2004, Fig. 100b):

Նմուշից ցրված լույսը կամ ֆլուորեսցենցիան գրանցվում է՝ թույլ տալով օպտիկական պատկերի կառուցում մոտավորապես 50 նանոմետր լուծելիությամբ, երբ օգտագործվում է 500 նանոմետր ալիքի երկարության լազեր։ Այս մոտեցումն առաջ է տարվում նաև գերկարձ լազերային իմպուլսների օգտագործմամբ, ինչը թույլ է տալիս ուսումնասիրել ժամանակից կախված երևույթներ աննախադեպ տարածական լուծելիությամբ։ Ներկայումս այս հենքի վրա մշակվում են նաև բազմաֆոտոն փոխազդեցության և գերարագ մանրադիտակներ, որոնք նպատակ ունեն օպտիկական մեթոդները տարածելու առանձին մոլեկուլների հետազոտման տիրույթ։

§ 8. Երկմակարդակ քվանտային համակարգ

Քվանտային համակարգերը, որպես կանոն, բազմամակարդակ են և ունեն նաև անընդհատ սպեկտր։ Սակայն էներգետիկ մակարդակների բնակեցվածություններն ու համապատասխան ներդրումները փոխազդեցությունում տարբեր են այս կամ այն իրավիձակներում։ Մեզ հետաքրքրող առավել կարևոր համակարգն ատոմն է՝ իր էլեկտրոնների դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրով, ինչպես սխեմատիկորեն պատկերված է Նկ. 8.1-ում։



Նկ. 8.1. Ատոմի փոխազդեցությունը ռեզոնանսային մոնոքրոմատիկ լույսի հետ թույլ է տալիս ատոմը համարել երկմակարդակ համակարգ (Տե´ս Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.2):

Քվանտային տեխնոլոգիական կիրառություններում ատոմի վիձակների ղեկավարումն իրականացվում է լազերային ձառագայթման միջոցով։ Լինելով մոնոքրոմատիկ՝ այն էֆեկտիվ կարողանում է փոխազդել ատոմի հետ, միայն եթե ձառագայթման ֆոտոնի էներգիան շատ մոտ է կամ հավասար որևէ երկու էներգետիկ մակարդակների էներգիաների տարբերությանը՝ $E_2 - E_1 = \hbar \omega$: Քվանտային տեսությունում փոխազդեցությունները անցումներ են էներգետիկ մակարդակների (վիձակների) միջն։ Քննարկվող իրավիձակում ատոմի և լույսի փոխազդեցությունը ներկայանում է ֆոտոնի կլանման (Նկ. 8.2a) և ձառագայթման (Նկ. 8.2b) պրոցեսներով։ Առաջինի արդյունքում ատոմը բարձրանում է վերևի էներգետիկ մակարդակ, իսկ ֆոտոնների թիվը լուսային ձառագայթում մեկով պակասում է։ Երկրորդ դեպքում հակառակը՝ ատոմն



Նկ. 8.2. Ատոմի դիսկրետ էներգիայի մակարդակների միջև անցումների արդյունքում (a) ֆոտոնի կլանման և (b) ֆոտոնի Ճառագայթման պրոցեսները (Sե´u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.1):

Ատոմի մյուս էներգետիկ մակարդակները ներառված չեն փոխաղդեցության պրոցեսում։ Ատոմը գործում է որպես երկմակարդակ քվանտային համակարգ։

Ռեզոնանսային դաշտում գտնվող ատոմը, իհարկե, միակ երկմակարդակ քվանտային համակարգը չէ։ Այդպիսին են s = 1/2 սպինով բոլոր համակարգերը, օրինակ՝ էլեկտրոնը, որոշ ատոմական միջուկներ, երբ դրանք տեղակայված են համասեռ մագնիսական դաշտում։ Ազատ վիձակում սպինի պրոյեկցիայի $s_z = \pm 1/2$ երկու հնարավոր արժեքներին համապատասխանում է էներգիայի միննույն արժեքը, սակայն արտաքին մագնիսական դաշտում դրանք շեղվում են (Ձեմանի էֆեկտ)՝ համեմատական մագնիսական դաշտի **B** ինդուկցիայի մեծությանը։



Փիթեր Զեմանը (ձախից) հյուրընկալել է իր լաբորատորիայում Ալբերտ Էյնշտեյնին և Փոլ Էրենֆեստին (1920թ.)

Մագնիսական ենթամակարդակների շեղումները տեղի են ունենում հակառակ ուղղություններով՝ ձևավորելով երկմակարդակ համակարգ (Նկ. 8.3)։ Ստանդարտ լաբորատոր պայմաններում մակարդակների միջև անցումներն ընկած են ռադիո հաձախությունների տիրույթում։

Համակարգի ժամանակային էվոլյուցիան։ Սուպերպոզիցիոն վիճակներ։ Իսկ ի՞նչ կարելի է ասել փոխազդեցությունը ներկայացնող անցումների մասին մի էներգետիկ մակարդակից մյուսը։ Ն. Բորի պոստուլատներում անցումը տեղի է ունենում ակնթարթորեն՝ տեղ չթողնելով բարձրացված հարցին։



Ul. 8.3. $B \neq 0$ մազնիսական դա2տում տեղակայված I = 1/2 սպինով միջուկը որպես երկմակարդակ քվանտային համակարգի օրինակ: μ_N -ը Բորի մազնետոնն է, g_N -ը ' qhրոմագնիսական հաստատունը 'կախված համակարգի տեսակից (Sե´u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.3):

Իրավիձակը փոխվեց, սակայն, Է. Շրեդինգերի կողմից ալիքային ֆունկցիայի համար գործողության մինիմումի սկզբունքից ժամանակային (1.1) հավասարումը դուրս բերելուց հետո։ Այն տարածաժամանակային մասնակի ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավասարում է՝ անընդհատ փոփոխվող լուծումներով։



Նիլս Բորը (միջին շարքում աջից) 1927թ. Սալվենյան կոնֆերանսի մասնակիցների շարքում։ Ձախից վերնինը Վերներ Հայզենբերգն է, նրանից ներքն՝ Մաքս Բորնը։

Լուծումների ֆիզիկական մեկնաբանությունների և կիրառությունների տեսանկյունից առավել օգտակար և անմիջական է համիլտոնյանի սեփական ֆունկցիաների օգտագործման վրա հիմնված մեթոդը, հատկապես եթե համիլտոնյանը կամ նրա մի ամփոփ մասը, կախված չէ ժամանակից։ Մեր նպատակն է լուծել Շրեդինգերի

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \hat{H}(\mathbf{r},t)\Psi(\mathbf{r},t)$$
(8.1)

ժամանակային հավասարումը երկմակարդակ ատոմի համար՝ նրա ծանրության կենտրոնը հաշվարկման լաբորատոր համակարգում համարելով անշարժ։ Այդ դեպքում ալիքային ֆունկցիայի արգումենտում *r* -ը ատոմի օպտիկական էլեկտրոնի շառավիղ վեկտորն է ատոմի զանգվածների կենտրոնի նկատմամբ։

Համիլտոնյանն ազատ ատոմի՝ ժամանակից անկախ $\hat{H}_0(\mathbf{r})$ համիլտոնյանի և լույս-ատոմ փոխազդեցության $V(\mathbf{r},t)$ պոտենցիալ էներգիայի գումարն է՝

$$\hat{H}(\mathbf{r},t) = \hat{H}_0(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r},t)$$
: (8.2)

Ատոմի երկմակարդակ մոդելը նշանակում է, որ $\hat{H}_0(\mathbf{r})$ -ի համար կարելի է սահմանափակվել երկու սեփական ֆունկցիաներով, այն է՝

$$\hat{H}_0(\boldsymbol{r})\varphi_n(\boldsymbol{r}) = E_n \,\varphi_n(\boldsymbol{r}),\tag{8.3}$$

որտեղ n=1,2։ Համապատասխան ժամանակային ալիքային ֆունկցիաները կլինեն

$$\varphi_n(\mathbf{r},t) = \varphi_n(\mathbf{r}) \exp(-iE_n t/\hbar):$$
(8.4)

Էֆեկտիվ փոխազդեցություն ապահովելու համար հարկ է, որ լույսի ω հաձախությունը շատ մոտ լինի ատոմական անցման ռեզոնանսային $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ հաձախությանը՝

$$\Delta \equiv \omega - \omega_0 \ll \omega_0, \omega: \tag{8.5}$$

Հաձախությունների Δ տարբերությունը կոչվում է ռեզոնանսի ապալարք (resonance detuning)։

(8.1) հավասարման ընդհանուր լուծումը կլինի

$$\Psi(\mathbf{r},t) = c_1(t)\,\varphi_1(\mathbf{r})\exp(-i\,E_1t/\hbar) + c_2(t)\,\varphi_2(\mathbf{r})\exp(-i\,E_2t/\hbar):$$
(8.6)

Տեղադրենք ալիքային ֆունկցիայի (8.6) և համիլտոնյանի (8.2) արտահայտությունները (8.1) հավասարման մեջ և օգտվենք փոխարինման (8.3) հնարավորությունից։ Ստացված առնչությունում երկուական անդամներ աջից և ձախից կրձատելուց հետո ստանում ենք

$$i\hbar \frac{d c_{1}(t)}{d t} \varphi_{1}(\mathbf{r}) e^{-iE_{1}t/\hbar} + i\hbar \frac{d c_{2}(t)}{d t} \varphi_{2}(\mathbf{r}) e^{-iE_{2}t/\hbar} = c_{1}(t) V(\mathbf{r}, t) \varphi_{1}(\mathbf{r}) e^{-iE_{1}t/\hbar} + c_{2}(t) V(\mathbf{r}, t) \varphi_{2}(\mathbf{r}) e^{-iE_{2}t/\hbar} :$$
(8.7)

Բազմապատկենք ստացված հավասարումը $\varphi_1^*(\mathbf{r})$ -ով, ինտեգրենք ամբողջ տարածությամբ և օգտվենք $\varphi_n(\mathbf{r})$ սեփական ֆունկցիաների

$$\int \varphi_n^*(\boldsymbol{r}) \varphi_m(\boldsymbol{r}) d^3 \boldsymbol{r} = \delta_{n,n}$$

օրթոնորմավորման պայմանից, որտեղ $\delta_{n,m}$ –ը Կրոնեկերի սիմվոլն է։ Կստանանք նշանակումով։

$$i\hbar \frac{dc_1(t)}{dt} = V_{11}(t)c_1(t) + V_{12}(t)c_2(t)e^{-i\omega_0 t}, \qquad (8.8)$$

$$V_{nm}(t) = \int \varphi_n^*(\boldsymbol{r}) V(\boldsymbol{r}, t) \varphi_m(\boldsymbol{r}) d^3 \boldsymbol{r}$$
(8.9)



Լեոպոլդ Կրոնեկեր

Նմանապես, $\varphi_2^{*}(\mathbf{r})$ -ով բազմապատկելու և տարածապես ինտեգրելու արդյունքում ունենում ենք ևս մի կապող հավասարում հավանականային ամպլիտուդների միջև՝

$$i\hbar \frac{dc_2(t)}{dt} = V_{21}(t)c_1(t)e^{i\omega_0 t} + V_{22}(t)c_2(t):$$
(8.10)

Շարունակելու համար հարկ է կոնկրետացնել փոխազդեցության պոտենցիալ էներգիայի և դրանով իսկ (8.9) մատրիցայի էլեմենտների տեսքը։ Էլեկտրադինամիկայի դասընթացից հայտնի է, որ այդ էներգիան կարող է դիտվել որպես

$$V(\boldsymbol{r},t) = -\boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$$
(8.11)

բանաձևով որոշվող՝ ատոմական d դիպոլի և լուսային ալիքի E(r,t) էլեկտրական լարվածության միջև փոխազդեցություն։ Պարզության համար համարենք, որ լույսը մոնոքրոմատիկ հարթ ալիք է և ունի e միավոր վեկտորով որոշվող գծային բևեռացում՝

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{e} \left(E \, \mathrm{e}^{i k \, x - i \, \omega t} + E^* \, \mathrm{e}^{-i k \, x + i \, \omega t} \right), \tag{8.12}$$

որտեղ *x* -ը ատոմի զանգվածների կենտրոնի կոորդինատն է ալիքի տարածման երկայնքով։ Մտցնելով $d_{nm} = \mathbf{e} \cdot \int \varphi_n^*(\mathbf{r}) d \varphi_m(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$ նշանակում՝ (8.9) պոտենցիալային ֆունկցիայի համար կստանանք

$$V_{nm}(t) = d_{nm} \left(E e^{ikx - i\omega t} + E^* e^{-ikx + i\omega t} \right):$$

Իրականում d_{nm} մատրիցայի անկյունագծային էլեմենտները ատոմական վիձակների հայելային անդրադարձման համաչափության հետևանքով հավասար են լինում զրոյի՝ $d_{11} = d_{22} = 0$, իսկ ոչ անկյունագծային էլեմենտները և դաշտի E ամպլիտուդը կարող են համարվել իրական՝ $d_{12} = d_{21} \equiv d$, $E^* = E$: Տեղադրման արդյունքում (8.8) և (8.10) ժամանակային էվոլյուցիայի հավասարումները կգրվեն հետևյալ տեսքով՝

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = i \frac{dE}{\hbar} \left(e^{ikx - i(\omega + \omega_0)t} + e^{-ikx + i(\omega - \omega_0)t} \right) c_2(t) , \qquad (8.13)$$

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = i \frac{dE}{\hbar} \left(e^{ikx - i(\omega - \omega_0)t} + e^{-ikx + i(\omega + \omega_0)t} \right) c_1(t) :$$
(8.14)

Ինչպես տեսնում ենք, փոխազդեցությունը՝ անցումները էներգետիկ մակարդակների միջև, ներկայանում է մեկ միասնական *d E/ħ* պարամետրի միջոցով։ Նրա կրկնապատիկը կոչվում է Ռաբիի հաձախություն՝

$$\Omega_R = \frac{2d E}{\hbar}:$$
(8.15)

Ուրեմն

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = i \frac{\Omega_R}{2} \left(e^{ikx - i(\omega + \omega_0)t} + e^{-ikx + i\Delta t} \right) c_2(t) , \qquad (8.16)$$

$$\frac{d c_2(t)}{d t} = i \frac{\Omega_R}{2} \left(e^{ikx - i\Delta t} + e^{-ikx + i(\omega + \omega_0)t} \right) c_1(t) , \qquad (8.17)$$

որտեղ օգտվել ենք նաև ռեզոնանսի ապալարքի (8.5) նշանակումից։ Նկատենք, որ x կոորդինատը խնդրում ազատ պարամետր է, և հետագայում կվերցնենք այն հավասար զրոյի։ *Թույլ դաշտի սահմանը:* Թույլ դաշտի սահմանը կիրառելի է փոքր ինտենսիվության աղբյուրների համար, ինչպիսիք են լույսի շիկացման լամպերը։ Եթե ատոմը ժամանակի t = 0 սկզբնապահին գտնվում է հիմնական մակարդակում, ապա՝ $c_1(0) = 1$, $c_2(0) = 0$ ։ Ոչ շատ երկար փոխազդեցության ժամանակների ընթացքում անցման հավանականությունը կլինի փոքր և կարելի է մոտավորապես վերցնել $c_1(t) = 1$ ։ Այնպես որ, (8.16)-ը կարելի է բաց թողնել, իսկ (8.17)-ը կլինի

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = i \frac{\Omega_R}{2} \left(e^{-i\Delta t} + e^{i(\omega + \omega_0)t} \right), \qquad (8.18)$$

անմիջականորեն հետևող

$$c_2(t) = i \frac{\Omega_R}{2} \left(\frac{e^{-i\Delta t} - 1}{-i\Delta} + \frac{e^{i(\omega + \omega_0)t} - 1}{i(\omega + \omega_0)} \right)$$
(8.19)

լուծումով։ Պտտվող ալիքի մոտավորությամբ փակագծի երկրորդ անդամը դեն է նետվում։

Դա հիմնավորվում է նրանով, որ Δ « ω, ω₀ պայմանի շնորհիվ երկրորդ անդամն արագ ougիլացվում է և փոքր ժամանակային ինտերվալներում միջինանալով՝ դառնում զրո։ Գրգռված մակարդակ անցնելու հավանականությունը՝

$$\left|c_{2}(t)\right|^{2} = \left(\frac{\Omega_{R}}{2}\right)^{2} \left(\frac{\sin\left(\Omega t/2\right)}{\Omega/2}\right)^{2},$$
(8.20)

որտեղ $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + {\Omega_R}^2}$ -ն կոչվում է Ռաբիի ընդհանրացված հաձախություն։ Ճշգրիտ ռեզոնանսի դեպքում

$$\left|c_{2}(t)\right|^{2} = \left(\frac{\Omega_{R}}{2}\right)^{2} t^{2}, \qquad (8.21)$$

քանի դեռ այն բավականաչափ փոքր է մեկից։ Այս փոքր-ինչ տարօրինակ արդյունքը, որ հավանականությունն աձում է ժամանակի քառակուսուն և ոչ ժամանակին համեմատական, պայմանավորված է նրանով, որ ատոմական սպեկտրալ գծի վերաբերյալ ենթադրված է, որ այն ունի խստիվ մեկ հաձախություն։ Իրականում դա այդպես չէ։ Այն ω_0 հաձախության շուրջ շատ նեղ, սակայն ոչ զրոյական լայնության $\rho(\omega)$ սպեկտրալ բաշխում ունի։ Դա նշանակում է, որ ռեզոնանսին մոտ հաձախությունների դեպքում (8.20) արտահայտությունը հարկ է միջինացնել ըստ այդ բաշխման՝

$$\left|c_{2}(t)\right|^{2} = \left(\frac{\Omega_{R}}{2}\right)^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega) \left(\frac{\sin\left(\left(\omega - \omega_{0}\right)t/2\right)}{\left(\omega - \omega_{0}\right)/2}\right)^{2} d\omega:$$

Ինտեգրալում հիմնական արժեքը տալիս է $\omega = \omega_0$ կետի նեղ շրջակայքը, այնպես որ $\rho(\omega)$ -ն կարելի է ինտեգրալի նշանից հանել դուրս $\omega = \omega_0$ կետում։ Մնացած ինտեգրալը ձշգրիտ՝ հաշվվում է համաձայն $\int_{-\infty}^{\infty} dx \sin^2(ax) / x^2 = \pi a$ բանաձևի, ինչի արդյունքում ստանում ենք սպասվող տեսքի

$$\left|c_{2}(t)\right|^{2} = \pi \rho(\omega_{0}) \left(\frac{\Omega_{R}}{2}\right)^{2} t$$

արտահայտությունը։

 Ω ւժեղ դաշտի սահմանը: Ուժեղ դաշտի դեպքում հավասարումների (8.13) և (8.14) համակարգի լուծումներ ստանալու համար կատարում ենք երկու պարզեցում։ Առաջինը՝ կիրառում ենք պտտվող ալիքի մոտավորությունը՝ արհամարհելով $\pm(\omega + \omega_0)$ հաձախություններով տատանվող անդամները, և երկրորդը՝ սահմանափակվում ենք $\Delta = 0$ ձշգրիտ ռեզոնանսի դեպքով։ Արդյունքում մակարդակների հավանականային ամպլիտուղների համար կունենանք հավասարումների հետևյալ պարզ համակարգը՝

$$\frac{d c_1(t)}{d t} = i \frac{\Omega_R}{2} c_2(t) , \quad \frac{d c_2(t)}{d t} = i \frac{\Omega_R}{2} c_1(t)$$

Ածանցենք առաջինը և տեղադրենք երկրորդից՝

$$\frac{d^2 c_1(t)}{d t^2} + \left(\frac{\Omega_R}{2}\right)^2 c_1(t) = 0:$$

Լուծումները $c_1(0) = 1$, $c_2(0) = 0$ սկզբնական պայմանների համար կլինեն

$$c_1(t) = \cos\left(\frac{\Omega_R}{2}t\right), \quad c_2(t) = i\sin\left(\frac{\Omega_R}{2}t\right):$$
 (8.22)

Ատոմը վերնի կամ ներքնի մակարդակում գրանցելու հավանականությունները ներդաշնակ տատանվում են, ինչպես պատկերված է Նկ. 8.4-ում։ Համակարգը $t = \pi / \Omega_R$ պահին վստահորեն գտնվում է վերին էներգետիկ մակարդակում, իսկ նույնքան ժամանակ հետո վերադառնում է հիմնական մակարդակ և այսպես շարունակ։



Նկ. 8.4. Երկմակարդակ համակարգի վերևի կամ ներքևի մակարդակում գտնվելու հավանականության կախումը ժամանակից Ճշգրիտ ռեզոնանսի դեպքում։ Տատանումները տեղի են ունենում Ω_R Ռաբիի հաձախությամբ (Sե´ս Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.4):

Քվանտային համակարգի այսպիսի վարքը կոչվում է Ռաբիի օսցիլյացիա կամ Ռաբիի անցում։ Այն տեղի է ունենում $T=2\pi/\Omega_R$ պարբերությամբ։

Կարևոր է, որ այս արդյունքները կարող են ինչ-որ իմաստով ընդհանրացվել իմպուլսային, այսինքն՝ վերջավոր տևողության և փոփոխական ամպլիտուդով օպտիկական ձառագայթման դեպքում, առավել ևս որ օպտիկական հաձախությունների տիրույթում Ռաբիի անցումների իրականացումը պահանջում է լազերային հզոր ձառագայթում, ինչը, որպես կանոն, իրականացվում է իմպուլսային ռեժիմում։ Փոփոխական ամպլիտուդը, համաձայն (8.15)-ի, նշանակում է
փոփոխական Ռաբիի հաձախություն, և բնական կարելի է համարել, որ էներգետիկ մակարդակների բնակեցվածությունը որոշող Ω_Rt արտադրյալի դերն այս դեպքում կատարում է

$$\Theta = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega_R(t) dt = \frac{2d}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) dt$$
(8.23)

իմպուլսի մակերես կոչվող մեծությունը։ Իմպուլսը, որն ունի π մակերես, կոչվում է π -իմպուլս։ Ներքևի մակարդակում գտնվող համակարգը լրիվությամբ տեղափոխում է վերին մակարդակ π -իմպուլսի ազդեցության տակ և նորից վերադառնում հիմնական մակարդակ, եթե մակերեսը 2π է։ Սա նաև նշանակում է, որ կարձ տևողության հզոր իմպուլսները, որոնք միջավայրի հետ փոխազդում են կոհերենտ, ունենալով 2π մակերես, տարածվելու են առանց էներգիայի կորուստների, քանի որ, գրգռելուց հետո վերադարձնելով ձանապարհի ատոմներին հիմնական մակարդակ, նրանից ետ են ստանալու կլանման ժամանակ կորցրած էներգիայի քանա-կությունը։

Եթե ընդհանուր դեպքում լուսային ալիքի հաճախությունը որոշ չափով շեղված է օպ-տիկական անցման հաճախությունից՝ $\Delta = \omega - \omega_0 \neq 0$, ապա գրգոված մակարդակի բնակեցման հավանականության համար ստացվում է

$$\left|c_{2}(t)\right|^{2} = \frac{\Omega_{R}^{2}}{\Omega^{2}} \sin^{2}\left(\frac{\Omega}{2}t\right), \qquad (8.24)$$

որտեղ $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + {\Omega_R}^2}$ -ն, որով տեղի են ունենում մակարդակների բնակեցվածությունների տատանումները, կոչվում է ընդհանրացված Ռաբիի հաձախություն։ Կարևոր նորությունն այստեղ այն է, որ ժամանակի ոչ մի պահի գրգռումն ամբողջական չի լինում։ Գրգռման հավանականությունը նվազում է ռեզոնանսի ապալարքի մեծացմանը զուգընթաց։

Մարումներ: Ռեզոնանսային ներդաշնակ տատանումները ենթադրում են կոհերենտության անժամկետ պահպանում, ինչն իրականում տեղի չի ունենում մի քանի պատձառներով։ Առաջին հերթին դա վերին էներգետիկ մակարդակի վերջավոր կյանքի տևողությունն է, օրինակ, սպոնտան ձառագայթման հետևանքով։ Ասում ենք, որ այն տեղի է ունենում վակուումի ֆլուկտուացիաների հետ քվանտային համակարգի փոխազդեցության արդյունքում։ Գրգռված վիձակի մարման և դեկոհերենտության են բերում նաև միջմասնիկային փոխազդեցությունները։ Արդյունքում համակարգը ձգտում և միջինում վերջավոր ժամանակում վերադառնում է հիմնական էներգետիկ մակարդակ, որից սպոնտան անցումները բացակայում են։

Մարման առկայության պայմաններում տատանումների լայնույթն աստիձանաբար փոքրանում և ձգտում է զրոյի՝ կայունացնելով մակարդակների բնակեցվածությունները որոշ ոչ զրոյական արժեքների վրա։ Այս օրինաչափությունները կարելի է տեսնել Նկ. 8.5-ում, որտեղ γ ով նշանակված է ատոմի վերին էներգետիկ մակարդակի կյանքի միջին տևողությունը։ Տատանումները կայունանում են փոխազդեցությունն ակնթարթորեն միանալուց $t \approx 1/\gamma$ ժամանակ անց մակարդակի վրա։

$$|c_2(\infty)|^2 = \frac{1}{2(1+2\gamma^2/\Omega_R^2)} < \frac{1}{2}$$

Հավասարակշիռ վիճակում գրգռման մակարդակը կեսից փոքր է։ Երկմակարդակ համակարգում գերբնակեցում հնարավոր է ստանալ միայն ոչ ստացիոնար փոխազդեցության պայմաններում։



Նկ. 8.5. Երկմակարդակ համակարգի վերևի մակարդակում գտնվելու հավանականության կախումը ժամանակից դեկոհերենտ մարումների առկայության դեպքում (Sե´u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.5):

Ռաբիի օսցիլյացիաների փորձարարական դիտումը։ Ռաբիի օսցիլյացիաների դիտման համար անհրաժեշտ է ապահո $\Omega_R/\gamma \gg 1$ պայմանը։ γ մարման արագությունը կախված է հարևան ատոմների հետ բախումներից և ռադիոացիոն կյանքի տևողությունից։ Գազերում այն ընկած է $10^7 - 10^9$ Հերց միջակայքում։ Պինդ մարմիններում այն էապես արագանում է՝ հասնելով մինչև10¹² Հերց արժեքների՝ շնորհիվ ֆոնոնային և ազատ լիզքակիրների վրա տեղի ունեցող ցրումների։ Այսպիսի մեծ արագություններն էապես դժվարացնում են օսցիլյացիաների անմիջական դիտումը։ Մասնավորապես, լուսային աղբյուրներից պահանջվում են մեծ hqnpnւթյուններ, իսկ գրանցող սարքերից $1/\Omega_R$ -ից փոքր ժամանակային լուծողունակություն։ Ներկայումս դժվարությունները հիմնականում հաղթահարված են, և Ռաբիի օսցիլյացիաները դիտվել են նյութերի լայն սպեկտրի համար։ Մենք կբավարարվենք Հ. Գիբսի խմբի կողմից առաջինը հրապարակված արդյունքների ներկայացմամբ։ Ռուբիդիումի (Rb) ատոմներր տեղադրվում են գերհաղորդիչ մագնիսի դաշտում և ռեզոնանսորեն գրգռվում սնդիկային լազերի կարձ իմպուլսներով։ Փոխազդեցությունը տեղի է ունենում հիմնական $5^2S_{1/2}$ և գրգռված $5^2P_{1/2}$ մակարդակների միջև օպտիկական անգման վրա, որոնք, առանգ արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցության, կրկնակի այլասերված են՝ րստ մոմենտի պրոյեկցիայի $M_I = \pm 1/2$ արժեթների (Նկ. 8.6(a))։ Լազերային Ճառագայթման $\lambda = 794.466$ նանոմետը այիքի երկարությունը մոտ է այդ անցմանը, և մագնիսական դաշտը կիրառվում է այլասերված ենթամակարդակները Զեմանի էֆեկտի միջոցով իրարից հեռացնելու և անցումներից մեկի համար ռեզոնանսային փոխազդեցություն ապահովելու համար։ Դրա համար անհրաժեշտ դաշտի ինդուկցիան կազմում է 7.45 Տեսլա։ Այսպիսի գերհզոր մագնիսական դաշտերի գեներացում (համեմատության համար ասենք, որ Երկրի մագնիսական դաշտր միջինում կազմում է մոտ $5 \cdot 10^{-5}$ Տեսյա) հնարավոր է միայն գերհաղորդիչ հոսանքներով սնվող մագնիսների միջոցով։ Արդյունթում ռեզոնանսն ապահովվում է հիմնական մակարդակի ներքևի ենթամակարդակի և գրգռված մակարդակի վերևի ենթամակարդակի միջև, որոնց կյանքի տևողությունները հնարավոր երկու կանայներով տրոհվելու վրա կազմում են համապատասխանաբար 42 և 84 նանովայրկյան $(5^2 S_{1/2} - 5^2 P_{1/2})$ անցման դիպոլային մոմենտը կազմում է $1.45 \cdot 10^{-29}$ Կուլոն-մետր)։ Կյանքի ընդհանուր տևողության համար այն տալիս է $(1/42 + 1/84)^{-1} = 28$ նանովայրկյան։



Նկ. 8.6. Ռուբիդիումի ատոմի էներգետիկ մակարդակների պարզեցված պատկերը (a) և ֆլորեսցենցիայի ինտեգրված ազդանշանի կախումը գրգռող օպտիկական իմպուլսի մակերեսից (b) (Sե´u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.6):

Դեկոհերենտության էֆեկտներն ի հայտ չգալու համար գրգռող լուսային իմպուլսի տևողությունը պետք է էապես փոքր լինի այդ ժամանակից։ Իրականացված փորձում այն եղել է 7 նանովայրկյան։ Գրգռված $5^2 P_{1/2}(M_J = +1/2)$ ենթամակարդակի բնակեցման օսցիլյացիաները գրանցվել են՝ չափելով նրանից եկող լյումինեսցենցիայի գումարային էներգիայի կախումը գրգռող իմպուլսի Θ մակերեսից։

Փորձնական արդյունքները ցույց են տրված Նկ. 8.6(b)-ում։ Ֆլորեսցենցիան գրանցել է գրգոման t = 0 պահից հետո 22 -ից մինչն 72 նանովայրկյան միջակայքում։ Ինչպես տեսնում ենք, լազերային իմպուլսների ինտենսիվությունները բավարարել են Θ մակերեսը՝ մինչև 4π արժեք հասցնելու համար։ Գրանցվող ազդանշանը, $\Theta = 2\pi$ և 4π արժեքների վրա նվազելով զրոյի, չի հասնում փոխազդեցության ոչ լրիվ կոհերենտ լինելու պատձառով։

§ 9. Քվանտային չափում

Չափման հասկացությունը քվանտային մեխանիկայում, ի տարբերություն դասական ֆիզիկայի, խնդրահարույց է և կարիք ունի առանձին ներկայացման։

Քվանտային մեխանիկայում համակարգի վիճակը ներկայացվում է ալիքային ֆունկցիայով՝ $\Psi(\mathbf{r},t)$, որտեղ \mathbf{r} –ով նշանակված է համակարգը կազմող բոլոր մասնիկների շատավիղ վեկտորների հանրախումբը։ Յուրաքանչյուր վիճակում առկա են ֆիզիկական մեծություններ՝ էներգիա, իմպուլս, իմպուլսի մոմենտ, և այլն։ Դրանք, ի տարբերություն դասական ֆիզիկայի, անմիջականորեն չափելի հանրահաշվական օբյեկտների միջոցով չեն մտնում տեսության կառուցվածքում։ Դրանցից յուրաքանչյուրին համապատասխանում է գծային օպերատոր։ Քվանտային մեխանիկայի կարևորագույն բովանդակային սկզբունքը այն է, որ համակարգը տվյալ φ ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող վիճակում A ֆիզիկական մեծությունն ունի a_n որոշակի արժեք միայն եթե φ -ն հանդիսանում է A-ին համապատասխանող \hat{A} օպերատորի a_n սեփա-կան արժեքի սեփական ֆունկցիան։ Այսինքն՝ այն, որը բավարարում է սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների

$$\hat{A}\varphi = a_n \varphi \tag{9.1}$$

հավասարմանը։

Եթե դա այդպես չէ, այսինքն՝ համակարգը գտնվում է այնպիսի վիձակում, որի $\Psi(\mathbf{r},t)$ ալիքային ֆունկցիան չի բավարարում (9.1) հավասարմանը ոչ մի հնարավոր a_n արժեքի համար, ապա այդ վիձակում A ֆիզիկական մեծությունը չունի որոշակի արժեք։ Այսպիսի իրավիձակում A-ի որոշման համար կատարված փորձում պատահականորեն ի հայտ է գալիս հնարավոր a_n արժեքներից որնէ մեկը։ Հավանականությունների բաշխումը տեսականորեն որոշելու համար հարկ է Ψ ալիքային ֆունկցիան վերլուծել ըստ \hat{A} օպերատորի լրիվ համակարգ կազմող սեփական ֆունկցիաների, այսինքն՝ (9.1)-ի բոլոր հնարավոր φ_n լուծումների, n = 0, 1, 2,

$$\Psi = \sum_{n} c_n \, \varphi_n \, \vdots \tag{9.2}$$

 a_n ելքի հավանականությունը տրվում է այս վերլուծության գործակցի $|c_n|^2$ մոդուլի քաոակուսով։ Այս մեկնաբանության հիմնավորման համար հաշվենք A ֆիզիկական մեծության (դիտելիի) $\langle \hat{A} \rangle$ քվանտամեխանիկական միջինը Ψ ալիքային ֆունկցիայով տրվող վիձակում։ Համաձայն քվանտային մեխանիկայի հիմնական պոստուլատի՝

$$\left\langle \hat{A} \right\rangle = \int \Psi^* \hat{A} \Psi d^3 \mathbf{r}$$
:

Տեղադրենք ալիքային ֆունկցիայի (9.2) վերլուծությունը՝

$$\left\langle \hat{A} \right\rangle = \int \left(\sum_{m} c_{m}^{*} \varphi_{m}^{*} \right) \hat{A} \left(\sum_{n} c_{n} \varphi_{n} \right) d^{3} \mathbf{r} = \sum_{m,n} c_{m}^{*} c_{n} \int \varphi_{m}^{*} \hat{A} \varphi_{n} d^{3} \mathbf{r}$$
$$\sum_{m,n} c_{m}^{*} c_{n} a_{n} \int \varphi_{m}^{*} \varphi_{n} d^{3} \mathbf{r} = \sum_{n} |c_{n}|^{2} a_{n}$$

Վերջին տեսքն էլ հիմնավորում է $\left| \, c_n
ight|^2$ -ու հավանականային մեկնաբանությունը։

Իսկ ինչպե՞ս է չափման գործողությունն ազդում համակարգի վիճակի, այսինքն՝ ալիքային ֆունկցիայի վրա։ Ենթադրենք չափումը տվել է a_n արդյունքը։ Անմիջապես չափումից հետո ենթադրենք ևս մեկ չափում։ Ֆիզիկական բովանդակություն հաղորդելով չափմանը, այսինքն՝ ընդունելով այն որպես օբյեկտիվ իրականություն՝ պնդում է, որ չափման արդյունքը չի փոխվի, և կլինի նույն a_n արժեքը։ Քանի որ այս ելքը ստացվում է հավաստիորեն, ապա երկրորդ չափման համար $|c_m|^2 = \delta_{m,n}$ ։ Իսկ սա նշանակում է, որ մինչև երկրորդ չափումը, այսինքն՝ առաջին չափումից անմիջապես հետո, համակարգի ալիքային ֆունկցիան եղել է φ_n ։ Կարող ենք ուրեմն ասել, որ նախապես որևէ Ψ վիճակում գտնվող համակարգի վրա կատարված չափման արդյունքում վիճակը և համապատասխան ալիքային ֆունկցիան փոխվում են. A ֆիզիկական մեծության չափման a_n արդյունք ստանալիս Ψ -ն փոխվում է φ_n -ի։

Ալիքային ֆունկցիայի՝ չափումով առաջացած փոփոխությունը կոչվում է ալիքային ֆունկցիայի ռեդուկցիա (կրձատում, խմբագրում) կամ կոլապս.

$$\Psi$$
 by the measurement of A with the result $a_n \rightarrow \varphi_n$

Առավել ընդունված է համարել, որ ռեդուկցիան տեղի է ունենում ակնթարթորեն և չափումների տեսության հիմնական պրոբլեմը դառնում է իրականացման պահի հավաստումը։

Չափումների կատարմանը վերագրվող բովանդակությունը կարիք ունի որոշ պարզաբանման։ Օրինակ, եթե մասնիկը երկու ձեղքերի փորձում շարժվում է և ըստ մեր մտովի դատողությունների՝ անցնում է ձեղքերից մեկի միջով, սա մասնիկի դիրքի չափում չէ։ Մասնիկի ալիքային ֆունկցիան կոլապսի չի ենթարկվում մասնիկի դիրքի օպերատորի համապատասխան սեփական ֆունկցիայի, քանի դեռ մենք դիտում չենք իրագործել և որոշել, թե երկու ձեղքերից որով է անցել մասնիկը։ Ենթադրենք նման փորձի կատարման արդյունքում մասնիկի կոորդինատի համար ստացվել է r_0 արդյունքը։ Ալիքային ֆունկցիայի կոլապսի էությունը միաչափ շարժման դեպքում կլինի այնպես, ինչպես պատկերված է Նկ. 9.1-ում։



Նկ. 9.1. Ալիքային ֆունկցիայի կոլապսը մասնիկի x կոորդինատի չափման արդյունքում

Այսպիսի մեկնաբանությունը բնականաբար բարձրացնում է մի շարք հիմնարար հարցեր, սակայն դրանք դուրս են սույն դասընթացի նպատակներից, և մենք կսահմանափակվենք ֆորմալ սահմանումներով։ Նկատենք միայն, որ այս մոտեցումը հետևողականորեն պաշտպանել է Ն. Բորը, և այն հայտնի է որպես կոպենհագենյան մեկնաբանություն։

Այս պատկերացումների մյուս կարևոր կողմն այն է, որ մասնիկի ալիքային ֆունկցիան չափման դեպքում փոխվում է թոիչքաձև, ոչ անընդհատ։ Արդյունքում ունենում ենք, որ քվանտային մեխանիկայում ալիքային ֆունկցիայի համար գոյություն ունեն երկու տեսակ տարածաժամանակային փոփոխություններ։ Առաջինը հարթ, անընդհատ փոփոխություններն են, որոնք ղեկավարվում են Շրեդինգերի հավասարմամբ։ Այն տեղի է ունենում չափումների միջև ընկած ժամանակահատվածներում։ Երկրորդը, ամեն չափման կատարման ժամանակ տեղի ունեցող ընդհատ փոփոխությունն է։ Այն չի ենթարկվում Շրեդինգերի հավասարմանը, և գործառույթի մաթեմատիկական պատկերման համար մտցվում է պրոյեկտման օպերատորի հասկացություն։ Վերջինս հարմար է ներկայացնել Դիրակի կողմից առաջարկված կոմպակտ նշանակումներով, երբ *ո* քվանտային թվերով նկարագրվող վիճակը $\varphi_n(\mathbf{r})$ -ի փոխարեն նշանակվում է $\langle n|$ կամ $\langle \varphi_n|$ և կոչվում է բրա-վեկտոր։ $\varphi(\mathbf{r})$ և $\psi(\mathbf{r})$ երկու ֆունկցիաների $\int \psi^*(\mathbf{r}) \varphi(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$ ինտեգրալային

փաթույթը դառնում է համապատասխան բրա– և քեթ–վեկտորների $\langle \psi | \cdot | \varphi
angle \equiv \langle \psi | \varphi
angle$ սկալյար արտադրյալ։



Փոլ Դիրակ

Այս նշանակումներով (9.2) վերլուծության $c_n = \int \varphi_n^*(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$ գործակիցների համար կունենանք $\langle n | \cdot | \Psi \rangle \equiv \langle n | \Psi \rangle$ տեսքը, իսկ ինքը՝ (9.2) վերլուծությունը կլինի

$$\Psi \rangle = \sum_{n} \langle n | \cdot | \Psi \rangle | n \rangle = \sum_{n} | n \rangle \langle n | \cdot | \Psi \rangle$$
(9.3)

Այստեղ $\sum_n |n
angle \langle n|$ -ն ակնհայտորեն միավորի հավասար օպերատոր է՝

$$\sum_{n} |n\rangle \langle n| = \hat{\mathbf{I}}:$$
(9.4)

Պրոյեկտման օպերատոր կոչվում է նրա կազմության մեջ մտնող առանձին անդամը՝

$$\hat{P}_n = |n\rangle \langle n|, \qquad (9.5)$$

Ազդելով նրանով կամայական $\ket{\psi}$ վիձակի վրա՝ ստանում ենք

$$\hat{P}_{n}|\psi\rangle = |n\rangle\langle n|\sum_{m}\langle m|\cdot|\psi\rangle|m\rangle = \sum_{m}\langle m|\cdot|\psi\rangle\left(|n\rangle\langle n||m\rangle\right) = \sum_{m}\langle m|\psi\rangle\delta_{n,m}|m\rangle = \langle n|\psi\rangle|n\rangle$$

այսինքն՝ |n
angle սեփական վիճակը $\langle n|\psi
angle$ հավանականային ամպլիտուդով այնքանով, որքանով |n
angle վիճակն առկա էր $|\psi
angle$ վիճակում։

Եթե վիձակը պրոյեկտվում է որոշակի $|n\rangle$ սեփական վիձակի վրա, ապա արդյունքի հետագա պրոյեկտումը նոր ոչինչ չի տալիս։ \hat{P}_n -ի այս հատկությունը համընկնում է չափում կատարելու գործառույթի հետ։ Օրինակ, էներգիայի չափումը $|\psi\rangle$ վիձակում նշանակում է, որ նրանում առկա բոլոր էներգիական վիձակներից առանձնացվում է միայն մեկը՝ $|n\rangle$, և չափվում է այդ վիձակի էներգիան։

Նորից դառնանք A դիտելի
ի $\langle \hat{A} \rangle$ քվանտամեխանիկական միջինի համար վերևում դուրս բերված
 $\langle \hat{A} \rangle = \sum_{n} |c_{n}|^{2} a_{n}$ բանաձևին և նրանում օգտագործենք $c_{n} = \langle n | \psi \rangle$ նոր տեսքը՝

$$\left\langle \hat{A} \right\rangle = \sum_{n} \left| \left\langle n | \psi \right\rangle \right|^{2} a_{n} = \sum_{n} \left\langle n | \psi \right\rangle^{*} \left\langle n | \psi \right\rangle a_{n} = \sum_{n} \left\langle \psi | n \right\rangle a_{n} \left\langle n | \psi \right\rangle = \left\langle \psi | \left(\sum_{n} | n \right\rangle a_{n} \left\langle n | \right) \right| \psi \right\rangle:$$

Վերջին անդամի համեմատումը քվանտամեխանիկական միջինի ընդհանուր սահմանման հետ թույլ է տալիս ֆիզիկական դիտելիի կամայական օպերատոր ներկայացնել լրիվ բազիս կազմող պրոյեկտման օպերատորների միջոցով՝

$$\hat{A} = \sum_{n} |n\rangle a_n \langle n| = \sum_{n} a_n |n\rangle \langle n| = \sum_{n} a_n \hat{P}_n$$
(9.6)

 Ω_{2} սելեկտիվ, անընդհատ չափումներ։ Այժմ քննարկենք չափումների տեսության մի կարևոր հետևանք և պարզության համար դիտարկենք դիսկրետ էներգետիկ մակարդակների դեպքը։ Համաձայն (9.6)-ի՝ \hat{A} օպերատորը վերլուծենք՝ ըստ պրոյեկտման $|\varphi_{n}\rangle\langle\varphi_{n}|$ օպերատորների լրիվ համակարգի՝

$$\hat{A} = \sum_{n} a_{n} |\varphi_{n}\rangle \langle \varphi_{n}|:$$

Ենթադրենք համակարգի վրա կատարվում է *Α* դիտելիի իդեալական չափումների հաջորդականություն, որի երկու հարևան չափումները բաժանված են ժամանակի միննույն Δ*t* ինտերվալով։ Երկու հաջորդական չափումների միջակայքում համակարգի վիձակի զարգացումն ընթանում է համաձայն Շրեդինգերի

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\Psi\rangle$$

հավասարման համապատասխան \hat{H} համիտոնյանով։ $\Delta t \to 0$ սահմանում մենք գործ ունենք A դիտելիի անընհատ չափման հետ։

Ենթադրենք համակարգը ժամանակի սկզբնապահին գտնվել է $|\varphi_n\rangle$ վիճակում, որում A-ն ունի որոշակի a_n արժեք՝ $|\psi(t=0)\rangle = |\varphi_n\rangle$: Այն կարող է լինել որևէ իդեալական չափման արդյունքը։ Որևէ t ժամանակ անց, Շրեդինգերի հավասարման համաձայն, կարող ենք գրել՝

$$|\psi(t)\rangle = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t\right)|\psi(t=0)\rangle = \left(1-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t - \frac{1}{\hbar}\hat{H}^{2}t^{2} + ...\right)|\varphi_{n}\rangle:$$

 $t = \Delta t \quad \text{thrpp} \quad \text{duuluuluh huuun luhuh } \left| \psi(\Delta t) \right\rangle = \left| \varphi_n \right\rangle - \frac{i}{\hbar} \hat{H} \left| \varphi_n \right\rangle \Delta t - \frac{1}{\hbar^2} \hat{H}^2 \left| \varphi_n \right\rangle \Delta t^2 + \cdots,$

իսկ կատարված չափման արդյունքում համակարգը սկզբնական $|\varphi_n\rangle$ վիճակում հայտնաբերելու հավանականային ամպլիտուդը կլինի $|\psi(\Delta t)\rangle$ –ի պրոյեկցիան $|\varphi_n\rangle$ –ի վրա, այսինքն՝ $\langle \varphi_n | \psi(\Delta t) \rangle$ սկալյար արտադրյալը։ Հավանականությունը, որպես այդ ամպլիտուդի մոդուլի քառակուսի, կտրվի

$$\mathbf{w}_{nn}(\Delta t) = \left| \left\langle \varphi_n \left| \psi(\Delta t) \right\rangle \right|^2 = 1 - \left(\Delta E \right)_n^2 (\Delta t)^2 / \hbar^2 + \dots \right.$$

արտահայտությամբ, որտեղ

$$\left(\Delta E\right)_{n}^{2} \equiv \left\langle \varphi_{n} \left| \hat{H}^{2} \right| \varphi_{n} \right\rangle - \left\langle \varphi_{n} \left| \hat{H} \right| \varphi_{n} \right\rangle^{2}$$

տարբերությունը էներգիայի անորոշությունն է $|arphi_n
angle$ վիճակում (նկատենք, որ $|arphi_n
angle$ -ն \hat{A} -ի, և ոչ պարտադիր \hat{H} -ի, սեփական ֆունկցիա է)։

 $t = k \cdot \Delta t$ ժամանակ անց կունենանք՝

$$\mathbf{w}_{nn}(t) \approx \left[1 - \left(\Delta E\right)_{n}^{2} \left(\Delta t\right)^{2} / \hbar^{2}\right]^{k}$$

ֆիքսված t-ի պայմաններում փորձերի կրկնման kթվի անընդհատ մեծացման դեպքում $\Delta t = t/k \to 0$ և

$$\mathbf{w}_{nn}(t) \approx \left[1 - \left(\Delta E\right)_{n}^{2} t \cdot \Delta t / k\hbar^{2}\right]^{k} \approx \exp\left[-\left(\Delta E\right)_{n}^{2} t \cdot \Delta t / \hbar^{2}\right]_{\Delta t \to 0} \to 1$$

Այն ասում է, որ համակարգը վստահորեն մնում է սկզբնական $| \varphi_n \rangle$ վիձակում, եթե համակարգի նկատմամբ կատարվում է \hat{A} -ի իդեալական և անընդհատ չափումների հաջորդականություն։

Ստացվում է, որ համակարգի նկատմամբ կատարված անընդհատ չափումների արդյունքում ալիքային ֆունկցիայի շարունակական ռեդուկցիան թույլ չի տալիս համակարգին հեռանալու սկզբնական վիճակից։ Արդյունքի դուրսբերման կարևոր պահը այն է, որ ամեն առանձին փորձում հավանականության մեկ արժեքից եղած շեղումը համեմատական է փոքր Δ*t* մեծության՝ առաջինից բարձր աստիճանի (քառակուսուն)։ Վիճակի ռեդուկցիան՝ ինդուկցված չափումների կողմից, տեղի է ունենում ավելի արագ, քան հնարավոր անցումներն այլ վիճակների։ Զենոնի պարադոքսի անալոգիայով այս երևույթը հայտնի է որպես քվանտային Զենոնի երևույթ։



Մի քանի ֆիզիկական մեծությունների միաժամանակ որոշակի արժեք ունենալու պայմանները: Անդրադառնանք քվանտային չափումների տեսության մեկ այլ կարևոր կողմի, այն է՝ տվյալ վիձակում մի քանի ֆիզիկական մեծությունների որոշակի արժեքներ ունենալու հնարավորությանը: Համաձայն (9.1)-ի, եթե որևէ վիձակի ալիքային ֆունկցիա համընկնում է \hat{A} օպերատորի սեփական ֆունկցիայի հետ, ապա A ֆիզիկական մեծությունն այդ վիձակում ունի որոշակի արժեք։ Ակնհայտ է, որ եթե որևէ վիձակի ալիքային ֆունկցիա հանդիսանում է մի քանի օպերատորների սեփական ֆունկցիա, ապա այդ վիձակում որոշակի արժեք ունեն բոլոր այն ֆիզիկական մեծությունները, որոնց համապատասխանում են այդ օպերատորները։

Օրինակ՝

$$\left| \varphi_{p}(\boldsymbol{r}) \right\rangle = \left(2\pi\hbar \right)^{-3/2} \exp\left(i \frac{\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{r}}{\hbar} \right)$$

ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող համընթաց շարժման ազատ վիձակում որոշակի p արժեք ունի իմպուլսը և $p^2/2m$ կինետիկ էներգիան, քանի որ այդ ֆունկցիան սեփական է իմպուլսի՝

 $\hat{p} = -i\hbar \nabla_{,}$ և կինետիկ էներգիայի՝ $\hat{K} = -(\hbar^2/2m) \nabla^2_{,}$ օպերատորների համար։ Սակայն նույն ալիքային ֆունկցիան սեփական չի հանդիսանում իմպուլսի մոմենտի քառակուսու և նրա պրոյեկցիաների համար։ Այսինքն՝ դրանք քննարկվող համընթաց շարժման վիձակում չունեն որոշակի արժեքներ։ Ազատ վիձակում հնարավոր են նաև պտտական համաչափություն ունեցող այնպիսի ալիքային ֆունկցիաներ, որոնք սեփական են կինետիկ էներգիայի, իմպուլսի մոմենտի քառակուսու և պրոյեկցիաներից մեկի օպերատորների համար, սակայն սեփական չեն իմպուլսի օպերատորի համար։

Այսպիսով, կախված համակարգի վիձակից՝ որոշակի արժեքներ կարող են ունենալ այս կամ այն ֆիզիկական մեծությունները։ Հնարավորությունը կախված է ոչ միայն վիձակից, այլ նաև ֆիզիկական մեծություններից, ավելի կոնկրետ՝ դրանք ներկայացնող օպերատորներից։ Հնարավոր է և այնպես, որ երկու և ավելի ֆիզիկական մեծությունների համար գոյություն չունենան որևէ վիձակներ, որոնցում այդ ֆիզիկական մեծությունները միաժամանակ ունենան որոշակի արժեքներ։

Դիտարկենք A և B երկու ֆիզիկական մեծություններ և ենթադրենք նրանք *կարող են* միաժամանակ ունենալ որոշակի արժեքներ։ Որևէ $|\varphi_n\rangle$ վիճակում համատեղ որոշակի արժեք ունենալը համարժեք է $|\varphi_n\rangle$ -ի՝ \hat{A} և \hat{B} օպերատորների սեփական ֆունկցիա լինելուն, այսինքն՝

$$\hat{A} ig| arphi_n ig
angle = a_n ig| arphi_n ig
angle$$
 , $\hat{B} ig| arphi_n ig
angle = b_n ig| arphi_n ig
angle$

հավասարումները պետք է բավարարվեն միաժամանակ։ Բազմապատկենք առաջինը \hat{B} -ով, երկրորդը՝ \hat{A} -ով և ստացվող առաջին հավասարումից հանենք երկրորդը՝

$$\left(\hat{B}\hat{A}-\hat{A}\hat{B}\right)\left|\varphi_{n}\right\rangle=a_{n}\hat{B}\left|\varphi_{n}\right\rangle-b_{n}\hat{A}\left|\varphi_{n}\right\rangle=\left(a_{n}b_{n}-b_{n}a_{n}\right)\left|\varphi_{n}\right\rangle=0:$$

Քանի որ վիձակի կամայական Ψ ֆունկցիան կարող է վերլուծվել ըստ (9.2)-ի՝ սեփական ֆունկցիաների $\{ | \varphi_n \rangle \}$ լրիվ համակարգի, ապա

$$(\hat{B}\hat{A}-\hat{A}\hat{B})|\Psi\rangle = \sum_{n}a_{n}(\hat{B}\hat{A}-\hat{A}\hat{B})|\varphi_{n}\rangle:$$

Եթե \hat{A} և \hat{B} -ի համատեղ սեփական ֆունկցիա լինելու պայմանին բավարարում են $\{ \varphi_n \}$ լրիվ համակարգի բոլոր $| \varphi_n
angle$ ֆունկցիաները, ապա կունենանք

$$\left(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B}\right)\left|\Psi\right\rangle = \sum_{n} \left(a_{n}b_{n} - b_{n}a_{n}\right)\left|\varphi_{n}\right\rangle = 0$$
(9.7)

կամայական $|\Psi
angle$ -ի համար։ Վերջինս արձանագրում է \hat{A} և \hat{B} օպերատորների կոմուտատիվ լինելը, ինչն ընդունված է գրել

$$\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B} = 0 \tag{9.8}$$

օպերատորական հավասարության տեսքով։

Այսպիսով, որպեսզի երկու ֆիզիկական մեծություններ կարողանան նախապես չկոնկրետացված վիձակում միաժամանակ ունենալ որոշակի արժեքներ, ապա անհրաժեշտ է, որ նրանց համապատասխան օպերատորները լինեն կոմուտատիվ։

Նկատենք, որ որևէ կոնկրետ վիճակում միաժամանակ որոշակի արժեք ունենալու փաստից դեռ չէր հետևում համապատասխան օպերատորների կոմուտատիվությունը։ Օրինակ, զրո իմպուլսի մոմենտով վիձակում միաժամանակ զրո են նաև մոմենտի բոլոր երեք պրոյեկցիաները, այն դեպքում, երբ պրոյեկցիաների օպերատորներն իրար մեջ կոմուտատիվ չեն։

Կարելի է ապացուցել նաև հակադարձ թեորեմը, որ եթե երկու \hat{A} և \hat{B} օպերատորներ կոմուտացվում են, ապա նրանք ունեն սեփական ֆունկցիաների համատեղ համակարգ։ Ապացույցը հատկապես պարզ է, եթե սեփական ֆունկցիաների համակարգն այլասերված չէ։ Վերցնենք \hat{A} օպերատորի սեփական ֆունկցիաների լրիվ համակարգից կամայական մեկը՝ $|\varphi_n\rangle$, և (9.8)-ը կիրառենք նրա նկատմամբ. $(\hat{B}\hat{A} - \hat{A}\hat{B})|\varphi_n\rangle = 0$ կամ $\hat{A}(\hat{B}|\varphi_n\rangle) = \hat{B}\hat{A}|\varphi_n\rangle$ ։ Աջ մասում

$$\hat{B}\hat{A}|\varphi_{n}\rangle = \hat{B}(\hat{A}|\varphi_{n}\rangle) = \hat{B}(a_{n}|\varphi_{n}\rangle) = a_{n}(\hat{B}|\varphi_{n}\rangle):$$

Տեղադրենք՝

$$\hat{A}(\hat{B}|\varphi_n\rangle) = a_n(\hat{B}|\varphi_n\rangle):$$

Այն նշանակում է, որ $\hat{B}|\varphi_n\rangle$ -ը \hat{A} օպերատորի a_n սեփական արժեքին համապատասխանող սեփական ֆունկցիա է։ Եվ քանի որ ենթադրության համաձայն սեփական արժեքներն այլասերված չեն, ապա $\hat{B}|\varphi_n\rangle$ -ն $|\varphi_n\rangle$ -ից կարող է տարբերվել միայն թվային գործակցով։ Նշանակելով այն b_n ,՝ կունենանք

$$\hat{B} | \varphi_n \rangle = b_n | \varphi_n \rangle$$

ինչն էլ մատնանշում է $|arphi_n
angle$ -ի \hat{B} օպերատորի սեփական ֆունկցիա լինելը։

Եթե $|\psi
angle$ վիձակում մի քանի ֆիզիկական մեծություններ ունեն որոշակի արժեք, և նրանց օպերատորները կոմուտացվում են, ապա ֆիզիկական մեծություններից մեկի չափումը չի բերում մյուսների մոտ արժեքների խոտորումների։ Մենք հակիրձ ասում ենք, որ դրանք համատեղ չափելի են։

§ 10. Քվանտային ինֆորմացիա

Ինֆորմացիան ֆիզիկական է։ Ինֆորմացիայի պահպանումը և գործառույթները իրենց հետ պահանջում են որոշ ֆիզիկական միջոցներ, ասենք՝ խաղային զառը՝ իր հնարավոր 6 դիրքերով, անջատիչը՝ իր 2 դիրքերով, կամ կոնդենսատորը՝ լիցքավորված կամ դատարկ վիՃակներով։

Դասական ինֆորմացիոն գիտությունը ինֆորմացիայի պահպանումը, փոխանցումը և գործառույթները նկարագրում է որպես բիթեր՝ մեկերի և զրոների երկուական թվերի համակարգ, կոդավորելով։ Համակարգիչները, ինտերնետը և թվային հեռուստատեսությունն արդյունք են բիթերի հիման վրա գործող ինֆորմացիոն միջոցների, իսկ նրանց զարմանալիորեն կայուն աշխատանքի պատձառը սխալների և անորոշությունների համարյա իսպառ բացակայությունն է։ Քվանտային ինֆորմացիան փոխում է այս ամենը։ Քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթները պահանջում են ֆիզիկական համակարգեր, որոնք ենթարկվում են քվանտային ֆիզիկայի օրենքներին։

Հատկապես կարևոր է, որ կատարվող գործառույթների տեսանկյունից քվանտային ինֆորմացիան որակապես տարբերվում է դասական ինֆորմացիայից. այն պահպանվում և է գործողության մեջ է դրվում «քյուբիթերի» միջոցով, քվանտային բիթերի, որոնց արժեքները կարող են լինել զրո և մեկ միաժամանակ։ Սա, իհարկե, քվանտային սուպերպոզիցիայի սկզբունքի ուղղակի հետևանքն է։ Ներկա համակարգիչներում գործող սովորական տրանզիստորը չի կարող միաժամանակ լինել բաց և փակ։ Բայց եթե այն լինի բավականաչափ փոքր այնպես, որ գործեն քվանտամեխանիկական օրինաչափությունները, ապա այս տարօրինակությունը կլինի ոչ միայն հնարավոր, այլև բնութագրական։ Օրինակ, առանձին ատոմը կարող է լինել երկու տարբեր էներգետիկ մակարդակներով վիճակների սուպերպոզիցիա հանդիսացող վիճակում։ Կամ իր առանցքի շուրջ պտտվող էլեկտրոնի սպինի վեկտորը կարող է ուղղված լինել դեպի վերևի և դեպի ներքնի սուպերպոզիցիայում, ընդ որում՝ բոլոր հնարավոր համամասնություններով։ Այս սկզբունքային կարևորության բովանդակությունը երկրաչափական մեկնաբանությամբ բերված է Նկ. 10.1-ում։

Քվանտային սուպերպոզիցիայի էական և կոնտրինտուիտիվ բնույթն այս դեպքում այն է, որ պտտման առանցքը չի գտնվում ներքևի և վերևի միջև ինչ-որ մի դիրքում (ինչպես դա պատկերված է նկարում !!!)։ Եթե կատարվի սպինի չափում,ապա այն միշտ ցույց կտա առանցքի կա՛մ դեպի վերև, կա՛մ դեպի ներքև դիրք։ Բայց դա այն բանի շնորհիվ չէ, որ սպինը եղել է մինչ չափումը դեպի վերև կամ դեպի ներքև դիրքում։



Նկ. 10.1. Քվանտային բիթը կարող է ներկայացվել որպես սպինը վերև և սպինը ներքև վիՃակների համատեղ գոյություն։ Պայմանականորեն պատկերված է դեղին սլաքով (Տե՛ս Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.2):

Այն եղել է միաժամանակ երկու դիրքերում էլ, և չի լինում դրանցից միայն մեկում մինչ չափման իրականացումը։ Այս չափազանց հիմնարար ասպեկտը քվանտային վիձակի՝ մինչ չափումն անհայտ բնույթի մասին, անհամապատասխանության մեջ է ամբողջ դասական ֆիզիկայի փորձառությանը։

Քվանտային ինֆորմացիայի հատուկ կարգավիձակը գալիս է նրանից, որ սուպերպոզիցիան և դրան առնչվող խձձվածությունը թույլ են տալիս քյուբիթներին իրականացնել բաներ, որոնք բիթերը չեն կարող։ Դա տեսնելու համար դիտարկենք երեք դասական բիթերից կազմված <u>1 0 1</u> пեգիստր։ Տասական (արաբական) թվերի ներկայացմամբ այն (ընթացքը աջից ձախ) հերթականությամբ $1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 = 5$ թիվն է։ Ընդհանուր դեպքում այսպիսի մի եռաբիթ пեգիստր կարող է ներկայացնել 0 = 0 0 0 -ից մինչև 7 = 1 1 1 ութ հատ հաջորդական թվերից մեկը։ Ի տարբերություն սրա՝ քվանտային եռաքյուբիթ пեգիստրը կարող է բոլոր այս ութ տարբեր թվերը պահել միաժամանակ։ Ավելի Ճշգրիտ, քվանտային пեգիստրը կարող է գտնվել բոլոր ութ թվերի կոհերենտ սուպերպոզիցիայի վիձակում, ինչը կարող ենք գրել հետևյալ կերպ.

 $\left| \Psi_{reg} \right\rangle = a \left| 000 \right\rangle + b \left| 100 \right\rangle + c \left| 010 \right\rangle + d \left| 001 \right\rangle + e \left| 110 \right\rangle + f \left| 101 \right\rangle + g \left| 011 \right\rangle + h \left| 111 \right\rangle :$

a -ից մինչև *h* գործակիցները համապատասխան վիձակների հավանականային ամպլիտուդներն են։ Վիձակի կոհերենտությունն արտահայտվում է նրանում, որ ամպլիտուդների միջև գոյություն ունեն որոշակի փուլային առնչություններ, ինչը թույլ է տալիս նրանց միջև ինտերֆերենցիա։

Այսպիսի սուպերպոզիցիաների ընձեռած ձկունությունը դառնում է ահռելի մեծ ռեսուրս, երբ ռեգիստրում առանձին քյուբիթների թիվը մեծանում է։ N քյուբիթանոց ռեգիստրում սուպերպոզիցիայի մեջ գտնվող վիձակների ընդհանուր թիվը 2^N է։ Դասական N բիթանոց ռեգիստրը մեկ վիձակում կարող է ներկայացնել միայն մեկ N բիթանոց թիվ, իսկ քվանտային ռեգիստրը կարող է լինել այդ բոլոր 2^N թվով N բիթանոց թվերի սուպերպոզիցիոն վիձակում։ 300 քյուբիթ ունեցող ռեգիստրի սուպերպոզիցիոն վիձակում բազիսային քյուբիթ-վիձակների թիվը կարող է լինել մինչև 2^{300} , ինչը մեծապես գերազանցում է ատոմների թիվն ամբողջ տեսանելի տիեզերքում։

Ի հավելումն մեծ քանակի ինֆորմացիան կոմպակտ պահպանելու հնարավորության՝ քվանտային մեխանիկայի գծային բնույթը նշանակում է, որ սուպերպոզիցիոն վիճակը կազմող 2^N թվով վիճակները կարող են փոփոխությունների ենթարկվել միաժամանակ, այսինքն՝ հնարավոր է «քվանտային զուգահեռականություն» (quantum parallelism)։ Սա դեպի քվանտային համակարգիչների հզորություն ընթացքի կարևոր բազադրամասերից մեկն է։ Այն թույլ է տալիս միաժամանակ էքսպոնենցիալ մեծ թվով հաշվարկներ կատարել։

Բլոխի սֆերա։ Քյուբիթը ներկայանում է երկմակարդակ քվանտային համակարգով, որի երկու բազիսային (հեշտորեն տարբերակելի) վիճակներին համապատասխանության մեջ են դրվում բուլյան երկուական հանրահաշվի 0 և 1 թվերը («ոչ» և «այո» տրամաբանական գործողությունները)։ Առաջինը, որպես կանոն, համապատասխանության մեջ է դրվում գրգռված վիճակին, երկրորդը՝ հիմնական վիճակին։ Սյունակային նշանակումներով այն տրվում է

$$\left|0\right\rangle \equiv \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \qquad \left|1\right\rangle \equiv \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

համապատասխանություններով։

Երկմակարդակ համակարգի՝ որպես քյուբիթի ալիքային ֆունկցիան, համաձայն §8-ի, կարող է գրվել $|\psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$ ընդհանուր տեսքով, որում գործակիցները կոմպլեքս մեծություններ են և բավարարում են նորմավորման $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$ նորմավորման պայմանին։ c_0 -ի փուլը կարելի է ընդհանուր հանել և մի կողմ թողնել։ Ռելաքսացման հնարավոր պրոցեսները ներառելու համար քվանտային մեխանիկան օգտվում է $\hat{
ho}$ խտության մատրիցայի հասկացությունից։ Այն օպերատորական մեծություն է և $|\psi\rangle$ ալիքային ֆունկցիայով նկարագրվող կոհերենտ վիճակի համար այն ներկայացվում է պրոյեկտման $|i\rangle\langle j|$, i, j = 0,1, օպերատորների սուպերպոզիցիայի տեսքով՝

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi| = (c_0|0\rangle + c_1|1\rangle)(c_0^*\langle 0| + c_1^*\langle 1|) = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0^*|0\rangle\langle 1| + c_1^*c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0^*c_1^*|0\rangle\langle 1| + c_1^*c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0^*c_1^*|0\rangle\langle 1| + c_1^*c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0^*c_1^*|0\rangle\langle 1| + c_1^*c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0^*c_1^*|0\rangle\langle 1| + c_1^*c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0^*c_1^*|0\rangle\langle 1| + c_1^*c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + c_0^*c_1^*|0\rangle\langle 1| + c_1^*c_0^*|1\rangle\langle 0| + |c_1|^2|1\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + |c_0|^2|0\rangle\langle 1| + c_0^*c_0^*|0\rangle\langle 0| + |c_0|^2|0\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + |c_0|^2|0\rangle\langle 1| = |c_0|^2|0\rangle\langle 0| + |c_0|^2|0\rangle\langle 1| = |c_0|^2$$



Վերներ Հայզենբերգը և Վոլֆգանգ Պաուլին զրուցում են

Յուրաքանչյուր երկչափ օպերատոր կարող է ներկայացվել միավոր I և Պաուլիի σ մատրիցաների օգնությամբ՝

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} \left(I + \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \right) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + w & u - iv \\ u + iv & 1 - w \end{pmatrix}, \tag{10.1}$$

որտեղ a -ն կոչվում է վիձակի բնութագրիչ միավոր երկարության վեկտոր՝ Բլոխի վեկտոր, իսկ

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}:$$

a վեկտորն ընդունված է պատկերել Բլոխի տարածությունում, որի ներկայացման համար կարող է ընդունվել Նկ. 10.1-ի աջակողմյան պատկերը: *z* -երի առանցքի վրա տեղադրվում է վիձակների բնակեցվածությունների $w = |c_0|^2 - |c_1|^2 = a_z$ տարբերությունը, $a_z = \cos \theta : x$ -երի և *y*-ների առանցքների վրա տեղադրվում են կոհերենտությունը ներկայացնող $c_1 c_0^*$ ոչ անկյունաqծային էլեմենտի իրական և կեղծ մասերի կրկնապատիկները՝ $u = 2 \operatorname{Re}(c_1 c_0^*) = a_x$, $v = 2 \operatorname{Im}(c_1 c_0^*) = a_y :$ Այսինքն՝ $a_x = \sin \theta \cos \phi$, $a_y = \sin \theta \sin \phi$:



Ֆելիքս Բլոխ

Վիձակի a վեկտորի երկու պարամետրերից կախումը թույլ է տալիս այդ պարամետրերով արտահայտել նաև $|\psi\rangle$ -ն՝ նրա c_0 և c_1 գործակիցներն արտահայտելով θ և ϕ անկյուններով։ Արդյունքում ունենում ենք

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + \sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}|1\rangle$$
 (10.2)

շատ հարմար արտահայտությունը։

 θ և ϕ անկյունները ներկայացնում են կետ միավոր շառավղով Բլոխի սֆերայի վրա։ Դասական 0 բիթը (գրգռված վիճակը) այստեղ ներկայանում է սֆերայի վերին՝ հյուսիսային բևեռով, 1 բիթը՝ ներքևի (հիմնական վիճակի) հարավային բևեռով։ Սֆերայի մնացած բոլոր կետերը կազմում են բազիսային վիճակների սուպերպոզիցիոն վիճակները։ θ անկյունը որոշում է բազիսային վիճակների բնակեցվածությունները, ϕ անկյունը՝ նրանց միջև հարաբերական փուլը։ Բլոխի սֆերան պարզորոշ լուսաբանում է քյուբիթային վիճակների անվերջ բազմազանությունը դասական երկուական բիթի նկատմամբ։

Եթե ժամանակի սկզբնապահին համակարգը գտնվում է էներգետիկ մակարդակներից մեկի, ասենք՝ հիմնականի վրա, ապա ազիմուտալ անկյան հարցը Բլոխի սֆերայի վրա անորոշ է, ինչը նշանակում է, որ առաջին իմպուլսի առաջացրած պտույտի առանցքի ընտրությունը կամայական է։ Դա թույլ է տալիս x և y առանցքների ուղղություններն ընտրել այնպես, որ առաջին իմպուլսի բերած պտույտն իրականացվի, ասենք, y առանցքի շուրջ՝ իմպուլսը վերանալիս թողնելով Բլոխի վեկտորը xOz հարթության մեջ։ Հաջորդ իմպուլսների առաջացրած պտույտների ազիմուտալ անկյուններն արդեն կորոշվեն նրանց ունեցած փուլերով առաջին իմպուլսի փուլի նկատմամբ։ Նկ. 7.2-ում պատկերված է Բլոխի վեկտորի վրա երկու հաջորդական իմպուլսների ազդեցությունը, երբ վիճակի a վեկտորի ծայրակետը հայտնվում է xOy հասարակածային հարթության եզրագծի $\phi = \pi/4$ ազիմուտալ անկյունով կետում։



U4. 10.2. Finfuh dhumph umughu umughu umujmp mhnh ξ niuhunid $3\pi/4$ uulyuu muu y umuugph 2nipg, nphu uulhguuuhu hhmhnid $\xi -90^{\circ}$ hupuphpuuhuu uhnijnd (x umuugph 2nipg) huunijuh umuguugpuo $-\pi/2$ uulymiund uumuju (Sh'u Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 9.11):

Այն սուպերպոզիցիոն վիճակ է հետևյալ ալիքային ֆունկցիայով.

$$\left|\psi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|0\right\rangle + e^{-i\pi/4}\left|1\right\rangle\right) \tag{10.3}$$

Բլոխի սֆերայի պատկերացումը լայնորեն օգտագործվում է միջուկային մագնիսական ռեզոնանսի ֆիզիկայում և ատոմական կոհերենտ երևույթներում՝ ներառյալ քվանտային ինֆորմատիկան, ինչին կանդրադառնանք հետագայում։

ԽՃՃվածությունը և ինֆորմացիան։ Բաղկացուցիչ մասերից կազմված քվանտային համակարգի որևէ $|\Psi\rangle$ վիձակ կոչվում է ֆակտորիզացված, եթե այն կարող է ներկայացվել մասերից յուրաքանչյուրի վիձակը ներկայացնող $|\psi_i\rangle$, i = 1, 2, ..., n ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալի տեսքով.

$$|\Psi\rangle = \prod_{i=1}^{n} |\psi_i\rangle = |\psi_1\rangle |\psi_2\rangle \dots |\psi_n\rangle:$$
(10.4)

Եթե ոչ, ապա $|\Psi
angle$ վիճակը կոչվում է խճճված։ Հանրահայտ են Էյնշտեյն–Պոդոլսկի– Ռոզենի

$$|\Psi_{EPR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle|1\rangle \pm |1\rangle|0\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle \pm |10\rangle),$$

Բելի

$$|\Psi_{Bell}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle|0\rangle \pm |1\rangle|1\rangle) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle \pm |11\rangle)$$

երկմասնիկ (առավելագույն) խձձված վիձակները, և Գրինբերգեր–Հորն–Ցելինգերի

$$\left|\Psi_{GHZ}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0\right\rangle\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle\left|1\right\rangle\right) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|000\right\rangle + \left|111\right\rangle\right)$$

եռամասնիկ խՃՃված վիՃակը։



Ալբերտ Էյնշտեյն Բորիս Պոդոլսկի Նաթան Ռոզեն



Ջոն Բել



Դանիել Գրինբերգեր

Միխայիլ Հորն

Անտոն Ցելինգեր

Չնայած սահմանման պարզությանը՝ խՃՃվածությունը բերում է մի շարք սկզբունքային նորության տեխնոլոգիական կիրառությունների, որոնց մի քանիսին կհանդիպենք հետագայում։ Առայժմ նկատենք, որ այն քվանտային ինֆորմացիայի ռեսուրս է, ինչը կարող է հասանելի լինել քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթների առավելություններն օգտագործելու Ճանապարհին։ ԽՃՃվածության քանակական բնութագրումն ընդհանուր դեպքում բարդ հարց է։ Այն լավ մշակված է միայն երկու քյուբիթերի՝ երկմաս համակարգերի դեպքում, որին օգնում է Շմիդթի դեկոմպոզիցիայի մասին թեորեմը։ Համաձայն վերջինիս՝ ամեն մի երկմաս համակարգի

$$\left|\Psi\right\rangle_{AB} = \sum_{i=1}^{d_{A}} \sum_{j=1}^{d_{B}} c_{ij} \left|a_{i}\right\rangle_{A} \left|b_{j}\right\rangle_{B}$$

վիճակ, որում $\left|a_{i}
ight
angle_{A}$ -ն և $\left|b_{j}
ight
angle_{B}$ -ն առանձին ենթահամակարգերի բազիսային օրթոգոնալ վիճակներն են, հնարավոր է ներկայացնել բիօրթոնորմալ

$$\left|\Psi\right\rangle_{AB} = \sum_{k=1}^{r} \sqrt{w_k} \left|u_k\right\rangle_A \left|v_k\right\rangle_B, \quad w_k > 0, \quad \sum_{k=1}^{r} w_k = 1$$
(10.5)

տեսքով, որտեղ $r \leq d \equiv \min\{d_A, d_B\}$ -ն կոչվում է Շմիդթի ռանգն։ Այստեղից անմիջականորեն հետևում է, որ երկմաս կոհերենտ համակարգը խձձված է, եթե միայն նրա Շմիդթի ռանգը մեծ է մեկից՝ r > 1։



Էդհարդ Շմիդթ

ԽՃՃվածության առավել տարածված քանակական բնութագիրը Ֆոն Նեյմանի էնտրոպիան է։ Այն ստանալու համար նախ անցում է կատարվում $|\Psi\rangle_{AB}$ ալիքային ֆունկցիայից համապատասխան $\hat{\rho}_{AB} = |\Psi\rangle_{AB} \langle \Psi |$ խտության մատրիցային, որից հետո կառուցվում են խտության բերված մատրիցաները համապատասխան ենթահամակարգերի համար՝



Ջոն ֆոն Նեյմանը զրուցում է ուսանողների հետ առավոտյան

թեյի սեղանի մոտ (1947թ.)։

$$\hat{\rho}_{A} = Tr_{B} \left(\left| \Psi \right\rangle_{AB} \left\langle \Psi \right| \right), \quad \hat{\rho}_{B} = Tr_{A} \left(\left| \Psi \right\rangle_{AB} \left\langle \Psi \right| \right):$$
(10.6)

Այստեղ Tr_B նշանակում է հետքի հաշվում՝ ըստ B ենթահամակարգի օրթոնորմավորված որևէ բազիսային վիճակների։ Այն իր մեջ ներառում է միացյալ համակարգի վերաբերյալ ինֆորմացիան՝ միննույն ստատիստիկական կշիռներով միջինացված՝ ըստ առանձնացված B ենթահամակարգի հնարավոր վիճակների։ Նման նշանակում է նաև Tr_A -ի համար։

Եթե (10.6)-ի բանաձներում տեղադրենք Շմիդթի (10.5) բիօրթոնորմալ վերլուծությունները, ապա Tr_B -ի հաշվման դեպքում հետքը հարկ կլինի վերցնել ըստ $|v_k\rangle_B$ բազիսի, իսկ Tr_A -ի հաշվման դեպքում՝ ըստ $|u_k\rangle_A$ բազիսի։ Պարզ գործողությունների արդյունքում կստանանք

$$\hat{\rho}_{A} = \sum_{k=1}^{r} w_{k} \left| u_{k} \right\rangle_{A} \left\langle u_{k} \right| \quad \text{b} \quad \hat{\rho}_{B} = \sum_{k=1}^{r} w_{k} \left| v_{k} \right\rangle_{B} \left\langle v_{k} \right|: \tag{10.7}$$

Որևէ $\hat{
ho}$ խտության մատրիցայով որոշվող վիձակի Ֆոն Նեյմանի էնտրոպիա է

$$S = -Tr(\hat{\rho}\ln\hat{\rho})$$

մեծությունը։ Եթե խտության մատրիցան անկյունագծային տեսքի է, ինչպես է ենթահամակարգերի (10.7) բերված խտության մատրիցաների դեպքում, ապա հաշվարկները խիստ բեռնաթափվում են և բերվում անկյունագծային անդամների պարզ գումարի։ Արդյունքում երկմաս համակարգի խՃՃվածության չափի համար գալիս ենք

$$E\left(\left|\Psi\right\rangle_{AB}\right) = S\left(\hat{\rho}_{A}\right) = S\left(\hat{\rho}_{B}\right) = -\sum_{k=1}^{r} w_{k} \ln w_{k}$$
(7.8)

ամփոփ արտահայտությանը։ Այն ներկայացնում է բնական արդյունք․ այն է՝ խձձվածության չափը երկու ենթահամակարգերի համար նույնն է։

 Ω_{2} քլոնավորման թեորեմը։ Թեորեմը պնդում է, որ անհայտ քվանտային վիձակը չի կարող քլոնավորվել (կրկնօրինակվել)։ Հիմնավորելու համար նկատենք, որ որևէ $|lpha\rangle$ վիձակի կրկնօրինակի ստեղծում նշանակում է երկու համակարգերի |lpha
angle|0
angle զույգին ստիպել անցնել |lpha
angle|lpha
angle վիձակի՝

$$\hat{U}(|lpha
angle|0
angle) = |lpha
angle| lpha
angle$$

որտեղ \hat{U} -ն ձևափոխությունը կատարող ունիտար օպերատոր է։ Քանի որ առնչությունը ենթադրվում է կամայական վի՜ձակի համար, ապա \hat{U} -ն կախված չէ lpha -ից։ Ուրեմն նաև

$$\hat{U}(|\beta\rangle|0\rangle) = |\beta\rangle|\beta\rangle, \ \beta \neq \alpha$$

Դիտարկենք $|\gamma
angle = (|lpha
angle + |eta
angle)/\sqrt{2}$ սուպերպոզիցիոն վիձակը և \hat{U} օպերատորով ազդենք նրա վրա։ Դիտելով $|\gamma
angle$ -ն որպես միասնական վիձակ՝ կունենանք՝

$$\hat{U}(|\gamma\rangle|0\rangle) = |\gamma\rangle|\gamma\rangle = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle)(|\alpha\rangle + |\beta\rangle)/2 = (|\alpha\rangle|\alpha\rangle + 2|\alpha\rangle|\beta\rangle + |\beta\rangle)/2:$$

Իսկ եթե հիշենք, որ \hat{U} -ն գծային օպերատոր է, ապա կունենանք՝

$$\hat{U}(|\gamma\rangle|0\rangle) = \hat{U}(|\alpha\rangle|0\rangle + |\beta\rangle|0\rangle)/\sqrt{2} = (\hat{U}|\alpha\rangle|0\rangle + \hat{U}|\beta\rangle|0\rangle)/\sqrt{2} = (|\alpha\rangle|\alpha\rangle + |\beta\rangle|\beta\rangle)/\sqrt{2} :$$

Այս արդյունքներն ընդհանուր դեպքում անհամատեղելի են, ինչն էլ ապացուցում է պնդումը։

Ωչ քլոնավորման թեորեմը կարելի է ապացուցել նաև ավելի ընդհանուր՝ շրջակա միջավայրի առկայության պայմաններում։ Վերջինիս ալիքային ֆունկցիան նշանակելով $|E_0\rangle$ և ձևափոխության \hat{U} օպերատորով ազդելով ամբողջի վրա՝ ուզում ենք արդյունքում ստանալ $|\gamma\rangle$ չփոխված բնօրինակը և «դատարկ» $|0\rangle$ վիձակը՝ ձևափոխված $|\gamma\rangle$ օրիգինալի վիձակի, այսինքն՝

$$\hat{U}(|\gamma\rangle|0\rangle|E_{0}\rangle) = |\gamma\rangle|\gamma\rangle|E_{\psi}\rangle$$

ձևափոխությունը, որտեղ $\left| E_{\!\psi} \right
angle$ -ն շրջակա միջավայրի ալիքային ֆունկցիան է՝ ընդհանուր դեպքում տարբեր սկզբնականից։ Դիտարկենք երկու այդպիսի ձևափոխություններ՝

$$\hat{U}(|\gamma_{1}\rangle|0\rangle|E_{0}\rangle) = |\gamma_{1}\rangle|\gamma_{1}\rangle|E_{\psi_{1}}\rangle,$$
$$\hat{U}(|\gamma_{2}\rangle|0\rangle|E_{0}\rangle) = |\gamma_{2}\rangle|\gamma_{2}\rangle|E_{\psi_{2}}\rangle.$$

և կազմենք դրանց սկալյար արտադրյալը։ Քանի որ, համաձայն \hat{U} -ի ունիտարության $\hat{U}^{\dagger}\hat{U}=I$, ապա ստանում ենք, որ

$$\langle \gamma_1 | \gamma_2 \rangle = \langle \gamma_1 | \gamma_2 \rangle^2 \langle E_{\psi_1} | E_{\psi_2} \rangle$$

Այստեղ $\langle \gamma_1 | \gamma_2 \rangle \leq 1$, այնպես որ անհրաժեշտորեն դուրս բերված պայմանը կարող է բավարարվել միայն եթե $\langle \gamma_1 | \gamma_2 \rangle = 0$ կամ 1։ Հետևաբար, երկու իրարից տարբեր և ոչ օրթոգոնալ (ոչ բազիսային) $| \gamma_1 \rangle$ և $| \gamma_2 \rangle$ վիձակների կրկնօրինակումն անհնար է։

Քանի որ բազիսային վիճակները հնարավոր է քլոնավորել, ապա հայտնի կամայական վիճակը՝ որպես նրանց սուպերպոզիցիա, ևս կարելի է քլոնավորել։

§ 11. Քվանտային համակարգիչ

Քվանտային ինֆորմացիայի տեսության հիմնական թեորեմներից մեկն ասում է, որ կամայական ինֆորմացիոն/հաշվողական բովանդակություն կարող է ներկայացվել միաքյուբիթ և երկքյուբիթ գեյթերի համապատասխան հաջորդականության միջոցով։ Այնպես որ դրանք ստանցքային կարևորություն ունեն քվանտային ինֆորմացիայի գործառույթներում։ Դա, իհարկե, չի նշանակում, որ տվյալ նպատակային արդյունքին հասնելու համար հարմար է օգտագործել միայն միաքյուբիթ և երկքյուբիթ գեյթեր։ Բոլորովին։ Խոսքը սկզբունքային հնարավորության մասին է։

Միաքյուբիթ տրամաբանական գեյթեր։ Միաքյուբիթ գործառույթը (գեյթը) սխեմատիկորեն պատկերված է Նկ. 11.1-ում։ Մուտքային *q* քյուբիթը, ներառնվելով գործառույթում, ձևափոխվում է նոր՝ *q*՛ քյուբիթի։



Նկ. 11.1. Միաքյուբիթ գեյթի սիսեմատիկ պատկերը։ Գեյթը մուտքային զ քյուբիթը ձևափոխում է ելքային q' քյուբիթի (Sե´u Fox M., Quantum Optics: An Introduction. Oxford University Press, 2006, Fig. 13.5):

Եթե համապատասխան ալիքային ֆունկցիաները գրենք $|\psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$ և $|\psi'\rangle = c_0' |0\rangle + c_1' |1\rangle$ ընդհանուր տեսքերով, ապա գեյթի ազդեցությունը կներկայանա բազիսային վիճակների գործակիցների զույգի փոփոխության միջոցով։ Վերջիններս ներկայացնելով մատրիցական տեսքերով՝ սյունակներով, միաքյուբիթային գեյթը կներկայանա 2×2 մատրիցայի տեսքով.

$$\begin{pmatrix} c_1' \\ c_0' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix},$$
(11.1)

որտեղից

$$c_{1}' = M_{11}c_{1} + M_{10}c_{0},$$

$$c_{0}' = M_{01}c_{1} + M_{00}c_{0}:$$
(11.2)

Ալիքային ֆունկցիաների $|c_0|^2 + |c_1|^2 = |c_0'|^2 + |c_1'|^2 = 1$ նորմավորման պայմանը **M** մատրիցայի վրա դնում է ունիտարության ընդհանրական պահանջ. այն է՝

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{10} \\ M_{01} & M_{00} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11}^* & M_{01}^* \\ M_{10}^* & M_{00}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

կամ կրձատ տեսքով՝

 $M M^{\dagger} = \mathbf{I}:$

Ներկայացնենք երեք առավել կարևոր միաքյուբիթ գեյթերը։

NOT գեյթը, որը նշանակվում է «X» սիմվոլով, համընկնում է Պաուլի
ի σ_x մատրիցայի հետ.

$$X \cdot q = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}:$$
(11.3)

Այն փոխանակում է բազիսային վիձակների հավանականային ամպլիտուդները, կամ որ նույնն է՝ հանդիպելով $|0\rangle$ վիձակին՝ մերժում է այն և դարձնում այն $|1\rangle$, իսկ հանդիպելով և մերժելով $|1\rangle$ -ին՝ դարձնում է այն $|0\rangle$ ։ Պրոյեկտման օպերատորների պատկերացմամբ այն գրվում է

$$X = |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|: \tag{11.4}$$

Հաջորդը Z գեյթն է։ Մատրիցական տեսքը Պաուլիի σ_z մատրիցան է՝

$$Z \cdot q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ -c_0 \end{pmatrix},$$
(11.5)

իսկ օպերատորական տեսքը՝

$$Z = |1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0|:$$
(11.6)

Վերջինը ներկայացնենք Հադամարդի գեյթը՝ սիմվոլը՝ \hat{H} , հավասար $(X+Z)/\sqrt{2}$ -ի։ Մատրիցական ներկայացմամբ գործառույթը կլինի՝

$$\hat{H} \cdot q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (c_1 + c_0)/\sqrt{2} \\ (c_1 - c_0)/\sqrt{2} \end{pmatrix}:$$
(11.7)

Այստեղ հատկանշականն այն է, որ առանձին բազիսային վիճակից ձևավորվում է (հավասար ստատիստիկական կշիռներով) սուպերպոզիցիոն վիճակ։ Օրինակ, $|0\rangle$ -ն անցնում է $(|1\rangle - |0\rangle)/\sqrt{2}$ -ի։ Գեյթը տալիս է նաև հակառակ արդյունքի հնարավորություն։ Օրինակ՝

$$\hat{H} \cdot \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} :$$

Բոլոր այս ձևափոխությունների պատկերումը Բլոխի սֆերայի վրա թողնում ենք ընթերցողին կատարելու ինքնուրույն։

Ինչպես նախկինում նշել ենք, երկմակարդակ ատոմների վրա միաքյուբիթ գեյթերի իրականացման համար հարկ է ձառագայթել նրանց ատոմական անցման հաձախության համապատասխան փուլ և էներգիա ունեցող կարձ լազերային իմպուլսներով։ Այս տեխնիկան շատ լավ մշակված է և հայտնի 1970-ական թվականներից։ Հետազոտություններ ընթանում են նաև տեխնոլոգիական այլ ուղղություններով։

Երկքյուբիթ տրամաբանական գեյթեր։ Երկքյուբիթ գեյթերից հատկապես կարևոր են վերահսկվող գեյթերը։ Դրանք ունեն երկու մուտքային քյուբիթեր, որոնք կոչվում են համապատասխանաբար վերահսկող (control) և թիրախ (target)։ Գեյթը որևէ ազդեցություն չի ունենում վերահսկող քյուբիթի վրա, սակայն կատարում է որոշակի ունիտար գործողություն թիրախ քյուբիթի վրա՝ պայմանավորված վերահսկող քյուբիթի վիճակով։

Առավել կարևորն այստեղ CNOT (Controlled NOT) գեյթն է, որն իրականացնում է $|q_1\rangle|q_2\rangle \rightarrow |q_1\rangle|q_1 \oplus q_2\rangle$ գործառույթ, որտեղ \oplus -ը modulo-2 գործողությունն է: q_1 , q_2 -ը զրո են կամ մեկ: q_1 -ը վերահսկող մուտքային քյուբիթն է, q_2 -ը՝ թիրախ մուտքային քյուբիթը, ինչպես պատկերված է Նկ. 11.2-ում։ Այստեղ վերահսկվող ունիտար գործողությունը, ինչպես երևում է անվանումից, NOT գեյթն է։ Վերահսկումը նրանում է, որ թիրախ քյուբիթի նկատմամբ NOT օպերացիան կատարվում է, եթե $q_1 = |1\rangle$:



Նկ. 11.2. Վերահսկվող-NOT (CNOT) գեյթի սխեման և պայմանական նշանը (Տե´ս Fox M., Quantum Optics: An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.7)։

Գրենք գեյթը բացահայտ օպերատորական և մատրիցական տեսքերով՝

$$\hat{U}_{CNOT} = |0\rangle \langle 0| \otimes \hat{\mathbf{I}} + |1\rangle \langle 1| \otimes \hat{U}_{NOT} =$$

$$\frac{1}{2} (1 + \sigma_z) \otimes 1 + \frac{1}{2} (1 - \sigma_z) \otimes \sigma_x,$$

որտեղ 🛞 -արտադրյալ օպերատորներում աջակողմյան անդամը գործում է թիրախ քյուբիթի վրա, իսկ ձախակողմյան անդամը՝ վերահսկող քյուբիթի։

| Գեյթը՝ | ՝ բազիսային | վիմակների | վրա ունեցած | ազդեցությամբ, | բերենք աղյո | ւսակի տեսքով |
|--------|-------------|-----------|-------------|---------------|-------------|--------------|
|--------|-------------|-----------|-------------|---------------|-------------|--------------|

| Մուտքային | ւ քյուբիթեր | Ելքային քյուբիթեր | | |
|-------------|-------------|-------------------|-------------|--|
| Վերահսկող | Թիրախ | Վերահսկող | Թիրախ | |
| 0 angle | 0 angle | 0 angle | 0 angle | |
| $ 0\rangle$ | $ 1\rangle$ | 0 angle | $ 1\rangle$ | |
| $ 1\rangle$ | 0 angle | $ 1\rangle$ | 1 angle | |
| $ 1\rangle$ | $ 1\rangle$ | $ 1\rangle$ | 0 angle | |

Երկքյուբիթ համակարգի ալիքային ֆունկցիայի սյունակային նշանակումը կլինի քառաէլեմենտ, իսկ ձևափոխության մատրիցան գրվում է 4×4 չափի մատրիցայով՝

$$\hat{U}_{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$
(11.8)

Ազդեցությունը կամայական երկքյուբիթ վիձակի վրա կլինի՝

$$\hat{U}_{CNOT} \cdot |\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{01} \\ c_{12} \\ c_{02} \\ c_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{01} \\ c_{02} \\ c_{12} \end{pmatrix}$$

ինչը ևս ցույց է տալիս, որ վերին (վերահսկող) քյուբիթի հավանականային ամպլիտուդները մնում են անփոփոխ, իսկ ներքևի (թիրախ) քյուբիթինը փոխում են իրենց տեղերը։

Նկատենք, որ եթե մուտքային քյուբիթները գտնվում են բազիսային վիձակներում, ապա ելքում ունենում ենք քյուբիթերի ոչ խձձված վիձակ։ Խձձվածություն ստացվում է միայն եթե մուտքային քյուբիթերից գոնե մեկը գտնվում է սուպերպոզիցիոն վիձակում.

$$\begin{split} \hat{U}_{CNOT} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle_{c} + |1\rangle_{c} \right) \otimes |0\rangle_{t} \\ = \left[|0\rangle_{c} \langle 0| \otimes \hat{\mathbf{I}}_{t} + |1\rangle_{c} \langle 1| \otimes \left(|0\rangle_{t} \langle 1| + |1\rangle_{t} \langle 0| \right) \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle_{c} + |1\rangle_{c} \right) \otimes |0\rangle_{t} : \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle_{c} |0\rangle_{t} + |1\rangle_{c} |1\rangle_{t} \right) \end{split}$$

Արդյունքը Բելի խմմված վիմակ է։

CNOT գեյթի իրականացման առանցքային բարդությունը նրանում է, որ թիրախ քյուբիթի բովանդակությունը պետք է շուռ տալ՝ կախված վերահսկող քյուբիթի վիձակից։ Ենթադրենք քյուբիթներն իրականացվում են ատոմների միջոցով։ Գեյթի իրականացման համար ընտրվող էներգետիկ մակարդակների սխեման պատկերված է Նկ. 11.3-ում, որում երկու ատոմները դիտվում են որպես միասնական համակարգ։



 U_{l} . 11.3. CNOT քվանտային գեյթն իրականացնելու էներգետիկ մակարդակների հնարավոր и/սեմա: Առաջին և երկրորդ քյուբիթներն իրականացվում են հիմնական մակարդակից համապատասխանաբար ω_A և ω_B համախություններով անցումների շնորհիվ (Sե´u Fox M., Quantum Optics: An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.10a):

Երկու քյուբիթերը (ատոմները) փոխազդում են իրար հետ այնպես, որ եթե երկուսն էլ գտնվում են $|1\rangle$ վիձակում, ապա համակարգում օպտիկական անցման հաձախությունը հիմնական $|00\rangle$ վիձակից գրգոված $|11\rangle$ վիձակ հավասար է լինում ոչ թե $\omega_A + \omega_B$ -ի, այլ դրանից շեղված որոշ Δ չափով՝

$$\omega_{AB} = \omega_A + \omega_B + \Delta z$$

Շեղման Δ մեծությունը կարող է լինել ինչպես դրական, այնպես էլ բացասական՝ կախված նրանից, թե գրգռված քյուբիթերի միջև փոխազդեցությունը ձգողական է թե վանողական։ Փոխազդեցության անդամն ունի այն ազդեցությունը, որ յուրաքանչյուր քյուբիթի ռեզոնանսային հաձախությունը կախված է մյուսի վիձակից։ Եթե $q_1 = |0\rangle$, մենք կարող ենք NOT գործառույթն իրականացնել q_2 քյուբիթի վրա π -իմպուլսի կիրառմամբ ω_B հաձախության վրա։ Սակայն եթե $q_1 = |1\rangle$, ապա π -իմպուլսի հաձախությունը պետք է լինի շեղված՝ $\omega_B' = \omega_B + \Delta$ ։ Նման ձևով q_1 -ը կարող է կառավարվել ω_A հաձախությամբ լազերային իմպուլսով, եթե $q_2 = |0\rangle$, բայց

հաձախությունը պետք է լինի $\omega_{A}' = \omega_{A} + \Delta$, եթե $q_{2} = |1\rangle$ ։ Այն լուսաբանված է Նկ. 11.4-ում։ Հոծ գծերով (ընդհատ գծերով) ներկայացված է կլանման գործակիցը q_{1} և q_{2} քյուբիթերից յուրաքանչյուրում մյուսի ոչ գրգռված (գրգռված) լինելու դեպքում։

Նկ. 11.3-ում պատկերված են CNOT քվանտային գեյթի իրականացման քայլերը՝ վերևի աղյուսակում բերված բազիսային վիձակների ձևափոխությունները։



Նկ. 11.4. Երկքյուբիթ համակարգում СNOT քվանտային գեյթն իրականացնելու էներգետիկ մակարդակներին համապատասխանող կլանման սպեկտրը։ Համակարգն արձագանքում է միայն $\omega_{B}^{\ \prime}(=\omega_{B}+\Delta)$ հաձախության վրա $q_{1}=|1\rangle$ վիճակին։ Նմանապես, q_{1} -ի ղեկավարման հաձախությունը շեղվում է դեպի $\omega_{A}^{\ \prime}$, եթե $q_{2}=|1\rangle$ (St u Fox M., Quantum Optics: An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.10b):

1. |00
angle
ightarrow |00
angle՝ սա ինքնաբերաբար իրականանում է ոչինչ չանելով։

2. $|01\rangle \rightarrow |01\rangle$ ` նախ կիրառում ենք ω_B հաձախության π -իմպուլս $|00\rangle$ -ից $|01\rangle$ -ի անցում կատարելու համար։ $|01\rangle$ -ի պահպանման համար դրան կարող է հետևել ω_B' հաձախության π -իմպուլս, որը որևէ գործառույթ չի իրականացնի, որովհետև դրան արձագանք կլիներ, եթե լիներ $q_1 = |1\rangle$:

3. $|10\rangle \rightarrow |11\rangle$ ՝ նախ կիրառում ենք ω_A հաձախության π -իմպուլս և անցնում $|00\rangle$ -ից $|10\rangle$ ։ Դրան հետևող ω_{B} ՝ հաձախության π -իմպուլսն իրականացնում է անցում պահանջվող $|11\rangle$ ։

4. $|11\rangle \rightarrow |10\rangle$ ՝ գործառույթն սկսվում է՝ $|11\rangle$ վիճակը նախորդ ենթակետում բերված քայլերով նախապատրաստելով։ Ապա կիրառվում է ω_{B} հաճախության π -իմպուլս, որը, ինչ-պես և պահանջվում է, շրջում է q_2 քյուբիթը։

Ի տարբերություն CNOT գեյթի ՝գոյություն ունեն երկքյուբիթ գեյթեր, որոնք չունեն դասական անալոգիա։ Այդպիսի օրինակ է *վերահսկվող փուլ* կամ CPHASE գեյթը



սխեմատիկ և

$$\hat{U}_{CPh(\phi)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}$$
(11.9)

մատրիցական տեսքերով։ Գեյթը թիրախ քյուբիթի վրա իրականացնում է պայմանական $e^{i\phi}$ փուլային շեղում։

CNOT գեյթը կարող է իրականացվել $\phi = \pi$ արժեքով CPASE և Հադամարդի երկու U_H ձևափոխությունների համադրումով, ինչպես ներկայացված է ներքևի պատկերում։



(St u A. Galindo and M. A. Martin-Delgado, Rev. Mod. Phys., 74, 347 (2002), Fig. 25):

Հետաքրքրություն ներկայացնող մեկ այլ գեյթ է *փոխանակային*՝ SWAP գեյթը՝



(St u A. Galindo and M. A. Martın-Delgado, Rev. Mod. Phys., 74, 347 (2002), Fig. 24b):

պայմանական պատկերով ու

$$\hat{U}_{SWAP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(11.10)

մատրիցական տեսքով։

Գրովերի ալգորիթմը։ Հաշվարկների սխեման՝ ալգորիթմը, կազմված է քվանտային տրամաբանական գեյթերի որոշակի հաջորդականությունից։ Հաշվումները սովորաբար ավարտվում են չափումով՝ քվանտային օրինաչափությունների աշխարհից դասական օրինաչափությունների աշխարհ վերադառնալու համար։ Սա սկզբունքային կարևորության էտապ է քվանտային համակարգչի աշխատանքում, քանի որ չափման արդյունքը լինում է դրան նախորդած էտապում ձևավորված սուպերպոզիցիայում ներգրավված բոլոր ոչ խՃՃված, արտադրյալ վիձակներց միայն մեկը։ Այստեղից նախ բխում է, որ քվանտային համակարգչի պատասխանն իր բնույթով հավանականային է և լրացուցիչ խնդիր է պարունակում չափման պրոցեսը կազմակերպելու այնպես, որ հավանականությունը կոնցենտրացված լինի «Ճիշտ» արժեքի շուրջ, և նույնական սկզբնական պայմանների համար կատարված փոքր թվով չափումները բավարար լինեն խնդրի լուծման համար։

Ինքնահամաձայնեցված գաղափարներով հարուստ քվանտային ալգորիթմների դաշտից մենք կծանոթանանք մեկ քվանտային ալգորիթմի հետ, որն առաջարկվել է 1996 թվականին Լ. Գրովերի կողմից։



Լով Կումար Գրովեր

Այն իրագործվել է 2017 թվականին թերբիումի (Tb) իոնների միջուկների սպինների համակարգի վրա փորձարարական բավականին բարդ պայմաններում՝ ինֆորմացիայի ղեկավարման համար օգտագործելով միայն էլեկտրական դաշտ։

Գրովերի ալգորիթմի նպատակն է $N = 2^n$ թվով չկարգավորված էլեմենտներից առանձնացնել որոշակի պայմանների բավարարող միակ էլեմենտը։ Այն դեպքում, երբ խնդրի դասական համակարգչով լուծման համար հարկ կլիներ կատարել N-ի կարգի օպերացիաներ, ապա Գրովերսի ալգորիթմում այդ թիվը \sqrt{N} -ի կարգի է և համարվում է օպտիմալ կերպով ձևակերպված։

Ալգորիթմը ենթադրում է քվանտային ռեգիստը՝ բաղկացած n քյուբիթերից, որոնք բոլորը նախապատրաստված են $|0\rangle$ վիճակում՝

$$\left|\psi_{0}\right\rangle = \left|0\right\rangle^{\otimes n} \equiv \left|0\right\rangle: \tag{11.11}$$



Նկ. 11.5. Գրովերի ալգորիթմի սխեմատիկ պատկերն առանձին G իտերացիոն տարրի մեկնաբանմամբ (Sե´ս Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.12):

Ամբողջ գործառույթը սխեմատիկորեն պատկերված է Նկ. 11.5-ի վերին տողում։ Առաջին քայլում համակարգը դրվում է քյուբիթերից յուրաքանչյուրի համար հավասար սուպերպոզիցիոն վիՃակում։ Դրա համար Հադամարդի գեյթը կիրառվում է յուրաքանչյուր քյուբիթի նկատմամբ, ինչի արդյունքում ստացվում է

$$|\psi_{1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^{n}}} \left(|0\rangle_{1} + |1\rangle_{1} \right) \left(|0\rangle_{2} + |1\rangle_{2} \right) \cdots \left(|0\rangle_{n} + |1\rangle_{n} \right) = \frac{1}{\sqrt{2^{n}}} \sum_{x=0}^{2^{n}-1} |x\rangle$$
(11.12)

վիձակը, ինչը կարելի է ընդունել որպես n թվով երկվիձակ ալիքային ֆունկցիաների արտադրյալ կամ 2^n թվով n-մասնիկանի արտադրյալ վիձակների սուպերպոզիցիա, ընդ որում՝ վերջին տեսքում բոլոր գումարելիների հավանականային ալմպլիտուդները նույնն են՝ $1/\sqrt{2^n}$, ուրեմն նաև փուլերը։

Ալգորիթմի հաջորդող քայլի նպատակը (12.12) սուպերպոզիցիան բերելն է լուծումը ներկայացնող վիճակի։ Դա կատարվում է Գրովերի իտերացիաներ կոչվող G գեյթի շարունակական կրկնմամբ (մոտավորապես $\pi \sqrt{2^n}/4$ անգամ), մինչև որ համակարգի ալիքային ֆունկցիան ձեռք բերի

$$|\psi_2\rangle = (0, 0, 0, 1, 0, \cdots, 0)$$
 (11.13)

տեսքը, որտեղ 1-ը կանգնում է լուծումը ներկայացնող քյուբիթի տեղում։ Դրանից հետո լուծումը հեշտորեն գրանցվում է՝ կարդալով ելքում քյուբիթերի վիճակը։

Յուրաքանչյուր G -ի բովանդակությունը բացված է Նկ. 11.5-ի ներքևի տողում։ Այն բաղկացած է չորս քայլերից.

- (1) oracle (օրաքլ, կանխագուշակում) օպերարատորի կիրառում,
- (2) Հաղամարդի գեյթի՝ ռեգիստրի յուրաքանչյուր քյուբիթի նկատմամբ կիրառում,
- (3) պայմանական փուլային շեղման կիրառում,
- (4) Հաղամարդի գեյթի՝ ռեգիստրի յուրաքանչյուր քյուբիթի նկատմամբ կիրառում։

Համաձայն Գրովերի հաշվարկների՝ որպեսզի հասնել օպտիմալ հավանականությանը, հարկ է ալիքային ֆունկցիայի փուլում ունենալ $\pi/4$ ռադիան փոփոխություն։

Օրաքլն ունիտար օպերատոր է, որն օգտագործում է որոշ թվով օժանդակ՝ օրաքլ քյուբիթներ։ Օրաքլը կարող է մեկնաբանվել որպես «սև արկղ», որն ունակ է Ճանաչելու փնտրվող խնդրի լուծումը։ Այսպիսով, այն քվանտային համարժեքն է տվյալների բազայում ստուգմանը, թե արդյոք ստացվածը ցանկալի լուծումն է։ Եթե օրաքլը գտնում է լուծում, ապա այն նշում է կատարելով

$$|x\rangle \to (-1)^{f(x)}|x\rangle$$

оպերացիան, прտեղ f(x) = 1, եթե x-ը լпւծпւմ է, և f(x) = 0, եթե пչ։ Այն ցпւյց է տալիս, пр լпւծման նշումը կատարվում է մինուս նշանի առաջացման միջոցով։ Հարկ է այստեղ նկատել, пр այդ նշումը դեռ փնտրվող տարրի հայտնաբերում չէ դասական իմաստով, քանի пр դրա համար հարկավոր կլիներ կատարել չափման գործողություն։ Իսկ այս էտապում իրականացնելիս այն հավասար հավանականությամբ կտա ելքերից մեկը, և ոչ պարտադիր նշանը փոխած անդամը։ Оպերատորի մնացած երեք քայլերը միասին կատարում են ամփոփիչ, «ինվերսիա միջինի շուրջ» օպերացիա։

Տեսնելու համար ընդհանուր գծերով՝ ինչպես է ալգորիթմն աշխատում, քննարկենք $n_{data} = 4$ տվյալների բազայի դեպքը։ Այն ռեգիստրում պահանջում է n = 2 թվով քյուբիթներ։ Խնդիրն այս դեպքում կարող է լուծվել G օպերատորի միայն մեկ անգամ կիրառմամբ։ Երկու քյուբիթները նախապատրաստվում են $|0\rangle$ վիճակում, իսկ Հադամարդի գեթը՝ որպես առաջին քայլ, նրանցից յուրաքանչյուրը բերում է սուպերպոզիցիոն՝

$$|\psi_{1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^{2}}} \left(|0\rangle_{1} + |1\rangle_{1}\right) \left(|0\rangle_{2} + |1\rangle_{2}\right) = \frac{1}{2} \left(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (11.14)$$

վիձակի։ Այս էտապում ալիքային ֆունկցիան բոլոր հնարավոր $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$ երկուական կոմբինացիաները պարունակում են հավասար ամպլիտուդներով և փուլերով։ Ենթադրենք, որ փնտրվողը $|10\rangle$ -ն է։ Անցնում ենք Գրովերի օպերատորի բոլոր չորս քայլերի վրայով։ Օրաքլ օպերացիայի արդյունքում մեծ հավանականությամբ փոխվում է միայն այն անդամի նշանը, որը համընկնում է փնտրվող վիձակի հետ, այսինքն՝ ալիքային ֆունկցիան դառնում է

$$|\psi\rangle == \frac{1}{2} (|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}):$$
(11.15)

Հետագա (2)-(4) քայլերի կիրառմամբ հավանականային ամպլիտուդները շրջվում են նրանց միջին արժեքի նկատմամբ, ինչպես մեկնաբանված է Նկ. 11.6-ում։



Նկ. 11.6. (11.15) ալիքային ֆունկցիայի ամպլիտուղների՝ միջին արժեքի նկատմամբ շրջման սիսեմատիկ մեկնաբանությունը (Տե´ս Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 13.13):

Մինչ շրջումը ալիքային ֆունկցիայի ամպլիտուդների միջինը (1/2+1/2-1/2+1/2)/4=1/4 է։ Այդ արժեքի՝ որպես պտտման առանցքի շուրջ պտտման շնորհիվ +1/2 թվերը դառնում են զրո, իսկ միակ -1/2 ամպլիտուդը դառնում է +1։ Ելքային ալիքային ֆունկցիան, հետևաբար, դառնում է

$$|\psi_2\rangle = (0, 0, 1, 0):$$
 (11.16)

Ուրեմն, ելքային քյուբիթների վրա կատարված չափումը տվյալների բազայում որպես լուծում կձանաչի, այս դեպքում վստահաբար, երրորդ դիրքը։ Ընդհանուր, *n* > 2 քյուբիթների դեպքում, սակայն, ռեգիստրի ելքային վիձակը սուպերպոզիցիոն է՝ պարունակելով փոքր հավանականություններով այլ պատասխաններ նույնպես։

Քվանտային համակարգիչ։ Գործում է քյուբիթների և քվանտային չափումների հիման վրա։ *n* քյուբիթներից բաղկացած քվանտային համակարգիչը կարող է գործել մինչև 2^{*n*} թվով տարբեր վիճակների սուպերպոզիցիայի միջոցով՝ օգտագործելով համապատասխան ալգորիթմ տվյալ խնդրի լուծման համար։ Նշենք միայն, որ օգտագործվող քվանտային ալգորիթմների թիվն առայժմ խիստ սահմանափակ է։

Քվանտային համակարգիչների, ավելի Ճիշտ՝ պրոցեսորների նկատմամբ հիմնական պահանջները հետևյալներն են.

- քյուբիթերի համակարգը պետք է նախապատրաստվի հստակ որոշված քվանտային վիՃակում,
- բավարար գործողություններ պետք է հասանելի և ղեկավարելի լինեն՝ սկզբնական վիձակը կամայական խձձված վիձակի բերելու համար, մասնավորապես՝ համակարգի կոհերենտության ժամանակը պետք է բավարար չափով երկար լինի գործողության ժամանակից,
- ամեն առանձին քյուբիթ պետք է կարողանա չափվել. քյուբիթերի չափումը պետք է իրականացվի բարձր քվանտային էֆեկտիվությամբ։

Առաջին երկու պահանջների իրականացման համար քյուբիթերը պետք է լավ մեկուսացված լինեն արտաքին միջավայրից՝ ապահովելու մաքուր սկզբնական վիձակ ստեղծելու և հետագա սուպերպոզիցիոն վիճակները պահպանելու հնարավորություն։ Միաժամանակ քյուբիթերը պետք է միմյանց հետ փոխազդեն բավականին ուժեղ՝ խճճված վիճակների ձևավորման և դրանց էֆեկտիվ ղեկավարման համար։ Վերջին պահանջը ենթադրում է անհրաժեշտության դեպքում հնարավորինս ուժեղ փոխազդեցության միացում և անջատում շրջակա միջավայրի հետ։

Այսպիսի խիստ սարքավորումային պահանջները շատ ֆիզիկական համակարգեր դուրս են թողնում քննարկումից։ Քվանտային պրոցեսորների առավել ընկալելի խոստումներ մոտակա մեկ-երկու տասնամյակների համար գալիս են ատոմային, մոլեկուլային ֆիզիկաներից և օպտիկայից։ Հեռանկարային են համարվում արդեն զարգացման երկար ձանապարհ անցած պինդ մարմնային կառույցները, սակայն շրջակայքից մեկուսացման հարցն այստեղ մնում է պրոբլեմային։

Գերված ատոմական իոններ։ Առանձին ատոմական իոններ կարող են գերվել էլեկտրամագնիսական դաշտերի կողմից մոտավորապես անշարժ վիճակներում՝ առաջացնելով իրարից կուլոնյան վանողականությամբ հեռացված իոնների լավ որոշված պարբերականություն։ Ինֆորմացիոն գործառույթների համար իոնի ներքին էներգետիկ մակարդակներից միայն երկուսը կարող են ընտրվել։ Մնացած մակարդակները պետք է մնան չբնակեցված, սակայն վիճակների ինտերֆերենցիայի պատճառով դա միշտ չէ, որ հնարավոր է ապահովել։ Աշխատանքային երկու մակարդակներն ընտրվում են հիմնական էներգետիկ մակարդակի երկու մագնիսական ենթամակարդակները կամ արգելված դիպոլային անցմամբ երկու տարբեր էներգետիկ մակարդակներ, որոնց կոհերենտության ժամանակը կարող է հասնել մինչև մի քանի վայրկյանի։

Մեկուսացվածությունը, ուժեղ կապված շարժումների հետ միասին, համակարգը դարձնում են քվանտային ռեգիստրի լավ թեկնածու։ Գերված իոնների վիճակների խճճվածությունը ստեղծելու սխեմաները ելնում են լազերային ճառագայթների կողմից նրանց վրա ունեցած տարբերակված ազդեցությամբ։



Ի հավելումն, քվանտային չափումները ևս կարող են իրականացվել կատարյալին մոտ՝ մինչև 99,99% էֆեկտիվությամբ։ Քվանտային ինֆորմացիայի փոխանցումը իոններից ֆոտոններին և հակառակը տեղի է ունենում ռեզոնատորային քվանտային էլեկտրադինամիկայի տեխնոլոգիաներով։

Քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթների համարյա բոլոր տարրերը ներկայումս ցուցադրված են փոքրաթիվ գերված ատոմական իոնների համակարգերում։ Ռեգիստրում իոնների առավելագույն թիվը, որոնց միջև հնարավոր է լինում ապահովել խՃՃվածություն, առայժմ հիսունից մի փոքր ավելին է։ Ընդլայնումը ենթադրում է մի քանի հարյուր և հազար ատոմական քյուբիթերի ներառում։ Արագորեն դժվարանում է այդպիսի բարդ բյուրեղում շարժումներին հետևելը և դրանց կառավարելը, քանի որ համակարգը մոտենում է շատ մեծ ազատության աստիձաններով ջերմային տատանումների վիձակի։ Մեծամասշտաբ քվանտային համակարգիչ ստանալու գաղափարներից մեկն այստեղ կայանում է խձձվածության ստեղծումը փոքրաթիվ իոնների միջև միաժամանակ մի քանի պարզ կառուցվածք ունեցող խմբերով և համակցումը դրանց միջև։ Նկարում բերված է գործող այդպիսի մի «համակարգչային ռեգիստրի» ֆիզիկական պատկերը։



(St[´]u Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.7):

Մոդուլներն իրար կապելու և ինֆորմացիոն գործառույթներ իրականացնելու համար իոնները պարբերաբար տեղափոխվում են մի մոդուլից մյուսը։

Չեզոք ատոմներ և մոլեկուլներ: Քվանտային հաշվարկներ կարելի է կատարել՝ օգտագործելով ատոմների և մոլեկուլների երկար ապրող ներքին վիձակները։ Ատոմների լազերային սառեցման շնորհիվ հնարավոր է լինում ստեղծել շատ բարձր որակի քվանտային ռեգիստրներ։ Չեզոք ատոմներով քվանտային հաշվարկումը հենվում է օպտիկական ցանցերի տեխնոլոգիայի վրա, երբ լազերային կանգուն ալիքի ստեղծած պարբերական պոտենցիալի մինիմումներում գերվում են մեկական ատոմներ։ Փորձնական լազերային ձառագայթի օգնությամբ կարելի է լինում հեշտորեն դիմելու և ղեկավարելու առանձին ատոմների քվանտային վիձակները, ինչպես սխեմատիկորեն պատկերված է ներքնի նկարում։ Նույն կերպ կատարվում է նան մեկից ավելի ատոմների զուգահեռ կառավարումը։

Համակարգում խՃձվածությունը կարող է գեներացվել երկու մեթոդներով։



(Sh[']u Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.7):

 Երկու ատոմների անմիջական բախում կարձ ազդեցության կամ երկար ազդեցության ուժերի շնորհիվ, ինչպիսիք են դիպոլային ուժերը՝ դրանով իսկ ապահովելով խձձվածության առաջացման համար դետերմինիստական բնույթ։ Ֆոտոնների փոխանակում, ինչը խՃՃվածություն ստեղծում է արդեն ինչ-որ հավանականությամբ։

Տեխնոլոգիան ներկայումս ընդլայնվում է դեպի ատոմական չիփեր, Բոզե-Էյնշտեյնյան կոնդենսատ և գերված մոլեկուլներ։

Քվանտային գերհաղորդիչ սխեմա։ Ներկայումս գոյություն ունեն մի քանի պինդմարմնային համակարգեր, որոնք հաջողությամբ վերարտադրում են քվանտային օրինաչափությունները։ Դրանցից է գերհաղորդիչ շղթան, որում քվանտացված են մագնիսական հոսքը կամ Էլեկտրական լիցքը։



(St[°]u Controlling the quantum world: The science of atoms, molecules, and photons, The national academies press, Washington D.C., 2010, Fig. 7.9):

Նկարում բերված է հաշվողական գործառույթներում օգտագործվող գերհաղորդիչ շղթայի մի օրինակ։ Քվանտային բիթը բաղկացած է երկու գերհաղորդիչների կտորներից, որոնք իրար են միացված մի զույգ ջոզեֆսոնյան տարրերով (կցորդումներով) և ձևավորում են փոքրիկ փակ շղթա։ Քյուբիթի քվանտային վիձակի կառավարումը տեղի է ունենում ջոզեֆսոնյան կցորդումների միջով էլեկտրական դաշտի ազդեցության տակ առանձին կուպերյան զույգերի անցման միջոցով կամ շղթայի մակերեսով անցնող մագնիսական հոսքի միջոցով։

Այսպիսի քյուբիթերը կարող են նաև ինտեգրվել միկրոալիքային անցման գծի ռեզոնատորի հետ (նկարի վերին պատկերը)՝ իրականացնելու քվանտային օպտիկայի փորձարկման ստենդ կամ քվանտային էլեկտրադինամիկայի շղթա, որտեղ առանձին միկրոալիքային ֆոտոնները կարող են կոհերենտ փոխազդել քյուբիթի հետ։ Այս և մյուս պինդմարմնային տեխնոլոգիաների պոտենցիալը ինֆորմացիոն գործառույթների համար շատ բարձր է գնահատվում։

§ 12. Քվանտային տելեպորտացիա և քվանտային կրիպտոգրաֆիա

Քվանտային տելեպորտացիան խձձվածության երևույթի կարևոր և ինչ-որ տեղ զարմանալի կիրառություններից է և ներկայացնում է որևէ քվանտային ֆիզիկական համակարգի վիձակի ուղարկման պրոցես մի տեղից մյուսը, առանց ինքը՝ համակարգը ուղարկելու։ Հարկ է ի սկզբանե հստակեցնել, որ խոսքը չի վիրաբերում մատերիական միջնորդների կողմից ինֆորմացիայի փոխանցմանը, ինչպիսիք են՝ ատոմները, մոլեկուլները, էլեկտրամագնիսական ալիքները և այլն։ Այստեղ մենք գործ ունենք քվանտային ինֆորմացիայի՝ քվանտային վիձակի փոխանցման երևույթի հետ և ոչ այն ֆիզիկական օբյեկտի փոխանցման, որում գրանցված է եղել այդ քյուբիթային ինֆորմացիան։ Ֆիզիկական օբյեկտը, չնայած որ չի տեղափոխվում, գործառույթի արդյունքում նրա վիձակը անվերահսկելի փոխվում է, ինչը համահունչ է ոչ քլոնավորման թեորեմին։

Վիձակն ուղարկողը, որին ընդունված է անվանել Ալիս, ցանկանում է որևէ $|\psi\rangle_1 = \alpha |0\rangle_1 + \beta |1\rangle_1$ քվանտային վիձակ ուղարկել ստացողին, որին ընդունված է անվանել Բոբ։ Նրանք տարածապես բաժանված են իրարից։



Նկ. 12.1. Քվանտային տելեպորտացիայի իրականացման սկզբունքային սխեման։ Ալիսը տիրապետում է 1 քյուբիթին, ինչը նա գործառույթի արդյունքում ուղարկում է Բոբին (Տե՛ս A. Miranowicz and K. Tamaki. arXiv:quant-ph/0302114 (2003)):

Բացի դա, Ալիսը և Բոբը համատեղ տիրապետում են խձձված վիձակում ԷՊՌ աղբյուրի (EPR source՝ Նկ. 12.1-ում) կողմից գեներացված երկու մասնիկների միջանկյալ բնույթ ունեցող երկու քյուբիթային մասնիկների համակարգի, այն է՝ 2 համարով մասնիկը, պատկանում է Ալիսի համակարգին, իսկ 3 համարովը՝ Բոբի համակարգին, ինչպես պատկերված է նկարում։ Մասնիկների քվանտային խձձվածությունը պահպանվում է անկախ այն բանից՝ արդեն նրանք պատկանում են համապատասխանաբար Ալիսի և Բոբի համակարգերին, թե ոչ։

Երկքյուբիթ քվանտային համակարգն ունի չորս բազիսային՝ ԷՊՌ կամ Բելի բնույթի վիձակներ, որոնք են՝

$$|\mathbf{Y}\rangle_{A} = (|\mathbf{0}\rangle_{2} |\mathbf{1}\rangle_{3} - |\mathbf{1}\rangle_{2} |\mathbf{0}\rangle_{3})/\sqrt{2}, \quad |\mathbf{Y}\rangle_{B} = (|\mathbf{0}\rangle_{2} |\mathbf{1}\rangle_{3} + |\mathbf{1}\rangle_{2} |\mathbf{0}\rangle_{3})/\sqrt{2},$$
$$|\mathbf{Y}\rangle_{C} = (|\mathbf{0}\rangle_{2} |\mathbf{0}\rangle_{3} - |\mathbf{1}\rangle_{2} |\mathbf{1}\rangle_{3})/\sqrt{2}, \quad |\mathbf{Y}\rangle_{D} = (|\mathbf{0}\rangle_{2} |\mathbf{0}\rangle_{3} + |\mathbf{1}\rangle_{2} |\mathbf{1}\rangle_{3})/\sqrt{2}.$$

Ենթադրենք ԷՊՌ աղբյուրը գեներացնում է

$$\left|\mathbf{Y}\right\rangle_{23} = \left|\mathbf{Y}\right\rangle_{A} = \frac{\left|0\right\rangle_{2}\left|1\right\rangle_{3} - \left|1\right\rangle_{2}\left|0\right\rangle_{3}}{\sqrt{2}}$$
(12.1)

անտիսիմետրիկ վիճակը, որտեղ «2» ինդեքսը վերաբերում է Ալիսին, «3»-ը՝ Բոբին։ Վիճակի մասին նախնական պայմանավորվածություն է լինում Ալիսի և Բոբի միջն։ (12.1) խձճված վիճակում առանձին մասնիկների վիճակների մասին ոչինչ որոշակի ասել չենք կարող։ Դրանք առանձին վերցրած մաքուր վիճակներում չեն գտնվում։ Վստահորեն կարելի է միայն ասել, որ չափման արդյունքում դրանք լինելու են իրար օրթոգոնալ վիճակներում։ Այսպիսով, Ալիսի մոտ են երկու քյուբիթեր՝ $|Y\rangle_{23}$ քյուբիթը, որին նա Բոբի հետ տիրում է համատեղ, և $|\psi\rangle_1$ քյուբիթը, որի բավանդակությունը նա նպատակ ունի ուղարկելու Բոբին։ Այս վիձակները նախապատրաստվել են իրարից անկախ, այնպես որ համակարգի ալիքային ֆունկցիան կգրվի $|Y\rangle_1 \langle Y\rangle_{23}$ արտադրյալ տեսքով։ 1 և 2 մասնիկների առկայությունը Ալիսի մոտ նպատակահարմար է դարձնում այս ալիքային ֆունկցիայում վերադասավորել անդամները և արտահայտությունը վերլուծել ըստ 1–2 երկմասնիկ համակարգի խմձված

$$\left| \mathbf{Y}^{-} \right\rangle = \left(\left| \mathbf{0} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{1} \right\rangle_{2} - \left| \mathbf{1} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{0} \right\rangle_{2} \right) / \sqrt{2} , \quad \left| \mathbf{Y}^{+} \right\rangle = \left(\left| \mathbf{0} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{1} \right\rangle_{2} + \left| \mathbf{1} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{0} \right\rangle_{2} \right) / \sqrt{2} , \\ \left| \mathbf{f}^{-} \right\rangle = \left(\left| \mathbf{0} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{0} \right\rangle_{2} - \left| \mathbf{1} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{1} \right\rangle_{2} \right) / \sqrt{2} , \quad \left| \mathbf{f}^{+} \right\rangle = \left(\left| \mathbf{0} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{0} \right\rangle_{2} + \left| \mathbf{1} \right\rangle_{1} \left| \mathbf{1} \right\rangle_{2} \right) / \sqrt{2}$$
 (12.2)

բազիսային վիձակների.

$$\begin{aligned} |\mathbf{Y}\rangle_{1} \langle |\mathbf{Y}\rangle_{23} &= (\mathbf{a} |0\rangle_{1} + \mathbf{b} |1\rangle_{1}) \langle |0\rangle_{2} |1\rangle_{3} - |1\rangle_{2} |0\rangle_{3} \rangle / \sqrt{2} = \\ (\mathbf{a} |0\rangle_{1} |0\rangle_{2} |1\rangle_{3} - \mathbf{a} |0\rangle_{1} |1\rangle_{2} |0\rangle_{3} + \mathbf{b} |1\rangle_{1} |0\rangle_{2} |1\rangle_{3} - \mathbf{b} |1\rangle_{1} |1\rangle_{2} |0\rangle_{3} \rangle / \sqrt{2} = \\ \frac{\mathbf{a} |1\rangle_{3} - \mathbf{b} |0\rangle_{3}}{2} |\mathbf{f}^{+}\rangle + \frac{\mathbf{a} |1\rangle_{3} + \mathbf{b} |0\rangle_{3}}{2} |\mathbf{f}^{-}\rangle - \frac{\mathbf{a} |0\rangle_{3} - \mathbf{b} |1\rangle_{3}}{2} |\mathbf{Y}^{+}\rangle - \frac{\mathbf{a} |0\rangle_{3} + \mathbf{b} |1\rangle_{3}}{2} |\mathbf{Y}^{-}\rangle : \end{aligned}$$
(12.3)

Կատարելով քվանտային չափում 1–2 համակարգի վրա ըստ (12.2) չորս բազիսային վիձակներից մեկի՝ Ալիսը հավասար $(|\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2)/4 = 1/4$ հավանականությամբ պրոյեկտում է 3 մասնիկի վիձակը $|0\rangle_3$ և $|1\rangle_3$ չորս հնարավոր սուպերպոզիցիոն վիձակներից համապատասխան մեկի վրա։ Եթե Ալիսի չափումը գտնում է մասնիկների 1–2 զույգը $|\mathbf{Y}|^{-}$ վիձակում, ապա Բոբի մոտ գտնվող 3-րդ մասնիկի ալիքային ֆունկցիան կոլապսի է ենթարկվում 1 մասնիկի ունեցած a $|0\rangle + b|1\rangle$ վիձակի վրա, այսինքն՝ կատարվում է Ալիսի մոտ եղած վիձակի տելեպորտացիա Բոբի մոտ։ Լրացուցիչ գործողության կարիք չի լինում այս դեպքում։ Եթե Ալիսը գրանցում է $|\mathbf{Y}^+\rangle$ վիձակը, ապա Բոբի մոտի մասնիկի ալիքային ֆունկցիայի կոլապսը տեղի է ունենում a $|0\rangle$ - b $|1\rangle$ վիձակի վրա, և կարիք է լինում հավելյալ իրականացնելու s_z օպերացիա՝ գրանցված արդյունքը ցանկալի a $|0\rangle$ + b $|1\rangle$ վիձակի ձևափոխելու համար։ Նման ձևով, եթե Ալիսը ստանում է $|\mathbf{f}^-\rangle$ կամ $|\mathbf{f}^+\rangle$ վիձակները, ապա Բոբի մոտ պետք է իրականացվեն համապատասխանաբար s_x կամ s_z s_x = is _y օպերացիաները։

Այսպիսով, Ալիսի կատարած չափման յուրաքանչյուր արդյունքի համապատասխանում է որոշակի օպերացիա, ինչը թույլ է տալիս Բոբին տեղակայելու 3 մասնիկը տելեպորտացիայի ցանկալի քվանտային վիձակում։ Իհարկե, Բոբն ինքնին չէր կարող որոշել՝ օպերացիաներից որն է անհրաժեշտ կիրառել 3-ի նկատմամբ։ Որոշակիությունը տալիս են Ալիսի կողմից չափումը կատարելուց հետո Բոբին դասական կանալով ուղարկված երկու դասական բիթերի տեսքով ինֆորմացիան այն մասին, թե ինչ է ստացել չորս հնարավոր ելքերով իր չափման արդյունքում։

Քվանտային տելեպորտացիան ներառում է հաղորդակցման երկու կանալներ՝ քվանտային կապ, ինչն իրականացվում է 2 -րդ և 3 -րդ քյուբիթերի միջև ոչ լոկալ խձձվածության միջոցով, և դասական կապ, ինչի միջոցով Ալիսը Բոբին է ուղարկում իր չափման արդյունքի մասին ինֆորմացիան։ Ավելորդ չէ բացել փակագծերը նաև այն բանի վերաբերյալ, թե ինչպիսի քայլեր էր պարունակում իր մեջ Ալիսի վերոհիշյալ քվանտային չափումը 1-2 երկմասնիկ համակարգի նկատմամբ, որի 2 -ը խձձված է Բոբի մոտ գտնվող 3 -ի հետ։ Չափման առաջին փուլը ենթադրում է երկու օպերացիաներ.

$$\hat{U}_{CNOT} = |0\rangle_1 \langle 0|\ddot{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{I}}_2 + |1\rangle_1 \langle 1|\ddot{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{U}}_{NOT,2}$$

գեյթը 1-2-ի նկատմամբ և Հաղամարդի

$$\hat{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| 0 \right\rangle_1 \left\langle 1 \right| + \left| 1 \right\rangle_1 \left\langle 0 \right| + \left| 1 \right\rangle_1 \left\langle 1 \right| - \left| 0 \right\rangle_1 \left\langle 0 \right| \right) \right.$$

գեյթը 1-ի նկատմամբ։ Առաջինում օպերացիան վերահսկվում է 1-ին քյուբիթով, իսկ թիրախ է 2րդը։

 \hat{U}_{CNOT} -ով ազդենք $|\mathbf{Y}\rangle_1 \langle \mathbf{Y}\rangle_{23}$ -ի վրա։ Համաձայն (9.3)-ի `այն բերվում է $|\mathbf{Y}^-\rangle$, $|\mathbf{Y}^+\rangle$, $|\mathbf{f}^-\rangle$ և $|\mathbf{f}^+\rangle$ -ի վրա ունեցած ազդեցության.

$$\begin{split} \hat{U}_{CNOT} &\stackrel{1}{|} Y^{-} \rangle = \left(|0\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{CNOT} &\stackrel{1}{|} Y^{+} \rangle = \left(|0\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{CNOT} &\stackrel{1}{|} Y^{+} \rangle = \left(|0\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{CNOT} &\stackrel{1}{|} f^{-} \rangle = \left(|0\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{CNOT} &\stackrel{1}{|} f^{-} \rangle = \left(|0\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{CNOT} &\stackrel{1}{|} f^{+} \rangle = \left(|0\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 0|\ddot{A} \,\hat{I}_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\ddot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{2} + |1\rangle_{1} \langle 1|\dot{A} \,\hat{U}_{NOT,2} \right) \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{1} \\ \hat{U}_{ONT} &\stackrel{1}{|} 0\rangle_{1} \\ \hat{U}_{ONT} \stackrel{1}{|} 0\rangle$$

Ինչպես տեսնում ենք, 2-րդ քյուբիթն ազատվում է խձձվածությունից և գտնվում է մաքուր վիձակում, իսկ 1 -ինն անցնում է մոդուլով հավասար ամպլիտուդներով սուպերպոզիցիոն վիձակի։ Այստեղ ևս հարկ է ունենալ մաքուր վիձակներ, որպեսզի պարզ արտադրյալ վիձակների վրա կատարված պրոյեկտման (չափման) արդյունքում Բոբի 3 -րդ քյուբիթը հայտնվի վիձակում, որի նկատմամբ էլ Ալիսից ստացած ինֆորմացիայից հետո կատարված չափումը քյուբիթը ներկայացնի 1 -ին քյուբիթի մուտքային վիձակում։ Այդպիսի անցում սուպերպոզիցիոնից մաքուր վիձակի ապահովում է Հադամարդի գեյթը։ Իսկապես.

$$\hat{H} \cdot (|0\rangle_{1} - |1\rangle_{1}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_{1} \langle 1| + |1\rangle_{1} \langle 0| + |1\rangle_{1} \langle 1| - |0\rangle_{1} \langle 0|) \cdot (|0\rangle_{1} - |1\rangle_{1}) = -\sqrt{2} |0\rangle_{1}$$
$$\hat{H} \cdot (|0\rangle_{1} + |1\rangle_{1}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_{1} \langle 1| + |1\rangle_{1} \langle 0| + |1\rangle_{1} \langle 1| - |0\rangle_{1} \langle 0|) \cdot (|0\rangle_{1} + |1\rangle_{1}) = \sqrt{2} |1\rangle_{1}:$$

Այսինքն՝

$$\hat{H} \times \hat{U}_{CNOT} |\mathbf{Y}\rangle_1 \times |\mathbf{Y}\rangle_{23} = \frac{\mathbf{a} |\mathbf{1}\rangle_3 - \mathbf{b} |\mathbf{0}\rangle_3}{2} |\mathbf{1}\rangle_1 |\mathbf{0}\rangle_2 - \frac{\mathbf{a} |\mathbf{1}\rangle_3 + \mathbf{b} |\mathbf{0}\rangle_3}{2} |\mathbf{0}\rangle_1 |\mathbf{0}\rangle_2 - \frac{\mathbf{a} |\mathbf{0}\rangle_3 - \mathbf{b} |\mathbf{1}\rangle_3}{2} |\mathbf{1}\rangle_1 |\mathbf{1}\rangle_2 + \frac{\mathbf{a} |\mathbf{0}\rangle_3 + \mathbf{b} |\mathbf{1}\rangle_3}{2} |\mathbf{0}\rangle_1 |\mathbf{1}\rangle_2 + \frac{\mathbf{a} |\mathbf{0}\rangle_3 + \mathbf{b} |\mathbf{1}\rangle_3}{2} |\mathbf{0}\rangle_1 |\mathbf{0}\rangle_2 + \frac{\mathbf{a} |\mathbf{0}\rangle_3 - \mathbf{b} |\mathbf{1}\rangle_3}{2} |\mathbf{0}\rangle_1 |\mathbf{0}\rangle_2 + \frac{\mathbf{a} |\mathbf{0}\rangle_3 + \mathbf{b} |\mathbf{0}\rangle_3}{2} |\mathbf{0}\rangle_1 |\mathbf{0}\rangle_2 + \frac{\mathbf{a} |\mathbf{0}\rangle_3 + \mathbf{b} |\mathbf{0}\rangle_3}{2} |\mathbf{0}\rangle_1 |\mathbf{0}\rangle_2 + \frac{\mathbf{a} |\mathbf{0}\rangle_3 + \mathbf{b} |\mathbf{0}\rangle_3 + \mathbf{b}$$

Ալիսի իրականացրած չափման գործառույթն ավարտվում է 1-2-ի նկատմամբ անկյունագծային Z-Z օպերացիայով, որի արդյունքում քյուբիթ 3-ը հավասար հավանականությամբ հանգրվանում է վերևի սուպերպոզիցիոն վիՃակներից մեկում։

Մեկ անգամ ևս շեշտենք տելեպորտացիայի որոշ տարօրինակ ասպեկտներ և տարբերությունը դասական ֆաքսի գործողության նկատմամբ։

- Ալիսը և Բոբը փոխանակում են վիճակ, որը նրանցից ոչ մեկը, հնարավոր է, չկարողանա որոշել։
- Տելեպորտացիայի արդյունքում Բոբի քյուբիթը դառնում է $|y\rangle_3 = a |0\rangle_3 + b|1\rangle_3$, իսկ Ալիսի քյուբիթը դառնում է մի չորոշված խձձված վիձակի մաս։ Տելեպորտացիան չի հանգում քյուբիթի կրկնօրինակի ստացման, հետևաբար չի հակասում «Ոչ քլոնավորման» թեորեմին։
- Սխեմայում ներգրավված չէ մատերիայի կամ էներգիայի տեղափոխում։ Ալիսի մասնիկը ֆիզիկական շարժման միջոցով չի տեղափոխվում Բոբի մոտ։ Միայն նրա վիձակն է տեղափոխվում։ Տելեպորտացիա բառն արտացոլում է նաև քվանտամեխանիկական մասնիկների ոչ տարբերակելիությունը (նույնականությունը)։
- Միամասնիկ տելոպորտացիայից հետո Ալիսը և Բոբը որևէ կերպ չեն կարող ստուգել՝ արդյոք գործողությունը հաջողվել է։ Նրանք կարող են ստանալ միայն քյուբիթի հաղորդման վստահելիությունը (fidelity)՝ որպես նույն վիձակում նախապատրաստված մեծ թվով մասնիկների նկատմամբ կատարված ստատիստիկական չափումների արդյունք։
- Յուրաքանչյուր քյուբիթի տելեպորտացիայի համար Ալիսը կարիք ունի Բոբին ուղարկելու երկու դասական բիթեր։ Այդ բիթերն իրենց մեջ չեն կրում տելեպորտացվող քյուբիթի մասին ամբողջական ինֆորմացիա։ Եթե երկու բիթերը բռնվում են որևէ գաղտնալսողի կողմից, նա կարող է իմանալ՝ ինչ պետք է անի Բոբը՝ ցանկալի վիձակն ի հայտ բերելու համար։ Այնուամենայնիվ, այդ ինֆորմացիան անօգուտ է, եթե գաղտնալսողը չի առնչվում Բոբի տնօրինած խձձված մասնիկին։ a և b ամպլիտուդներն անընդհատ փոփոխականներ են, և դրանց ձշգրիտ որոշումը կպահանջեր դասական բիթերի անվերջ քանակ, այն դեպքում, երբ սուպերպոզիցիոն վիձակի փոխանցումը պահանջում է դասական ինֆորմացիայի ընդամենը երկու բիթի փոխանակում։ Ի վերջո ավելացնենք, որ տելեպորտացիայի գործողությունն աղավաղում է օրիգինալը։ Դա մատնանշում է մեծ վստահելիության անհրաժեշտությունը մինչ գործընթացին ձեռնամուխ լինելը, հատկապես երբ նախնական ինֆորմացիան տրվում է մեկ օրինակով։

Ինչ վերաբերում է տելեպորտացիայի փորձարարական իրականացումներին և կիրառություններին, ապա պետք է ասել հետևյալը։ Փորձարարական աշխատանքները քանակային առումով մեծ մասամբ կատարվել են օպտիկական տիրույթում։ Այնուամենայնիվ, գործնական տեսանկյունից ֆոտոնային քյուբիթերը հեռու են իդեալական լինելուց ինֆորմացիայի երկարաժամկետ պահպանման համար, քանի որ շատ դժվար է նրանց պահել որոշակի տեղում։ Օրինակ, քվանտային ռեզոնատորներից անգամ նրանք աստիձանաբար արտահոսում են։ Այսպիսով, քվանտային համակարգիչների գործնական կիրառություններում աձող հետաքրքրություն է ցուցաբերվում միջուկային և ատոմական քյուբիթերի տելոպորտացիայի վրա։ Ատոմները (դրանց էլեկտրոնները և միջուկները) իդեալական են քվանտային ինֆորմացիայի երկարաժամկետ պահպանման համար։ Ցավոք, նրանք դանդաղ են շարժվում և փոխազդում են շրջակա միջավայրի հետ։ Հետևաբար, իդեալական չեն քվանտային ինֆորմացիան երկար տարածությունների վրա տեղափոխման խնդրում։ Հակառակը, ֆոտոնային վիձակներն իդեալական են երկար տարածությունների վրա տեղափոխելու համար Ներկայումս աձում է նաև պինդմարմնային, մասնավորապես՝ գերհաղորդչային սխեմաներում իրականացումների դերը։
Ներկայացնենք փորձարարական մի աշխատանքի սեղմ բովանդակությունը, որը կատարվել է IBM-ի «Քվանտային փորձառության ձեռքբերման» ուսանողական լաբորատորիայում։ Պրոցեսորում որպես գործող քյուբիթեր ծառայել են լիցքային քյուբիթները, այսինքն՝ քվանտային վիճակները որոշվել են լիցքի քանակությամբ։ Իրականացվել են գերհաղորդիչ շղթաներում, որոնցում տեղակայվել են ջոզեֆսոնյան անցումներ, որոնք մի փոքր ավելի մանրամասն ներկայացված են §11-ում։ Դրանք ոչ գերհաղորդիչ նյութերի, ասենք՝ կիսահաղորդիչների, բարակ շերտեր են։

Փորձում կատարվել է a = $\cos q/2$ և b = $\sin q/2$, q = p/4 հավանականային ամպլիտուդներով վիճակի տելեպորտացիա։ Բլոխի սֆերայի վրա այդ վիճակը ներկայացված է Նկ. 12.2 (a)ում։ Վիճակի գեներացման համար օգտագործվում է Նկ. 12.2 (b)-ում պատկերված չորս միաքյուբիթ գեյթերի հաջորդականությունը։



UI: 12.2 (a) Steltunpronugilan ilasula Fenluh u\$tenungh ütenungilaude: (b) Uliqebuuluub ilasulah qtatapuugiluub u suuhiluub ulutiluub: Uluo-Ene interofibiureubanipiude unu piniphen Uluoh phil 1 uluoneungha piniphen t: (c) Aniquibta 2tenistene ütenlungiluub tib puin (b) ulutiluugh luuonungiluub uliqebuuluub ilasulah 2tenistene ütenlungiluub tib puin (b) ulutiluugh luuonungiluub uliqebuuluub ilasulah 2tenistene titelebuuluub uluotiluub uluotiluub ilasulah 2tenistene titelebuuluub uluotiluub uluotiluub ilasulah 2tenistene titelebuuluub uluotiluub uluotiluub uluotiluub uluotiluub uluotiluub uluotiluub ilasulah 2tenistene titelebuuluub uluotiluub uluotiluu

Սկզբնական վիճակում բազիսային վիճակների հավանականությունները, համապատասխան տեսական արժեքների հետ միասին, բերված են Նկ. 12.2 (c)-ում։ Նկատելի է լավ համապատասխանություն տեսական և էքսպերիմենտալ արդյունքների միջև։

Սկզբնական վիճակի նախապատրաստումից հետո նրա տելեպորտացիան իրականացվում է՝ օգտագործելով Նկ. 12.3 (a) սխեման։ Նկ. 12.3. (b)-ն և (c)-ն ցույց են տալիս Բոբի համակարգում ամփոփիչ չափումներից ստացված $|a|^2$ և $|b|^2$ հավանականությունները՝ որպես Ալիսի կատարած չափումներում ստացվող արդյունքների ֆունկցիա։ Տվյալներն ավելի են սփոված տեսական արժեքների շուրջ, քան Նկ. 12.2. (c)-ում էր մուտքային 1-ին քյուբիթի համար, սակայն մնում են խելամտության սահմաններում։



 U_{4} . 12.3. (а) Քվшимшјћи мելեպпрмшдիшјի իրшկшишдиши ијићиши: Մпгмршјћи $|0_i\rangle$, $|0_A\rangle$ и $|0_B\rangle$ рјпгрђећрр мћримпи ћшишцшмшићшишршр 1, 2 и 3 јицћрићерпи игшишцишо рјпгрђећри ћи: Եрцпг рјпгрђешјћи доћрр ијншдипц дпротиппијећерп ћрирјпгрђе СNOT дејјећр ћи: (b)-(c)-и ијпраћшијши шрпјпгирићи ћи:

Քվանտային կրիպտոգրաֆիայի (ծածկագրության) նպատակը հաղորդակցող կողմերից մեկին՝ Ալիսին, հնարավորություն տալն է հաղորդագրություն ուղարկելու կողմերից մյուսին՝ Բոբին, հանրային կանալի միջոցով այնպես, որ մի երրորդ կողմ, անվանենք Իվ (eavesdropperգաղտնալսող բառից), ի վիձակի չլինի ստանալու որևէ ինֆորմացիա հաղորդագրության բովանդակության վերաբերյալ կանալի կայնման (գաղտնալսման կամ Ճյուղավորման) Ճանապարհով։ Դա կատարելու համար դասական կրիպտոգրաֆիան օգտագործում է բարդեցված մեթոդներ, որոնք չեն կարող բացահայտվել խելամիտ ժամանակամիջոցներում՝ օգտագործելով ժամանակակից համակարգիչների հնարավորությունները։ Քվանտային կրիպտոգրաֆիան ելնում է ուրիշ դիրքերից՝ օգտագործելով քվանտային տեսության՝ դասականից սկզբունքորեն տարբերվող օրինաչափությունները։ Եթե Ալիսը և Բոբը օգտագործում են համատեղ քյուբիթեր, նրանք կարող են ստեղծել համատեղ բանալի՝ համոզված լինելով նրա՝ միայն իրենց իմացության մեջ։ Այդ դեպքում նրանք ունենում են վստահաբար անվտանգ ծածկագրման համակարգ՝ շնորհիվ քվանտային չափման անշրջելիության հատկության։ Իվը միայն քվանտային չափման միջոցով է, որ կարող է քննել ուղարկվող քյուբիթերի բովանդակությունը։ Իվը չի կարող կատարել քննումը՝ առանց դրա մասին հետք թողնելու։ Տեսնենք՝ ինչպես է քվանտային կրիպտոգրաֆիան օգտվում քվանտային խձձվածության հրապուրիչ հատկությունից՝ ապահովելու համար բանալու անվտանգությունը։

Քվանտային կրիպտոգրաֆիան գործում է, իհարկե, ի հավելումն քվանտային տելեպորտացիայի, ստուգելու համար՝ արդյոք ուղարկված ինֆորմացիայի գաղտնալսում տեղի է ունեցել, թե ոչ։

Համաձայն Նկ. 12.4-ում բերված սխեմայի՝ քվանտային կրիպտոգրաֆիան կարիք ունի երկու՝ քվանտային և հանրային կապի կանալների։ Հանրային կանալում Իվը կարող է լսել կամ գրանցել Ալիսի և Բոբի միջև փոխանցված ինֆորմացիան, սակայն դա անբավարար է լինում քվանտային կանալով փոխանցված ինֆորմացիան վերծանելու համար։



Նկ. 12.4. Քվանտային կրիպտոգրաֆիայի սկզբունքային սխեման

Նախ վերհիշենք, որ եթե օգտագործվեն միայն ոչ խձձված, այսինքն՝ դասական անալոգիա ունեցող $|0\rangle$ և $|1\rangle$ մաքուր բազիսային վիձակները, ապա քվանտային կանալով փոխանցված ինֆորմացիայի գաղտնիությունն ապահովել հնարավոր չէ։ Եթե Ալիսը Բոբին ուղարկում է $|0\rangle$ և $|1\rangle$ -երի որևէ հաջորդականություն, ապա Բոբը, իմանալով, որ բոլոր քյուբիթերը լինելու են տվյալ բազիսում, կարող է չափել դրանք՝ առանց անշրջելություն մտցնելու։ Եթե հաշվի չառնվի սարքավորման ոչ կատարելիությունը, ապա Բոբը ստանում է կատարյալ արդյունք, և ինքն ու Ալիսն ունենում են վիձակների միննույն հաջորդականությունը, ինչը նրանք հետագայում կարող են օգտագործել որպես բանալի։ «Անհանգստությունն» այստեղ նրանում է, որ նույն կերպ կարող է վարվել նաև Իվը։ Քվանտային կանալի աշխատանքի բնույթը համարժեք է լինում դասական կանալի աշխատանքի բնույթի, և Իվը կարող է գաղտնալսել՝ առանց իրեն ի հայտ բերելու։

Գաղտնալսումը բացառող բանալի ստեղծելու համար Բոբը և Ալիսը կարող են ձևափոխել - 1-ը և +1 արժեքների համապատախան քյուբիթերը մաքուր վիձակներից սուպերպոզիցիոն վիձակների։

Ենթադրենք Բոբը և Ալիսը ստանում են EPR ազբյուրից (Նկ. 12.4) մասնիկների զույգ, որոնք գտնվում են խձձված վիձակում։ Ալիսը և Բոբը նախապես համաձայնում են չափումները կատարելու որևէ բազիսի վերաբերյալ, որին անվանենք $|0\rangle/|1\rangle$: $|1\rangle$ վիձակում չափման հնարավոր արդյունքը +1-ն է (Պլանկի հաստատունի միավորներով) ֆոտոնի բնեռացման դեպքում և +1/2-ն է էլեկտրոնի սպինի պրոյեկցիայի դեպքում։ $|0\rangle$ վիձակում չափման արդյունքներն են համապատասխանաբար - 1-ը և - 1/2-ը։ ԷՊՌ աղբյուրից եկող մասնիկների՝ Ալիսի և Բոբի կողմից կատարված չափումների արդյունքները կլինեն մաքսիմալ կորելացված, եթե մասնիկների զույգը լինի Բելի

$$\left|\mathbf{f}^{-}\right\rangle_{23} = \left(\left|0\right\rangle_{2}\left|0\right\rangle_{3} - \left|1\right\rangle_{2}\left|1\right\rangle_{3}\right)/\sqrt{2} \mathbf{u}\left|\mathbf{f}^{+}\right\rangle_{23} = \left(\left|0\right\rangle_{2}\left|0\right\rangle_{3} + \left|1\right\rangle_{2}\left|1\right\rangle_{3}\right)/\sqrt{2}$$

վիձակներից մեկում։ Դա նշանակում է, որ երբ չափման արդյունքում Ալիսը ստանա, ասենք՝ + 1 արժեք, նա վստահաբար կիմանա, որ Բոբը ևս ստացել է + 1 արժեք։

Զույգի ԷՊՌ

 $\left|\mathbf{Y}^{-}\right\rangle = \left(\left|0\right\rangle_{1}\left|1\right\rangle_{2} - \left|1\right\rangle_{1}\left|0\right\rangle_{2}\right)/\sqrt{2}, \quad \left|\mathbf{Y}^{+}\right\rangle = \left(\left|0\right\rangle_{1}\left|1\right\rangle_{2} + \left|1\right\rangle_{1}\left|0\right\rangle_{2}\right)/\sqrt{2}$

վիձակներում չափումները կլինեն մաքսիմալ անտիկորելացված, այսինքն՝ երբ Ալիսը ստանա +1 արժեք, ապա վստահաբար կիմանա, որ Բոբի ստացածը - 1 արժեքն է։

Եթե քվանտային կանալում ինֆորմացիայի փոխանցման հետ կարիք է լինում հավաստիանալու գաղտնալսման բացակայության կամ առկայության մասին, ապա կողմերը վարվում են, օրինակ, հետևյալ կերպ։ Ալիսն ուղարկում է Բոբին բևեռացված բիթ-մասնիկների հաջորդականություն՝ յուրաքանչյուրը կոդավորելով

երկու բազիսներից պատահականորեն ընտրված մեկի վրա։ Բոբը չափում է ստացված մասնիկների վիձակները բազիսների նորից պատահական ընտրությամբ։ Բիթերի ամբողջական փաթեթ ուղարկելուց հետո Բոբը և Ալիսը դասական բաց կանալով հաղորդակցվում են՝ ասելով, թե բազիսների ինչ հերթականություն են ընտրել։ Այս ինֆորմացիայի միջոցով երկուսն էլ կարող են որոշել հաղորդման և ընդունման որ բազիսներն են համընկնում և դրանով իսկ, թե որ բիթերն են հաղորդագրությունում կոռեկտ։ Այս բիթերի հաջորդականությունը ընտրվում է որպես բանալի, և մյուսները դեն են նետվում։ Կարևոր է, որ Ալիսի և Բոբի մոտ համընկնումների թիվը պետք է կազմի 50% ։

Ենթադրենք Ալիսի և Բոբի հաղորդակցման հանրային (դասական) և քվանտային կանալները կարող են գաղտնալսվել Իվի կողմից, ով չափում է Ալիսի կողմից ուղարկված յուրաքանչյուր մասնիկի վիճակը որևէ ընտրված բազիսում, և ապա նույն վիճակում գտնվող մասնիկ ուղարկում Բոբին։ Այս պրոցեսում նա մոտ 50% –ի դեպքերում օգտագործվող բազիսը կհամընկնի Ալիսի օգտագործած բազիսի հետ, և ուրեմն այդ մասով Բոբին կփոխանցվի ինֆորմացիան՝ առանց աղավաղումների։ Մյուս 50% -ի դեպքերում Իվի օգտագործվող բազիսը չի համընկնի Ալիսի օգտագործած բազիսի հետ՝ պտտված լինելով նրա նկատմամբ 45^{0} -ով։ Գրանցման արդյունքում դրանց կեսը կդառնա Ալիսի ընտրածի նկատմամբ ձիշտ բազիս, մյուս կեսը՝ սխալ։ Արդյունքում կստացվի, որ բիթերը Բոբին են փոխանցվում բազիսների ընտրության 25% սխալով։ Հետևաբար, բաց կանալով բազիսների համեմատման ժամանակ համընկնումների թիվը շեղված կլինի 50% -ից։

Իհարկե, գոյություն ունեն ինֆորմացիայի գաղտնալսման ավելի նրբանկատ հնարավորություններ։ Բարեբախտաբար, հնարավոր է եղել ընդհանուր թեորեմ ապացուցել քվանտային ծածկագրության հնարավորության մասին։

Հաջորդ կարևոր պահն այն է, որ քվանտային բանալին բացարձակ վստահելիությամբ կարելի է օգտագործել միայն մեկ անգամ։

§ 13. Ատոմական ինտերֆերոմետր

Ինտերֆերոմետրերը բարձր զգայնության չափիչ սարքեր են, որոնք օգտագործվում են գիտության և արտադրության ամենատարբեր ոլորտներում։ Ինտերֆերոմետրում աղբյուրից եկող Ճառագայթը, ասենք՝ լուսային, Ճեղքվում է երկու Ճառագայթների, որոնք շարժվում են տարբեր հետագծերով (բազուկներով), ապա անդրադառնալով միավորվում են և առաջացնում ինտերֆերենցիոն պատկեր (Նկ. 13.1)։

Վերադրման արդյունքն իր մեջ ինֆորմացիա է պարունակում Ճառագայթների օպտիկական երկարությունների տարբերության մասին, ինչը և օգտագործվում է փնտրվող մեծությունները որոշելու համար։ Աստղաֆիզիկական կիրառություններում բազուկները երկու կամ ավելի դիտակներ են, որոնք միավորում են իրենց ազդանշանները՝ առաջարկելով զգայնություն, որը համարժեք է մի դիտակի զգայնության, որի տրամագիծը հավասար է ամենաշատ տարանջատված էլեմենտների միջն հեռավորությանը։ Վերջին խոշորամասշտաբ ձեռքբերումն այստեղ 2015-ին գրավիտացիոն ալիքների գրանցումն էր։



Նկ. 13.1. Օպտիկական ինտերֆերոմետրի սկզբունքային սխեման (Sե´u Saif B.N., Hogan J., Kasevich M., Atom Interferometry for Detection of Gravitational Waves, NIAC Phase 1 Final Report ()2013, Fig. A1):

Ատոմական ինտերֆերոմետրում վերադրվում են ոչ թե լուսային, այլ ատոմների համընթաց շարժումների ալիքային ֆունկցիաները, որոնց կարձ անվանում ենք ատոմական, երբեմն՝ մատերիայի կամ Դե Բրոյլի, ալիքներ։ Մինչ ատոմական ինտերֆերոմետրերի ստեղծումը (1991 թ.)՝ արդեն իսկ կային նույն սկզբունքով գործող էլեկտրոնային և նեյտրոնային ինտերֆերոմետրերը։ Դրանք ներկայումս ևս պահպանում են իրենց կիրառական արժեքը, սակայն ատոմական ինտերֆերոմետրերն ունեն կիրառությունների որակապես ուրիշ տիրույթներ և զգայնության բարձրացման լավ հեռանկարներ։

Ատոմական ալիքների Ճեղքման և վերամիավորման համար գոյություն ունեն փոխազդեցության մի քանի մեթոդներ (նյութական պարբերական ցանց, մագնիսական և մագնիսաօպտիկական ուժեր), սակայն մենք կանգ կառնենք լուսաիմպուլսային ատոմական ինտերգերֆերոմետրի վրա, որում ատոմական ալիքի ղեկավարման գործընթացները կատարվում են լուսային իմպուլսների միջոցով, ռեզոնանսային փոխազդեցության օրինաչափությունների հիման վրա:

Հիմնարար պրոցեսը այստեղ ատոմի համընթաց շարժման վիճակի փոփոխությունն է ֆոտոնի կլանման և ճառագայթման հետևանքով։ Դրա համար ատոմի համիլտոնյանում հարկ է պահպանել ատոմի համընթաց շարժման $\hat{p}^2/2M$ կինետիկ էներգիայի օպերատորը և դաշտի տարածական փուլը ներկայացնող e^{ikr} և e^{-ikr} գործակիցները՝

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hbar \omega_0 |e\rangle \langle e| + \hbar \Omega e^{i(kr - \omega t)} |e\rangle \langle g| + \hbar \Omega^* e^{-i(kr - \omega t)} |g\rangle \langle e|, \qquad (13.1)$$

որտեղ անկյունաձև փակագծերով ներկայացված են ատոմի ներքին վիճակների պրոյեկտման օպերատորները։ Ω-ն ռեզոնանսային անցման Ռաբիի հաճախությունն է, ինչն իր մեջ պարունակում է ֆազային անդամ։ Մեկ լուսային իմպուլսի հետ փոխազդելու դեպքում այն կարևոր չի լինում, սական մեկից ավելի լուսային իմպուլսների հետ փոխազդելու դեպքում այն էական ներդրում է ունենում չափվող ազդանշանում։

Դաշտի հետ փոխազդեցությունն ատոմին տանում է մի էներգետիկ մակարդակից մյուսը, ինչն ուղեկցվում է ֆոտոնի $\hbar k$ իմպուլսի չափով ատոմի իմպուլսի փոփոխությամբ՝ գումարմամբ, երբ ֆոտոնը կլանվում է, և հանմամբ, երբ ֆոտոնը Ճառագայթվում է։

Ձևակերպումների փոքր ինչ պարզեցման համար հարմար է կատարել $|e
angle
ightarrow |e
angle {e^{i\omega_0t}}$ փոխարինումը։ Ատոմի (13.1) համիլտոնյանն այս պատկերացմամբ ստանում է

$$\hat{H}(\boldsymbol{r},t) = \frac{\hat{\boldsymbol{p}}^2}{2M} + \hbar \Omega e^{i(\boldsymbol{k}\,\boldsymbol{r}-\Delta t)} \left| \boldsymbol{e} \right\rangle \left\langle \boldsymbol{g} \right| + \hbar \Omega^* e^{-i(\boldsymbol{k}\,\boldsymbol{r}-\Delta t)} \left| \boldsymbol{g} \right\rangle \left\langle \boldsymbol{e} \right|$$
(13.2)

տեսքը, որտեղ $\Delta = \omega - \omega_0$ -ն ռեզոնանսի ապալարքն է (Տե՛ս նաև (8.5)-ը), իսկ

$$\Psi(\boldsymbol{r},t) = c_{g,\boldsymbol{p}}(t) \left| g, \boldsymbol{p} \right\rangle \exp\left(-i\frac{\boldsymbol{p}^2}{2M\hbar}t\right) + c_{e,\boldsymbol{p}+\hbar\boldsymbol{k}}(t) \left| e, \boldsymbol{p}+\hbar\boldsymbol{k} \right\rangle \exp\left(-i\frac{\left(\boldsymbol{p}+\hbar\boldsymbol{k}\right)^2}{2M\hbar}t\right), \quad (13.3)$$

որտեղ հիմնական վիձակի ատոմն ունի p իմպուլս և $|g, p\rangle$ սեփական ֆունկցիա, իսկ գրգռված վիձակինը՝ $p + \hbar k$ իմպուլս և $|e, p + \hbar k\rangle$ ֆունկցիա։ Համապատասխանաբար տարբեր են նաև հիմնական և գրգռված վիձակների համընթաց շարժմանը վերաբերող ժամանակային էվոլյուցիան ներկայացնող էքսպոնենցիալ անդամները։

(13.2) և (16.3)-ը, տեղադրելով Շրեդինգերի

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} = \hat{H}(\boldsymbol{r},t)\Psi(\boldsymbol{r},t)$$

հավասարման մեջ, փնտրվող $c_{g,p}(t)$ և $c_{e,p+\hbar k}(t)$ հավանականային ամպլիտուդների համար (ինչպես և § 8-ում) ստանում ենք ժամանակային ներդաշնակ տատանումներ։ Մասնավորապես, Ճշգրիտ ռեզոնանսի դեպքում

$$\left|c_{e,\boldsymbol{p}+\boldsymbol{h}\boldsymbol{k}}(t)\right|^{2} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left|\Omega\right|\tau\right),$$

որտեղ τ -ն լուսաիմպուլսի տևողությունն է։ Ուժը պահպանում է π -իմպուլսների թեորեմը և Ռաբիի տատանումները $|g\rangle$ և $|e\rangle$ վիձակների միջև, որոնք այս դեպքում ուղեկցվում են ատոմի իմպուլսի նույնպիսի պարբերական տատանումներով։

Ինտերֆերոմետրի համար կարևոր են հետևյալ երկու ռեժիմները՝

i. $\pi/2$ -իմպուլսի, երբ $|\Omega| \tau = \pi/2$ և համապատասխանաբար

$$\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[\big| g, p \big\rangle - i \big| e, p + \hbar k \big\rangle e^{-i\Delta t} \Big], \qquad (13.4)$$

ii. π -իմպուլսի, երբ $|\Omega| \, au = \pi \,$ և համապատասխանաբար

$$\Psi(t) = -i \left| e, \mathbf{p} + \hbar \mathbf{k} \right\rangle: \tag{13.5}$$

 $\pi/2$ լուսաիմպուլսն ատոմը տանում է երկու էներգետիկ մակարդակների հավասար ստատիստիկական կշիռներով սուպերպոզիցիոն վիձակ։ Ատոմի սկզբնական ալիքային փաթեթը ձեղքվում է երկու ալիքային փաթեթների, որոնք իրարից հեռանում են $\mathbf{v}_{recoil} = \hbar \mathbf{k} / M$ հետհարվածային կոչվող արագությամբ։ $\pi/2$ լուսաիմպուլսը նմանակում է օպտիկական ինտերֆերոմետրի 50-50 ձեղքիչի։ Նույն կերպ, երբ $|\Omega| \tau = \pi$, ատոմը հիմնական մակարդակից վստահաբար անցնում է վերին էներգետիկ մակարդակ՝ $\hbar \mathbf{k}$ -ով փոխելով համընթաց շարժման իմպուլսը։ Եթե ատոմը նախապես վերին մակարդակում էր, ապա վստահաբար կիջնի հիմնական մակարդակ, և իմպուլսը կփոխի $-\hbar \mathbf{k}$ -ով։ Լուսաիմպուլսը նմանակում է հայելու։

Նկատենք, որ քննարկման ընթացքում արհամարհված է սպոնտան ձառագայումը, ինչի գոյությունը կքայքայեր փոխազդեցության կոհերենտությունը և ուրեմն նաև ինտերֆերոմետրի աշխատանքը։ Այդպիսի արհամարհումն օրինաչափ է, եթե $|e\rangle$ գրգռված վիճակի մարումն ինտերֆերոմետրի աշխատանքի լուսաիմպուլսների հաջորդականության համար ևս լինի արհամարհելի։ Այդպիսի սխեմա իրականացվում է ատոմի հիմնական վիճակի ենթամակարդակների միջև անցումների միջոցով, օրինակ՝ $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ անցումը ⁸⁷Rb -ում։ Այս ենթամակարդակները չունեն առաջին կարգի զեմանյան շեղումներ մագիսական դաշտում, այնպես որ այս հենքի վրա գործող ինտերֆերոմետրերը զգայուն չեն շրջապատում առկա մնացորդային մագնիսական դաշտերի նկատմամբ։



Նկ. 13.2. Ռամանյան անցման էներգետիկ մակարդակները և լազերային հաձախությունները (Տե՛ս M. Cadoret, E. De Mirandes, et al. Eur. Phys. J. Special Topics, 172, 121 (2009), Fig. 1):

Սակայն ենթամակարդակները կապող միաֆոտոն անցումները նպատակահարմար չեն ինտերֆերոմետր պատրաստելու համար, քանի որ համապատասխան հաձախություններն ընկած են միկրոալիքային տիրույթում, որտեղ ֆոտոնի կլանման/ձառագայթման պրոցեսում ռուբիդիումի ատոմին հաղորդած հետհարվածի արագությունը մոտ 0.1 մկմ/վ է՝ խիստ անբավարար ինտերֆերոմետրի զգայնություն ապահովելու համար։ Այս թերությունը հաղթահարվում է ենթամակարդակների միջև երկֆոտոն ռամանյան անցման օգտագործմամբ՝ ներառելով երկու հանդիպակաց ալիքներ և հավելյալ մի երրորդ էներգետիկ մակարդակ (Նկ. 13.2)։

 $|g\rangle$ և $|e\rangle$ ենթամակարդակները $|i\rangle$ միջանկյալ վիձակի հետ կապվում են ω_1 և ω_2 անկյունային հաձախություններով և k_1 և k_2 ալիքային վեկտորներով ալիքներով։ Փոխազդեցության հաստատունները համապատասխանաբար Ռաբիի Ω_1 և Ω_2 հաստատուններն են։ Լազերային հաձախությունները բավականին հեռու են $|g\rangle \rightarrow |i\rangle$ և $|e\rangle \rightarrow |i\rangle$ միաֆոտոն անցումների հաձախություններից ($\Delta \square 1/\tau_i$, որտեղ τ_i -ն $|i\rangle$ մակարդակի սպոնտան կյանքի տևողությունն է), այնպես որ միջանկյալ $|i\rangle$ վիձակի բնակեցումը փոքր է լինում, և եռամակարդակ համակարգը դիտվում է որպես երկմակարդակ՝ $|g\rangle$ -ի և $|e\rangle$ -ի միջև անմիջական անցումների Ռաբիի $\Omega_{eff} = \Omega_1 \Omega_2 / 2$ հաձախությամբ։ Ֆոտոնի կլանման և հանդիպակաց ալիքում վերաձառագայթման արդյունքում ատոմի ստացած ($\hbar k_1 - \hbar k_2$)/ $M \approx 2\hbar k_1 / M$ հետհարվածի արագությունը ռուբիդիումի ատոմի համար մոտ 6 մմ/վ է՝ հինգ կարգով մեծ միաֆոտոն անցման համար վերևում բերված արժեքից։



Նկ. 13.3. Եռիմպուլսային ռամանյան ատոմական ինտերֆերոմետր (Sե´u Saif B.N., Hogan J., Kasevich M., Atom interferometry for detection of gravitational waves, NIAC Phase 1 final report, (2013), Fig. A.2):

Առավել լայն տարածում ատոմական ինտերֆերոմետրի սխեմայում օգտագործվում է հանդիպակաց ալիքների ռամանյան երեք պրոցեսների հաջորդականություն, ինչպես պատկերված է Նկ. 13.3-ում։ Այն առաջինն օգտագործվել է Երկրի գրավիտացիայի ազատ անկման արագացումը չափելու համար։

Ատոմի ընթացքն ինտերֆերոմետրում սկսվում է $|g\rangle$ հիմնական վիձակում։ Առաջինն ատոմի վրա ազդում է $\pi/2$ ռամանյան իմպուլսը, որը ատոմը տեղափոխում է $|g\rangle$ -ի և $|e\rangle$ -ի՝ տարբեր իմպուլսներով սուպերպոզիցիոն վիձակի։ T ժամանակ՝ մինչև երկրորդ իմպուլսի ազդումը, ատոմական ալիքը տարածվում է ազատ։ Այդ ընթացքում ատոմի երկու վիձակները տարածապես հեռանում են իրարից։ Ինտերֆերենցիոն պատկերի ստեղծման համար անհրաժեշտ է վերուղղել այդ ընթացքներն այնպես, որ դրանք տարածապես վերածածկվեն։ Կիրառված π ռամանյան իմպուլսը սուպերպոզիցիոն վիձակի յուրաքանչյուր բաղադրիչ հայելային անդրադարձնում է՝ միաժամանակ փոխելով ներքին վիձակները՝ հիմնական

ենթամակարդակը դարձնելով գրգռված և գրգռվածը՝ հիմնական։ Դրանից T ժամանակ անց վիձակները տարածապես կվերածածկվեն, սակայն ինտերֆերենցիայի երևույթ նրանց միջև տեղի չի ունենա, քանի որ $|g\rangle$ -ն և $|e\rangle$ -ն իրար օրթոգոնալ վիձակներ են։ Ինտերֆերենցիայի երևույթ ներառելու համար կիրառվում է երրորդ՝ ռամանյան $\pi/2$ իմպուլսը, որը վիձակներից յուրաքանչյուրը ձեղքում է հավասար սուպերպոզիցիոն վիձակների՝ տվյալ իրավիձակի համար ստեղծելով ինտերֆերենցիոն պատկերի մոդուլյացիայի խորության համար հնարավոր առավելագույն արժեքը։

Ատոմի վիձակի արդյունարար ալիքային ֆունկցիան տրվում է

$$|\psi\rangle = -(\cos\phi |g,\hbar k\rangle + \sin\phi |e,-\hbar k\rangle)$$

բանաձևով, որտեղ ϕ -ն ռամանյան իմպուլսների փուլերի ընդհանուր տարբերությունն է։ Այն ցույց է տալիս, որ ատոմը $|_{\mathcal{S}}\rangle$ հիմնական վիձակում երևան է գալիս ելքային պորտերից մեկում, $|e\rangle$ գրգռված վիձակը՝ մյուսում, իսկ հարաբերական ամպլիտուդը որոշվում է ϕ -ի արժեքով։ Ինտերֆերենցիոն պատկերը, որպես կանոն, կառուցվում է պորտերից մեկում ատոմի հայտնաբերման հավանականության համար՝ որպես ֆունկցիա երկրորդ կամ երրորդ ռամանյան իմպուլսի ունեցած փուլի։ Նկ. 13.3-ում այն բերված է ներդիրի ձևով։

Ատոմական ինտերֆերոմետրերն առաջին հերթին չափիչ սարքեր են, որոնք իրական հավակնություն ունեն լինելու ամենազգայունը գիտական մի շարք ուղղություններում։ Նշենք դրանցից հիմնականները՝

- գրավիտացիոն G հաստատունի և նրա գրադիենտի չափում,
- էլեկտրամագնիսական փոխազդեցության (նուրբ կառուցվածքի) α հաստատունի չափում,
- կիլոգրամի նոր սահմանում,
- համարժեքության սկզբունքի ստուգում,
- գրավիտացիոն կարմիր շեղման չափում,
- քվանտային գրավիտացիայի ստուգում,
- կարձ ազդեցության ուժերի չափում,
- էլեկտրոնի և պրոտոնի լիցքերի հնարավոր ոչ հավասարության փնտրում,
- տեղափոխման ունակ (պայուսակային և արբանյակային կապի) ինտերֆերոմետրերի ստեղծում,
- գրավիտացիոն ալիքների նոր դետեկտորների ստեղծում։

§ 14. Միաֆոտոն Ճառագայթման աղբյուրներ

Նախքան ֆոտոնային աղբյուրների քննարկումը՝ հակիրձ ծանոթանանք ինչ ասել է ֆոտոն, և ինչպիսին է մաթեմատիկական հենքը, որի միջոցով այն ներառված է քվանտային տեսության մեջ։ Ֆոտոնի հասկացությունը ներմուծել է Էյնշտեյնը՝ սահմանելով այն որպես էներգիայի քվանտ՝ Ճառագայթվելիս օժտված տեղափոխման որոշակի ուղղությամբ։

Ֆոտոնն օժտված չէ հանգստի զանգվածով, ինչի հետևանքով կարող է հեշտորեն կլանվել և Ճառագայթվել նյութական տարրերի հետ փոխազդեցության ընթացքում։ Այդ պրոցեսները նկարագրելու համար մտցված են համապատասխան օպերատորներ՝ ոչնչացման \hat{a}_k և ծնման \hat{a}_k^+ , որտեղ k -ն ֆոտոնի ալիքային վեկտորն է` կապված p իմպուլսի հետ

$$p = \hbar k$$

առնչությամբ։

Եթե k իմպուլսով ֆոտոնների թիվը համակարգում նշանակենք n_k , իսկ վիձակի, որը կոչվում է Ֆոկի վիձակ, ալիքային ֆունկցիան՝ $|n_k\rangle$, ապա վերջինիս վրա \hat{a}_k , \hat{a}_k^+ ֆոտոնային օպերատորների ազդեցությունը տրվում է



Վլադիմիր Ֆոկը և Լուի դե Բրոյլը զրուցելիս (1956թ.)

$$\hat{a}_{k} \left| n_{k} \right\rangle = \sqrt{n_{k}} \left| n_{k} - 1 \right\rangle, \qquad (14.1\text{u})$$

$$\hat{a}_{k}^{+} | n_{k} \rangle = \sqrt{n_{k} + 1} | n_{k} + 1 \rangle \tag{14.1p}$$

առնչություններով։ Դրանք համապատասխանում են անվանումներին՝ \hat{a}_k -ի ազդեցությամբ ֆոտոնների թիվը մեկով նվազում է, \hat{a}_k^+ -ի ազդեցությամբ՝ մեկով ավելանում։ Աջ մասի գործակիցները գալիս են n_k թվով նույնական մասնիկների ալիքային ֆունկցիայի նորմավորված լինելու պահանջից։

(14.1) հավասարություններից նաև հետևում է

$$\hat{a}_{k}^{\scriptscriptstyle +}\hat{a}_{k}\left|n_{k}
ight
angle$$
 $=$ $n_{k}\left|n_{k}
ight
angle$,

ինչը՝ որպես սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների պրոբլեմ, ցույց է տալիս, որ ձախակողմյան $\hat{a}_k^+ \hat{a}_k^-$ օպերատորը ներկայացնում է հենց ֆոտոնների թվի օպերատոր՝

$$\hat{n}_k = \hat{a}_k^+ \hat{a}_k : \tag{14.2}$$

Ֆոտոնային դաշտի համիլտոնյանը լինում է՝

$$\hat{H}_{k} = \hbar \omega \hat{n}_{k} = \hbar \omega \hat{a}_{k}^{+} \hat{a}_{k}$$
(14.3)

Քվանտային տեսությունը ի տարբերություն դասական պատկերացումների, թույլ է տալիս, որ մասնիկների, տվյալ դեպքում՝ ֆոտոնների, թիվը լինի ոչ որոշակի, ինչպիսին է Ֆոկի վիձակի դեպքում՝ ունենալով ֆոտոնների թվի որոշակի բաշխում։ Բերենք դրանցից երկու առավել կարևորները։

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle, \qquad (14.4)$$

որտեղ բնութագրական α թիվն ընդհանուր դեպքում կոմպլեքս է։ Կոհերենտ վիՃակները կարող են վերլուծվել ըստ Ֆոկի բազիսի.

$$|\alpha\rangle = \exp(-|\alpha|^2/2)\sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle:$$

Կոհերենտ վիձակների կարևոր հատկությունն այն է, որ ֆոտոնների թիվը նրանում բաշխված է Պուասոնի՝ որոշակի միջին արժեքի շուրջ ոչ կորելացված պատահարների օրենքով.

$$P(n) = |\langle n | \alpha \rangle|^2 = \exp(-|\alpha|^2) \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}$$
:



🛛 Սիմեոն Պուասոն

Կոհերենտ վիձակները օրթոգոնալ չեն՝ $\langle \alpha | \beta \rangle = \exp \left(-\frac{1}{2} \left(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2\alpha^* \beta \right) \right)_{,}$ ն նաև գերլրիվ են, այսինքն՝ $\hat{P}_{\alpha} = |\alpha\rangle\langle\alpha|$ պրոյեկտման օպերատորների հանրախմբի ազդեցությունը կամայական վիձակի վրա գերազանցում է միավոր օպերատորինը՝ $\iint |\alpha\rangle\langle\alpha| d^2\alpha = \pi \hat{I} > \hat{I}$: Վիձակում ֆոտոնների միջին թիվը՝

$$\langle n \rangle = \langle \alpha | \hat{a}^{+} \hat{a} | \alpha \rangle = | \alpha |^{2}$$

Կոհերենտ վիճակները քվանտային օպտիկայի ոլորտ ներմուծվել են Գլաուբերի կողմից և հատկապես լավ են նկարագրում լազերի ճառագայթման դաշտը գեներացման շեմից վերև աշխատանքի պայմաններում։



Դոնալդ Հուգսը, Ռոյ Գլաուբերը և Էնրիկո Ֆերմին կոնֆերանսի ընմիջմանը զրուցելիս (1954թ.) Կոհերենտ վիճակներում որևէ օպերատորի շարժման ժամանակային հավասարում համընկնում է համապատասխան դասական մեծության դասական հավասարմանը։ Կոհերենտ վիճակները, այսպիսով, օպտիկայում «դասական» վիճակներ են։

Ջերմային վիճակներ։ Լույսի քվանտային վիճակների այս կարևոր դասը հայտնի նաև որպես սև մարմնի ճառագայթում։ Դրանք առաջանում են լույսի ջերմային աղբյուրներից՝ շիկացման լամպեր, էլեկտրական աղեղներ, աստղեր և այլն, իսկ ֆոտոնների թվի բաշխումը տրվում է

$$p(n) = \frac{1}{\overline{n}} \left(\frac{\overline{n}}{1+\overline{n}}\right)^n$$

արտահայտությամբ, որտեղ ֆոտոնների \overline{n} միջին թիվը հավասարակշիռ վիձակում տրվում է Պլանկի բանաձևով՝ վիձակների համար։ Նկատելի է, որ ջերմային վիձակն ունի ֆոտոնների թվի ավելի լայն բաշխում։



U4. 14.1. Snonhulpp pell pullun (a) gepuluith (b) under (b)

Էլեկտրամագնիսական դաշտի ստատիստիկական հատկությունների նկարագրության կարևոր հասկացություն, ինչպես դասական, այնպես էլ քվանտային պատկերացումներում, հանդիսանում է տարբեր կարգերի *կոհերենտության* (*կորելացման*) *ֆունկցիաների* հանրախումբը։ Ամենացածր՝ առաջին կարգի կոհերենտության ֆունկցիան սահմանվում է

$$G^{(1)}(x_1, x_2) = \left\langle E^{(-)}(x_1) E^{(+)}(x_2) \right\rangle$$
(14.5)

արտահայտության համաձայն, որտեղ $E^{(+)}$ և $E^{(-)}$ -ը դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի համապատասխանաբար դրական-հաձախային և բացասական-հաձախային մասերն են, իսկ x_1, x_2 -ը, կախված խնդրից, նկարագրում են խնդրի տարածական կամ ժամանակային կոորդինատները։ Դրանով իսկ տարբերակվում են տարածական և ժամանակային կոհերենտություններ։ Տարածական կոհերենտությունը դիտվում է, օրինակ, Յունգի երկձեղք փորձի կամ դիֆրակցիոն ցանցից ստացվող ինտերֆերենցիոն պատկերներում։



Թոմաս Յունգ

Ստացիոնար պայմաններում առաջնային կարևորություն ունենում է ժամանակային կոհերենտությունը, և հետագայում կսահմանափակվենք միայն դրանով։ Միջինացման ‹…› սիմվոլն այս դեպքում նշանակում է ստատիստիկական միջինացում կամ էրգոտիկության թեորեմի համաձայն դրան համարժեք ժամանակային միջինացում՝ ըստ T բավականաչափ երկար ժամանակահատվածի.

$$\left\langle E^{(-)}(x_1)E^{(+)}(x_2)\right\rangle = \left\langle E^*_0(t)E_0(t+\tau)\right\rangle = \frac{1}{T}\int_T E^*_0(t)E_0(t+\tau)dt$$
 (14.6)

Կոհերենտությունն ավելի խնամքով տրվում է նորմավորումից հետո՝

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{G^{(1)}(t,t+\tau)}{G^{(1)}(t,t)} = \frac{\left\langle E_0^*(t)E_0(t+\tau)\right\rangle}{\left\langle \left|E_0(t)\right|^2\right\rangle} \quad , \tag{14.7}$$

առաջին կարգի կորելյացիոն ֆունկցիայի միջոցով։

Ենթադրենք ունենք քվազիմոնոքրոմատիկ դաշտ՝ 🖉 կրող հաձախությամբ, որի դրականհաձախային մասը՝

$$E_0(t) = E_0 e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)}$$

որտեղ $\phi(t)$ -ն արագ պատահական փոխվող ֆունկցիա է։ Կորելյացիոն ֆունկցիան, համաձայն (14.7)-ի, կներկայացվի

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega\tau} \left\langle e^{i(\phi(t+\tau)-\phi(t))} \right\rangle$$
(14.8)

տեսքով։ Սա նշանակում է, որ $g^{(1)}(\tau)$ -ի իրական մասը τ -ի օսցիլացվող ֆունկցիա է՝ ω անկյունային հաձախությամբ։ Այն ինտերֆերենցիոն պատկերի համար ձևավորում է շերտավոր կառուցվածք։ Իսկ լույսի կոհերենտության մասին ինֆորմացիան պարունակվում է (14.8)-ի երկրորդ արտադրիչում, այսինքն՝ կորելյացիոն ֆունկցիայի մոդուլում։

(14.8)-ից պարզ երևում է, որ $|g^{(1)}(0)| = 1$ բոլոր դեպքերում։ Այն մոտավորապես պահպանվում է նաև $\tau \sim \tau_c$ ժամանակների համար, որտեղ τ_c -ն լույսի կոհերենտության ժամանակն է։ Հետագայում $|g^{(1)}(\tau)|$ -ն նվազում է և $\tau > \tau_c$ ասիմպտոտում ձգտում զրոյի։ $g^{(1)}(au)$ -ի կոնկրետ տեսքը մասնակի կոհերենտ լույսի համար կախված է $\phi(t)$ -ի արագ պատահական փոփոխության բնույթից, ինչը համարժեք է դաշտի սպեկտրալ լայնության առաջացմանը։ Առավել հաձախ վերջինս ներկայացվում է լորենցյանով՝

$$f(\omega') = \frac{1}{\pi \gamma} \frac{\gamma^2}{(\omega' - \omega)^2 + \gamma^2},$$

որտեղ γ -ն բաշխման լայնությունն է։ Այս պատկերացմամբ (14.8)-ը գրվում է

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega\tau} \frac{1}{\pi\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma^2}{(\omega'-\omega)^2 + \gamma^2} e^{i(\omega'-\omega)\tau} d\omega':$$



🛛 Ալբերտ Էյնշտեյնը և Հենրիկ Լորենցը

տեսքով։ Այն անալիտիկ հաշվվում է, և կորելյացիոն ֆունկցիայի համար ստանում ենք $g^{_{(1)}}(au)\!=\!e^{^{-i\,\omega au}}\exp(-\!\gamma\, au)$

արտահայտությունը։ Ինչպես տեսնում ենք, սպեկտրալ գծի լայնացած լինելը ֆազային դիֆուզիայի հաշվին սահմանափակում է լուսային ալիքի կոհերենտության ժամանակը էքսպոնենցիալ օրենքով։ Բնութագրական ժամանակը՝ $\tau_c = 1/\gamma$, հակադարձ համեմատական է սպեկտրալ գծի լայնացմանը։ $g^{(1)}(\tau)$ -ի իրական մասը ներկացված է Նկ. 14.2-ում։



Հույսի ներհատուկ, ներառյալ քվանտային, հատկությունների նկարագրության համար հատկապես կարևոր է *երկրորդ կարգի կորելյացիոն ֆունկցիան*.

(14.9)

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\left\langle E_0^*(t) E_0^*(t+\tau) E_0(t) E_0(t+\tau) \right\rangle}{\left\langle \left| E_0(t) \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| E_0(t+\tau) \right|^2 \right\rangle} = \frac{\left\langle I(t) I(t+\tau) \right\rangle}{\left\langle I(t) \right\rangle \left\langle I(t+\tau) \right\rangle},$$
(14.10)

որտեղ I(t)-ն լուսային դաշտի ինտենսիվությունն է ժամանակի t պահին։

Այստեղ ևս պետք է սպասել, որ կոհերենտության ժամանակը գերազանցելիս կորելյացիոն $rac{1}{2}$ ֆունկցիան ձգտում է զրոյի։ Ինչ վերաբերում է au=0 պահին, ապա

$$g^{(2)}(0) = \frac{\left\langle I(t)^2 \right\rangle}{\left\langle I(t) \right\rangle^2} :$$
(14.11)

Քանի որ I(t)-ն պատահական մեծություն է, ապա հավանականությունների տեսությունից հայտնի է, որ քառակուսու միջինը մեծ է միջինի քառակուսուց։ Համոզվենք դրանում՝ $I(t) = I_0(1 + A \sin \Omega t)$, A < 1 օրինակի վրա միջինացումները կատարելով ըստ ժամանակի։ Նկատի ունենալով, որ $\overline{\sin \Omega t} = 0$, նախ կունենանք $\langle I(t) \rangle = I_0$,

$$g^{(2)}(0) = \left\langle \left(1 + A \sin \Omega t\right)^2 \right\rangle$$

Եվ ապա, քանի որ $\overline{\left(\sin\Omega t\right)^2}=1/2$, ապա

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{A^2}{2}$$
:

Այնպես որ դաշտի դասական նկարագրության դեպքում

$$g^{(2)}(0) \ge 1$$
:

Հավասարության նշանը վերաբերում է բացառապես մոնոքրոմատիկ կոհերենտ ալիքին։

Անցումը քվանտացված էլեկտրամագնիսական՝ ֆոտոնային դաշտին կատարվում է ֆոտոնների ծնման և ոչնչացման օպերատորների ներգրավմամբ։ Քվանտային օպտիկայի ստանդարտ դասընթացներում մոնոքրոմատիկ (միամոդ) դաշտի էլեկտրական բաղադրիչի \hat{E} օպերատորի և \hat{a}_k , \hat{a}_k^+ օպերատորների միջև սահմանվում է հետևյալ առնչությունը՝

$$\hat{E} \equiv \hat{E}^{(+)} + \hat{E}^{(-)} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_k}{2\varepsilon_0 V}} \left(\hat{a}_k e^{i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)} + \hat{a}_k^+ e^{-i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)} \right):$$
(14.12)

Երկրորդ կարգի կորելյացիոն ֆունկցիան, ելնելով (14.10)-ից, ընդունում է

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{G^{(2)}(\tau)}{G^{(2)}(0)} = \frac{\left\langle \hat{a}_{k}^{+} \hat{a}_{k}^{+}(\tau) \hat{a}_{k}(\tau) \hat{a}_{k} \right\rangle}{\left\langle \hat{a}_{k}^{+} \hat{a}_{k} \right\rangle^{2}}$$
(14.13)

տեսքը, որտեղ $\hat{a}_k(\tau) \equiv \hat{a}_k e^{-i\omega\tau}$, իսկ միջինացումը տարվում է ըստ քվանտային ստատիստիկական բաշխման։

(14.12) միամոդ դեպքում, ինչպես և դաշտի դասական ներկայացման դեպքում, կորելյացիոն ֆունկցիան կախված չէ ժամանակից։ Քվանտային պատկերացումները, սակայն, ենթադրում են ստատիստիկական բաշխումներ անգամ այս միամոդ դեպքում, ինչը բերում է տարբերությունների դասական մոնոքրոմատիկ դեպքի $g^{(2)}_{classic} = 1$ արժեքի նկատմամբ։

Կոհերենտ ֆոտոնային դաշտի համար

 $g^{(2)}(\tau) = 1:$

Սա չի նշանակում դասական բնույթ ուղղակի իմաստով, այլ խոսում է պատահարների միջև հիշողության բացակայության մասին։ Կոհերենտ վիձակում ֆոտոնների բոզոնային բնույթն իրեն ի հայտ չի բերում գրանցման պրոցեսում։ Միամոդ ջերմային վիձակի համար

$$g^{(2)}(\tau) = 2$$
,

ինչը մատնանշում է երկու ֆոտոնների միաժամանակ գրանցման ավելի մեծ հավանականություն երկու ֆոտոնների առանձին-առանձին գրանցման նկատմամբ։ Այս երևույթը քվանտային օպտիկայում հայտնի է որպես ֆոտոնների խմբավորում (bunching, группировка)։ Այն կարող է վերաբերել նաև ձառագայթման աղբյուրներին։

Ֆոկի (մասնիկների որոշակի թվով) վիձակում տեղի ունի հակառակ օրինաչափությունը՝

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - \frac{1}{n}$$
,

որը կոչվում է անտիխմբավորում։ Այն բացատրվում է ֆոտոնների ալիքային ֆունկցիաների փուլային լրիվ անորոշությամբ, ինչի արդյունքում ինտերֆերենցիայի երևույթը Ճնշում է երկու ֆոտոնների միաժամանակ գրանցման (կամ Ճառագայթման) հնարավորությունը։ Միաֆոտոն վիՃակում (n=1) երկու ֆոտոնների հայտնաբերումը, իհարկե, հնարավոր չէ՝ $g^{(2)}=0$:

Բազմամոդ ֆոտոնային դաշտի դեպքում (14.12)-ի աջ մասը գումարվում է ըստ ալիքային վեկտորների դիսկրետ կամ անընդհատ սպեկտրի։ Այս պարագայում (14.10) կորելյացիոն ֆունկցիան դառնում է ժամանակից կախված՝ տարբեր՝ տարբեր քվանտային ստատիստիկական բաշխումների դեպքում։ Նկ. 14.3-ը մեկնաբանում է ասվածը համապատասխանաբար ջերմային, կոհերենտ, միաֆոտոն անընդհատ և իմպուլսային աղբյուրների դեպքերում։



Նկ. 14.3. Ֆոտոնային տարբեր վիճակների համար երկրորդ կարգի կոհերենտության ժամանակային կախվածության օրինակներ (Physics of Single Quantum Emmiters, Fig. 15)։

Քանի որ միաֆոտոն վիձակներում է կոհերենտության ֆունկցիան մեկից փոքր, ապա այդտեղ է առավել լրիվությամբ ի հայտ գալիս լույսի քվանտային բնույթը։

Միաֆոտոն վիձակների գեներացման համար գոյություն ունեն տարբեր միջոցներ։ Առավել պարզը, իհարկե, կլիներ լազերային փնջի դիմաց համապատասխան կլանիչների օգտագործումը։ Հաշվարկները, սակայն, ցույց են տալիս, որ դա հնարավոր է ֆոտոնների միջին թվի մեկից շատ փոքր լինելու պայմաններում, ինչը մեթոդը դարձնում է ոչ էֆեկտիվ։ Ընդ որում, հնարավոր չի լինում արհամարհել մեկից ավելի թվով ֆոտոնային վիձակները։

Հայնորեն օգտագործվող ալտերնատիվ է հաձախությունների պարամետրիկ կիսման պրոցեսը (parametric down-conversion), որտեղ ոչ գծային բյուրեղը մղվում է ուժեղ լազերային

դաշտի կողմից (Նկ. 14.4) և որոշակի փոքր հավանականությամբ լազերային յուրաքանչյուր ֆոտոն տրոհում կես հաձախություններով երկու ֆոտոնների։



single photon Նկ. 14.4. Միաֆոտոն (ոչ դետերմինիստիկ) գեներացման սխեմա (Physics of Single Quantum Emmiters, Fig. 158)։

Առաջին ֆոտոնի գրանցումն ազդարարում է երկրորդ ֆոտոնի առաջացումը։ Քանի որ սա պատահական պրոցես է, ապա ֆոտոնի առաջացում չի կարող ապահովվել ժամանակի պահանջված պահին։

Քվանտային Ճառագայթման աղբյուր ասելով՝ սովորաբար հասկանում ենք քվանտային համակարգ, որում ֆոտոնի Ճառագայթումը տեղի է ունենում էներգետիկ մակարդակների միջև օպտիկական անցումների շնորհիվ, ներառյալ՝ սպոնտան Ճառագայթումը։ Ծանոթանանք դրանցից մի քանիսի հետ։

Ատոմներ և իոններ: Ատոմները միաֆոտոն ձառագայթման առավել ակնհայտ համակարգերն են։ Այդ նպատակով առանձին ատոմներ կամ իոններ տեղադրվում են բարձր բարորակության քվանտային ռեզոնատորների մեջ՝ ձառագայթման ժամանակը և մոդը վերահսկելու համար։ Առանձնացված մեկ ատոմի ձառագայթումը բնութագրվում է մոդի բարձր մաքրությամբ, ինչը կարևոր է երկֆոտոն ինտերֆերենցիայի վրա հենված փորձերի համար։ Նկ. 14.5-ում բերված է այդպիսի մի աղբյուրի աշխատանքային սխեման, որում ֆոտոնը ձառագայթվում է ռամանյան ցրման արդյունքում՝ համաձայն Նկ. 14.5(a) կամ (b) կոմբինացիոն սխեմաների։ Հիմնական էներգետիկ մակարդակը մագնիսական դաշտի շնորհիվ ձեղքված է երեք մագնիսական ենթամակարդակների։ Ռեզոնատորի հաձախությունն ընտրվում է հավասար $|0\rangle \rightarrow |e\rangle$ անցման (միջին) հաձախությանը հավասար և աշխատանքի ընթացքում չի փոխվում։



Նկ. 14.5. Միաֆոտոն Ճառագայթման փոխազդեցության ռամանյան սխեմաները և սարքի բովանդակային կառուցվածքը (Տե՛ս T. Wilk, S.C. Webster, et al. Phys. Rev. Lett. 98, 063601 (2007), Fig. 1)։

Ենթադրենք ատոմը, որը ռեզոնատորում հայտնվում է՝ ազատվելով մագնիսաօպտիկական թակարդից (MOT, Նկ. 14.5(c)), նախապես գտնվում է $|+1\rangle$ ՝ ամենափոքր էներգիայով վիձակում։ Եթե գրգռող լազերային դաշտի հաձախությունն ընտրված է ինչպես ցույց է տրված Նկ. 14.5(a)-ում, ապա ռամանյան պրոցեսի արդյունքում ռեզոնատորում կհայտնվի σ^+ բևեռացմամբ ֆոտոն, որի հաձախությունը հավասար կլինի ռեզոնատորի համալարման հաձախությանը։ Ֆոտոնը ռեզոնատորի բարորակությամբ որոշվող ժամանակ հետո դուրս կգա ռեզոնատորից, իսկ ատոմը կմնա $\ket{-1}$ մակարդակում։ Նոր ռեզոնանսային պրոցես տեղի ունենալ չի կարող, ինչն էլ կապահովի միայն մեկ ֆոտոնի գեներացումը։ Ռեզոնատորից մեկ այլ ֆոտոն առաջացնելու համար լազերի հաձախությունը բերվում է նոր արժեքի այնպես, որ պրոցեսն ընթանա |-1
angle-ից |+1
angle անցման շնորհիվ՝ հաղորդելով ծնվող ֆոտոնին σ^- բևեռացում։ Քանի որ այդ երկու հաջորդական ֆոտոններն ունեն որոշակի և իրարից տարբեր բևեռացումներ, ապա բևեռային փնջային Ճեղքիչի (PBS) օգնությամբ դրանք տարբերակվում և ուղղորդվում են տարածվելու երկու միամող, բևեռացումը պահպանող օպտիկական մանրաթելերով։ Մանրաթելերի երկարությունների տարբերության շնորհիվ մանրաթելերով տարածվող միաֆոտոն լուսային իմպուլսները միաժամանակ են հասնում մանրաթելերի հանդիպման հանգույցում տեղադրված ոչ բևեռային փնջային Ճեղքիչին։ Դրանից հետո ֆոտոնները գրանցվում են հեղեղային ֆոտոդիոդներով, որոնց ելքային ազդանշանների համադրումը թույլ է տալիս ստանալ համընկնումների օրինաչափությունները, ներառյալ՝ երկրորդ կարգի կորելյացիոն ֆունկցիայի արժեքները։ Նկատենք, որ օրթոգոնալ բևեռացումների շնորհիվ առաջին կարգի կորելյացիան բացակայում է, ֆոտոնները «դասական» իմաստով չեն ինտերֆերենցում։

Սխեման թույլ է տալիս մանրաթելերից մեկը փակելու միջոցով ունենալ նաև միաֆոտոն գրանցումներ։ Նկ. 14.6-ում դրանք բերված են (b) և (c) պատկերներով։ (a)-ն դրան գրգոող լազերային իմպուլսների տեսքերն են նույն ժամանակային առանցքի վրա։

Աջակողմյան գրաֆիկը ներկայացնում է դետեկտորների գրանցումների համընկնումների թիվը՝ կախված օպտիկական մանրաթելերի երկարությունների տարբերության միջոցով ֆոտոնների միջև ստեղծվող au ուշացման ժամանակից։



Նկ. 14.6. Ռեզոնատորային միաֆոտոն Ճառագայթման աղբյուրի բնութագրիչները (Տե՛ս T. Wilk, S.C. Webster, et al. Phys. Rev. Lett. 98, 063601 (2007), Fig. 2)։

Գրաֆիկի $\tau = 0$ միջնակետում պիկի բացակայությունը խոսում է աղբյուրի միաֆոտոն բնույթի մասին։ Հիմնական (երկու ֆոտոնների գրանցման) մաքսիմումներից հետո եկող մաքսիմումները պայմանավորված են երեք և ավելի ֆոտոնների գեներացումներով։

Դեֆեկտներ հոծ կամ նանոբյուրեղային ալմաստում։ Ալմաստի բյուրեղները կարող են պարունակել բազմաթիվ դեֆեկտներ՝ բնական կամ ներմուծված իոնային նստեցման տեխնիկայով։ Դեֆեկտի ամենացայտուն օրինակը ազոտ-վականսիա (դատարկություն) կենտրոնն է, որում ածխածնի երկու հարևան ատոմները փոխարինված են մեկ ազոտի ատոմով և մեկ վականսիայով (Նկ. 14.7, ձախ պատկերը)։ Քվանտային ինֆորմացիոն կիրառությունների համար հատուկ հետաքրքրություն է ներկայացնում լրացուցիչ էլեկտրոն զավթած կենտրոնը։ Նրա մակարդակների աշխատանքային սխեման պատկերված է Նկ. 14.7-ի կենտրոնում։ Հիմնական մակարդակն ունի տրիպլետ կառուցվածք։ Կան երկու գրգոված վիձակներ՝ պայծառ տրիպլետ վիձակ և ավելի ցածր էներգիայով մետաստաբիլ սինգլետ վիձակ։



Նկ. 14.7. Ազոտ-վականսիա դեֆեկտը ալմաստի բյուրեղում, դեֆեկտի էներգետիկ մակարդակների սխեման և ֆլուրեսցենցիայի պատկերը (Physics of single quantum emmiters, Fig. 170)։

Հիմնական մակարդակից անցումը գրգռված մակարդակի ունի տեսանելի սպեկտրի 637 նանոմետր ալիքի երկարություն։ Ֆոնոնային անցումների մեծ լայնական կտրվածք ունենալու հետևանքով անցումը կարող է մղվել կանաչ (532 նանոմետր) լույսի միջոցով։ Այս դեպքում Ճառագայթման սպեկտրում լինում է նաև կարմիր գույների լայն շերտ, ինչպես պատկերված է Նկ. 14.7-ի աջակողմյան գրաֆիկներում։ Հոծ ալմաստում գրգռված վիՃակի կյանքի տևողությունը 12.9 նանովայրկյան է։

Ազոտ-վականսիաները միաֆոտոն Ճառագայթման հարմար աղբյուրներ են՝ ունեն ղեկավարելի մագնիսական ենթամակարդակներ, կարող են աՃեցվել արհեստականորենն աշխատել սենյակային ջերմաստիՃաններում։

§ 15. Քվանտային կետ

Երբ ֆիզիկական համակարգն իր հոսանքակիրներով և գրգռումներով երեք ուղղություններով էլ մեծապես սահմանափակված է, ապա համակարգը կոչվում է «քվանտային կետ»։ Այս բաժանումը փոքր-ինչ կամայականություն է պարունակում, քանի որ, օրինակ, մի քանի ատոմից կազմված կլաստերն անհրաժեշտորեն չի դիտվում որպես քվանտային կետ։ Թեպետ այդպիսի կլաստերների չափերը պակաս են հոսանքակիրների դե Բրոյլի ալիքի երկարությունից, դրանց հատկությունները խստորեն կախված են ատոմների ձշգրիտ քանակից։ Ավելի մեծ կլաստերներն ունենում են հստակ որոշակի բյուրեղացանց, և դրանց հատկությունները այլևս կախված չեն ատոմների ձշգրիտ քանակից։ «Քվանտային կետ» անվանում ենք նման համակարգերը (տրամագծերը՝ 2-10 նմ)։

Նրանց վարքը նման է ատոմների վարքին որոշ առումներով (օրինակ՝ դիսկրետ էներգետիկ կառուցվածքը), բայց տարբերվում է մյուսներում (թույլատրվում է տարբեր տեսակի անցումներ, խիստ կապված է միջավայրի հետ և այլն)։ Այս պատձառով քվանտային կետերը նաև կոչվում են «արհեստական ատոմներ»։

Քանի որ շատ քվանտային երևույթներ ավելի ցայտուն են կիսահաղորդիչներում, քան մետաղներում, մենք կկենտրոնանանք կիսահաղորդչային նյութի վրա։ Կիսահաղորդիչներում, ինչպես դա ներկայացվել է §5-ում, հոսանքակիրներ են էլեկտրոնները և խոռոչները՝ էլեկտրոնների «դատարկ» վիձակները վալենտական գոտում, երբ այդտեղից էլեկտրոններն անցնում են հաղորդական գոտի։ Վալենտական և հաղորդական գոտիները բաժանված են արգելված էներգիաների գոտիով։ Վիձակի հիմնական բնութագրիչ քվազիիմպուլս (ալիքային թիվ) – էներգիա դիսպերսիոն կորերը (գրգռված հաղորդական գոտու հատակին մոտ վիձակներում էլեկտրոնների համար և վալենտական գոտու տանիքին մոտ վիձակներում խոռոչների համար) բավականին լավ նկարագրվում են պարաբոլական կախվածություններով (Տե՛ս օրինակ 4.4ա նկարը)։ Դրան հարկ է հավելել քվանտային կետի փոքր չափերի արդյունքում քվազիիմպուլսի (ալիքային թվի) հնարավոր արժեքների դիսկրետությունը։ Այն սխեմատիկորեն մեկնաբանված է Նկ. 15.1ում, որտեղ կիսահաղորդչային քվանտային կետի պոտենցիալը ներկայացված է որպես նրա *d* տրամագծին հավասար լայնության անվերջ խորը պոտենցիալային հոր։



كال. 15.1. (St u Parak W.J., Nanotechnolog: Principles and Fundamentals, WILEY-VCH Verlag, (2008), Fig. 4.8):

Վերին պարաբոլը վերաբերում է հաղորդական գոտուն, նրանում գտնվող էլեկտրոններին, իսկ ներքևինը՝ վալենտական գոտուն, նրանում գտնվող խոռոչներին։ Պարզության համար էլեկտրոնների և խոռոչների զանգվածները ենթադրված են հավասար։

Պարաբոլների վրա խոշորացված կետերով առանձնացված են ալիքային թվի պոտենցիալային հորի դիսկրետ էներգետիկ մակարդակների հետ, որոնք որոշվում են պոտենցիալի պատերի վրա ալիքային ֆունկցիայի զրո դառնալու պայմանից։ Ինչպես տեսնում ենք, արգելված գոտու $E_g(d)$ լայնությունը, հաշված էլեկտրոնի և խոռոչի ամենափոքր հնարավոր էներգիաների միջև, պոտենցիալային հորում լիցքակիրների զրոյական էներգիաների գումարի չափով ավելին է, քան հոծ անընդհատ նյութի դեպքում պարաբոլների գագաթների միջև $E_g(bulk)$ հեռավորությունը։

Այժմ ծանոթանանք քվանտային կետի տեսության տարրերին։ Էլեկտրոն-խոռոչ համակարգի համիլտոնյանը հոծ անընդհատ կիսահաղորդչում կլիներ

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M_h} \nabla_h^2 - \frac{\hbar^2}{2M_e} \nabla_e^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon |\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|},\tag{15.1}$$

որտեղ առաջին երկու անդամը ներկայացնում են խոռոչի և էլեկտրոնի կինետիկ էներգիաները, երրորդ անդամը՝ նրանց միջև կուլոնյան ձգողությունը։ *Շ*-ը կիսահաղորդչային միջավայրի դիէլեկտրիկ թափանցելիությունն է։ Փոքր, սահմանափակ չափերով քվանտային կետի դեպքում հարկ է հաշվի առնել, որ այն գործում է որպես պոտենցիալային հոր և գրել

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M_h} \nabla_h^2 - \frac{\hbar^2}{2M_e} \nabla_e^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon |\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} + V_h + V_e, \qquad (15.2)$$

որտեղ V_e -ն ու V_h -ը զրո են քվանտային կետի ներսում և որոշ հաստատուն V_0 ՝ կախված քվան-տային կետի և շրջապատող միջավայրերից։

Քվանտային մեխանիկայի դասընթացից լավ հայտնի է, որ d չափերով անվերջ խորը պոտենցիալային հորում մասնիկի էներգիաները տրվում են $2\pi^2 \hbar^2 n^2 / M d^2$ բանաձևով (n = 1, 2, ... էներգետիկ մակարդակի համարն է՝ հաշված հատակից), իսկ էլեկտրաստատիկ փոխազդեցության էներգիան $e^2 / \pi \varepsilon_0 \varepsilon d$ կարգի է։ Հակադարձ քառակուսային կախվածությունը d չափերից մասնիկի գերման էներգիայում, ի համեմատ հակադարձ գծային կախվածության, էլեկտրաստատիկ էներգիայում նշանակում է, որ փոքր չափերի սահմանում գերման անդամը գերակշռում է։ Այնպես որ, նախ կհաշվենք կապի էներգիան և ալիքային ֆունկցիան քվանտային կետի պոտենցիալային հորում և ապա կուլոնյան էներգիան կդիտարկենք որպես խոտորում նրա նկատմամբ։ Հաշվարկները կկատարենք գնդաձև հորի առաջին էներգետիկ վիձակի համար, որը սֆերիկ սիմետրիկ է և չունի անկյունային մոմենտ։ Այս մոտարկմամբ էլեկտրոնը և խոռոչը հորում գործում են իրարից անկախ և յուրաքանչյուրի համար համիլտոնյանը տրվում է

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2 + V(r)$$
(15.3)

արտահայտությամբ, որի համապատասխան Շրեդինգերի հավասարումն է՝

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi(r)}{\partial r}\right) + V(r)\psi(r) = E\psi(r), \qquad (15.4)$$

կամ, փոքր ձևափոխություններից հետո՝

$$\frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} + \frac{2M(E - V(r))}{\hbar^2} \psi(r) = 0:$$
(15.5)

Պարզության համար հետագայում կնշանակենք

$$k_{out} = \sqrt{\frac{2M(V_0 - E)}{\hbar^2}}, \quad k_{in} = \sqrt{\frac{2M^*E}{\hbar^2}}, \quad (15.6)$$

որտեղ M^{*} -ը հոսանքակրի էֆեկտիվ զանգվածն է։ (15.5)-ի լուծումները Բեսելի ֆունկցիաներն են։ Ընդունելով գնդի կենտրոնում ալիքային ֆունկցիան վերջավոր՝ ստանում ենք

$$\psi_{in}(r) = A \frac{\sin k_{in} r}{k_{in} r}, \quad r < d/2:$$
(15.7)

Գնդից դուրս ալիքային ֆունկցիան ձգտում է զրոյի, և ունենում ենք

$$\psi_{out}(r) = B \frac{\exp k_{out} r}{k_{out} r}, \quad r > d/2:$$
(15.8)

Գնդային R = d/2 մակերևույթի վրա ալիքային ֆունկցիայի և նրա ածանցյալի անընդհատությունն ընդունված է փոխարինել լոգարիթմական ածանցյալի անընդհատությամբ, նորմավորված հորի ներսում և դրսում լիցքակրի M^* և M զանգվածներով.

$$\frac{1}{M^* \psi_{in}(R)} \frac{d\psi_{in}(R)}{dr} = \frac{1}{M \psi_{out}(R)} \frac{d\psi_{out}(R)}{dr}$$
(15.9)

Ալիքային ֆունկցիաների (15.7) և (15.8) տեսքերի տեղադրումն անմիջականորեն տալիս է՝

$$\frac{1}{M^*} \left(-\frac{1}{R} + k_{in} \operatorname{ctg}(k_{in}R) \right) = -\frac{1}{M} \frac{1 + k_{out}R}{R}$$
(15.10)

Այստեղ հարկ է օգտագործել (15.6) սահմանումները, k_{out} -ն արտահայտել k_{in} –ի միջոցով.

$$k_{out} = \sqrt{\frac{M}{M^*}} \sqrt{\frac{2M^* V_0}{\hbar^2} - k_{in}^2} , \qquad (15.11)$$

և տեղադրել (15.10)-ում։ Արդյունքում ստանում ենք

$$k_{in}R \operatorname{ctg}(k_{in}R) = 1 - \frac{M^*}{M} - \sqrt{\frac{M^*}{M}} \left(k_{in}^2 + \frac{M^*V_0}{\hbar^2}\right)R^2$$
(15.12)

հավասարումը։ Այն որոշում է (Տե՛ս Նկ. 15.2-ի գրաֆիկական մեթոդը) ալիքային թվի և դրանով օրբիտալ շարժման քվանտային թվի զրո արժեքի դեպքում էներգիայի թույլատրելի արժեքները (դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրը) և համապատասխան ալիքային ֆունկցիաները։



Ul. 15.2. (St u Vachaspati P., Quantum Dots: Theory, Application, Synthesis, Chemistry, (2013), Fig. 2):

Հիշյալ զրոյական էներգիաները խոր հորի մոտավորությամբ որոշվում են

$$E_{well}\left(d\right) = \alpha \frac{4\pi^2 \hbar^2}{Md^2} \tag{15.13}$$

բանաձևով, որտեղ $\alpha = 3/8$ ՝ խորանարդաձև քվանտային կետի համար, և $\alpha = 1/2$ ՝ գնդաձև քվանտային կետի համար։ Վերջինիս ավելի մեծ լինելու պատձառն այն է, որ նույն չափերի գնդի ծավալն ավելի փոքր է, քան խորանարդինը։ Քվանտային սահմանափակության արդյունքը բավականին ուժեղ է՝ $E_{well}(d) \propto 1/d^2$ ՝ ցանկալի տեխնոլոգիական կիրառությունների համար։

(15.13) բանաձևը վերաբերում է լիցքակիրներից յուրաքանչյուրին, այնպես որ էլեկտրոնխոռոչ զույգի համար կարող ենք գրել

$$E_{well} = \alpha \, \frac{4\pi^2 \hbar^2}{M^* d^2} \,, \tag{15.14}$$

որտեղ $1/M^* = 1/M_e + 1/M_h$, որտեղ M_e -ն ու M_h -ը համապատասխանաբար էլեկտրոնի և խո-ռոչի զանգվածներն են։

Էլեկտրոն-խոռոչ փոխազդեցության էներգիայի հավելումը ներառելու համար, համաձայն քվանտային մեխանիկայի կանոնների, կուլոնյան էներգիայի

$$V_{Coul} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|}$$

արտահայտությունը միջինանում է էլեկտրոն-խոռոչ զույգի $\psi_{\it pair}({m r})\!=\!\psi_e({m r}_e)\psi_h({m r}_h)$



Շարլ Կուլոն

ալիքային ֆունկցիայով, այսինքն՝

$$E_{Coul} = -\left\langle \psi_{e}\left(\boldsymbol{r}_{e}\right)\psi_{h}\left(\boldsymbol{r}_{h}\right)\right|\frac{e^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}\varepsilon|\boldsymbol{r}_{e}-\boldsymbol{r}_{h}|}\left|\psi_{e}\left(\boldsymbol{r}_{e}\right)\psi_{h}\left(\boldsymbol{r}_{h}\right)\right\rangle,$$

կամ

$$E_{Coul} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \int \frac{\psi_e(\mathbf{r}_e)^2 \psi_h(\mathbf{r}_h)^2}{\sqrt{r_e^2 + r_h^2 - 2\mathbf{r}_e \cdot \mathbf{r}_h}} \sin\theta_e \sin\theta_h r_e^2 r_h^2 dr d\theta d\varphi$$

Այս ինտեգրալը չունի պարզ անալիտիկ արտահայտություն և հաշվվում է թվային մեթոդներով։ Խոր պոտենցիալային հորի սահմանում

$$E_{Coul} \approx -\frac{1.8e^2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon d}:$$
(15.15)

Պոտենցիալային հորի խորությունը փոքրանալիս կուլոնյան ներդրումը փոքրանում է, քանի որ մեծանում է ալիքային ֆունկցիայի արտահոսքը հորից, և համապատասխանաբար մեծանում են էլեկտրոն-խոռոչ զույգի արդյունարար չափերը։ Կաղմիումի սուլֆիդի (CdS) քվանտային կետի համար, օրինակ, $V_0 = 1.25$ էՎ, և ներդրումն ընդհանուր էներգիայի մեջ կազմում է մոտ տասը տոկոս։ Կուլոնյան խոտորման տեսական և փորձարարական տվյալները, կախված CdS գնդաձև քվանտային կետի չափերից, բերված է Նկ. 15.3-ում։ Ավելի ուժեղ կապված ինդիում ֆոսֆատի (InP) քվանտային կետի $V_0 = 1.83$ էՎ, և ներդրումն ընդհանուր էներգիայի մեջ կազմում է արդեն մոտ երեսուն տոկոս։



Ul. 15.3. (St u Vachaspati P., Quantum Dots: Theory, Application, Synthesis, (2013)):

Ամփոփելով քվանտային կետի արգելված գոտու համար կարող ենք գրել

$$E_g(d) = E_g(bulk) + \alpha \frac{4\pi^2 \hbar^2}{M^* d^2} - \frac{1.8e^2}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon d}:$$
(15.16)

Այն, իհարկե, առաջին մոտավորությամբ։ Այնպիսի երևույթներ, ինչպիսիք են բյուրեղի անիզոտրոպությունը և սպին-օրբիտային փոխազդեցությունը, պահանջում են ավելի բարդ հաշվարկներ։

Հիմնական (15.16) արտահայտությունը պարունակում է քվանտային կետի չափերից կախված երկու անդամներ՝ քվանտային սահմանափակության (չափային քվանտացման) էներգիան, որը փոխվում է $1/d^2$ օրինաչափությամբ, և կուլոնյան ձգողության էներգիան՝ փոփոխման 1/dօրինաչափությամբ։ Առաջինը մեծացնում, երկրորդը փոքրացնում է արգելված գոտու լայնությունը հոծ անընդհատ միջավայրի նկատմամբ։ Քվանտային կետի փոքր չափերի դեպքում գերակշռում է քվանտային սահմանափակության ազդեցությունը։ Չափային կախվածության առկայությունը կարող է օգտագործվել վերահսկվող օպտիկական հատկություններով նյութերի նախագծման համար։

Կոլոիդային քվանտային կետերը սֆերիկ տեսքի, միջուկ-պատյան կառուցվածքով նանոմասնիկներ են, որոնք լուծույթում ձևավորում են բյուրեղներ (Նկ. 15.4)։

Նանոբյուրեղները կարող են սինթեզվել բարձր համասեռությամբ և չափերի համեմատաբար մեծ տիրույթում, ինչն իր հերթին թույլ է տալիս ստանալ ալիքի երկարությունների լայն տիրույթ։ Լուծույթները կարող են լինել ոչ միայն ծավալային, այլ նաև մակերևութային՝ պատելով լավ մաքրված մակերևույթները բարակ շերտերով։



Ul. 15.4. (Physics of single quantum emmiters, Fig. 165).

Լինելով հանդերձ կիսահաղորդչային կառույցներ՝ նրանք տարբերվում են իրենց ֆիզիկական հատկություններով էպիտաքսային քվանտային կետերից.

• գերող պոտենցիալի մեծության հետևանքով Ճառագայթման հաՃախություններն ընկած են սպեկտրի տեսանելի տիրույթում և աշխատում են սենյակային ջերմաստիՃաններում,

 քվանտային կետում մեկից ավելի էքսիտոնների առկայության դեպքում Ճառագայթման էֆեկտիվությունն ընկնում է ի հաշիվ նրա, որ տեսանելի տիրույթ անցնելիս հետհարվածի էներգիայի մեծացման հետևանքով մեծանում է հավանականությունը, որ էքսիտոններից մեկի ռեկոմբինացիայի պրոցեսը մյուս էքսիտոնին դուրս կնետի քվանտային կետից, ինչպես պատկերված է Նկ. 15.5-ում բիէքսիտոնի դեպքում։



Ul. 15.5. (St u Brokmann et al., New. J. Phys. 6, 99 (2004), Fig. 2):

• Կոլոիդային նանոբյուրեղները ենթակա են նաև գունազրկման։

Oպտիկական հատկությունները: Քվանտային կետի Ճառագայթած ֆոտոնի ալիքի երկարությունը կախված է ոչ թե այն նյութից, որից կետը պատրաստված է, այլ դրա չափերից: Քվանտային կետի չափը վերահսկելու ունակությունը թույլ է տալիս արտադրողին որոշել Ճառագայթման ալիքի երկարությունը, որն իր հերթին որոշում է լույսի գույնը, որն անհրաժեշտ է այս կամ այն կիրառության համար։ Որքան փոքր է կետը, այնքան գույնն ավելի մոտ է սպեկտրի կապույտ եզրին, և որքան մեծ է կետը, այնքան ավելի մոտ է կարմիրին։ Լույսի ուլտրամանուշակագույնից մինչև ինֆրակարմիր տիրույթի (400-4000 նմ) ալիքի երկարությունները կարող են հասանելի լինել ի հաշիվ նանոմասնիկի չափերի և կազմության փոփոխության։ Քվանտային կետերի ամենատարածված առանձնահատկություններից մեկը կլանումների նկատմամբ ֆոտոլյումինեսցենցիայի կարմիր տեղաշարժն է, որը նաև կոչվում է սթոքսյան տեղաշարժ։ Այն քվանտային կետի կլանման և Ճառագայթման կորերի գագաթնակետային ալիքների երկարությունների միջև տարբերությունն է (Նկ. 15.6)։ Ճառագայթման ֆոտոնի էներգիան (ալիքի երկարությունը) սովորաբար ավելի ցածր է (ավելի բարձր է), քան գրգոմանինը։

Գրգռման և Ճառագայթման սպեկտրների միջև մեծ բաժանումը մեծացնում է գրանցման զգայնությունը, քանի որ քվանտային կետի Ճառագայթման ամբողջ սպեկտրը կարող է գրանցվել առանց կլանումների ներազդեցությունների։ Քվանտային կետի շառավղի մեծացմանը զուգընթաց կարմիր շեղումը նվազում է և անհետանում որոշակի շառավղից դուրս տիրույթում։



Ul. 15.6. (Sh'u Brikic S., Europ. Internat. J. of Science and Technology, 5, 98 (2016), Fig. 5):

Բացի դա, քվանտային կետերն ունեն շատ լայն կլանման սպեկտրներ ու կարող են գրգռվել ալիքի երկարությունների տեսանելի և հեռու ուլտրամանուշակագույն դիապազոններում։ Արևային էլեմենտներ։ Ավանդական արևային էլեմենտը բաղկացած է մեծ սիլիկոնային թ-ո միացությունից։ Երբ սիլիցիումի արգելված գոտին գերազանցող էներգիայով ֆոտոնը ընկնում է արևային էլեմենտ, այն գրգռում է սիլիցիումի արգելված գոտուն Ճիշտ հավասար էներգիայով էլեկտրոն։ Արգելված գոտուց փոքր էներգիայով ֆոտոններն անցնում են սիլիցիումով և չեն ներդնում էլեկտրական էներգիայի արտադրության մեջ։ Սա հանգեցնում է լարման և հոսանքի միջև արգելված գոտու լայնությունից կախված առնչության։ Եթե արգելված գոտու լայնությունը փոքր է, ապա մեծ թվով ընկնող էլեկտրոններ կարող են անցնել հաղորդական գոտի (կհոսեն ավելի մեծ հոսանքներ), բայց էլեկտրոնները կունենան փոքր էներգիաներ (կգեներացվեն ավելի ցածր լարումներ)։ Եթե արգելված գոտու լայնությունը, հակառակը, մեծ է, ապա քիչ թվով ընկնող ֆոտոններ են գրգոում էլեկտրոններ, բայց էլեկտրոններն օժտված են բարձր էներգիաներով։

Արևը կարող է ներկայացվել որպես սև մարմին՝ 6000 K մակերևութային ջերմաստիձանով։ Այս պայմաններում արևային էլեմենտի առավելագույն արդյունավետությունը, որն ընդհանուր դեպքում կախված է արգելված գոտու լայնությունից, ունի 33.7% առավելագույն հնարավորություն։ Միլիցիումային արևային էլեմենտները հետազոտական պայմաններում ցուցաբերում են նման արդյունավետություն։ Այս սահմանափակումը, սակայն, վերաբերում է միայն մեկ անցումային շերտով և մեկ արգելված գոտով էլեմենտին։ Այն հաղթահարելու համար տարբեր չափի քվանտային կետերը կարող են կազմել մեկը մյուսի վրա դասավորված շերտեր, որոնցում առավել լայն արգելված գոտով շերտը վերևում է։ Ընկնող ֆոտոնները կանցնեն լայն արգելված գոտիներով քվանտային կետերն այնքան ժամանակ, մինչև կհասնեն իրենց էներգիայից փոքր արգելված գոտով շերտի։ Բավարար թվով շերտերի առկայության դեպքում յուրաքանչյուր ֆոտոն կգրգոի իր էներգիային շատ մոտ էներգիայով էլեկտրոն, և պարապուրդը կլինի շատ փոքր։ Անվերջ թվով շերտերի տեսական սահմանում արդյունավետությունը մոտենում է 86% թերմոդինամիկական սահմանին։

Ֆլուրեսցենցող մոլեկուլներ։ Մոլեկուլների օգտագործումը ձգում է նրանով, որ որոշակի ժամանակամիջոցում այն կարող է ձառագայթել միայն մեկ ֆոտոն։ Այն պահանջում է գրգռումձառագայթում լրիվ ցիկլի իրականացում, նախքան կարող են ձառագայթել երկրորդ ֆոտոնը։ Գրգռման համար ընդհանուր դեպքում օգտագործվում են լազերային իմպուլսներ, սակայն ցիկլիկության հետևանքով կարող են օգտագործվել նաև անընդհատ լազերներ։

Հառագայթված ֆոտոնն ընկնող լազերային ֆոտոններից տարբերակելու համար օգտագործվում է ֆլուորեսցենցիայի քառամակարդակ սխեման (Նկ. 15.7)։ Մոլեկուլը նախ գրգռվում է առաջին էլեկտրոնային վիձակի տատանողական մակարդակ։ Տեղի է ունենում ոչ ձառագայթային անցում ավելի ցածր ընկած մակարդակ, որից անցումը ներքևի էլեկտրոնային վիձակի տատանողական վերին մակարդակ ուղեկցվում է հետաքրքրություն ներկայացնող ֆոտոնի ձառագայթմամբ։ Ցիկլը փակվում է ոչ ձառագայթային ռելաքսացիայով հիմնական էներգետիկ մակարդակ։ Ֆոտոնի տարանջատման համար բավական է լինում նեղ թողարկման պատուհանով ֆիլտր։



Ul. 15.7. (Sti´u B. Lounis and M. Orrit, Single-photon sources. Rep. Prog. Phys. 68, 1129 (2005), (Physics of quantum field emmiters, Fig. 159)):

Աղբյուրի ծառայողական ժամկետի համար անհրաժեշտ է, որ մոլեկուլները լինեն ջերմակայուն, քանի որ լազերային իմպուլսի միջոցով մոլեկուլի գրգռումը բերում է նրան շրջապատող միջավայրի խիստ տաքացման, իսկ առանձին մոլեկուլի ընտրությունը և գրգռումը տեղի են ունենում ֆլուրեսցենտային միկրոսկոպի միջոցով։ Մակերևույթի մի փոքր տեղամասի այդպիսի պատկեր բերված է Նկ. 15.7-ում։

Աղբյուրի միաֆոտոն բնույթն ապահովելու համար հարկ է ընտրել պարամետրերի այնպիսի արժեքներ, որոնք կբացառեն գրգռումն ավելի բարձր էլեկտրոնային վիձակներ՝ միաժամանակ ապահովելով միաֆոտոն գրգռման համարյա 100% հավանականություն։ Ստուգելու համար որքանով է այն տեղի ունենում իրական պայմաններում, կառուցվում է նույն մոլեկուլից երկու ֆոտոնների գրանցման հավանականության կախումը դրանց ուղիների միջև ստեղծվող ուշացման ժամանակից (Նկ. 15.7-ի աջից վերին գրաֆիկը)։ Մեկնաբանության հավաստելիությունը բարձրացնելու նպատակով նույն գրաֆիկը կառուցված է նաև մեծ թվով մոլեկուլներ պարունակող տեղամասից եկող ֆլուրեսցենցիայի համար։ Ինչպես տեսնում ենք առաջին գրաֆիկից, մոլեկուլի երկֆոտոն Ճառագայթման հավանականությունը միաֆոտոնի նկատմամբ այնքան էլ փոքր չի (միջին պիկի համեմատումը կողային պիկերի հետ)։

Մա երկֆոտոն Ճառագայթման որոշ չափով թույլ Ճնշում է։ Էֆեկտիվությունը բարձրացնելու տեսական հնարավորությունները սպառված չեն և համարվում է միաֆոտոն Ճառագայթման աղբյուրի ամենախոստումնալից միջոցը։ Հիմնական թերի կողմը, այնուամենայնիվ, աղբյուրի ոչ ծավալային՝ մակերևութային ստրուկտուրան է, գոնե առայժմ։

Քվանտային գեյթեր: Քվանտային կետերը լավ մոտարկում են երկմակարդակ համակարգը, այնպես որ մենք դրանց կարող ենք օգտագործել որպես քյուբիթներ՝ նույնացնելով գրգռման բացակայությունը ($|g\rangle$ վիճակը) $|0\rangle$ քյուբիթի հետ, իսկ բացակայությունը ($|e\rangle$ վիճակը)՝ $|1\rangle$ քյուբիթի հետ։ Էլեկտրադիպոլային փոխազդեցությունը տալիս է դրանց օպտիկական մեթոդներով կառավարման հնարավորություն։

Պրակտիկ հետաքրքրություն ներկայացնելու համար դրանք, այնուամենայնիվ, պետք է բավարարեն որոշ պահանջների.

- լինեն մասշտաբայնացող ֆիզիկական համակարգ՝ հստակ սահմանված քյուբիթներով,
- բերվեն պարզ վստահելի սկզբնական պայմանների, ինչպիսին է |000...
 angle-ն,

 ունենան գործողությունների համար անհրաժեշտից շատ ավելի երկար կոհերենտության ժամանակ,

- ունենան քվանտային գեյթերի (փականների) ունիվերսալ հավաքածու,
- թույլատրեն բարձր քվանտային արդյունավետության չափումներ քյուբիթների վրա։

 \mathbf{F} յուբիթային իրականացումներից մեկը |g
angle վիձակին համապատասխանության մեջ է

դնում էքսիտոնային վակուումային վիձակը (կիսահաղորդչային բյուրեղի հիմնական վիձակը), իսկ $|e\rangle$ վիձակին` էքսիտոնի հիմնական վիձակը։ Քյուբիթային մյուս իրականացումը ելնում է լիցքավորված քվանտային կետում գերված էլեկտրոնի սպինի օգտագործումից։ Այստեղ սեղմ կներկայացնենք համեմատաբար պարզ` էքսիտոնային իրականացման հնարավորությունները։

Առաջին՝ մասշտաբայնացման պահանջը ենթադրում է, որ յուրաքանչյուր քվանտային կետում պետք է գործի միայն մեկ էքսիտոն։ Բացի դա, յուրաքանչյուր քվանտային կետ պետք է ունենա մյուսներից որոշ չափով տարբեր օպտիկական անցման հաձախություն, որպեսզի հնարավոր լինի առանձնացնել դիմումները քյուբիթներից յուրաքանչյուրին։ Կամ նույն նպատակի համար քյուբիթները պետք է տարածապես լավ տարանջատված լինեն (կամ լինի մեկի և մյուսի կոմբինացիան)։

Սկզբնական պայմանի ձևավորման գործը շատ պարզ է։ Քանի որ էքսիտոն-վակուումային $|g\rangle$ վիճակը $|0\rangle$ վիճակ է, ապա սկզբնական վիճակի իրականացման համար պետք է ընդամենը համակարգը ազատ թողնել, որ բոլոր բնակեցվածությունները մարեն (ջերմային հավասարակշիռ բնակեցումներն անգամ սենյակային ջերմաստիճաններում արհամարհելի փոքր են)՝ բոլոր քյուբիթերը տանելով $|0\rangle$ վիճակ։ Ինքնակազմակերպված քվանտային կետերի համար ճառագայթային մեխանիզմով մարման 1 նանովայրկյանի կարգի ժամանակները կարող են լինել երկար ընթացիկ գործառույթների համար, սակայն ընդունելի՝ սկզբնական վիճակի նախապատրաստման համար։

Էքսիտոններն ունեն վերամիավորման կարձ տևողություն։ Լավատեսական գնահատումներով այն մոտ մեկ նանովայրկյան է։ Գործողությունների շատ ավելի կարձ տևողություններն, այնուամենայնիվ, թույլ են տալիս տեղավորվել այս սահմաններում։ Բլոխի սֆերայի տերմիններով՝ \hat{z} առանցքի շուրջ պտույտը շատ արագ է, 5-6 ֆեմտովայրկյան, սակայն պտույտն ըստ լայնության կազմում է մոտ 10 պիկովայրկյան։ Դա նշանակում է, որ կոհերենտության ժամանակում հնարավոր կլինի իրականացնել ընդամենը 100 գործողություն։ Կիրառական հեռանկարներն այստեղ կապված են այնպիսի իրավիձակների ստեղծման մեջ, ինչպես, օրինակ, տեղադրումը ոչ ռեզոնանսային միկրոռեզոնատորներում, որոնք կմեծացնեն էքսիտոնի սպոնտան վերամիավորման ժամանակը։

Քվանտային գեյթերի ունիվերսալ հավաքածուի հնարավորություն, ինչպես գիտենք, տալիս է միաքյուբիթ գեյթերի և երկքյուբիթ խՃՃված վիՃակների CNOT գեյթի համակցումը։ Քվանտային կետերում կարող են իրականացվել կամայական միաքուբիթ գործողություններ, սակայն խՃՃված վիՃակների վստահ իրականացումը կարիք ունի կատարելագործման։

Եվ վերջինը, էքսիտոնային մեթոդն առաջարկում է քվանտային չափումների գերազանց արդյունավետություն, քանի որ համակարգը Ճառագայթում է ֆոտոն, միայն եթե գտնվում է |1⟩ վիՃակում։ Սահմանափակումներն այստեղ զուտ տեխնիկական են և կարող են շրջանցվել խելամիտ ալգորիթմի ընտրությամբ ու փորձի բազմակի կրկնությամբ։

§ 16. Միամասնիկ քվանտային դետեկտոր

Առանձին մասնիկների գրանցումը և դրանից հետևող ուսումնասիրությունները առանցքային կարևորություն են ունեցել և ունեն հիմնարար ֆիզիկայի և տեխնոլոգիաների զարգացման համար՝ սկսած բարձր էներգիաներից մինչև գերսառեցված քվանտային գազերը և քվանտային օպտիկան։ Առանձին մասնիկի առաջին գրանցումը կատարել է Վիլսոնը ներկայումս իր անունով կոչվող հագեցած գոլորշիների կամ մառախուղային խցիկում (1912 թ.)։



Քվանտային ֆիզիկայի հնարավորությունները միամասնիկ մակարդակում որակական նոր տեսք ստացան, երբ փորձարարները գլուխ բերեցին ազատության ներքին և արտաքին ազատության աստիձանների համատեղ ղեկավարումը։ Դրանք առաջինն իրականացվել են էլեկտրոնների (1973 թ.) և իոնների (1980 թ.) պոտենցիալային թակարդներում։ Ներկայումս տեխնոլոգիան ունի շատ հարուստ ներկապնակ։ Մենք կքննարկենք միայն գերցածր ջերմաստիձաններում գտնվող ատոմների գրանցման հնարավորությունները (երբ ատոմի համընթաց շարժման քվանտային բնույթը լրիվությամբ ի հայտ է գալիս) և ֆոտոնային դետեկտորները։ Ի դեպ, առա-

Չարլզ Վիլսոն

վել զգայուն ատոմական դետեկտորներում էլ ֆոտոնների գրանցումով է ամփոփվում չափման գործընթացը։



Գերսառը ատոմական իոնների գերումը և պահանջվող քվանտային վիճակի նախապատրաստումը կատարվում են Պենինգի կամ Պաուլի թակարդներում։ Պենինգի թակարդում (Նկ. 16.1) երկու թասակաձև (պտտման հիպերբոլոիդի) և մեկ օղակաձև էլեկտրոդների միջոցով ստեղծվում է կվադրուպոլային էլեկտրաստատիկ դաշտ։ Ստեղծված համապոտենցիալ մակերևույթները թամբաձև են (Նկ. 16.2) և տրվում են Ֆրանս Պենինգ



Նկ. 16.1. Պենինգի թակարդը լիցքավորված մասնիկին գերում է մագնիսական և կվադրուպոլ էլեկտրական կոմբինացված դաշտի միջոցով։

$$\Phi(x, y, z) = \frac{U_0}{r_0^2 + 2z_0^2} \left(x^2 + y^2 - 2z^2\right)$$
(16.1)

բանաձևով, որտեղ r_0 -ն օղակաձև էլեկտրոդի ներքին շառավիղն է, z_0 -ն՝ թասակաձև էլեկտրոդների գագաթների միջև հեռավորության կեսը։



Նկ. 16.2. Հասատուն լարման աղբյուրին միացված պտտման հիպերբոլոիդաձև էլեկտրոդների ստեղծած էլեկտրաստատիկ դաշտի թամբաձև համապոտենցիալ մակերևույթներից մեկի պատկերը

Էլեկտրոդների լիցքային նշանների ընտրությունն այնպիսին է, որ կայուն տատանումներ ապահովվում են թակարդի առանցքի ուղղությամբ։ Առանցքին ուղղահայաց հարթության մեջ շարժումը դարձվում է սահմանափակ (կայունացվում է) առանցքով ուղղված ուժեղ համասեռ մագնիսական դաշտ կիրառելու միջոցով։ Արդյունարար շարժման եռապարբերական շարժման հետագիծը պատկերված է Նկ. 16.1-ի աջ մասում։

Քանի որ թակարդում օգտագործվում են միայն ստատիկ դաշտեր, ապա այն շատ հարմար է բարձր Ճշտություններ պահանջող չափումներ կատարելու համար։ Պոտենցիալային հորի խորությունը կազմում է մի քանի վոլտ։

Քվանտային օպտիկայի, բազմամասնիկ ֆիզիկայի և քվանտային ինֆորմացիոն գործառույթների կոնտեքստում ավելի ընդունված է Պաուլի թակարդը։ Նրանում շարժման ուղղություններից մեկում անկայունությունը հանելու համար էլեկտրոդներին տրվում է փոփոխական լրացուցիչ լարում՝





Վոլֆգանգ Պաուլը Գիտական քաղաքականության կոմիտեի նիստի ժամանակ (1977թ.)

Նկատենք, որ սինուսոիրալ փոփոխվող պոտենցիալի ազդեցության ժամանակային միջինը տարբերվում է զրոյից դաշտի տարածական անհամասեռության շնորհիվ։

Նյուտոնի երկրորդ օրենքը (16.2) փոխարինումով (16.1) պոտենցիալում բերում է սինուսոիդալ գործակցով երկրորդ կարգի (Մաթյեի) հավասարման՝

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + (a+2b\cos 2\tau) \begin{bmatrix} x \\ y \\ -2z \end{bmatrix} = 0, \quad (16.3)$$

որտեղ

$$a = \frac{8eU_0}{m\Omega^2 \left(r_0^2 + 2z_0^2\right)} \ b \ b = \frac{4eV_0}{m\Omega^2 \left(r_0^2 + 2z_0^2\right)}$$

հաստատունները բնութագրում են փոխազդեցությունը էլեկտրական դաշտի հաստատուն և փոփոխական բաղադրիչների հետ, $\tau = \Omega t/2$, e-ն մասնիկի լիցքն է, իսկ m-ը՝ զանգվածը։

Ինչպես տեսնում ենք (16.3)-ից, x և y ուղղություններով շարժման հավասարումները նույնն են։ z ուղղության հաստատունները երկու անգամ մեծ են, ու առաջին գործակիցը հակաոակ նշանի է (երկրորդ գործակցի նշանը $\cos 2\tau$ -ի առկայության շնորհիվ կարևորություն չունի)։

Մատյեի հավասարումն ունի երկու տիպի լուծումներ։

• Կայուն կամ պարբերական լուծում։ Քննարկվող խնդրում դա նշանակում է սահմանափակ ամպլիտուդով տատանողական շարժում։ Հաստատունների (q,a) հարթության վրա կայուն-պարբերական լուծումների տիրույթները նկարում թողնված են սպիտակ, առանց գունավորման և ներկայացնում են միայն a > 0 դեպքը։ a < 0-ի համար պատկերը պետք է անդրադարձնել հորիզոնական անցնող q առանցքի նկատմամբ։



Նկ. 16.3. Մատյեի հավասարման պարբերական լուծումների համապատասխանող արժեքները (q,a) հարթության վրա (Տե´ս Dentroder W., Atoms, Molecules and Photons. Springer, 2005, Fig. 2.82 a):

 Անկայուն կամ ոչ պարբերական լուծումներ։ Մասնիկն աստիձանաբար հեռանում է թակարդի կենտրոնից։ Նկարում դա սպիտակից դուրս, գունավորված տիրույթն է։

Քննարկվող խնդրում *a* գործակցի երկու նշաններն էլ իրականանում են, մեկը՝ *x* և *y* ուղղությունների, մյուսը՝ *z* ուղղության համար։ Այնպես որ մասնիկի շարժումը եռաչափ տարածության մեջ կլինի կայուն երկու պատկերների սպիտակ տեղամասերի հատման տիրույթներում միայն։ Դրանցից առավել մեծ մակերես ունեցող տիրույթը, որը միաժամանակ ամենափոքր լարումներ (էներգիայի ծախս) պահանջողն է, ընկած է սկզբնակետին մոտ, ինչպես պատկերված է Նկ. 16.4-ում։



Նկ. 16.4. (q,a) պարամետրերի տիրույթը, որտեղ մասնիկը Պաուլի թակարդում կատարում է ֆինիթ շարժում։

Սարքի կազմությունից մագնիսական դաշտի հանումը թույլ է տալիս էապես փոքրացնել մինչև միլիմետրեր, էլեկտրոդների չափերը և կենտրոնացնել մասնիկի շարժման հետագիծը։ Այստեղ, ինչպես և Պենինգի թակարդում, պոտենցիալային հորի խորությունը մի քանի վոլտ է, ինչը թույլ է տալիս մասնիկը գերված վիՃակում պահել ամիսներով։

Չեզոք ատոմների գերումն իրականացվում է անհամասեռ մագնիսական և օպտիկական ուժերի վերադրման միջոցով։ Առավել հարմարը մագնիսա-օպտիկական թակարդն է, որը կոմբինացնում է մագնիսական կվադրուպոլային դաշտը վեց փոխուղղահայաց և համապատասխան հաձախություններով ու բևեռացումներով լազերային ձառագայթների հետ։ Ի տարբերություն մագնիսական թակարդների՝ այստեղ մագնիսական դաշտը թույլ է և ի վիձակի չէ ինքնուրույն գերելու ատոմներին։ Թակարդում (Նկ. 16.5) այն ստեղծում է դիսբալանս հակառակ տարածվող լազերային ձառագայթների օպտիկական ուժերի միջև, ինչն էլ բերում է վերադարձնող ուժի առաջացման ու դրանով ատոմի տարածական շարժման սահմանափակման։

Նկ. 16.5-ի աջակողմյան սխեման պարզաբանում է գերող ուժի առաջացման ֆիզիկական մեխանիզմը J = 0-ից J = 1 օպտիկական անցման օրինակով։ Օղակներով հոսող էլեկտրական հոսանքի ստեղծած մագնիսական դաշտերը կենտրոնական կետում մարում են իրար, իսկ հեռանալով կենտրոնից՝ համազորն ա Δ ում է գծային օրենքով։



Նկ. 16.5. Մագնիսա-օպտիկական թակարդի կառուցվածքի և առանցքի ուղղությամբ գերող ուժի առաջացման սիսեմաները (K. Kowalski, V. Cao Long, et al. Computational Methods in Science and Technology: Special Issue 2, 115 (2010), Fig. 6, 7)։

Ատոմի էներգետկ մակարդակները Զեմանի էֆեկտի շնորհիվ տրոհվում են ենթամակարդակների, որոնց շեղումները զրոյական դիրքից որոշվում են

$$E(J_z) = -\boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{B} = g_J \,\mu_B J_z \,|\boldsymbol{B}| \tag{16.4}$$



Փիթեր Զեմանը (աջից) և Էնրիկո Ֆերմին

բանաձևով, որտեղ M-ը ատոմի մագնիսական մոմենտն է, g_J -ն՝ էլեկտրոնի գիրոմագնիսակակ հաստատունը, և μ_B -ն՝ Բորի մագնետոնը, $-J \le J_z \le J : J = 0$ հիմնական մակարդակը և J = 1 գրգռված մակարդակի $J_z = 0$ ենթամակարդակը չեն ազդվում մագնիսական դաշտի կողմից, սակայն $J_z = \pm 1$ ենթամակարդակները շեղվում են՝ կախված թակարդի կենտրոնից ատոմի ունեզած հեռավորությունից։

Ռադիացիոն ուժի դիսբալանսն առաջանում է հետևյալ կերպ։ Ենթադրենք ատոմը շեղված է թակարդի

կենտրոնից z -երի առանցքի ուղղությամբ z > 0 չափով։ Համաձայն (16.1)-ի՝ ատոմի $J_z = -1$ ենթամակարդակն այդ կետում իջած է ներքև, իսկ $J_z=1$ ենթամակարդակը բարձրացած է վերև։ Եթե նաև լազերային ձառագայթի ω հաձախությունը փոքր է ընտրված $J=0 \rightarrow J=1$ օպտիկական անցման $arnothing_0$ հաճախությունից, ապա առանցով տարածվող հանդիպակաց ալիքներից σ^- բևեռացմամբ ալիքի ռեզոնանսի ապալարքը կփոքրանա, իսկ σ^+ բևեռացմամբ ալիքի ռեզոնանսի ապալարքը կմեծանա։ Հանդիպակաց ալիքների միևնույն ինտենսիվությունների դեպքում, ինչը ենթադրվում է, σ^- բևեռացմամբ այիքից կյանված և սպոնտան վերաձառագայթված ֆոտոնների թիվն ավելի մեծ կլինի σ^+ բևեռացմամբ ալիքից կլանված և սպոնտան վերաձառագայթված ֆոտոնների թվից։ Դա նշանակում է, որ հանդիպակաց ալիքների կողմից ազդող արդյունարար ուժն ուղղված կլինի σ^- բևեռացմամբ ալիքի տարածման ուղղությամբ, հակառակ σ^+ բևեռազմամբ ալիքի տարածման ուղղությանը և դեպի թակարդի կենտրոնը։ $z\!<\!0$ տիրույթում գտնվող ատոմի վրա ուժը, ուղղված լինելով σ^+ բևեռազմամբ ալիքի տարածման ուղղությամբ, նորից ուղղված կլինի դեպի թակարդի կենտրոն։ Կվադրուպոլային մագնիսական դաշտի համար նույն օրինարափությունը պահպանվում է նաև մյուս՝ x և y առանցքների ուղղություններով։ Ուրեմն ատոմների գերման համար հարկ է ընդամենը օղակների ստեղծած կվադրուպոլային դաշտում հակառակ շրջանագծային բևեռացումներ ունեցող և հանդիպակաց տարածվող լազերային Ճառագայթների համար ապահովել ռեզոնանսի $\omega < \omega_0$ «կարմիր» շեղման պայմանը։

Չեզոք ատոմների գերման պոտենցիալային հորերի խորություններն էապես՝ առնվազն հինգ կարգով, զիջում են լիցքավորված մասնիկները գերող պոտենցիալային հորերի խորությանը։ Դա պահանջում է չեզոք ատոմների նախնական սառեցում լազերային և հարակից մեթոդներով։

Առանձին ատոմների գրանցման մեթոդները, որպես կանոն, խիստ բարդ են և բաժանվում են երկու դասի` դեստրուկտիվ (ոչնչացնող) և ոչ դեստրուկտիվ։ Դեստրուկտիվ միջոցները ելնում են իոնիզացված մասնիկները մեծ չափով արագացնելուց հետո էլեկտրոնային բազմապատկիչների միջոցով գրանցման լավ մշակված տեխնիկայի օգտագործումից։ Իոնների դեպքում դրանք, ազատվելով գերող պոտենցիալից, արագացվում են էլեկտրական դաշտերի միջոցով։ Չեզոք ատոմների դեպքում դրանք նախապես իոնացվում են, ասենք, տաք մետաղական լարերին հպվելու կամ լազերային գրգռման մեթոդներով։ Սա բավականին զգայուն մեթոդ է, բայց քանի որ գրանցվող մասնիկն անվերադարձ կորսվում է քննարկվող ծավալից, ապա ամեն անգամ հարկ է լինում վերալցնել թակարդը նոր մասնիկով։

Ոչ դեստրուկտիվ տեխնիկաներից առավել զգայունը մասնիկից լազերային ֆլուրեսցենցիայի գրանցումն է։ Ատոմը կամ իոնը ռեզոնանսային հաձախության վրա վարկյանում կարող է կլանել և վերաձառագայթել մինչև մի քանի միլիոն ֆոտոններ։ 4π մարմնային անկյան 1% ի և դետեկտորի քվանտային էֆեկտիվության 10% -ի պայմաններում դա նշանակում է ավելի քան 10 000 ֆոտոնների հաշվարկ մեկ վայրկյանում։ Այդպիսի պայծառություն կարելի է տեսնել նաև անզեն աչքով։

Իրականացումներից մեկի սխեման ներկայացված է Նկ. 16.6-ում։ Առանձին ատոմը լազերային սառեցված է և գերման 850 նանոմետր ալիքի երկարությամբ լազերային ձառագայթի կոշտ ֆոկուսացման արդյունքում ստեղծված ատոմական պինցետի ծայրում։ Ատոմը գերվում է մագնիսաօպտիկական թակարդի ատոմական ամպից, և պինցետի ծայրի փոքր ծավալի պատձառով ժամանակի յուրաքանչյուր պահի այնտեղ լինում է միայն մեկ ատոմ։ Գրգռումը և ֆլուորեսցենցիան ինդուկցվում են նույն՝ 850 նանոմետր լազերային ձառագայթով։ Ֆոտոնները հավաքվում են միամող լուսատարում և գրանցվում հեղեղային ֆոտոդիոդի կողմից։



Նկ. 16.6. Ատոմական պինցետի ծայրում գերված ատոմի գրանցման սխեման ռեզոնանսային ֆլուորենցենտային ֆոտոնների գրանցման եղանակով (Տե՛ս A. Fuhrmanek, R. Bourgain, et al. Phys. Rev. Lett. 106, 133003 (2011), Fig. 1)։

Չափման ամեն ցիկլից հետո ատոմի առկայությունը պինցետի ծայրի ծավալում ստուգվում է թակարդում ատոմների սառեցման համար օգտագործվող Ճառագայթների ստեղծած ֆլուորեսցենցիան գրանցելու միջոցով։

Փոքր թվով, մասնավորապես՝ *առանձին ֆոտոնների գրանցումը*, բացի ուղղակի իմաստից, հիմնարարար հետաքրքրություն է ներկայացնում ծնվող և ոչնչացող մասնիկների ֆիզիկան ստատիստիկական-ինտերֆերենցիոն հատկությունների ուսումնասիրման Ճանապարհով հասկանալու համար։

Եթե ֆոտոնները Ճառագայթվում և համապատասխանաբար կլանվում են դետեկտորում իրարից բացարձակապես անկախ, ապա քննարկվող որևէ ժամանակում n թվով ֆոտոններ գրանցելու հավանականությունը, եթե նույն ժամանակում գրանցումների միջին թիվը \overline{n} է, տրվում է Պուասոնի բաշխումով՝

$$P(n,\overline{n}) = \exp(-\overline{n}) \,\frac{\overline{n}^n}{n!} \,. \tag{16.5}$$

Եթե \overline{n} -ի փոխարեն մտցնենք ավելի հարմար՝ միավոր ժամանակում միջինում կատարված գրանցումների թիվ՝ r նշանակումով, ապա $\overline{n} = rt$ և (18.5) բանաձևը կգրվի

$$P(n,r,t) = \exp(-rt) \frac{(rt)^n}{n!}$$
(16.6)

տեսքով։ Վերջինիս օգնությամբ նկարագրենք հաջորդական գրանցվող ֆոտոնների միջն ընկած ժամանակահատվածների բաշխումը, ավելի կոնկրետ՝ p(t)dt հավանականությունը, որ ֆոտոնի պատահական գրանցումը տեղի կունենա ժամանակի dt ինտերվալում նախորդ գրանցումից t ժամանակ անց։ Ընդհանուր պրոցեսը պատկերացնենք որպես երկու միջակայքերի հաջորդականություն, համապատասխանաբար t և դրան անմիջապես հետևող dt ինտերվալներով։ Առաջինում որպես պատահար պետք է ընտրել գրանցման բացակայությունը, երկրորդում՝ գրանցման առկայությունը։ Համաձայն դրանց պուասոնյան բնույթի մասին ենթադրության՝ դրանք՝ որպես պատահարներ, իրարից անկախ են, հետևաբար պրոցեսի ընդհանուր հավանականությունը կարող է գրվել որպես առանձին հավանականությունների արտադրյալ՝ p(t)dt = P(0,r,t)P(1,r,dt)։ Տեղադրելով բացահայտ տեսքերը (16.6)-ից՝ ստանում ենք

$$p(t)dt = \exp(-rt) \cdot \exp(-rdt) rdt \approx r \exp(-rt) dt:$$
(16.7)

Գրանցման պատահարների ժամանակային բաշխման համեմատումը (16.7)-ի հետ թույլ է տալիս արագորեն որոշելու սարքի «մեռյալ» ժամանակի տևողությունը (երբ սարքը մի գրանցմանը հետևող որոշ ժամանակ չի կարող արձագանքել նոր ֆոտոնային գրգոման) և ապա դասական պուասոնյան բաշխումից եղած շեղումների բնույթը։

Գոյություն ունի ֆոտոնային դետեկտորների լայն տեսականի՝ կատարելագործվող բնութագրիչներով և ընդլայնվող կիրառություններով։ Այստեղ առաջին հերթին պետք է նկատի ունենալ, որ դետեկտորները տարբեր զգայնություն ունեն ալիքի երկարության տարբեր տիրույթներում։ Տիրույթն ինքն է թելադրում դետեկտորի ընտրությունը։ Ներկայացնենք առավել Ճանաչում գտած որոշ դետեկտորներ։

Սցինտիլյատորն ինքնին դեռ դետեկտոր չէ, այլ բնույթով տարբեր շատ դետեկտորների բաղադրիչ մաս, հատկապես բարձր էներգիաների ֆիզիկայում։ Սցինտիլյատորը նյութ է, որը կլանում է տվյալ էներգիայի ֆոտոն և ապա ֆլուրեսցենտում է ավելի ցածր էներգիայի ֆոտոն։ Դրանով հնարավոր է լինում կլանել ֆոտոններ, որոնք դուրս են դետեկտորի սովորական զգայնության տիրույթից ու վերաձառագայթել այնպիսի ալիքի երկարության ֆոտոններ, որոնք արդեն կարող են գրանցվել դետեկտորում։

Ֆոտոկաթոդն առավել պարզ ֆոտոնային դետեկտորներից են՝ հենված միայն ֆոտոէֆեկտի վրա ազդանշան գեներացնելու վրա։ Ֆոտոէլեկտրոնն արագացվում է էլեկտրական
դաշտով և ընկնելով անոդի վրա՝ կարդացվում որպես ազդանշան։ Ֆոտոկաթոդը փոքր ելքի աշխատանքով մետաղ է և աշխատում է վակուումում՝ օդի և ջրային գոլորշիների ազդեցությունը Ճնշելու և էլեկտրոնի ազատ վազքի երկարությունը և դրանով՝ դետեկտման քվանտային էֆեկտիվությունը մեծացնելու համար։

Ֆոտոկաթոդները զգայուն են հիմնականում 180–900 նանոմետր տիրույթում, իսկ որոշ նյութեր թույլ են տալիս հասնելու մոտ ինֆրակարմիր տիրույթի մինչև 1600 նանոմետր ալիքի երկարություն։ Արձագանքման ժամանակը կազմում է 1–2 նանովայրկյան։ Ջերմային աղմուկների մակարդակը ցածր է, սական արագորեն բարձրանում է հատկապես փոքր ելքի աշխատանք ունեցող նյութեր օգտագործելիս։

Ֆոտոբազմապատկիչ խողովակը ֆոտոկաթոդի ուղղակի շարունակիչն է մեկ առանցքային տարբերությամբ. մինչ անոդին հասնելը էլեկտրոնների թիվը հեղեղանման աձում է դայնոդերի շղթայի օգնությամբ (Նկ. 16.7)։ Դայնոդում մեկ էլեկտրոնի բախումն առաջ է բերում տասին մոտ թվով նոր էլեկտրոններ։ 6-8 դայնոդերի դեպքում մուտքային մեկ ֆոտոնից անոդին են հասնում $10^6 - 10^8$ էլեկտրոններ։ Դրանով հաղթահարվում են ֆոտոկաթոդներին ներհատում մի քանի խնդիրներ։ Հիմնականը, իհարկե, զգայնության խստագույն աձն է, ինչը թույլ է տալիս վստահորեն գրանցել առանձին ֆոտոններ։



Նկ. 16.7. Ֆոտոբազմապատկիչ խողովակի սխեման (Տե´ս photomultiplier tube - Wiktionary; en.wiktionary.org/wiki/photomultiplier_tube)։

Ջերմային աղմուկները գործնականում կախված չեն կիրառվող լարումից։ Դրա փոխարեն աձում և հիմնական դեր են կատարում կոտորակային աղմուկները՝ թույլ տալով դետեկտորին հասնելու զգայնության տեսական սահմանին։ Ջերմաստիձանի իջեցումը ձնշում է ջերմային աղմուկները, և գործող սարքի քվանտային էֆեկտիվությունը ընդհուպ մոտենում է 100% -ի։

Ֆոտողիոդը պինդմարմնային դետեկտորներից պարզագույնն է և կառուցված է կիսահաղորդչային p-n անցման հենքի վրա։ Ինչպես արդեն քննարկել ենք §5-ում, առանձին p-nանցումը կազմված է դրական լեգիրացված նյութի և բացասական լեգիրացված նյութի միակցումից։ Կոնտակտի մոտ էլեկտրոնները տեղափոխվում են դեպի p տիպի կիսահաղորդիչ, խոռոչները՝ դեպի n տիպի կիսահաղորդիչ։ Ձևավորվում է «ավերման» գոտի՝ իր ներքին էլեկտրական դաշտով, ինչը պոտենցիալային արգելք է առաջացնում կիսահաղորդչային անցման երկայնքով (Նկ. 16.8)։ Դիոդում թույլ է տրվում միայն մեկ ուղղությամբ հոսանք։ Երբ դիոդը միացվում է արտաքին լարման աղբյուրին, որը սովորաբար կոչվում է շեղում, ապա p և nտիպի նյութերում էներգիաները շեղվում են իրար նկատմամբ՝ փոխելով պոտենցիալային արգելքի մեծությունը։ Երբ աղբյուրի դրական սեղմակը միացվում է p-ի կողմից և բացասական սեղմակը՝ n-ի կողմից, ապա p տիպում խոռոչները և n տիպում էլեկտրոնները շարժվում են դեպի ավերման գոտի։



Նկ. 16.8. Չշեղված կիսահաղորդչային p – n անցումը։ Իոնների կուլոնյան ուժը կանխում է հետագա միգրացիան p-n հանգույցով։ Այն էլեկտրոնները, որոնք գաղթել էին n-ից դեպի p շրջան ավերման շերտի ձևավորման ժամանակ, այժմ հասել են հավասարակշռության։ n տիրույթի մյուս էլեկտրոնները չեն կարող տեղափոխվել, քանի որ դրանք վանվում են p շրջանի բացասական իոններով և ձգվում են n շրջանի դրական իոններով (Տե[´]u <u>http://hyperphysics.phy-</u> astr.gsu.edu/hbase/Solids/pnjun.html):

Եթե տեղափոխված լիցքը բավարար է, ապա ավերման գոտին և նրա ստեղծած պոտենցիալային արգելքը վերանում են, և դիոդը թույլ է տալիս հոսանքի անցում։ Հակառակ միացման դեպքում (Նկ. 16.9) *ո* մասի էլեկտրոնները և *p* մասի խոռոչները վանվում են միմյանցից՝ լայնացնելով ավերման գոտին և կանխարգելելով էլեկտրական հոսանքը դիոդով։



Նկ. 16.9. Հակառակ շեղված կիսահաղորդչային p – n անցումը նշված բնեռականությամբ կիրառվող լարումը էլ ավելի է խոչընդոտում էլեկտրոնների հոսքը անցումով։ Սարքում էլեկտրահաղորդման համար ո տիրույթի էլեկտրոնները պետք է շարժվեն դեպի անցում և միավորվեն P տիրույթի խոռոչների հետ։ Հակադարձ լարումը հեռացնում է էլեկտրոնները միացումից՝ կանխելով հաղորդունակությունը (Տե´ս <u>http://hyperphysics.phy-</u> <u>astr.gsu.edu/hbase/Solids/pnjun.html</u>):

Ֆոտոդիոդային դետեկտորներում դիոդը մշտապես պահվում է հակառակ շեղման պայմաններում։ Երբ էլեկտրամագնիսական ձառագայթումն ընկնում է դիոդի վրա, ապա նրանում առաջանում են էլեկտրոն-խոռոչային զույգեր։ Աղբյուրի դաշտում շարժվելով հակառակ ուղղություններով՝ էլեկտրոնները և խոռոչները ստեղծում են գումարային հոսանք, ինչն էլ քանակապես բնութագրում է ընկնող ձառագայթումը։

Ֆոտոդիոդներն ունեն որոշ առավելություններ ֆոտոկաթոդների նկատմամբ։ Դրանցից մեկը չափերի փոքրությունն է, ինչը գերազանց է տարբեր չափի և ձևի կառույցների ստեղծման համար։ Թերություններից են համեմատաբար երկար՝ միկրովայրկյանների կարգի արձագանքման ժամանակները և աղմուկների բարձր մակարդակը։

Հեղեղային ֆոտոդիոդներ։ Ֆոտոդիոդային դետեկտորը կարելի է կատարելագործել՝ բերելով զգայնությունը սովորական ֆոտոբազմապատկիչ խողովակի մակարդակին։ Դրա համար նախ հարկավոր է հակառակ շեղումը (պատկերված Նկ. 16.9-ում), երբ առանց լույսի առկայության էլեկտրական հոսանքը շղթայում բացակայում է։ Սակայն իրականում հոսանքի գոյության փաստը կախված է կիրառված շեղման լարման մեծությունից։ Կիրառված լարումներն արագացնում են ազատ էլեկտրոններին և խոռոչներին, որոնք ազատ վազքի երկարությունների վրա բախվում են նյութի կազմության բյուրեղային ցանցի ատոմներին։ Հոսանքը բացակայում է, եթե բախումների արդյունքում չեն պոկվում էլեկտրոններ, կամ եթե պոկվում են, չեն բարձրանում մինչև հաղորդական գոտի։ Լարման աստիձանաբար մեծացմամբ կարելի է հասնել այնպիսի սահմանային արժեքի, որ բախման արդյունքում ստացվող էլեկտրոնները հայտնվեն հաղորդական գոտում։ Այդ դեպքում ոչ միայն իրենք ներդրում կունենան հոսանքի առաջացման մեջ, այլ նաև շարժման ընթացքում բախվելով ցանցի ատոմներին` կառաջացնեն նոր էլեկտրոններ հաղորդական գոտում։ Հաղորդական էլեկտրոնների թիվն արագորեն կաձի և որոշ ժամանակ անց, կախված ռեկոմբինացիաների արագությունից, կհաստատվի որոշ և մեծ արժեքով էլեկտրոնային հոսանք։ Նման գործընթաց ընդհանուր դեպքում տեղի կունենա նաև խոռոչային հոսանքի հետ և դիոդով կհոսի ինքնապահպանվող պարպման կամ հեղեղային հոսանք։ Նկատենք, որ պահանջվող լարումներն այստեղ շատ ավելի փոքր են, քան ֆոտոբազմապատկիչ խողովակում է։

Այս հնարավորությունն առանձին ֆոտոնի գրանցման նպատակով օգտագործելու համար արտաքին լարումը տրվում է կրիտիկական արժեքից քիչ ներքև այնպես, որ ֆոտոնի կլանման արդյունքում ծնված էլեկտրոն-խոռոչ զույգի ունեցած կինետիկ էներգիան և ազատ վազքի երկարության վրա ձեռք բերված կինետիկ էներգիաների գումարն արդեն բավարար լինի հաղորդական գոտում հայտնվելու համար։ Դրանից հետո տեղի կունենա հոսանքի հեղեղային ուժեղացում և կայունացում՝ ապահովելով պատահարի գրանցումը։ Ֆոտոդիոդի զգայնությունը նոր ֆոտոնների կլանման նկատմամբ վերականգնելու համար անհրաժեշտ է իջեցնել արտաքին լարումն այնքան, որ հոսանքը դադարի, ապա բարձրացնել նորից կրիտիկական արժեքից քիչ ցածր մակարդակ։ Այս գործընթացը պահանջում է նկատելի ժամանակ, ինչի արդյունքում հեղեղային դիոդի արձագանքման ժամանակը լավագույն դեպքում մի քանի անգամ մեծ է լինում

Գերհաղորդիչ նանոլարային դետեկտորը գործող ամենաարագ սարքն է (գրանցումների սինքրոնացման ժամանակը փոքր է 50 պիկովայրկյանից)։ Աշխատանքային ցիկլերը մեկնաբանված են Նկ. 16.10-ում։ Այստեղ օգտագործվում է գերհաղորդականության տեսությունից հայտնի այն օրինաչափությունը, որ գերհաղորդչային հոսանքի խտությունը չի կարող լինել կամայական չափով մեծ։ Որոշակի՝ կրիտիկական կոչվող արժեքից մեծ լինելիս հոսանքակիր գերհաղորդիչն անցնում է նորմալ վիՃակի, ձեռք է բերում սովորական դիմադրություն։

Դետեկտորի աշխատանքի նախապատրաստական էտապում գերհաղորդիչ նանոլարով հոսում է կրիտիկականից քիչ փոքր խտությամբ էլեկտրական հոսանք։ Ֆոտոնի կլանման արդյունքում նանոլարում առաջանում է լայնական հատույթից քիչ փոքր տաք տեղամաս, որտեղ ձևավորվում է նորմալ վիճակ համապատասխան մեծ էլեկտրական դիմադրությամբ։



Նկ. 16.10. Դիմադրության տաք տեղամասի ձևավորումը բարակ գերհաղորդիչ լարում (Տե՛ս Buller G.S., Collins R.J.. Meas. Sci. Technol, 21 012002 (2010), Fig. 28)։

Քանի որ կողմնային տեղամասերը դեռ գերհաղորդիչ վիձակում են, ապա հոսանքը հիմնականում սկսում է հոսել նորմալ տեղամասի կողքերով՝ շրջանցելով տեղամասը։ Հոսանքատար շղթաների տերմինաբանությամբ կարելի է ասել, որ նորմալ և գերհաղորդիչ տեղամասերը միացված են իրար զուգահեռ։ Արդյունքում հոսանքի խտությունը կողային տեղամասերում պարամետրերի ընտրությամբ մեծանում է այնքան, որ տեղամասը ևս գերհաղորդիչ վիձակից անցնում է նորմալ վիձակի։ Հաղորդալարի մի փոքր տեղամաս ամբողջ լայնական հատույթով մեկ դառնում է նորմալ հաղորդիչ և ընդհանուր շղթայում միացված լինելով հաջորդաբար՝ մեծապես ավելացնում շղթայի դիմադրությունը։ Ջոուլյան կորուստների վրա ֆոտոնի հաղորդած էներգիան հեռանում է համակարգից, տեղամասը սառչում է և նորից անցնում գերհաղորդիչ վիձակի։ Ընդհանուր դիմադրության մեծամասշտաբ և արագ փոփոխությունը բերում է լարման առաջացման շղթայի ծայրակետերում, ինչն էլ չափվում է որպես ազդանշան ֆոտոնի կլանման վերաբերյալ։

Գերհաղորդական վիձակն ապահովող արգելված գոտու լայնությունը մոտ երեք կարգով փոքր է կիսահաղորդիչներում արգելված գոտու լայնությունից։ Դրա համար այս դետեկտորների արձագանքման ունակությունը լավ ընդլայնվում է ինֆրակարմիր սպեկտրալ տիրույթ, մինչև 3 միկրոմետր։

Որպես դժվար հաղթահարվող թուլություն՝ մնում է քվանտային էֆեկտիվությունը։ Լավագույն իրականացումներում այն առայժմ չի գերազանցում 70% -ը։

ՀԱՎԵԼՎԱԾՆԵՐ Հ1. Քառակուսային մատրիցայի ամբողջ աստիձանի հաշվումը

Հաշվման մեթոդը հիմնված է Քելի-Համիլթոնի թեորեմի վրա, համաձայն որի յուրաքանչյուր քառակուսային մատրիցա բավարարում է իր իսկ խարակտերիստիկ հավասարմանը։ Դրա համար նախ գրենք \hat{P} մատրիցայի սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

հավասարումը և բացենք այն՝

$$(p_{11}-p)\alpha + p_{12}\beta = 0, \quad p_{21}\alpha + (p_{22}-p)\beta = 0$$

lpha և eta գործակիցների նկատմամբ համասեռ հավասարումների համակարգի նույնաբար զրոյից տարբեր լուծում ունենալու դետերմինանտի զրո լինելու խարակտերիստիկ հավասարումը կլինի

$$\begin{vmatrix} p_{11} - p & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} - p \end{vmatrix} = 0, \text{ und } p^2 - p(p_{11} + p_{22}) + (p_{11} p_{22} - p_{12} p_{21}) = 0,$$

ինչը կարելի է գրել

$$p^2 - p Tr(\hat{P}) + \det(\hat{P}) = 0$$

ընդհանուր տեսքով։ Քանի որ $\det(\hat{P}) = 1$, ապա խարակտերիստիկ հավասարումը կարելի է գրել $p^2 - 2\xi p + 1 = 0$ տեսքով, որտեղ $\xi \equiv 1/2 \cdot Tr(\hat{P})$ ։ Ուրեմն, ըստ Քելի-Համիլտոնի թեորեմի,

$$\hat{P}^2 - 2\xi\hat{P} + 1 = 0$$
:

Այն թույլ է տալիս \hat{P} -ի բարձր աստիձանը գրել \hat{P} -ի և \hat{I} միավոր մատրիցայի գծային կոմբինացիայի տեսքով (Տե՛ս (3.11)-ը)՝

$$\hat{P}^{N} = U_{N-1}(\xi) \hat{P} - U_{N-2}(\xi) \hat{I}, \qquad (21.1)$$

ունենալով գործակից բազմանդամի համար

$$U_0(\xi) = 1, U_1(\xi) = 2\xi$$
 (21.2)

արտահայտությունները։ Այս բազմանդամի համար ռեկուրենտ հավասարում ստանալու նպատակով (Հ1.1)-ը մեկ անգամ բազմապատկում ենք \hat{P} -ով, մյուս անգամ գրում՝ N -ը փոխարինելով N+1, և դրանք հավասարեցնում իրար։ Ապա ստացված հավասարությունում ազատվում ենք \hat{P}^2 անդամից՝ օգտագործելով (Հ1.1)-ը։ Արդյունքում գալիս ենք փնտրվող $U_{N+1}(\xi) - 2\xi U_N(\xi) + U_{N-1}(\xi) = 0 \qquad (Հ1.5)$

առնչությանը։ Վերջինիս, եզրային (Հ1.2) պայմանների հետ միասին, բավարարում է երկրորդ սեռի Չեբիշևի բազմանդամը։

Հ2. Կրկնվող պոտենցիալային արգելքների քվանտային թունելացումը

Տեխնոլոգիական կիրառություններում հաձախ պոտենցիալային արգելքը կրկնվում է մեծ թվով անգամներ։ Այն թույլ է տալիս ամբողջական թունելացում իրականացնել ոչ միայն դիսկրետ՝ ռեզոնանսի պայմանին բավարարող էներգիաներով մասնիկների համար, որոնցից հեռանալիս թունելացման հավանականությունն արագորեն նվազում է (Տե՛ս Նկ. 3.2։), այլն վերջավոր լայնության շերտերի համար։ Միաժամանակ հնարավոր է լինում համարյա լրիվությամբ ձնշել թունելացումն այդ շերտերից դուրս էներգիաների արժեքների համար։

Համարենք, որ կրկնվող պոտենցիալային արգելքները որևէ (անընդհատ) տեսքի են և իրարից հավասարահեռ, ինչպես պատկերված է Նկ. Հ2.1-ում։



Նկ. 22.1. Լոկալ պարբերական պոտենցիալային արգելքները համապատասխան նշանակումներով (Տե՛ս D. J. Griffiths and C. A. Steinke, Am. J. Phys., 69, 137 (2001), Fig. 2)։

Քվանտային թունելացման օրինաչափությունները դուրս են բերվում Շրեդինգերի

$$-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$
(22.1)

ստացիոնար հավասարումից։

Քննարկենք *մեկ պոտենցիալային արգելքի դեպքը*՝ ներմուծելով նրա համար թրանսֆեր (transfer, փոխանց) մատրիցայի հասկացությունը։ Նկ. Հ2.2-ում պոտենցիալի հետ միասին պատկերված են նրանից ձախ և աջ ընկած տիրույթներում ազատ շարժման լուծումները՝ անհայտ չորս գործակիցներով, և մտցված է $k = \sqrt{2ME}/\hbar$ ստանդարտ նշանակումը։ Խնդիրն ամբողջանում է (*a*,*b*) պոտենցիալային միջակայքի՝ երկու նոր անհայտ գործակիցներ պարունակող ընդհանուր լուծման հավելումով։

Անընդհատության չորս պայմաններից (երկուական՝ *a* ու *b* յուրաքանչյուր կետի համար) երկուսի օգտագործումով հավասարումներից արտաքսվում են պոտենցիալային տիրույթին վերաբերվող երկու գործակիցները։



Նկ. 22.2. Պոտենցիալային արգելքից մատերիայի ալիքի ցրման պատկերը, ինչը թույլ է տալիս սահմանելու թրանսֆեր մատրիցայի հասկացությունը (Տե´ս D. J. Griffiths and C. A. Steinke, Am. J. Phys., 69, 137 (2001), Fig. 1):

Արդյունքում մնում են երկու գծային հավասարումներ A, B, C և D գործակիցների համար։ Դրանք կարող են լուծվել՝ արտահայտելով կամայական երկուսը մյուս երկուսի միջոցով, և արդյունքն արտահայտել մեկ մատրիցական հավասարմամբ։ Եթե հավասարումը պոտենցիալից հեռացող ալիքների B և C ամպլիտուդներն արտահայտում է ընկնող ալիքների

A և D ամպլիտուղների միջոցով, այսինքն՝ $\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}$ տեսքով, ապա համապատասխան

մատրիցան կոչվում է ցրման կամ S մատրիցա։ Քննարկվող կրկնվող պոտենցիալի թունելացման խնդրում, սակայն, հարմար է լինում այլ կարգավորում, որը ձախակողմյան ալիքների A և B ամպլիտուդները կապում է աջակողմյան ալիքների C և D ամպլիտուդների հետ՝

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}:$$
 (22.2)

Այստեղ 2×2 չափանի

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$
(22.3)

մատրիցան կոչվում է թրանսֆեր մատրիցա։ Շրեդինգերի հավասարման՝ ժամանակի նկատմամբ ինվերիսիայի ինվարիանտությունից մատրիցական էլեմենտների համար հետևում են $M_{22} = M_{11}^{*}, M_{21} = M_{12}^{*}$ կոմպլեքս համալուծային առնչություններ։ Եվս մեկ՝

$$\left|M_{11}\right|^{2} - \left|M_{12}\right|^{2} = 1 \tag{22.4}$$

սահմանափակում գալիս է

$$j = \frac{\hbar}{2iM} \left(\Psi^* \frac{d\Psi(x)}{dx} - \frac{d\Psi^*}{dx} \Psi(x) \right)$$
(22.5)

հավանականության հոսքի՝ տարածման x կոորդինատից ունեցած անկախության։

Պոտենցիալային արգելքի անցման հավանականությունը հավասար է՝

$$T_{1} = \left| \frac{C}{A} \right|_{D=0} = \frac{1}{\left| M_{11} \right|^{2}} = \frac{1}{1 + \left| M_{12} \right|^{2}} :$$
(22.6)

Անցնենք որևէ *N թվով պոտենցիալային արգելքների* (Նկ. Հ2.1) քվանտային թունելացման օրինաչափությունների քննարկմանը։ Խնդիրը կլուծենք՝ արտահայտելով ամբողջ հաջորդակա-

նության թրանսֆեր մատրիցը մեկ բջջի թրանսֆեր մատրիցով։ Առանց ընդհանրությունը կորցնելու՝ ալիքային ֆունկցիան բջիջների միջև ընկած զրոյական n –րդ միջակայքում գրենք

$$\Psi_n(x) = A_n e^{ik(x-ns)} + B_n e^{-ik(x-ns)}$$
(22.7)

տեսքով, որտեղ (n-1)s + a < x < ns - a, 0 < n < N : a-ն առանձին պոտենցիալային արգելքի կիսալայնությունն է, $s \ge 2a$ -ն՝ հարևան արգելքների միջն հեռավորությունը։ Նշանակման (Հ2.7) օրինաչափությունը կիրառենք նաև պոտենցիալային արգելքների հաջորդականությունից ձախ՝ x < -a տիրույթում, $\Psi_0(x) = A_0 e^{ikx} + B_0 e^{-ikx}$, և աջ՝ x > (N-1)s + a տիրույթում, $\Psi_N(x) = A_N e^{ik(x-Ns)} + B_N e^{-ik(x-Ns)}$:

Նախորդ ենթակետում սահմանված թրանսֆեր մատրիցան որևէ *n* -րդ արգելքի նկատմամբ կիրառելու համար հարկ է վերջինիս նշանակումները համեմատել (Հ2.2)-ում ընդունված տեսքի հետ։ Այն ցույց է տալիս, որ եթե

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix}, \quad \text{unqui} \quad \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} A_{n+1}e^{-iks} \\ B_{n+1}e^{iks} \end{pmatrix},$$

ինչից հետևում է

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{11}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{n+1}e^{-iks} \\ B_{n+1}e^{iks} \end{pmatrix}$$

տեսքը, կամ որ նույնն է՝

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = \hat{P} \begin{pmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{pmatrix}, \qquad (22.8)$$

ռեկուրենտ մատրիցական հավասարումը, որտեղ մտցված է

$$\hat{P} = \hat{M} \begin{pmatrix} e^{-iks} & 0 \\ 0 & e^{iks} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} e^{-iks} & M_{12} e^{iks} \\ M_{12}^* e^{-iks} & M_{11}^* e^{iks} \end{pmatrix}$$
(22.9)

նշանակումը։ Նկատենք, որ համաձայն (Հ2.4)-ի, $\det \hat{P} = \det \hat{M} = 1$ ։

Գրենք (Հ2.8)-ը բոլոր n = 0, 1, 2, ..., N - 1 համարների համար և հաջորդական տեղադրումներով ազատվենք միջանկյալ տեղամասերից՝

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \hat{P}^{N} \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}:$$
 (22.10)

 2×2 չափանի մատրիցայի աստիձանի հաշվումը բերված է Հավելված 1-ում։

$$\hat{P}^{N} = \hat{P}U_{N-1}(\xi) - IU_{N-2}(\xi), \qquad (22.11)$$

որտեղ $U_{\scriptscriptstyle N}$ -ը Չեբիշևի 2-րդ սեռի բազմանդամն է,

$$\xi = 0.5 \operatorname{Tr}(\hat{P}) = 0.5 (M_{11} e^{-iks} + M_{11}^{*} e^{iks}):$$
(22.12)

(Հ.2.10) առնչությունը դեռևս չի ամփոփում պոտենցիալային արգելքների համախմբի համար թրանսֆեր մատրիցայի ներմուծումը, քանի որ նրանում առկա A_N և B_N գործակիցներից Նկ.3.2-ում սահմանված ընդհանրական պոտենցիալային արգելքի C և D գործակիցներին անցնելու համար, համաձայն (Հ2.7)-ի, հարկ է բազմապատկել համապատասխանաբար e^{-ikNs} և e^{ikNs} փուլային գործակիցներով։ Այսպիսով,

$$\hat{M}_{N} = \hat{P}^{N} \begin{pmatrix} e^{ikNs} & 0 \\ 0 & e^{-ikNs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} e^{-iks} U_{N-1} - U_{N-2} \end{bmatrix} e^{ikNs} & M_{12} U_{N-1} e^{-ik(N-1)s} \\ M_{12}^{*} U_{N-1} e^{ik(N-1)s} & \begin{bmatrix} M_{11}^{*} e^{iks} U_{N-1} - U_{N-2} \end{bmatrix} e^{-ikNs} \end{pmatrix}_{:}$$

Քանի որ հավանականության հոսքի պահպանման օրենքը տեղի ունի նաև պոտենցիալային արգելքների համակարգի համար, ապա (Հ2.4) և (Հ2.6) առնչությունները տեղի ունեն նաև \hat{M}_N ամբողջական մատրիցայի համար՝

$$T_N = 1/|(M_N)_{11}|^2 = 1/(1+|(M_N)_{12}|^2):$$

Վերջինում տեղադրելով մատրիցայի ոչ անկյունագծային էլեմենտի արտահայտությունը՝ ստանում ենք

$$T_N = \frac{1}{1 + \left[\left| M_{12} \right| U_{N-1}(\xi) \right]^2}$$
(22.13)

բանաձևը, ինչը $\,N\,$ նույնական արգելքների թափանցելիությունը որոշում է մեկի թափանցելիության մատրիցական էլեմենտների և արգելքների միջև եղած հեռավորության միջոցով։

Առաջինն ինչ երևում է (Հ2.13) բանաձևից այն է, որ ռեզոնանսային (ամբողջական) թունելացման համար հարկ է $U_{N-1}(\xi) = 0$ հավասարման բավարարումը։ Այն, լինելով N-1կարգի բազմանդամ, ըստ ξ արգումենտի, ունի N-1 հատ լուծումներ՝ ξ_i , i=1,2,...,N-1: Դրանք բոլորն իրական են՝ ընկած (-1,1) ինտերվալում։ ξ պարամետրն իր հերթին տրվում է $\xi = M_{11}\cos(k\,s)$ արտահայտությամբ, որտեղ M_{11} մատրիցական էլեմենտը դանդաղ ֆունկցիա է արգելքի պարամետրերից ու մասնիկի էներգիայից և պարզության համար ենթադրված է իրական։ Համաձայն (Հ2.4)-ի՝ $M_{11} \ge 1$ և ուրեմն մասնիկի էներգիայի փոփոխության որոշակի $\Delta E pprox \pi \hbar \sqrt{2E/M}$ տիրույթում, որտեղ կոսինուսի արգումենտը փոփոխվում է մոտավորապես π -ով, Չեբի $_2$ ևի ֆունկցիան անպայմանորեն ընդունում է իր բոլոր զրո արժեքները և համապատասխանաբար անցման հավանականությունը դարձնում 1։ Կոսինուս ֆունկցիայի պարբերական բնույթն ասում է նաև, որ հիշյալ տիրույթը միակը չէ, այլ պարբերաբար կրկնվում է, ընդ որում՝ էներգիայի մեծացմանը զուգընթաց տվյալ խումբ զրոներ ընդունելու տիրույթը լայնանում է։ Կարելի է տեսնել մեկ այլ օրինաչափություն ևս։ Քանի որ տվյալ էներգիական տիրույթի ընդհանուր լայնությունը կախված չէ պոտենցիալային արգելքների N թվից, իսկ ռեզոնանսային անցման էներգիաների թիվը N-1 է, ապա ամեն մի խմբում N -ի մեծացմանը զուգընթաց, մոտավորապես հակադարձ համեմատական N -ին փոքրանում է ռեզոնանսների միջև հեռավորությունը՝ սահմանում ձգտելով զրոյի։ $N=\infty$ պարբերական պոտենցիայի սահմանում ռեզոնանսային անցումների տիրույթները լցնում են անընդհատ գոտիներ, որոնք սահմանազատված են իրարից էներգիայի ամին զուգընթաց նեղացող գոտիներով, որոնցում թունելացումը գործնականում բացակայում է։ Դրանց այդպես էլ անվանում են՝ էներգիայի (թունելացման) թույլատրելի և արգելված գոտիներ կամ զոնաներ։

Թվային հաշվարկներ կատարելիս հարմար է լինում Չեբիշևի բազմանդամի համար օգտվել

$$U_N(\xi) = \frac{\sin(N+1)\gamma}{\sin\gamma}$$

ներկայացումից, որտեղ $\gamma = \arccos \xi$:

 Ω ւղղանկյուն պոտենցիալային արգելքներ։ Նշանակումների պահպանման համար հարկ է կոորդինատների x = 0 սկզբնակետը տեղադրել 2a լայնության պոտենցիալային արգելքի կենտրոնում։ Նշանակելով պոտենցիալի բարձրությունը V_0 ՝ թրանսֆեր մատրիցայի մատրիցական էլեմենտների համար ստանում ենք

$$M_{11} = \frac{1}{2} e^{2ika} \left(e^{2Ka} + e^{-2Ka} - \frac{i}{2} \left(e^{2Ka} - e^{-2Ka} \right) \left(\frac{k}{K} - \frac{K}{k} \right) \right),$$
$$M_{12} = \frac{i}{4} \left(e^{2Ka} - e^{-2Ka} \right) \left(\frac{k}{K} + \frac{K}{k} \right)$$

արտահայտությունները, որտեղ $k = \sqrt{2ME} / \hbar$, $K = \sqrt{2M(V_0 - E)} / \hbar$, որոշում են թրանսֆեր մատրիցայի էլեմենտները և դրանով իսկ ((3.13) բանաձևի և (3.12) սահմանման միջոցով)՝ համակարգի T_N թափանցելիությունը։ Թվային հաշվարկները ցույց են տալիս, որ զոնային կառուցվածքի կոնտուրները պարզորոշ ձևավորվում են արդեն $N \approx 5$ -ից սկսած։ Նկ. Հ2.3-ում T_N թափանցելիության էներգետիկ կախումը պատկերված է N = 25 արգելքների դեպքում։ Համեմատության համար հիշեցնենք, որ առանձին պոտենցիալային արգելքի համար անալոգ գրաֆիկը մոնոտոն աձող կոր է, ինչպես պատկերված է Նկ. 3.2-ում։



Նկ. Հ2.3. Լոկալ պարբերական պոտենցիալային արգելքի անցման կախվածությունը մասնիկների հոսքի էներգիայից, s = 3a, $V_0 = 2.4 E_{rec}$, $E_{rec} = \hbar^2 / 2Ma^2$ -ն խնդրում էներգիայի բնութագրական մասշտաբն է:

Այժմ անդրադառնանք էներգետիկ վիձակների խտությանը, այսինքն՝ միավոր էներգետիկ լայնությանը բաժին ընկնող վիձակների թվի հարցին, և թե ինչպես է այն առնչվում անցման և անդրադարձման T_N և $R_N = 1 - T_N$ գործակիցների հետ։ Որպես վիձակների խտության չափորոշիչ՝ բնական է ընդունել ալիքային ֆունկցիայի հավանականային ամպլիտուդի մեծությունը՝ մոդուլի քառակուսին։ Այստեղից հետևում է, որ թունելացման խնդրում էներգետիկ վիձակների (մակարդակների) խտությունը տարբեր է լոկալ պարբերական պոտենցիալի տարբեր տեղամասերում։ Իսկապես, որոշակի էներգիայով յուրաքանչյուր ալիք մասնակի անցնում և մասնակի անդրադառնում է պոտենցիալից, ընդ որում՝ անցած և անդրադարձած ալիքների համամասնությունը կախված է էներգիայի արժեքից։ Այն էներգիաները, որոնց անցման գործակիցը մեծ է, արգելքի աջակողմյան մասում կունենան մեծ ամպլիտուդ և ուրեմն նաև վիձակի մեծ խտություն։ Այսինքն՝ էներգետիկ սպեկտրում վիձակների խտությունը ուղիղ համեմատական է քվանտային թունելացման հավանականությանը՝ $T_{\rm N}$ անցման գործակցին։ Ավելին, ընկնող ալիքի ամպլիտուդը մեկի նորմավորելու դեպքում դրանք պարզապես իրար հավասար են։

Ասվածը հեշտորեն կարող ենք և դուրս բերել։ Դրա համար ընդհանուր համակարգի թրանսֆեր մատրիցական

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \hat{M}_N \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

unuչnıpınıunıd denguetup D = 0 և unugdını huduuupınıdueniguetup uuguetup uuguetup D = 0 և unugdını huduuupınıduetup uuguetup uuguetup C և uunıpunundawetup B uudulhunınıtutup uunumuhuyutup pulutun ulhph A uudulhunınınıd $C = A/(\hat{M}_N)_{11}, B = A/(\hat{M}_N^{**})_{12}$: Ուրեմն, արգելքի աջ և ձախ կողմերում էներգետիկ մակարnuquetup (dháuquetup) $\rho(E)$ խտության համար կունենանք համապատասխանաբաp $\rho_{right\,side}(E) = |C(E)|^2 = |A(E)|^2 / |\hat{M}_N(E)_{11}|^2 = |A(E)|^2 T_N(E)$ և $\rho_{left\,side}(E) = |A(E)|^2 R_N(E)$: Ընդունելով $|A(E)|^2 = 1$, ստանում ենք

$$\rho_{right \, side}(E) = T_N(E) \, \mathfrak{l} \quad \rho_{left \, side}(E) = R_N(E) \tag{22.14}$$

փնտրվող հավասարությունները։

Հ3. Կապված վիճակները լոկալ պարբերական պոտենցիալում

Վերջավոր կրկնվող պոտենցիալի խնդիրներում միշտ չի որ հետաքրքրություն է ներկայացնում համակարգի քվանտային թունելացման և դրան առնչվող երևութները։ Հաձախ մասնիկների (էլեկտրոնների) շարժումը սահմանափակված է լինում փորձանմուշի չափերով, որի պայմաններում մասնիկը գտնվում է բարձր պոտենցիալային պատերով սահմանափակված լոկալ պարբերական պոտենցիալի կապված վիձակներում։ Եզրափակող պոտենցիալը մեծ ձշտությամբ կարելի է մոդելավորել անվերջ բարձր ուղղանկյուն պոտենցիալով, ինչպես պատկերված է Նկ. Հ3.1-ում։



Նկ. Հ3.1. Բյուրեղային պինդ մարմնի՝ միաչափ վերջավոր կրկնվող պոտենցիալի մոդելը՝ պարփակված ուղղանկյուն՝ անվերջ բարձր պատերով (Տե´ս D. J. Griffiths and C. A. Steinke, Am. J. Phys., 69, 137 (2001), Fig. 5)։

Դա նշանակում է, մասնավորապես, որ պատերի տեղակայման x = -l - s և x = Ns + rկետերում, որտեղ *s* -ը պոտենցիալների միջև հեռավորությունն է, *l* -ը և *r* -ը որևէ երկարություններ են, և պատերից ներս ալիքային ֆունկցիան նույնաբար հավասար է զրոյի։ Օգտագործելով նախորդ պարագրաֆի (Հ2.7)-ի նշանակումները՝ կարող ենք գրել՝

$$A_0 e^{-ik(l+s)} + B_0 e^{ik(l+s)} = 0, \quad A_N e^{ikr} + B_N e^{-ikr} = 0:$$
(23.1)

Թրանսֆերս մատրիցայի մեթոդը որևէ սահմանափակում չի ենթադրում հավանականության հոսքի համար, այնպես որ նախորդ պարագրաֆում (A_n, B_n) գործակիցների համար ստացված բանաձևերը մնում են ուժի մեջ։ (A_0, B_0) զույգը կապված է (A_N, B_N) զույգի հետ՝ համաձայն (Հ2.10) բանաձևի, որի \hat{P}^N կապող մատրիցայի համար ունենք (Հ2.11) բանաձևը։ Այսինքն՝

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \left(\hat{P} U_{N-1}(\xi) - \hat{I} U_{N-2}(\xi) \right) \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}:$$
(23.2)

Տեղադրելով \hat{I} միավոր մատրիցայի և \hat{P} մատրիցայի (Հ2.9) բացահայտ տեսքերը՝ (Հ3.2)-ից կունենանք

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{N-1}(\xi) \begin{pmatrix} M_{11}e^{-iks} & M_{12}e^{iks} \\ M_{12}^*e^{-iks} & M_{11}^*e^{iks} \end{pmatrix} - U_{N-2}(\xi) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}:$$
(23.3)

Բացված տեսքով այն ասում է՝

$$A_{0} = \left(M_{11} e^{-iks} U_{N-1} - U_{N-2}\right) A_{N} + M_{12} e^{iks} U_{N-1} B_{N},$$

$$B_{0} = M_{11}^{*} e^{iks} U_{N-1} A_{N} + \left(M_{11}^{*} e^{iks} U_{N-1} - U_{N-2}\right) B_{N}:$$
(23.4)

(23.1)-ը և (23.4)-ը միասին կազմում են համասեռ չորս հավասարումների համակարգ, որի դետերմինանտի զրո լինելու պահանջը հավասարում է մասնիկի էներգիայի նկատմամբ։ Էքսպոնենցիալ գործակիցների առկայությունը հավասարումներում հուշում է, որ հարմար է $M_{i,j}$ կոմպլեքս մեծություններում առանձնացնել մոդուլները և փուլերը՝ $M_{11} = |M_{11}|e^{i\theta}$, $M_{12} = |M_{12}|e^{i\theta}$: Որոշ հանրահաշվական գործողություններից հետո ստանում ենք

$$U_{N}(\xi)\sin\left[k\left(r+l+s\right)\right] = U_{N-1}(\xi)\left\{\left|M_{11}\right|\sin\left[k\left(r+l\right)+\theta\right]-\left|M_{12}\right|\sin\left[k\left(r-l\right)+\vartheta\right]\right\}\right\}$$
(23.5)

հավասարումը, որի լուծումներն էլ որոշում են մասնիկի դիսկրետ էներգետիկ սպեկտրը։ Հիշեցնենք նաև նշանակումները՝

$$k = \sqrt{2ME} / \hbar, \ K = \sqrt{2M(V_0 - E)} / \hbar, \ \xi = 0.5 (M_{11}e^{-iks} + M_{11}^*e^{iks}),$$
$$M_{11} = \frac{1}{2}e^{2ika} \left(e^{2Ka} + e^{-2Ka} - \frac{i}{2}\left(e^{2Ka} - e^{-2Ka}\right)\left(\frac{k}{K} - \frac{K}{k}\right)\right), \ M_{12} = \frac{i}{4}\left(e^{2Ka} - e^{-2Ka}\right)\left(\frac{k}{K} + \frac{K}{k}\right),$$

որոնք բացահայտում են (Հ3.5) առնչության էներգետիկ կախվածությունը, ընդ որում՝ վերջին տողում բերված մատրիցական էլեմենտների տեսքերը վերաբերում են 2a լայնության և V_0 բարձրության ուղղանկյունաձն պոտենցիալային արգելքին։

Uպեկտրի (Հ3.5) հավասարումն էապես պարզանում է, երբ պոտենցիալային արգելքների համակարգը պոտենցիալային հորում տեղակայված է համաչափ՝ առանց պոտենցիալային պատերի լրացուցիչ շեղումների՝ r = 0, l = 0։ Եթե նաև առանձին պոտենցիալային արգելքի լայ-

նությունը խիստ փոքր է միջարգելքային հեռավորությունից, ապա արգելքի իրական տեսքը կարելի է փոխարինել էֆեկտիվ հզորության Դիրակի դելտա ֆունկցիայով՝ $V(x) = c \, \delta(x)$: Թրանսֆեր մատրիցայի էլեմենտներն այս դեպքում ստանում են

$$M_{11} = 1 + i \frac{c M}{\hbar^2 k}$$
, $M_{12} = i \frac{c M}{\hbar^2 k}$

հնարավորինս պարզ տեսքերը՝ էներգետիկ մակարդակների որոշման համար բերելով

$$U_N(\xi)\sin(ks) = 0 \tag{23.6}$$

ֆակտորիզացված հավասարման։

Հուծումների մի դասը, որը որոշվում է $\sin(ks) = 0$ պայմանից, տալիս է համապատասխանաբար $E_n = \pi^2 \hbar^2 / 2Ns^2 \cdot n^2$, n = 1, 2, 3, ... պայմանից։ Այն հիշեցնում է L լայնության անվերջ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորի էներգետիկ մակարդակների որո $_2$ ման $\sin(k\,L)=0$ պայմանը, համապատասխանաբար $E_m = \pi^2 \hbar^2 / 2NL^2 \cdot m^2$, m = 1, 2, 3, ... լուծումներով։ Համեմատելու համար նկատենք, որ քննարկվող կոմպլեքս պոտենցիալի անվերջ բարձր պատերի hամար L = (N+1)s: Sեղադրման արդյունքում ստանում ենք $E_m = \pi^2 \hbar^2 / 2Ms^2 \cdot m^2 / (N+1)^2$, ինչը համընկնում է քննարկվող դասի լուծումների հետ m = (N+1)n պայմանի դեպքում։ Դա նշանակում է, որ անվերջ խորը ուղղանկյուն պոտենցիայային հորում N հատ հավասարահեռ և նույն հզորության դելտա-պոտենցիալային արգելքների ի հայտ գալիս հորում առկա ստացիոնար վիձակներից ամեն N+1-րդը մնում է անփոփոխ։ Դրա պատձառն այն է, որ այդ վիձակների ալիքային ֆունկցիաները զրո են լինում դելտա-պոտենցիալների ի հայտ գալու կետերում։ Օրինակ, առաջին այդպիսի վիձակի համար, երբ m = N + 1, ալիքային ֆունկցիան համաչափ բա2խված զրոներ է լինում N անգամ և ուրեմն միայն դելտա-պոտենցիայների տեղակայման կետերում։ Երկրորդ՝ m = 2(N+1) այդպիսի վիճակի համար ալիքային ֆունկցիայի համաչափ բաշխված զրոներից N հատր համընկնում է դելտա-պոտենցիայների տեղակայման հետ, իսկ մնացած N+1 հատր դրանցից դուրս է և այլն։

Այսպիսով, ուղղանկյուն պոտենցիալի ստացիոնար վիձակները կարելի է մտովի բաժանել N+1-ական խմբերի, որոնցից յուրաքանչյուր խմբի ամենաբաձր էներգիայով վիձակը խոտորված չէ դելտա-պոտենցիալների կողմից։ Մյուս՝ ազդեցությունը կրած վիձակների էներգիաները որոշվում են (Հ3.6)-ի մյուս արտադրիչ-ֆունկցիայի զրո լինելու պայմանից՝ $U_N(\xi)=0$ ։ Այստեղ տեղին է օգտագործել Չեբիշնի բազմանդամի $U_N(\xi)=\sin(N+1)\gamma/\sin\gamma$ ներկայացումը, որի զրո լինելու պայմանն ասում է, որ

$$\sin(N+1)\gamma = 0$$

որտեղ $\gamma = \arccos \xi$, իսկ $\xi = 0.5(M_{11}e^{-iks} + M_{11}^{*}e^{iks}) = \cos ks + cM/\hbar^2 k \cdot \sin ks$ ։ Ուրեմն, խմբերի մնացած վիճակների էներգետիկ մակարդակները հարկ է որոշել

$$\cos ks + \frac{cM}{\hbar^2 k} \sin ks = \cos\left(\frac{m\pi}{N+1}\right) \tag{23.7}$$

ռեկուրենտ առնչությունից, m = 1, 2, 3, ... Իրականում m-ի՝ թվով N + 1 արժեքներից հետո լուծումները կրկնվում են, այնպես որ m = 1, 2, 3, ..., N + 1 արժեքների ներառումը բավարար է։ Յուրաքանչյուր *m* -ի համար լուծումերը դիսկրետ են և անվերջ թվով։ Ուրեմն, էներգետիկ սպեկտրը կարելի է պատկերացնել N+1-ական դիսկրետ մակարդակների հավաքածուների հաջորդականություն (Նկ. Հ3.2): $N \to \infty$ սահմանի անցնելիս ամեն հավաքածուում հարևան մակարդակների միջև հեռավորությունը ձգտում է զրոյի, և մակարդակների բաշխումը հավաքածուում դառնում է անընդհատ։



Uq. 23.2. Մասնիկի էներգետիկ սպեկտրի տեսքն անվերջ խորը ուղղանկյուն հորի կրկնվող միաչափ պոտենցիալում։ Պոտենցիալային արգելքների թիվը ՝ N = 10, փոխազդեցության $\alpha \equiv c M s / \hbar^2$ հաստատունը վերցված է 7 :

Հավաքածուները վեր են ածվում գոտիների (էներգետիկ զոնաների), ինչպես դրանք ընդունված են անվանվել պարբերական պոտենցիալի խնդրում (Տե՛ս § 4)։

Հարկ է նշել, որ սույն խնդրի $N \to \infty$ սահմանը լրիվությամբ չի անցնում պարբերական պոտենցիալի խնդրին։ Տարբերությունը նրանց միջև այն է, որ սույն խնդրի ստացիոնար բոլոր լուծումների համար հավանականության հոսքը հավասար է զրոյի, այն դեպքում, երբ պարբերական պոտենցիալի համար այդ պայմանը բավարարվում է միայն քվազիիմպուլսի զրոյական արժեքի դեպքում։

Հ4. Գրաֆեն

Առանձին ատոմում Էլեկտրոնները գտնվում են, համաձայն քվանտամեխանիկական պատկերացումների, հավանականային ամպի տեսքով, խիստ ընդգծված տարածական համաչափություններով։ Հիմնական վիճակում, մասնավորապես, բաշխումը սֆերիկ սիմետրիկ է։ Էլեկտրոնները, մոլեկուլում գտնվելով մեկից ավելի միջուկների դաշտում, կազմում են ատոմականից տարբեր վիճակներ՝ օրբիտալներ։ Միայն իներտ գազերում է, որ մոլեկուլային միացությունում ատոմները համարյա պահպանում են իրենց առանձին վիճակի կառուցվածքը և հետևաբար՝ հատկությունները։ Մոլեկուլներն այս դեպքում ձևավորվում են թույլ՝ վան դերվաալսյան ուժերի շնորհիվ։

Ընդհանուր դեպքում տեղի է ունենում էլեկտրոնների ամբողջական կամ մասնակի տեղափոխություն ատոմների միջև՝ առաջացնելով իոնական, կովալենտ և մետաղական բնույթի կապեր ատոմական մնացորդների միջև։ Էլեկտրոնների՝ միջուկների համեմատ շատ փոքր զանգվածներ ունենալու պատՃառով Էլեկտրոնները համարյա ակնթարթորեն են արձագանքում միջուկների կոորդինատների փոփոխություններին։ Դա թույլ է տալիս օրբիտալները քննարկելիս միջուկների դիրքերը մոլեկուլում համարել ֆիքսված։ Այս մոտեցումը հայտնի է որպես Բորնի-Օպենհեյմերի մոտավորություն։



Յոհանես վան դեր Վաալս



Մաքս Բորն



Ռոբերթ Օպենհեյմեր

Գրաֆենը գրաֆիտի մեկ առանձնացված թերթն է, որի ցանցային կառուցվածքը պատկերված է Նկ. Հ4.1-ում։ Ցանցը գեներացվում է ցանցի տարրական բջիջը բազիսային (պրիմիտիվ) $a_1 = a_0 \left(-\sqrt{3}/2, 3/2\right)$ և $a_2 = a_0 \left(\sqrt{3}/2, 3/2\right)$ վեկտորների չափերով պարբերական շեղումների միջոցով, որտեղ a_0 -ն ածխածին-ածխածին կապի երկարությունն է։

Տարրական բջիջում ածխածնի ատոմները բավականին լոկալիզացված են, այնպես որ դրանցից յուրաքանչյուրին կարող է վերագրվել առանձին ալիքային ֆունկցիա՝ ϕ_i , i = 1, 2՝ կենտրոնացված հիմնականում ցանցի համապատասխան հանգույցում և քիչ չափով էլ տարածված մյուս ատոմի գտնվելու տեղամասում։



Նկ. 24.1. Գրաֆենի ցանցը։ Առանձնացված են տարրական բջիջը՝ կազմված ածխածնի երկու ատոմներից, և բազիսային a_1 և a_2 վեկտորները (Sե´u Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.21)։

Ատոմական օրբիտալների այսպիսի փոքր վերածածկման մոտարկմամբ մոլեկուլի 🤌 ալիքային ֆունկցիան կարող է ներկայացվել ատոմական ալիքային ֆունկցիաների պարզ սուպերպոզիցիայի տեսքով՝

$$\phi = c_1 \phi_1 + c_2 \phi_2: \tag{24.1}$$

ծանցը համարելով անվերջ պարբերական՝ նրա ստացիոնար վիձակի arphi(r) ալիքային ֆունկցիան կարելի է փնտրել Բլոխյան տեսքով՝

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{R}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}) \phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \qquad (24.2)$$

Գրենք սեփական արժեքների և սեփական ֆունկցիաների հավասարումը.

$$\hat{H}\psi(\mathbf{r}) = \varepsilon\psi(\mathbf{r}),$$

ապա ձախից բազմապատկենք համապատասխանաբար $\phi_1(\mathbf{R})$ և $\phi_2(\mathbf{R})$ ֆունկցիաներով և ինտեգրենք ստացված հավասարումներն ըստ ամբողջ տարածության \mathbf{r} փոփոխականի։ Վերջինիս համար օգտագործելով ուղղագիծ փակագծերով ներկայացումը՝ քննարկվող հավասարումները կգրվեն հետևյալ երկու հավասարումների համակարգի տեսքով.

$$\langle \phi_{1}(\boldsymbol{R}) | \hat{H} | \psi(\boldsymbol{r}) \rangle = \varepsilon \langle \phi_{1}(\boldsymbol{R}) | \psi(\boldsymbol{r}) \rangle,$$

$$\langle \phi_{2}(\boldsymbol{R}) | \hat{H} | \psi(\boldsymbol{r}) \rangle = \varepsilon \langle \phi_{2}(\boldsymbol{R}) | \psi(\boldsymbol{r}) \rangle,$$

$$(24.3)$$

որտեղ անհայտներն են ε էներգիան և (Հ4.1)-ի c_1 , c_2 հաստատունները։ Տեղադրենք $\psi(\mathbf{r})$ -ի (Հ4.1) վերլուծությունը, ներառյալ՝ (Հ4.2) ներկայացումը։ Աջակողմյան փակագծերի համար կստանանք

$$\langle \phi_1(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle = c_1 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle + c_2 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle,$$

$$\langle \phi_2(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle = c_1 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle + c_2 \sum_{\mathbf{R}'} \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}') \phi_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}') \rangle;$$

Քննարկվող իրավիձակում, երբ ϕ_1 և ϕ_2 -ը բավականին լավ լոկալիզացված են, ընդ որում՝ իրարից որոշակի a_0 հեռավորության վրա, գործնականում զրոյանում են բոլոր այն անդամները, որոնց համար $\mathbf{R}' \neq \mathbf{R}$: Φոքր վերածածկման արդյունքում նաև $\langle \phi_1(\mathbf{R}) | \phi_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \rangle = \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \phi_1(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \rangle = 0$, իսկ մնացած մեկական անդամները հավասար են մեկի ϕ_1 -ի և ϕ_2 -ի նորմավորված լինելու պատձառով։ Արդյունքում ստանում ենք

$$\varepsilon \langle \phi_1(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle = \varepsilon c_1 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}), \qquad \varepsilon \langle \phi_2(\mathbf{R}) | \psi(\mathbf{r}) \rangle = \varepsilon c_2 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}): \qquad (24.4)$$

Նման, բայց քիչ ավելի երկար քննարկման արդյունքում (Հ4.3)-ի ձախակողմյան փակագծերի համար ստացվում են հետևյալ վերլուծությունները.

$$\langle \phi_1(\mathbf{R}) | \hat{H} | \psi(\mathbf{r}) \rangle = (c_1 \alpha + c_2 \beta (1 + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2))) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}),$$

$$\langle \phi_2(\mathbf{R}) | \hat{H} | \psi(\mathbf{r}) \rangle = (c_2 \alpha + c_1 \beta (1 + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2))) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}),$$

$$(24.5)$$

որտեղ մտցված են

$$\alpha = \langle \phi_i | \hat{H} | \phi_i \rangle, \qquad \beta = \langle \phi_1 | \hat{H} | \phi_2 \rangle, \qquad (24.6)$$

 $i=1,\ 2$ նշանակումները։ (Հ4.4)-ի (Հ4.5)-ի տեղադրումից հետո c_1 , c_2 հաստատունները նույնաբար զրոյից տարբեր լինելու հավասարումը լինում է

$$\left| \begin{array}{cc} \alpha - \varepsilon & \beta \left(1 + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2) \right) \\ \beta \left(1 + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2) \right) & \alpha - \varepsilon \end{array} \right| = 0.$$

ինչը փնտրվող դիսպերսիոն առնչության համար տալիս է

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \alpha \pm \beta \sqrt{3 + 2\cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1) + 2\cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2) + 2\cos(\mathbf{k} \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2))}$$
(24.7)

բնութագրական արտահայտությունը։ Ավելացնենք, որ α -ն ներկայացնում է էլեկտրոնի փոխազդեցության էներգիան տարրական բջիջի այն ատոմական միջուկի հետ, որի շուրջ լոկալիզացված է հիմնականում։ β -ն համապատասխանաբար ներկայացնում է փոխազդեցության էներգիան մյուս՝ ավելի հեռու ատոմական միջուկի հետ։ Բնականաբար β -ն էապես փոքր է α -ից։

Էլեկտրոնի էներգիան՝ $\varepsilon(\mathbf{k})$ առնչությունը՝ որպես երկչափ \mathbf{k} քվազիիմպուլսի ֆունկցիա, ներկայացված է Նկ. Հ4.2-ում։ Դիսպերսիոն առնչության երկու թերթերի միջև, որոնցից ներքևինը լրիվ լցված է, ընդհանուր դեպքում գոյություն ունի արգելված գոտի, և կարելի էր սպասել, որ գրաֆենը մեկուսիչ է։ Սակայն ներքևի գոտին շոշափում է վերևի գոտուն որոշակի $\mathbf{k} = \mathbf{K}$ կետերում, որտեղ

$$\boldsymbol{K} = \left(\pm \frac{4\pi}{3\sqrt{3}a_0}, 0\right), \left(\pm \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a_0}, \pm \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a_0}\right):$$
(24.8)

K կետերի դասավորությունը k_x , k_y հարթության վրա պատկերված է Նկ. Հ4.3-ում։ Այս ուղղություններով գրաֆենը հաղորդիչ է։



Նկ. 24.2. Հարթ գրաֆենի էներգիայի գոտիական կառուցվածքը (Տե´ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.29)։



Նկ. 24.3. Հարթ գրաֆենի K կետերը (Տե´ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.30)։

Ածխածնային նանոխողովակները գրաֆենի թերթի՝ առանց կարերի փաթաթված կառուցվածքներ են։ Դրանք, հավանաբար, հայտնի ամենաամուր նյութերն են և ունեն գերազանց Էլեկտրական հաղորդականություն։ Խողովակների տրամագծերը կարող են կազմել ընդամենը մի քանի նանոմետր։ Ընդունված է ասել, որ դրանք չունեն դասական անալոգ։

Նանոխողովակների ձևավորման համար գրաֆենի թերթի վրա գծվում է այսպես կոչված փաթեթավորման վեկտոր՝ միացնելով գրաֆենային ցանցի երկու համարժեք բջիջներ, ինչպես պատկերված է Նկ. Հ4.4-ում։ Ապա փաթեթավորման

$$\boldsymbol{w} = n\boldsymbol{a}_1 + m\boldsymbol{a}_2 \equiv (n,m) \tag{24.9}$$

վեկտորի ծայրակետերից, որտեղ *n* -ը և *m* -ը, որոնք կոչվում են խիրիալության ինդեքսներ, կամայական ամբողջ թվեր են, տարվում են վեկտորին ուղղահայաց գծեր՝ ձևավորելով գրաֆենի վրա *w* լայնության ժապավեն։ Ապա այդ ժապավենն առանձնացվում է թերթից և փաթեթավորվում այնպես, որ *w* -ի ծայրակետերը համընկնեն։



Նկ. 24.4. Նանոիտղովակի կառուցման սխեման փաթեթավորման վեկտորի հենքի վրա (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.32):

Ստեղծվում է (*n,m*) գլանաձև նանոխողովակ։ Գլանի ստեղծման արդյունքում նրա շրջագծի (շրջանագծային հատման գծի) վրա հաստատվում է պարբերականության պահանջ՝

$$\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{w} = 2\pi \cdot l \,, \tag{24.10}$$

npտեղ l-ն ամբողջ թիվ է։ Պայմանի ձախակողմյան տեսքը հուշում է, որ հարմար է k-ն վերլուծել երկու բաղադրիչների՝ w -ին զուգահեռ, այսինքն՝ գլանի առանցքին ուղղահայաց k_{\perp} բաղադրիչի և w -ին ուղղահայաց, այսինքն՝ գլանի առանցքին զուգահեռ k_{\parallel} : (24.10) պայմանն այդ դեպքում որնէ սահմանափակում չի դնում գլանի առանցքով ուղղված k_{\parallel} բաղադրիչի հնարավոր արժեքների վրա (Բրիլյուենի առաջին գոտու՝ Նկ. 24.2-ում բերված սահմաններում), սակայն ասում է, որ առանցքին ուղղահայց k_{\perp} բաղադրիչը կարող է ունենալ միայն որոշակի դիսկրետ արժեքներ, որոշվող $k_{\perp} \cdot w = 2\pi \cdot l$ պայմանից։

Նկ. Հ4.2-ի գոտիական մեկնաբանմամբ դա նշանակում է, որ քվազիիմպուլսի k_x , k_y հարթության վրա թույլատրելի են միայն որոշակի գծերի վրա ընկած արժեքներ։ Գծերի դիրքերը կախված են նանոխողովակի ձևավորման (n,m) զույգի ընտրությունից։ Վերջինիս անալիտիկ քննարկմամբ, ինչը դուրս կթողնենք ներկայացումից, գրաֆենի (Հ4.7) դիսպերսիոն առնչությունը նանոխողովակի համար ներկայանում է

$$\varepsilon(k_{\Box}) = \alpha \pm \frac{3\beta a_0}{d} \sqrt{\left(l + \frac{n-m}{3}\right)^2 + \left(\frac{k_{\Box}d}{2}\right)^2}$$
(24.11)

տեսքով, որտեղ $d = w/\pi$ -ն նանոխողովակի տրամագիծն է։ Հետաքրքիր է, որ եթե n-m-ը երեքի վրա բաժանվող թիվ է, ապա նանոխողովակը մետաղական է, մյուս դեպքերում՝ կիսահաղորդիչ կամ մեկուսիչ՝ կախված արգելված գոտու լայնությունից։ Համապատասխան դիսպերսիոն կորերը բերված են Նկ. Հ4.6-ում։

Նկ. Հ4.3-ի պատկերացմամբ, եթե k -ի թույլատրելի արժեքների գծերն անցնում են գրաֆենի K կետերի վրայով (ինչի համար անհրաժեշտ է, որ n-m -ը բաժանվի 3 -ի), ապա ածխածնային նանոխողովակը կլինի հաղորդիչ։ Եթե ոչ, ինչպես պատկերված է Նկ. Հ4.6-ում $w = 2\sqrt{3}a_0\hat{x} + 6a_0\hat{y}$ դեպքում, ապա կլինի կիսահաղորդիչ կամ մեկուսիչ։

Խիրիալության ինդեքսների հիման վրա միաշերտ նանոխողովակները բաժանվում են երեք տիպի.



Նկ. 24.5. Մետաղական և կիսահաղորդչային դիսպերսիոն կորերի սխեմատիկ տեսքերը «զիզզագ» տիպի նանոխողովակի համար (Sե´ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.36):



Նկ. 24.6. Նանոխողովակի \mathbf{k} -ի թույլատրելի արժեքների գծերը k_x , k_y հարթության վրա չեն անցնում K կետերով, և նանոխողովակը ցուցաբերում է կիսահաղորդիչ/մեկուսիչ հատկություններ (Sե´u Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.35):

• *n* = *m* - «*puqqupnn*» *quud* «*uunuuluuqn*»,

- n = 0 «qhqquq»,
- $n \neq m$ «huhphul»:

Դրանք պատկերված են համապատասխանաբար Նկ. Հ4.7 - Նկ. Հ4.9-ում։

Ուղղակի չափումները հաստատում են ներկայացված բանաձևերից հետևող՝ արգելված գոտու լայնության հակադարձ համեմատականությունը նանոխողովակի տրամագծին և համեմատականության գործակցի թվային արժեքը։



Նկ. 24.7. «Բազկաթոռ» տիպի միաշերտ նանոխողովակի ձևագծումը և արտաքին տեսքը (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.33):



Նկ. 24.8. «Չիգզագ» տիպի միաշերտ նանոխաղովակի ձևագծումը և արտաքին տեսքը (Տե՛ս Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.33)։



Նկ. 24.9. «Խիրիալ» տիպի միաշերտ նանոխաղովակի ձևագծումը և արտաքին տեսքը (Sե´u Baldo M., Introduction to nanoelectronics, MIT Open Course, (2011), Fig. 6.33):

Պարզվում է, որ այդպիսի նանոխողովակներում երկու տեսակի հոսանքակիրներն էլ՝ էլեկտրոնները և խոռոչները, կարող են առկա լինել և ապահովել էլեկտրական հոսանքի առաջացումը։

Նման էլեկտրական հատկություններին՝ նանոխողովակների մեխանիկական հատկությունները ևս կարող են սերտորեն առնչվել գրաֆենի առանձին թերթի հետ։ Քանի որ գրաֆենի թերթը շատ կոշտ է հարթության մեջ ուղղություններում, ապա նման մեծ կոշտության գործակից պետք է սպասել նանոխողովակի առանցքի ուղղությամբ։ Պարզվել է նաև, որ, ի տարբերություն էլեկտրական հատկությունների, նանոխողովակի կոշտության գործակցի բաղադրիչները համարյա կախված չեն նանոխողովակի տրամագծից և խիրիալության ինդեքսների արժեքներից։ Կոշտության արժեքները մոտ են ադամանդի կամ գրաֆիտի թերթի արժեքներին և ավելի քան հինգ անգամ գերազանցում են պողպատի կոշտությանը։

Նանոխողովակների արձագանքը մեծ դեֆորմացիաներին ևս նշանակալի է։ Հայտնի առավել կոշտ նյութերում ձգվածությունները չեն հասնում 1%-ի, քանի որ առաջանում են դեֆեկտներ և ապա խզումներ։ Ածխածնային նանոխողովակների մոտ ձգման առաձգական դեֆորմացիաները հասնում են մինչև 15%-ի։ Համակցված կոշտության գործակցի մեծ արժեքներով՝ դեֆորմացիայի ուժերը 300-ից 400 անգամ գերազանցում են պողպատի հնարավորությունները։

Այսպիսով, ածխածնային նանոխողովակները ներկայացնում են նանոկառուցվածքների նոր դաս, ինչը տարբերվում է տրադիցիոն պինդմարմնային սարքերի ստրուկտուրայից։ Նանոխողովակները կարող են պատրաստվել հիմնական բնութագրերի, ներառյալ՝ էլեկտրոնային գոտիական սպեկտրի լավ վերահսկմամբ։ Կարող են պատրաստվել որպես կիսահաղորդիչներ, ինչպես էլեկտրոնային, այնպես էլ խոռոչային հաղորդականություններով։ Նրանք կարող են միացվել մետաղներին և իրականացնել ածխածնային նանոխողովակների հենքով էլեկտրոնային սարքերի պատրաստման տարբեր տեխնոլոգիական գործառույթներ։

Ածխածնային նանոխողովակների պատրաստման հնարավորությունից անմիջապես հետո հասկացվել է, որ ածխածնից բացի այլ էլեմենտներ ևս կարող են ծառայել նանոխողովակների պատրաստման համար, որ այն երկչափ անիզոտրոպ թաղանթային ստրուկտուրաների ընդհանուր հատկություն է։ Դրանք կոչվում են ոչ օրգանական նանոխողովակային ստրուկտուրաներ։ Օրինակներ են WS_2 , MoS_2 , V_2O_5 և BN նանոխողովակները (W-վոլֆրամ, S-ծծումբ, Mo-մոլիբդեն, V-վանադիում, O- թթվածին)։ Դրանց ուսումնասիրությունը պետք է որ բերի մի քանի հետաքրքիր երևույթների դիտման և տեխնոլոգիական կիրառությունների նանոէլեկտրոնիկայում։

Հ5. Լազերներ



Նկ. 25.1. Լազերի սխեմատիկ կառուցվածքը (Տե´ս Demtröder W., Atoms, Molecules and Photons, Springer, 2005, Fig. 8.1):

Հազերները կոհերենտ լույսի Ճառագայթման աղբյուրներ են՝ մեծաթիվ կիրառություններով։ Նրանց հիմնական երեք բաղադրիչներն են (Նկ. Հ5.1).

• Ակտիվ միջավայր, որտեղ սելեկտիվ անցումների միջոցով ստեղծվում է էներգետիկ մակարդակների գերբնակեցում (բնակեցվածության շրջում, ինվերսիա)։ Այն մեծապես տարբերվում է $n(E) \propto e^{-E/k_B T}$ բոլցմանյան ջերմային հավասարակշիռ բաշխումից։ Էներգիայի մղիչ (բռնկման լամպ, գազային պարպիչ, էլեկտրական հոսանք և այլն), որն ստեղծում է բնակեցվածության ինվերսիան։

 Օպտիկական ռեզոնատոր, որը պահեստավորում է ակտիվ միջավայրի ֆլուրեսցենցիան ձառագայթման դաշտի մի քանի հաձախությունների (մոդերի) վրա։ Արդյունքում այս մոդերի վրա ինդուկցված ձառագայթումը դառնում է շատ ավելի ինտենսիվ, քան սպոնտան ժառագայթումը։ Օպտիկական ռեզոնատորի անդրադարձման մեծ գործակից ունեցող հայելիները, անդրադարձնելով ձառագայթումը դեպի ակտիվ միջավայր, ստեղծում են շատանգամյա ետ ու առաջ անցումներ նրանում և կորուստները գերազանցող ստիպողական ձառագայթման միջոցով իրականացնում լույսի ինտենսիվության խիստ մեծացում։



Նկ. 25.2. Լազերի ակտիվ միջավայրի էներգետիկ մակարդակների սիսեման (Տե´ս Demtröder W., Atoms, Molecules and Photons, Springer, 2005, Fig. 8.9):

Գերբնակեցվածություն ստեղծելու ընդունված սխեմաներից մեկը բերված է Նկ. Հ5.2-ում։ Հազերային գեներացիայի համար ինվերսիա ստեղծվում է գրգռված՝ 2 -ի համեմատ շատ ավելի երկարակյաց 3 և հիմնական 1 վիձակների միջն։ Դրա համար մղման աղբյուրի կողմից բնակեցվում է 2 մակարդակը (մակարդակների խումբը), ինչն արագորեն ($10^{-10} - 10^{-11}$ վայրկյանի ընթացքում) ոչ ռադիացիոն ձանապարհով ռելաքսացվում է ցանկալի 3 մակարդակ։ Ռելաքսացման էներգիան տատանումների տեսքով հաղորդվում է ակտիվ միջավայրին՝ տաքացնելով այն։

Մղման էներգիան կարող է փոխանցվել ակտիվ ատոմներին իմպուլսային (օրինակ՝ բռնկման լամպերի միջոցով) կամ անընդհատ ռեժիմներով (օրինակ՝ գազային պարպիչների միջոցով)։ Լազերի Ճառագայթումը համապատասխանաբար ի հայտ կգա առաջին դեպքում իմպուլսների, երկրորդ դեպքում՝ անընդհատ Ճառագայթման տեսքով։ Նկ. Հ5.3-ում բերված է բռնկման լամպի միջոցով լազերային մղման կառուցվածքը երկու տարբեր երկրաչափությունների դեպքում։



Նկ. 25.3. Ռուբինային լազերի բռնկման լամպերի հնարավոր կոնֆիգուրացիաներ՝ a) գծային՝ Էլիպտիկ լայնական հատույթով անդրադարձնող խցիկով և b) պարուրաձև (Տե´ս Demtröder W., Atoms, Molecules and Photons, Springer, 2005, Fig. 8.10):

Նկատենք, որ առաջինում լամպի և միջավայրի լայնական հատույթների կենտրոնները գտնվում են էլիպսի երկու ֆոկուսներում։ Լամպի սնուցումը կատարվում է կոնդենսատորային աղբյուրից մի քանի միլիվայրկյան տևողությամբ։ Լազերային ելքային Ճառագայթումը մեծաթիվ միկրովայրկյանային իմպուլսների փաթեթ է՝ ընդհանուր տևողությունը մոտ մեկ կարգով պակաս մղման ժամանակից։

Երկրորդ բնութագրական օրինակը հելիում-նեոնային (He-Ne) առավել լայն տարածում գտած գազային անընդհատ լազերն է։ Կառուցվածքը բերված է Նկ. Հ5.4-ում։



Ակտիվ միջավայրի մղման մեխանիզմն այստեղ ապակե խողովակում գազի ստացիոնար պարպման պայմաններում հելիումի և նեոնի ատոմների գրգռումն է էլեկտրոնների ոչ առաձգական բախումների հետևանքով։ Աշխատանքային են հելիումի ատոմի երկու մետաստաբիլ մակարդակները՝ կապված հիմնական մակարդակի հետ։ Հիմնականում միջավայրի նոսրության պատՃառով ուժեղացման գործակիցը փոքր է, և լազերային գեներացիայի համար հարկ է լինում բարձրացնել ռեզոնատորի հայելիների անդրադարձման գործակիցը՝ Ճառագայթի անցումների թիվը միջավայրով մեծացնելու համար։ Խուլ հայելու անդրադարձման գործակիցը 99.99% է։ Նկատենք, որ ալյումինե ծածկույթով կենցաղային հայելիների մոտ այն մոտ 70% է։

Oպտիկական ռեզոնատորներում մոնոքրոմատիկ լույսի կոհերենտության հետևանքով տեղի է ունենում ինտերֆերենցիա, ինչի արդյունքում միայն որոշակի ալիքի երկարության ալիքներ (մոդեր) կարող են պահպանվել ռեզոնատորում։ Դա նշանակում է, որ ակտիվ միջավայրի ձառագայթած ալիքի երկարությունը պետք է անպայմանորեն համընկնի ակտիվ միջավայրը ներառող ռեզոնատորի մոդերից մեկի կամ սպեկտրի դեպքում՝ հարևան մի քանիսի հետ։ Ի դեպ, փակ (եռաչափ) ռեզոնատորներում մոդերի խտությունը շատ մեծ է, և ատոմական անցման սպոնտան ձառագայթման գծի լայնության վրա տեղավորվում են ոչ թե մի քանի, այլ շատ մեծ թվով մոդեր։ Դա նշանակում է, որ փակ ռեզոնատորում գրգռված ատոմների սպոնտան ձառագայթումը բաշխվում է շատ մոդերի վրա, ինչի արդյունքում ֆոտոնների միջին թիվը մեկ մոդայի վրա փոքր է լինում, իսկ փոքրաթիվ ֆոտոններով ինդուկտվող ձառագայթման ուժեղացումը փոքր է լինում սխեմայում անպայմանորենորեն գոյություն ունեցող կորուստներից։ Հազերային կոհերենտ և ինտենսիվ ձառագայթումը դառնում է անհնար։

Տվյալ մոդում հավաքվող էներգիայի և կորսվող էներգիայի հարաբերակցությունը կոչվում է ռեզոնատորի բարորակություն և սովորաբար նշանակվում *Q* տառով։ Կարելի է վերաշարադրել վերևում ասվածը, որ փակ ռեզոնատորի բարորակությունը լոկալիզացված և բավարար բարձր չէ լազերային գեներացիա ստանալու համար։ Այս պայմանին կարող են բավարարել բաց (միաչափ) ռեզոնատորները։

Օպտիկական ռեզոնատորից դուրս եկող Ճառագայթի (Նկ. Հ5.5) մոդային կառուցվածքը նկարագրվում է լայնական և երկայնական բաղադրիչներով։



Նկ. 25.5. Լազերային հարթ ռեզոնատորը և ելքային Ճառագայթը (Տե´ս Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 4.11):



Հայնական մոդերը նկարագրում են էլեկտրական դաշտի

$$E_{mn}\left(x,y\right) = E_0 H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right) \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w^2}\right),\tag{25.1}$$

բաշխումը Ճառագայթի (x, y) լայնական հարթության մեջ, որտեղ w -ն Ճառագայթի վզիկի պարամետրն է, որը որոշում է փնջի չափերը, H_m -ը և H_n -ը Հերմիտի m և n կարգի բազմանդամներն են։ Դրանք ընդունված է անվանել TEM_{mn} մոդաներ։ Դրանցից առաջին մի քանիսը պատկերված են Նկ. Հ4.6-ում։ Առավել կարևոր է TEM_{00} մոդը, որն ունի

Չարլզ Հերմիտ

գաուսյան շառավղային բաշխում՝

$$E_{00}(x, y) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right),$$
 (25.2)

և կարող է ֆոկուսացվել տեսականորեն թույլատրելի ամենափոքր չափերում։



Նկ. 2.5.6. (a). (b). TEM₀₀ մոդի ինտենսիվության բաշխումը, որն ունի գաուսյան տեսք (Fox M., A Student Guide to Atomic Physics: PHY332 Atomic and Laser Physics, 2019, Fig. F.2):



Երկայնական մոդերը որոշում են Ճառագայթման սպեկտրը։ Հազերային ռեզոնատորից դուրս եկող ալիքները ռեզոնատորի ներսում կանգուն ալիքներ են, ինչպես պատկերված է Նկ. Հ5.5-ում։ Կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիայի արդյունքում թույլատրվող λ ալիքի երկարությունները ռեզոնատորում պետք է բավարարեն

$$L = N \cdot \frac{\lambda}{2}, \ N = 1, 2, 3, \dots$$

պայմանին։ Այստեղ ամենակարևորը հարևան հաձախությունների միջև

Կառլ Գաուս

 $\Delta v_{mode} = \frac{c}{2n_{medium}L}$

հեռավորությունն է։

Ի հավելումն, ռեզոնատորային հաձախությունները պետք է ընկած լինեն նաև ակտիվ ատոմների ուժեղացման գծի լայնության սահմաններում։ Այստեղ առկա են մի քանի հնարավորություններ՝ միամոդ, բազմամոդ և մոդերի սինխրոնիզացմամբ։ Դրանք սեղմ մեկնաբանված են Նկ. Հ5.7-ում։ Բազմամոդ ռեժիմում մոդերն աշխատանքի ընթացքում ունեն պատահական փուլեր իրար նկատմամբ, գործում են ըստ էության իրարից անկախ։ Մոդերի սինխրոնիզացման ռեժիմում նորից ուժեղացման գծի սահմաններում առկա են մեկից էապես մեծ թվով մոդեր, բայց նրանց փուլերը ինչ-ինչ մեթոդներով դարձվում են համաձայնեցված։



Նկ. Հ5.7. Լազերային բազմամող, միամոդ և մոդերի սինխրոնացմամբ ռեժիմները (Fox M., A Student Guide to Atomic Physics: PHY332 Atomic and Laser Physics, 2019, Fig. F.3):

Ռեզոնատորի ներսում մոդերը վերադրվում են իրար կոհերենտ, ինչի արդյունքում արդյունարար դաշտը ձեռք է բերում պարբերաբար կրկնվող կարձ իմպուլսների հաջորդականության տեսք։ Յույց տանք այս պարզ օրինաչափությունը՝ ենթադրելով, որ գծի լայնության մեջ տեղակայված N թվով մոդերը խստիվ կոհերենտ են.

$$E(t) = e^{i\phi_0} \sum_{m=-(N-1)/2}^{m=(N-1)/2} E_m \exp((\omega_0 + m\pi c/L)t) = e^{i\phi_0} e^{i\omega_0 t} \sum_{m=-(N-1)/2}^{m=(N-1)/2} E_m \exp((m\pi c/L)t),$$

 ω_0 -ով նշանակված է կենտրոնական հաձախությունը։ Հակիրձության համար համարենք բոլոր մոդերի ամպլիտուդներն իրար հավասար՝ $E_m = E_0$ ։ Գումարն այդ դեպքում պարզ երկրաչափական պրոգրեսիա է, ինչի արդյունքում ստանում ենք

$$E(t) = e^{i\phi_0} E_0 \frac{\sin N\pi ct/2L}{\sin \pi ct/2L}$$

 $N \gg 1$ դեպքում այն ունի ուժեղ արտահայտված մաքսիմում, երբ t-ն 2L/c-ի պատիկն է։

Հազերի աշխատանքի համապատասխան պատկերը բերված է Նկ. Հ5.8-ում։ Իմպուլսների պիկային հզորությունը համեմատական է N^2 -ուն, առանձին իմպուլսի տևողությունը հավադարձ, իսկ էներգիան ուղիղ համեմատական է N -ին։



Նկ. 25.8. Մոդերի սինխրոնիզացմամբ լազերային իմպուլսները (Տե´ս Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford, University Press, 2006, Fig. 4.13):

Դա նշանակում է, որ գերկարձ և մեծ ինտենսիվություններով ու էներգիաներով իմպուլսների ձևավորման համար անհրաժեշտ է ուժեղացման գծի մեծ լայնություն ունեցող ակտիվ միջավայր։ Գազային լազերներն այդ իմաստով հարմար թեկնածուներ չեն, քանի որ, մշակված լինելով սպեկտրոսկոպիկ կիրառությունների համար, օժտված են ուժեղացման գծի փոքր լայնությամբ։ HeNe -ային լազերի իմպուլսները, օրինակ, ունեն առնվազն 0.1 նանովայրկյան տևողություններ։

Հավագույն արդյունքներ ձեռք են բերվել վերալարվող համախության լազերներում, ինչպիսիք են ներկանյութային (dye) կամ տիտանի խառնուրդով սապֆիրային (Ti:sapphire) լազերները։ Վերջինիս ուժեղացման գծի լայնությունը մոտավորապես 10¹⁴ Հերց է, և մոդերի սինխրոնիզացման ռեժիմում լազերային իմպուլսների տևողությունները 100 ֆեմտովայրկյանից կարմ են։ Երբ օգտագործվում է բյուրեղի ուժեղացման գծի ամբողջ լայնությունը, ապա ստացվում են 1 ֆեմտովայրկյանից կարմ իմպուլսներ։

Հազերային Ճառագայթման լույսն օժտված է տարածական և ժամանակային բարձր աստիՃանի կոհերենտություններով։ Տարածական կոհերենտությունն առնչվում է փնջի լայնական հատույթի երկայնքով ֆազային համասեռությանը։ Հավ ձևակերպված լայնական մոդում օպտիկական փուլը լայնական հատույթում պետք է լինի հաստատուն։ Տարածական կոհերենտությունը լինում է շատ բարձր, երբ լազերն աշխատում է միամոդ ռեժիմում։

Ժամանակային կոհերենտությունը վերաբերում է ժամանակաընթացքին, որում փուլը մնում է հաստատուն։ Ընդհանուր դեպքում կոհերենտության t_c ժամանակը որոշվում է սպեկտրալ $\Delta \nu$ լայնությամբ՝ համաձայն

$$t_c \propto \frac{1}{\Delta v}$$

օրինաչափության։ Համարժեք սահմանվում է նաև կոհերենտության երկարությունը՝

$$l_c \equiv c t_c \propto \frac{c}{\Delta v}$$
:

Հուսային որոշ աղբյուրների կոհերենտության երկարությունները բերված են աղյուսակում։ Թվերը բացատրում են, թե ինչու շատ ավելի հեշտ է ինտերֆերենցիոն պատկերներ ստանալ լազերով, քան աղեղնային լամպով։

| Source | Δu (hg) | t _c (վրկ) | l_c |
|--------------------------|--------------------|----------------------|-------|
| Նատրիումի աղեղնային լամպ | $5 \cdot 10^{11}$ | $2 \cdot 10^{-12}$ | 0.6 |
| HeNe բազմամոդ լազեր | $1.5 \cdot 10^{9}$ | $6 \cdot 10^{-10}$ | 20 uứ |
| HeNe միամոդ լազեր | $1 \cdot 10^{6}$ | 10^{-6} | 300 ư |

Եթե ինտերֆերոմետրի բազուկների տարբերությունը գերազանցում է l_c -ն, ապա ինտերֆերենցիոն պատկեր չի ձևավորվում։ HeNe միամոդ լազերի դեպքում բազուկների տարբերությունը կարող է հասնել 300 մետրի, իսկ ինտերֆերենցիոն պատկերը դեռ կպահպանվի։

Կոհերենտության մեծ երկարություններն օգտագործվում են հոլոգրաֆիայում և ինտերֆերոմետրիայում։

Հ6. Օպտիկական ուժեր

Ուժի հասկացության օպտիկական դաշտերի մեխանիկական ազդեցությունը քննարկելու համար կիրառելի է այնքանով, որքանով ատոմի ծանրության կենտրոնի Դե Բրոյլի ալիքի երկարությունը էապես փոքր է միջատոմական հեռավորություններից։ Այս պայմանը վստահաբար կիրառելի է մինչև մի քանի Կելվին ջերմաստիձաններ։ Ավելի ցածր ջերմաստիձաններում, որոնք ներկայումս ստացվում են լազերային ձառագայթման հետ փոխազդեցության ձանապարհով, ուժի հասկացությունն օգտագործվում է ինչ-որ իմաստով պայմանական, իսկ հաձախ էլ հարկ է լինում մնալ իմպուլսի պահպանման օրենքի սահմաններում։

Լազերային դաշտերն ատոմների վրա ազդում են ինչպես կոնսերվատիվ, այնպես էլ ոչ կոնսերվատիվ (դիսիպատիվ) ուժերով։ Կոնսերվատիվ ուժերի ազդեցությամբ ատոմների ջերմաստիձանն իհարկե չի կարող իջեցվել (կամ բարձրացվել), սակայն այդ ուժերն ունեն ձանաչողական մեծ արժեք և կիրառությունների լայն դաշտ, այնպես որ քննարկումը կսկսենք դրանցից։ Ատոմում էլեկտրոնները գտնվում են կապված վիձակում, և լույսի ազդեցությունը նրանց վրա առավել պարզ կարող է դիտվել որպես ռեզոնանսային փոխազդեցություն ոչ բևեռային դիպոլի հետ (ազատ ատոմի դիպոլային մոմենտը հավասար է զրոյի)։ Լուսաինդուկցած d դիպոլային մոմենտը ժամանակի ընթացքում փոխվում է լուսային ալիքի E էլեկտրական դաշտին համեմատական՝ $d(t) \propto E(t)$ ։ Դաշտի փոփոխությունն ուղեկցվում է դիպոլի համատակտ փոփոխությամբ, ինչի արդյունքում ատոմի փոխազդեցության V = -dE պոտենցիալ էներգիայի ժամանակային միջինը տարածության յուրաքանչյուր կետում մնում է նույնը, սակայն ընդհանուր դեպքում փոխվում է կետից կետ անցնելիս։ Ուրեմն, տարածական գրադիենտ ունեցող լուսային ալիքի դաշտում ատոմի վրա ազդում է զրոյից տարբեր և ռեզոնանսային բնույթի ուժ, որի ուղղությունը, ի դեպ, կախված է լինում ռեզոնանսի Δ ապալարքի նշանից։

Խնդիրը քննարկվում է Շրեդինգերի հավասարման հիման վրա, որի Համիլտոնյանը լրացվում է ատոմի ծանրության կենտրոնի կինետիկ էներգիայի օպերատորով՝ տալով

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t, \boldsymbol{r})}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2 + \hat{H}_0 - \hat{\boldsymbol{d}} \boldsymbol{E}\right)\Psi(t, \boldsymbol{r})$$
(26.1)

հավասարումը։ Այստեղ r -ը օպտիկական էլեկտրոնի շառավիղ-վեկտորն է քննարկվող լաբորատոր համակարգում։ Ներկայացնենք այն որպես ատոմի զանգվածների կենտրոնի և զանգվածների կենտրոնի նկատմամբ էլեկտրոնի շառավիղ վեկտորների գումար ($r = R + \rho$)։ Դիպոլային մոտավորությամբ՝ $k \cdot p \ll 1$, ինչը ենթադրված է (Հ6.1)-ում, \hat{d} դիպոլային մոմենտն օպերատոր է՝ ըստ ρ փոփոխականի, իսկ օպտիկական դաշտի E լարվածության համար r -ը կարելի է փոխարինել R -ով։ Արդյունքում (Հ6.1)-ը ստանում է

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\rho})}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial \boldsymbol{R}^2} + \hat{H}_0(\boldsymbol{\rho}) - \hat{\boldsymbol{d}}(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{E}(t, \boldsymbol{R})\right)\Psi(t, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\rho})$$
(26.2)

բացահայտ տեսքը։ Մոտարկումը թույլ է տալիս զանգվածների կենտրոնի համար ստանալ հավասարումների համակարգ, որում որպես գործակիցներ հանդես են գալիս ազատ ատոմի բնութագրիչ հանդիսացող դիպոլային մոմենտի մատրիցական էլեմենտները։ Հավասարման լուծման համար իրականացնում ենք քայլերի նույն հերթականությունը, ինչը մանրամասն ներկայացվել է § 8 -ում ատոմի հիմնական և գրգռված վիձակների հավանականային ամպլիտուդների (8.13) և (8.14) ժամանակային հավասարումների ստացման ժամանակ։ Ատոմի լրիվ ալիքային ֆունկցիան, ինչպես և (8.6)-ում, վերլուծում ենք ըստ ատոմի ներքին երկու վիձակների $\varphi_1(\rho)$ և $\varphi_2(\rho)$ ալիքային ֆունկցիաների՝

$$\Psi(t, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1,2} C_i(t, \boldsymbol{R}) \varphi_i(\boldsymbol{\rho}):$$
(26.3)

Այստեղ նորությունը (8.6)-ի նկատմամբ այն է , որ $C_i(t, \mathbf{R})$, i = 1, 2 գործակիցները, ի հավելումն t ժամանակի, կախված են ատոմի զանգվածների կենտրոնի \mathbf{R} շառավիղ-վեկտորից։ Իր սկզբունքային կարևորությունը պահպանում է նաև այդ գործակիցների ֆիզիկական մեկնաբանությունը, այն է՝ $C_1(t, \mathbf{R})$ -ը ($C_2(t, \mathbf{R})$ -ը) հավանականային ամպլիտուդն է այն բանի, որ ժամանակի t պահին ատոմի զանգվածների կենտրոնի շառավիղ վեկտորը կլինի \mathbf{R} կետում, և միաժամանակ ներքին վիձակում ատոմը կգտնվի հիմնական (գրգռված) էներգետիկ մակարդակում։ Այլ կերպ, դրանցից առաջինը ատոմի համընթաց շարժման ալիքային ֆունկցիան է պայմանով, որ ատոմը գտնվում է ներքին վիձակի հիմնական, իսկ երկրորդը՝ գրգռված էներգետիկ մակարդակում։

Հաջորդ քայլում (Հ6.3) ալիքային ֆունկցիան տեղադրվում է (Հ6.2) հավասարման մեջ և կատարվում ստանդարտ գործողությունները, այն է՝ բազմապատկվում է ձախից նախ $\varphi_1(\rho)$ -ի, ապա $\varphi_2(\rho)$ -ի կոմպլեքս համալույծ ֆունկցիաներով և յուրաքանչյուր դեպքում ինտեգրվում ըստ ատոմի ծավալի (ρ փոփոխականի՝ անվերջ սահմաններում)։ Արդյունքում ատոմի զանգվածների կենտրոնի տարածաժամանակային էվոլյուցիայի համար ստանում ենք հետևյալ հավասարումների համակարգը՝

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2\right)c_1(t,\boldsymbol{r}) = -\boldsymbol{d}_{12}^*\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{0}}^*(t,\boldsymbol{r})e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}c_2(t,\boldsymbol{r}), \qquad (26.4a)$$

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2 + \hbar\Delta\right)c_2(t,\boldsymbol{r}) = -\boldsymbol{d}_{mn}\boldsymbol{E}_0(t,\boldsymbol{r})e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} c_1(t,\boldsymbol{r}) , \qquad (26.4b)$$

որտեղ

$$c_2 = C_2 e^{i\Delta t} e^{iE_2 t/\hbar} , \ c_1 = C_1 e^{iE_1 t/\hbar}$$
 (26.5)

 $E_0(t,r)$ -ն դաշտի դանդաղ փոփոխվող ամպլիտուդն է, և հավասարումներում արդեն hoփոփոխականի բացակայության պայմաններում հարմար ենք գտել կատարել R o r վերանվանումը։

Ատոմում ներքին ազատության աստիձանի առկայությունն ի հայտ է գալիս համապատասխան թվով, ներկա դեպքում երկու, փոխհամակցված հավասարումների ձևավորմամբ։ Դրանք ո՛չ առանձին-առանձին, ո՛չ էլ միասին չունեն Շրեդինգերի հավասարման տեսքը։ Դա նշանակում է, որ ատոմի ծանրության կենտրոնի շարժման համար պրոբլեմային է պոտենցիալ էներգիայի հասկացություն մտցնելը, և դրան խանգարում է ատոմի ներքին կառուցվածք ունենալու հանգամանքը։ Ընդհանուր դեպքում խաթարված է պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունն անգամ ներքին վիձակներից յուրաքանչյուրի համար։ Որոշ սահմանային պայմաններում հնարավոր է լինում, այնուամենայնիվ, պահպանել պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունն ատոմի առանձին էներգետիկ մակարդակի համար՝ տանելով զուգահեռներ լայնորեն հայտնի Շտերնի ու Գերլախի փորձի հետ, որտեղ մագնիսական դաշտի ազդեցությունը, լինելով տարբեր սպինի տարբեր պրոյեկցիաների վրա, բերում է դրանց համընթաց շարժման տարածական տարանջատման։



Օտտո Շտերն



Վալտեր Գերլախ

Նման տարանջատում ըստ ներքին վիձակների տեղի է ունենում նաև լազերային ձառագայթման դաշտում շարժվող ատոմների համար և անալոգիայի հիման վրա կոչվում է Շտերնի և Գերլախի օպտիկական էֆեկտ։

Վերադառնանք (Հ6.4a) և (Հ6.4b) հավասարումների համակարգին և ներկայացնենք պայմանները, որոնց դեպքում պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունն ատոմի համընթաց շարժման համար կարող է լինել օրինական։ Դրանք նաև պրակտիկ կարևորության պայմաններ են։

Գրադիենտային ուժ։ Լազերային լույսի հետ ատոմի փոխազդեցության կոհերենտությունն ապահովելու պարզագույն ձանապարհը ռեզոնանսի Δ ապալարքի մեծ արժեքների ընտրությունն է, որոնք մեծապես գերազանցում են օպտիկական անցման γ համասեռ, ինչպես նաև ատոմի շարժման և դաշտի ամպլիտուդի հնարավոր տարածաժամանակային փոփոխությունների արդյունքում առաջացող $\delta \omega$ անհամասեռ լայնացումները։ Էներգիայի պահպանման օրենքն այս դեպքում ասում է, որ օպտիկական անցումներն ատոմի էներգետիկ մակարդակների միջև վիրտուալ են, և ատոմը, մնալով նույն էներգետիկ մակարդակում, պոտենցիալ էներգիայի հասկացությունը դարձնում է նրա համար կիրառելի։

Իսկապես, նշված պայմաններում Δ ապալարքը մեծ է այնքան, որ (Հ6.4b)-ի ձախակողմյան փակագծում առաջին երկու անդամները կարելի է լինում արհամարհել $\hbar \Delta$ անդամի նկատմամբ։ Ստացվող

$$c_{2}(t,\boldsymbol{r}) = -\frac{\boldsymbol{d}_{12}\boldsymbol{E}_{0}(t,\boldsymbol{r})}{\hbar\Delta} e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} c_{1}(t,\boldsymbol{r}), \qquad (26.6)$$

հանրահաշվական հավասարման տեղադրումով (Հ6.4a)-ն ձևափոխվում և ձեռք է բերում

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M}\nabla^2 - \frac{\left|\boldsymbol{d}_{12}\right|^2 \left|\boldsymbol{E}_0(t,\boldsymbol{r})\right|^2}{\hbar\Delta}\right)c_1(t,\boldsymbol{r}) = 0$$
(26.7)

տեսքը, ինչը Շրեդինգերի հավասարում է *c*₁(*t*,*r*) ամպլիտուդ-ֆունկցիայի համար։ Եվ ուրեմն, փոխազդեցությունը ներկայացնող

$$U_{int}(t, \mathbf{r}) = \frac{|\mathbf{d}_{12}|^2 |\mathbf{E}_0(t, \mathbf{r})|^2}{\hbar \Delta}$$
(26.8)

անդամը, ուղիղ համեմատական դաշտի ինտենսիվությանը և հակադարձ համեմատական ռեզոնանսի ապալարքին, հենց հանդիսանում է ատոմի պոտենցիալ էներգիա քննարկվող պայմանների համար։ Հարկ է նաև նկատի ունենալ, որ ռեզոնանսի ապալարքի նշանը փոխելիս պոտենցիալ էներգիան փոխում է իր նշանը։

Քվազիդասական մոտարկմամբ կարելի է մտցնել նաև ուժի հասակացություն`

$$\boldsymbol{F}_{g}(\boldsymbol{r}) = -\operatorname{grad}\left(\boldsymbol{U}_{int}(\boldsymbol{r})\right) = -\frac{\left|\boldsymbol{d}_{12}\right|^{2}}{\hbar\Delta}\operatorname{grad}\left(\left|\boldsymbol{E}_{0}(\boldsymbol{r})\right|^{2}\right):$$
(26.9)

 \boldsymbol{E}_0 *դեպքը։* Եթե ալիքի ամպլիտուդը կախված ۶Ł Հարթ ųшqnn ալիքի կոորդինատներից, ապա ատոմի (Հ8.8) պոտենցիալ էներգիան հաստատուն է ամբողջ տարածության մեջ, nι ատոմի ծանրության կենտրոնի վրա, համաձայն (26.9)-h, պոտենցիալային ուժ չի ազդում։



Գուրգեն Ասկարյան

ների հայտնագործումը։

Իրականում լուսային փնջերն ունեն վերջավոր լայնական չափեր, ուրեմն նաև ինտենսիվության գրադիենտ լայնական ուղղությամբ։ Հաձախ ի հաշիվ վերջավոր տևողությունների կամ ֆոկուսացումների՝ լուսային փնջերն ունենում են նաև երկայնական գրադիենտ։ Այնպես որ լուսային փնջերում ատոմների (մոլեկուլների, թափանցիկ միկրոմասնիկների) վրա մշտապես ազդում են գրադիենտային ուժեր՝ հիմնականում ուղղված փնջի լայնական ուղղությամբ կա՛մ դեպի առանցքը, կա՛մ առանցքից հեռացող ուղղությամբ։ Վերջինս կախված է ինչպես ինտենսիվության գրադիենտի ուղղությունից, այնպես էլ ռեզոնանսի Δ ապալարքի նշանից։ Անհամասեռ լուսային դաշտերում գրադիենտային ուժի առկայությունը տեսականորեն

Եթե փնջի ինտենսիվությունն առավելագույնն է առանցքի վրա, ինչպես լինում է սովորաբար, ապա ուժն ուղղված կլինի դեպի առանցք ռեզոնանսի բացասական ապալարքերի դեպքում, երբ լույսի ա հաձախությունը փոքր է ատոմի օպտիկական անցման ա₀ հաձախությունից։ Փնջի լայնական հատույթում հայտնված և լայնական շարժման բավականաչափ փոքր կինետիկ էներգիայով օժտված ատոմներն այս դեպքում խտանում են դեպի կենտրոն և փոխազդեցության երկար ժամանակների դեպքում կատարում տատանողական շարժում առանցքի նկատմամբ։ Շփման կամ դիմադրության ուժերի առկայության պայմաններում տատանողական շարժումներն աստիձանաբար մարում են, և ատոմները կուտակվում են լուսային փնջի առանցքի վրա։

Այս երևույթի առավել կարևոր կիրառություններից մեկը կապված է այն դեպքի հետ, երբ ղեկավարող լուսային փունջն ինքը կոշտ ֆոկուսացված է։ Այստեղ լայնական ու երկայնական գրադիենտային ուժերը, լինելով նույն կարգի, հավաքում են ատոմներին ֆոկուսի շուրջ տարածական շատ փոքր տիրույթում, որի գծային չափերը լույսի ալիքի երկարության՝ 10^{-4} սմ-ի կարգի են։ Լուսային փնջի ֆոկուսային տիրույթում առաջանում է օպտիկական ուժերի պոտենցիալային հոր, ուր գերվում են ատոմները, ընդհանուր դեպքում՝ միկրոմասնիկները։ Ֆոկուսացման դիրքի շարժումով կարելի է լինում տեղափոխել գերված ատոմներին և տեղակայել նախապես որոշված և հետաքրքրություն ներկայացնող տեղերում, ներառյալ՝ մակրոմոլեկուլների այս կամ այն տեղամասը։ Այսպիսի սխեման ընդունված է անվանել օպտիկական պինցետ։



Նկ. 26.1. Ֆոկուսացված լազերային Ճառագայթի կողմից գրադիենտային համազոր ուժի սիսեմատիկ առաջացումը ալիքի երկարությունից մեծ չափերով մասնիկի վրա (Տե՛ս <u>https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=10774</u>):

Oպտիկական պինցետները դարձել են հզոր գործիք ֆիզիկայում և կենսաբանությունում՝ առանձին ատոմներից մինչև 10^{-4} սմ օբյեկտների վրա առանց մեխանիկական կոնտակտի գործառույթներ կատարելու համար։ Oրինակ, կենսաբանական օբյեկտներից բակտերիաները, բջիջները կամ բջջային արգասիքները, փոքր փորձանմուշները կարող են պահվել, շարժվել կամ պտտվել մի քանի պիկոնյուտոն ուժերի ազդեցության տակ։ Կենսաբանական կիրառություններում ձառագայթային վնասումները հնարավորինս կանխարգելելու համար, ինչն ակտիվ քննարկումների առարկա է ներկայումս, օգտագործվող լազերային ձառագայթման ալիքի երկարությունն ընտրվում է մոտ ինֆրակարմիր (700-1100 նանոմետր) տիրույթում։ Առավել հիմնարար ոլորտներն այստեղ մոլեկուլային շարժիչներն են ու ԴՆԹ-ի կառուցվածքային հատկությունները։

Եթե ռեզոնանսի ապալարքը դրական է ($\omega > \omega_0$), ապա գրադիենտային ուժն ուղղված է առանցքից հեռացող ուղղությամբ, և օգտագործվում է գազային միջավայրի տվյալ տիրույթը ատոմներից ազատելու համար։ Ավելացնենք նաև, որ լազերային ինտենսիվությունների դեպքում օպտիկական գրադիենտային ուժերը մեծապես գերազանցում են ատոմների ծանրության ուժերը, ինչը թույլ է տալիս համեմատաբար հեշտորեն ղեկավարել ատոմների և մոլեկուլների դինամիկան իրական փորձարարական պայմաններում։

Հանդիպակաց հարթ ալիքների դեպքը։ Հանդիպակաց ալիքների դեպքում դաշտի լարվածությունը տրվում է

$$\boldsymbol{E} = \left(\boldsymbol{E}_{01} \mathrm{e}^{ik\,z} + \boldsymbol{E}_{02} \mathrm{e}^{-ik\,z}\right) \mathrm{e}^{-i\,\omega t} + \left(\boldsymbol{E}_{01}^* \mathrm{e}^{-ik\,z} + \boldsymbol{E}_{02}^* \mathrm{e}^{ik\,z}\right) \mathrm{e}^{i\,\omega t} \tag{26.10}$$

բանաձևով, որտեղ z առանցքն ուղղված է ալիքների տարածման գծի երկայնքով։ Պարզության համար, ենթադրելով E_{01} և E_{02} ամպլիտուդներն իրական, կունենանք

$$U_{int}(t,\mathbf{r}) = \frac{\left|\mathbf{d}_{12}\right|^2}{\hbar\Delta} \left(E_{01}^2(t) + E_{02}^2(t) + 2E_{01}(t) E_{02}(t) \cos 2kz \right),$$
(26.11)

և համապատասխանաբար

$$F_{g}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_{z} \frac{4 |\mathbf{d}_{mn}|^{2} E_{01} E_{02}}{\hbar \Delta} \mathbf{k} \sin 2kz : \qquad (26.12)$$

Հանդիպակաց ալիքների էլեկտրական դաշտը ռեզոնանսից հեռու պայմաններում ատոմի ծանրության կենտրոնի համար ստեղծում է պարբերական պոտենցիալ (Նկ. Հ6.2), որի տարածական պարբերությունը հավասար է ալիքի երկարության կեսին։ Ուժն ունի պոտենցիալ էներգիայի պարբերությունը և ուղղված է ալիքների տարածման գծի երկայնքով։ Հավասար՝ $E_{01} = E_{02}$ ամպլիտուդներով հանդիպակաց ալիքների դաշտը հայտնի է որպես կանգուն ալիք։ Այն դաշտի տված միջին ինտենսիվության դեպքում ապահովում է պոտենցիալ էներգիայի մոդուլացման առավելագույն խորությունը պոտենցիալ էներգիայի զրոյական արժեքներով հանգույցներում և միջին ինտենսիվության կրկնապատիկը՝ փովածքներում։



Նկ. 26.2. Հանդիպակաց ալիքների կողմից ատոմի համար պարբերական պոտենցիալի առաջացման սխեման (Տե´ս Ultracold atoms in optical lattices, Fig. 1.2):

Հանդիպակաց ալիքների պարբերական պոտենցիալը ներկայումս լայնորեն օգտագործվում է ատոմական ինտերֆերոմետրերում, քվանտային համակարգիչներում և կառուցվածքային մասնիկների քվանտային թունելացման հետազոտական աշխատանքներում։

Առանց ապացուցման՝ ավելացնենք, որ վերին էներգետիկ մակարդակի վրա գտնվելիս ատոմի ծանրության կենտրոնի պոտենցիալ էներգիայի և նրա վրա ազդող ուժի (Հ6.12) արտահայտությունում հարկ է կատարել նշանի փոփոխություն։ Եթե, օրինակ, տարածության որնէ կետում հիմնական մակարդակում գտնվող ատոմի պոտենցիալ էներգիան մինիմալ է, ապա վերին մակարդակ բարձրանալիս նրա պոտենցիալ էներգիան դառնում է մաքսիմալ։

Հարցի քննարկումը, ինչպես նկատեցինք, տարվում էր ազատ ատոմի բազիսային վիձակների միջոցով։ *Դիաբատիկ* կոչվող այս բազիսից հարմար է օգտվել արագ փոփոխվող ամպլիտուդներով դաշտերի հետ փոխազդեցությունները նկարագրելիս, մասնավորապես՝ փոխազդեցության ակնթարթային միացման և անջատման մոդելում։ Հույսի սպոնտան Ճնշման ուժը։ Գրադիենտային ուժի կոհերենտ բնույթը պայմանավորված է լույսի ազդեցությամբ ատոմում տեղի ունեցող ստիպողական անցումներով։ Ատոմում առկա է նաև սպոնտան (կամ ինքնաբերաբար) Ճառագայթում, որն ունի պատահական՝ ըստ ուղղությունների և փուլերի բնույթ։ Դրա արդյունքում ատոմի վրա նրա ձևավորած ազդեցությունը՝ ուժը, ունենում է ոչ պոտենցիալային (դեկոհերենտ) բնույթ։ Դեկոհերենտ կամ մասնակի կոհերենտ պրոցեսների համար մշակված է խտության մատրիցայի մաթեմատիկական ապարատը։ Սակայն մենք կգնանք լայնորեն ընդունված մեկ այլ Ճանապարհով, ինչն ավելի բացահայտ է ներկայացնում ուժի առաջացման մեխանիզմը և դրա ֆիզիկական մեկնաբանությունը։

Ենթադրենք երկմակարդակ ատոմը գտնվում է E_0 լարվածությամբ վազող հարթ մոնոքրոմատիկ լուսային ալիքի դաշտում՝ դրանով իսկ բացառելով գրադիենտային ուժի առկայությունը ատոմի վրա։ Կհամարենք, որ ալիքի ω հաձախությունն այնքան մոտ է ատոմական անցման ω_0 հաձախությանը, որ վիրտուալ անցումների հետ հնարավոր են նաև իրական անցումներ էներգետիկ մակարդակների միջև, որոնք բարենպաստ են սպոնտան ձառագայթման ի հայտ գալու համար։ Լուսային ալիքից ֆոտոնի կլանման արդյունքում նրա $\hbar\omega$ էներգիայի հետ միասին ատոմին է անցնում նաև նրա $\hbar k$ իմպուլսը։ Ատոմի իմպուլսը սկզբնական որևէ p_0 արժեքից դառնում է $p_0 + \hbar k$ ։ Երբ կլանմանը հաջորդում է ստիպողական ձառագայթում, այսինքն՝ ֆոտոնի առաքում նույն ալիքի մեջ, որից տեղի է ունեցել կլանումը, ապա ատոմը կորցնում է նույնքան $\hbar k$ իմպուլս և լրիվ ցիկլ կազմող երկու ստիպողական ակտերի արդյունքում վերադառնում է իմպուլսի իր նախնական արժեքին։ Սակայն իրավիձակը փոխվում է, եթե կլանմանը հաջորդում է սպոնտան ձառագայթում։ Բանն այն է, որ սպոնտան ֆոտոնի մառագայթումն ատոմից կարող է տեղի ունենալ կամայական ուղղությամբ (Տե՛ս Նկ. 26.3)։

Սպոնտան ձառագայթմամբ ավարտվող կլանում-ձառագայթում ցիկլի արդյունքում ատոմի իմպուլսը դառնում է $p_0 + \hbar k - \hbar k^{(1)}$ ՝ կրելով $\hbar k - \hbar k^{(1)}$ փոփոխություն։ Ատոմի հետագա փոխազդեցությունն ընթանում է նույն օրինաչափություններով. ստիպողական ձառագայթմամբ ավարտվող ցիկլերը չեն փոխում ատոմի՝ արդեն ձեռք բերած իմպուլսը, իսկ ամեն մի հաջորդ սպոնտան ձառագայթմամբ ավարտվող ցիկլ ավելացնում է իմպուլսի փոփոխությունը $\hbar k - \hbar k^{(i)}$ չափով։



Նկ. 26.3. Սպոնտան Ճառագայթված յուրաքանչյուր ֆոտոն տանում է ատոմից որևէ $\hbar k^{(1)}$ իմպուլս, որի $k^{(1)}$ ալիքային վեկտորը հավասար հավանականությամբ է բաշխված բոլոր ուղղություններով։

Ուրեմն, ատոմի իմպուլսի փոփոխության հարցը քննարկելիս կարելի է մի կողմ թողնել ստիպողական Ճառագայթմամբ ավարտվող ցիկլերը և բավարարվել միայն սպոնտան Ճառագայթմամբ ավարտվողներով։ n թվով այդպիսի ցիկլերի արդյունքում ատոմի իմպուլսի ընդհանուր փոփոխությունը կլինի՝

$$n\hbar k - \hbar \sum_{i=1}^{n} k^{(i)}$$
 :

Քանի որ $k^{(i)}$ վեկտորներն ուղղված են տարբեր ուղղություններով, ապա մեծաթիվ ցիկլերի ընթացքում դրանց գումարը զրոյանում է, և ունենում ենք՝

$$\Delta \boldsymbol{p} = n\,\hbar\boldsymbol{k}: \qquad (\boldsymbol{26.13})$$

Φηψαqդեցության ընդհանուր ժամանակը n թվով ցիկլերի գումարային ժամանակն է: Հետևաբար, եթե դրանցից մեկի միջին ժամանակը τ է, ապա $\Delta t = n \tau$: Նկատենք նաև, որ ստիպողական անցումների ժամանակն անհամեմատ փոքր է սպոնտան անցումների ժամանակից, ինչի համար որպես τ ընդունված է վերցնել միայն սպոնտան անցումների միջին տևողությունը: Այսպիսով, համարելով, որ փոխազդեցության յուրաքանչյուր τ ժամանակում ատոմի գրգռումը տեղի է ունենում վստահաբար, միջին ուժի համար, որպես միավոր ժամանակում իմպուլսի փոփոխություն, կունենայինք $\Delta p/\Delta t = n \hbar k/n\tau = \gamma \hbar k$, որտեղ $\gamma = 1/\tau$ -ն սպոնտան անցումների հաձախությունն է: Իրականում ատոմը գրգովել կարող է միայն որոշակի հավանականությամբ, այնպես որ ուժի արտահայտությունն ստանալու համար հարկ է նաև բազմապատկել գրգոման Π հավանականությամբ: Սպոնտան *ձ*առագայթման առկայության պայմաններում տեսությունը Π -ի ստացիոնար արժեքի համար տալիս է հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\Pi = \frac{2|V|^2}{\gamma^2 + \Delta^2 + 4|V|^2} :$$
(26.14)

Այս բանաձևը, այնուամենայնիվ, վերաբերում է անշարժ ատոմին, և մեզ հարկ է լրացումներ մտցնել բերված արտահայտության մեջ՝ պայմանավորված ատոմի տվյալ պահին ունեցած արագությամբ (ինչը այն առնվազն կարող էր ձեռք բերած լինել քննարկվող ուժի ազդեցության տակ)։ Տեսնելու համար, թե ինչպիսին պետք է լինի այս փոփոխությունը, դիմենք շարժվող ատոմի կողմից ֆոտոնի կլանման պրոցեսի համար էներգիայի և իմպուլսի պահպանման օրենքներին (արդյունքը նույնն է նաև Ճառագայթման պրոցեսի համար).

$$\frac{p_0^2}{2M} + \hbar \omega = \frac{p^2}{2M} + \hbar \omega_0 \quad \text{i} \quad p_0 + \hbar k = p:$$
 (26.15)

Առաջին հավասարումում աջից անդամները տեղափոխենք ձախ, մտցնենք կլանման ընթացքում ատոմի $V = (P_0 + P)/2M$ միջին արագության հասկացություն և օգտվենք (Հ6.15)-ի երկրորդ հավասարումից։ Կունենանք $\omega - \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} = 0$, ինչը հուշում է, որ Π բնակեցվածության հայտարարում մտնող ռեզոնանսի $\Delta = \omega - \omega_0$ ապալարքը կարիք կա փոխարինելու $\Delta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ արտահայտությամբ։ Այն կարող է մեկնաբանվել նաև որպես դասական էլեկտրադինամիկայից լավ հայտնի Դոպլերի էֆեկտի հաշվառում քննարկվող պրոցեսում։ Արդյունքում սպոնտան Ճնշման ուժի համար ստանում ենք

$$\boldsymbol{F} = \frac{2\hbar\gamma |V|^2}{\gamma^2 + (\omega - \omega_0 - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v})^2 + 4|V|^2} \, \boldsymbol{k}$$
(26.16)

վերջնական բանաձևը, որտեղ $V = dE_0 / \hbar$ ։

Uպոնտան Ճնշման ուժն ուղղված է ալիքի տարածման ուղղությամբ և, կախված ատոմի ունեցած արագությունից, իր առավելագույն արժեքին է հասնում ռեզոնանսի պայմանին Ճշգրիտ բավարարող $v_z = (\omega - \omega_0)c/\omega$ արագության դեպքում, որտեղ c-ն լույսի արագությունն է վակուումում։ Ուժի՝ արագությունից կախվածությունն ունի լորենցյան (զանգակաձև) տեսք, որի ռեզոնանսային լայնությունը որոշվում է կլանման գծի $\Gamma = \sqrt{\gamma^2 + 4|V|^2}$ լայնությամբ, ուր ներդրում են տալիս գծի բնական γ և ստիպողական 2|V| լայնացումները։

Սպոնտան ձնշման ուժը պարզ կախում ունի նաև ալիքի ինտենսիվությունից։ Փոքր ինտենսիվությունների տիրույթում, քանի դեռ $2|V| \ll \gamma$, սպոնտան ուժն աձում է գծայնորեն՝ գործնականում չազդելով ոեզոնանսի լայնության վրա։ Հետագայում աձի արագությունը դանդաղում է՝ զուգակցվելով ոեզոնանսի անընդհատ լայնացմամբ, ասիմպտոտում ձգտելով հագեցման $F_{saturation} = \hbar \gamma k/2$ արժեքի։



Սերգեյ Ֆրիշը կնոջ և աղջկա հետ

Սպոնտան Ճնշման ուժը ռեզոնանսին մոտ հաՃախությունների վրա կտրուկ աՃում է և անգամ օպտիկական անցման ոչ լրիվ հագեցման պայմաններում ունակ է հսկայական, Երկրի մակերևույթին մոտ ազատ անկման արագացումը մինչև 100.000 անգամ գերազանցող արժեքներ ստեղծել, ասենք, նատրիումի ատոմների համար։ Նկատենք նաև, որ ի հաշիվ ատոմի վրա ազդող ուժի՝ արագությունից ունեցած կախման ատոմների բաշխումն ըստ արագությունների փոխվում է։

Ատոմների վրա լույսի սպոնտան Ճնշման առկայությունը լաբորատոր պայմաններում առաջինը դիտել է Ֆրիշը 1933 թվականին նատրումական լամպի միջոցով։

Հ7. Լազերային սառեցում

Քվանտային օրինաչափությունների ամբողջական ի հայտ բերման անհրաժեշտ պայմանը ցածր ջերմաստիձաններն են։ Կելվինից ցածր ջերմաստիձանների ստացումը ելնում է մոնոքրոմատիկ լազերային ձառագայթում օգտագործելու հնարավորությունից, քանի որ որպես ֆոտոնային գազ դիտարկելիս վերջինիս համապատասխանում է բացարձակ զրո ջերմաստիձան, եթե հաշվի չառնենք քվանտային ֆլուկտուացիաները։ Ներկայումս լազերային սառեցման տեսությունը և տեխնոլոգիաները լավ մշակված են ատոմների և ատոմական իոնների համար։ Շարունակական ջանքեր գործադրվում են հաջողությունները տեղափոխելու մոլեկուլների, մակրոմոլեկուլների և մակրոսկոպիկ համակարգերի աշխարհ։

Դոպլերյան սառեցում։ Ինչպես ցույց տրվեց Հավելված 4-ում, սպոնտան Ճառագայթման առկայության շնորհիվ ատոմի վրա ալիքի տարածման ուղղությամբ ազդում է

$$\boldsymbol{F}_{spontan} = \frac{2|V|^2}{\gamma^2 + (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_0 - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v})^2 + 4|V|^2} \gamma \hbar \boldsymbol{k}$$
ուժ։ Նրա մեծությունը Դոպլերի էֆեկտի շնորհիվ կախված է ատոմի արագությունից և իր առավելագույն արժեքին է հասնում ռեզոնանսի

$$\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}_0 - \boldsymbol{k} \cdot \mathbf{v} = 0 \tag{27.1}$$

պայմանի բավարարման դեպքում։



Քրիստիան Դոպյեր

Սպոնտան Ճնշման ուժի կախվածությունը արագությունից թույլ է տալիս օգտագործել այն ալիքի տարածման գծի երկայնքով ատոմների սառեցման, այսինքն՝ ջերմային բաշխման լայնությունը փոքրացնելու համար։ Սառեցման մեխանիզմը գործում է հանդիպակաց ալիքների սխեմայում։ Խնդրի ոչ էական տարրերից ազատվելու համար ենթադրենք, որ ալիքները փոխազդում են ատոմի հետ իրարից անկախ և թույլ են այնքան, որ օպտիկական գծի ստիպողական լայնացումները կարելի է անտեսել։

Դրանք իրականանում են |V| « γ պայմանի դեպքում։ Դեկարտյան Հ առանցքն ուղղելով ալիքների տարածման գծով՝ գործող գումարային ուժի համար ստանում ենք

$$F_{z} = \frac{8\hbar\gamma|V|^{2}k^{2}(\omega - \omega_{0})v_{z}}{(\gamma^{2} + (\omega - \omega_{0} - kv_{z})^{2})(\gamma^{2} + (\omega - \omega_{0} + kv_{z})^{2})}:$$
 (27.2)

Ուժի արտահայտությունը, բնականաբար, ունի երկու ռեզոնանսներ՝ մեկական ալիքներից յուրաքանչյուրի նկատմամբ։ Սակայն գոյություն ունի նաև նոր հանգամանք՝ պայմանավորված համարիչում (ω - ω_0) v_z արտադրիչի առկայությամբ։ Քանի որ արտահայտության մնացած մասը դրական է, ապա F_z -ն ուղղված է v_z -ին հակառակ և դանդաղեցնում է ատոմի համընթաց շարժումն օպտիկական անցումից փոքր՝ $\omega < \omega_0$ հաճախությունների դեպքում։ (27.2) ուժի կախվածությունն ատոմի արագության պրոյեկցիայից ռեզոնանսի ապալարքի երկու՝ $\Delta = -\gamma/2$ և $\Delta = -\gamma$ դեպքերում պատկերված է Նկ. 27.1-ում։



Նկ. 27.1. Ուժը որպես արագության ֆունկցիա օպտիկական ձյութի տեխնիկայում (Տե՛ս Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.6):

Հազերային հաձախությունից ներքև $\omega < \omega_0$ պայմանի անհրաժեշտության ֆիզիկական մեկնաբանությունը Դոպլերի էֆեկտի հիման վրա բերված է Նկ. Հ7.2-ում։



Նկ. 27.2. Դոպլերի էֆեկտը բերում է ավելի շատ թվով ֆոտոնների ցրման ատոմի արագությանը հակառակ տարածվող լազերային Ճառագայթից (Sե´u Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.5 c):

Դոպլերի էֆեկտը մեծացնում է ատոմի շարժմանը հակառակ ուղղված լազերային ձառագայթի հաձախությունը և մոտեցնում ատոմի էներգետիկ մակարդակների միջև անցման հաձախությանը։ Դրանով մեծացնում է այդ ձառագայթից ֆոտոնների կլանման արագությունը և համապատասխան ուժի մեծությունը։ Մյուս լազերային ձառագայթի համար իրավիձակը հակառակն է։ Արդյունքում համազոր ուժն ուղղված է լինում արագությանը հակառակ ու փոքրացնում է ըստ արագությունների բաշխման լայնությունը՝ սառեցնում է ատոմներին։ Սառեցման տեմպն իր հերթին կախված է արագության մեծությունից։ Այն փոքր է մեծ արագությունների դեպքում և աստիձանաբար մեծանում է արագության փոքրացմանը զուգընթաց, մինչև որոշակի արագություններ։ Դրանից հետո սառեցման տեմպը փոքրանում է՝ ձգտելով զրոյի բացարձակ զրոյի սահմանում։

Դոպլերյան սառեցման տեխնիկային, որն օգտագործում է երեք փոխօրթոգոնալ հանդիպակաց լազերային Ճառագայթների զույգեր, տրված է «օպտիկական ձյութ» անվանումը։ Առավել հետաքրքրություն ներկայացնող փոքր արագությունների տիրույթում (Հ7.2) ընդհանուր բանաձևի հայտարարի կախվածությունն արագությունից կարելի է արհամարհել՝ գալով

$$\boldsymbol{F} = -\alpha \, \mathbf{v} \tag{27.3}$$

տեսքին, որտեղ առաջին արտահայտության գործակցի համար մտցված է

$$\alpha = 8\hbar\gamma |V|^2 (\omega_0 - \omega) k^2 / (\gamma^2 + (\omega - \omega_0)^2)^2$$
 (27.4)

նշանակումը։ Համաձայն (Հ7.3)-ի՝ ատոմի վրա ազդող համազոր ուժը հակառակ է ուղղված ատոմի արագությանը և համեմատական է նրա մեծությանը։ Դրանում դժվար չէ նկատել անալոգիա հեղուկի կամ գազի մեջ ոչ մեծ արագությամբ շարժվող մարմնի վրա ազդող դիմադրության ուժի հետ։

Սառեցման դինամիկան ավելի մանրամասն ընկալելու համար այժմ դիմենք ատոմի շարժման հավասարմանը։ Միաժամանակ ընդունենք, որ ատոմի արագությունն արդեն այնքան փոքր է, որ ուժի համար թույլատրելի է (Հ7.3) արտահայտությունը։ Արդյունքում կունենանք

$$\frac{d\,\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\alpha}{M}\,\mathbf{v}\,,\tag{27.5}$$

կամ դրան համարժեք

$$\left. \frac{dW_{kin}}{dt} \right|_{cooling} = -\frac{2\alpha}{M} W_{kin} \tag{27.6}$$

հավասարումը։ Այն հեշտորեն լուծվում է՝ տալով մարման էքսպոնենտային օրենք (lpha>0).

$$W_{kin}(t) = W_{kin}(0) \exp\left[-\frac{2\alpha}{M}t\right]: \qquad (27.7)$$

Ուրեմն, սպոնտան ուժի միայնակ գործելու դեպքում ատոմի համընթաց շարժումն անընդհատ դանդաղելու էր՝ սահմանում տանելով ատոմին դեպի կատարյալ հանգստի վիճակ (T=0)։

Նկատենք, որ ատոմի կինետիկ էներգիայի նվազման արագությունը որոշող $2\alpha/M$ հաստատունը հակադարձ համեմատական է ատոմի M զանգվածին և համաձայն (Հ7.4)-ի` ուղիղ համեմատական է սպոնտան ձառագայթման γ արագությանն ու կանգուն ալիքի $|V|^2$ ինտենսիվությանը։ Այն կարող է ներկայացվել նաև որպես հատհարվածի հաձախության և վերին էներգետիկ մակարդակի բնակեցված լինելու չափի արտադրյալ։

Դոպլերյան սառեցման սահմանը։ Շարժման անընդհատ դանդաղեցումը, այնուամենայնիվ, անընդհատ վերջ տեղի չի ունենում (Հ7.7) օրինաչափությամբ։ Դրա պատձառը տեսնելու համար դառնանք հեղուկում ազատ մակրոմասնիկի շարժման անալոգիային։ Մասնիկի՝ համեմատաբար մեծ արագությամբ սկսված շարժման կինետիկ էներգիան նվազում, սակայն չի զրոյանում։ Ջերմային հավասարակշիռ վիձակում այն բրոունյան շարժում է կատարում միջինում զրոյից տարբեր կինետիկ էներգիայով։ Մարմանը հակազդում է հենց նույն մարման ուժի ֆլուկտուացիաներով պայմանավորված տաքացումը։ Մեր դեպքում դոպլերյան սառեցման ուժը ևս ֆլուկտուացվում է՝ պայմանավորված սպոնտան ձառագայթման ուղղության և որպես հետևանք` ատոմին հաղորդված հետհարվածի իմպուլսի ուղղության պատահական փոփոխություններով։

Համոզվելու համար, որ պատահական փոփոխությունները միջինում բերում են համապատասխան մեծության անընդհատ աձի, դիտարկենք պարզագույն մոդել, որում A մեծությունը հավասար հավանականություններով ընդունում է երկու՝ a և -a արժեքներ։ N իրականացումներից հետո կունենանք $A = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i a$, որտեղ $\varepsilon_i = \pm 1$ հավասար հավանականություններով։ A -ն ևս պատահական մեծություն է, քանի որ միննույն N թվով տարբեր իրականացումների արդյունքում A -ի արժեքն ընդհանուր դեպքում տարբեր կլինի՝ պատահականութեն ընդունելով արժեքներ [-Na, Na] ինտերվալում։ Եթե այժմ միջինացնենք A -ն ըստ այդպիսի N -ական իրականացումների, ապա կունենանք $\langle A \rangle = \langle \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i a \rangle = \sum_{i=1}^{N} \langle \varepsilon_i \rangle a = 0$, քանի որ $\langle \varepsilon_i \rangle = 0$ ամեն մի i -ի համար։ Քառակուսու միջինի համար, սակայն, կունենանք զրոյից տարբեր արժեք։ Իսկապես,

$$\left\langle A^{2}\right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{i} a \sum_{j=1}^{N} \varepsilon_{j} a \right\rangle = \sum_{i,j=1}^{N} \left\langle \varepsilon_{i} \varepsilon_{j} \right\rangle a^{2} = \left(N + \sum_{i \neq j} \left\langle \varepsilon_{i} \right\rangle \left\langle \varepsilon_{j} \right\rangle \right) a^{2} = N a^{2} : \quad (27.8)$$

Պատահական մեծության քառակուսու միջինն աձում է կատարված քայլերի թվին համեմատական։

Մեզ հետաքրքրող դեպքում խոսքը վերաբերում է ատոմի կինետիկ էներգիայի $\langle W_{kin}
angle = \langle p^2
angle / 2M$ միջինին։ Նրանում իմպուլսի քառակուսու միջինի համար կարող ենք օգտվել

(Հ7.8) արդյունքից՝ փոխարինելով a-ն սպոնտան Ճառագայթման հետհարվածի $\hbar k$ իմպուլսի մեծությամբ, քայլերի N թիվը՝ գրգռված լինելու Π հավանականության (Տե՛ս (Հ6.14) բանաձևը), ցիկլերի կրկնման γ արագության և փոխազդեցության t ժամանակի արտադրյալով՝

$$\left\langle p^2 \right\rangle / 2M = \Pi \frac{\hbar^2 k^2 \gamma}{2M} t$$
:

Իրականում կինետիկ էներգիայի աՃ տեղի է ունենում նաև հանդիպակաց ալիքներից ֆոտոնների կլանումների թվի պատահական բնույթի վերաբերյալ։ Վերագրելով դրանց անկախ, ոչ կոհերենտ բնույթ՝ նույնքան ներդրում ստանում ենք նաև այս, կարելի է ասել, ստիպողական, տաքացման մեխանիզմից։ Արդյունքում կինետիկ էներգիայի աՃի արագության համար ստանում ենք՝

$$\frac{d\langle W_{kin}\rangle}{dt}\bigg|_{heating} = \Pi \frac{\hbar^2 k^2 \gamma}{M} : \qquad (27.9)$$

Այն ասում է, որ եթե գործեր սպոնտան Ճառագայթման միայն ֆլուկտուացիոն-տաքացման մեխանիզմը, ապա ատոմի կինետիկ էներգիան, ժամանակից կախված, կաՃեր գծային օրենքով։

Ինչպես տեսնում ենք, սպոնտան Ճառագայթման ակտերի երկարատև հերթականությունում միաժամանակ գործում են երկու մեխանիզմներ՝ սառեցման և տաքացման։ Ատոմի սառեցման արագությունը պակասում է կինետիկ էներգիայի պակասմանը զուգընթաց, այն դեպքում, երբ տաքացման արագությունը հաստատուն է՝ անկախ կինետիկ էներգիայի արժեքից։ Դա նշանակում է, որ մեծ կինետիկ էներգիաների (ջերմաստիձանների) դեպքում առավելություն կունենա սառեցման մեխանիզմը՝ աստիձանաբար սառեցնելով գազը։ Փոքրացող կինետիկ էներգիայի հետ, սակայն, կփոքրանա նաև սառեցման արագությունը և կինետիկ էներգիայի որոշակի արժեքի համար կհասնի արդեն տաքացման արագությանը։ Սառեցումը և տաքացումը կհամակշռեն իրար՝ հաստատուն պահելով ջերմաստիձանը։ Այդ մինիմալ կինետիկ էներգիան կորոշվի

$$\frac{dW_{kin}}{dt}\Big|_{cooling} + \frac{d\langle W_{kin}\rangle}{dt}\Big|_{heating} = 0$$

 $(|V| \ll \gamma)$ պայմանից որպես

$$\langle W_{kin} \rangle_{equilibrium} = \hbar \frac{\gamma^2 + \Delta^2}{8|\Delta|}$$
: (27.10)

Ամենափոքր արժեքն այն ստանում է $\Delta = -\gamma$ ապալարքի դեպքում`

$$\left\langle W_{kin} \right\rangle_{min} = \frac{\hbar \gamma}{4},$$
 (27.11)

ինչը նատրիումի ատոմի համար կազմում է $240\,\mu\mathrm{K}$ ։

Դոպլերյան մեխանիզմը, ինչպես տեսնում ենք, ունի ունիվերսալ բնույթ և, ինչպես ցույց են տալիս գնահատականները, գործում է շատ էֆեկտիվ. սենյակային ջերմաստիձաններից մինչ վերոհիշյալ մինիմալ ջերմաստիձան սառեցումը տևում է միլիվայրկյանից էլ փոքր ժամանակներ։

Սիզիֆուզյան սառեցում։ Կանգուն ալիքների դաշտում իրականացված առաջին իսկ փորձարարական աշխատանքները՝ կատարված որոշակի բևեռացումներ ունեցող ալիքներով, ցույց տվեցին, որ ատոմներն իրականում սառչում են մինչն դոպլերյան սահմանից էապես ցածր ջերմաստիձաններ։ Այսինքն՝ գոյություն ունի լազերային սառեցման ևս մեկ մեխանիզմ, ընդ որում՝ այստեղ էական դեր է կատարում գրգռող ալիքների բևեռացված լինելը։ Վերջինիս հաշվառումը պահանջում է նաև ատոմների էներգետիկ մակարդակների մագնիսական ենթամակարդակային կառուցվածքի հաշվառում։

Դիտարկենք ատոմ, որը հիմնական մակարդակում ունի լրիվ մոմենտի J = 1/2, գրգռված մակարդակում՝ J' = 3/2 արժեքներ։ Այն շարժվում է \mathbf{e}_x և \mathbf{e}_y միավոր վեկտորներով փոխուղղահայաց գծային բևեռացումներով հանդիպակաց ալիքների դաշտում։ Մագնիսական ենթամակարդակները, նրանց միջև թույլատրելի անցումները և անցման օսցիլյատորների ուժերը հարաբերական միավորներով պատկերված են Նկ. 27.3-ում։

Հանդիպակաց ալիքների ընդհանուր բևեռացումը կախված է երկու լազերային Ճառագայթների փուլերի տարբերությունից և փոխվում է դիրքի հետ, ինչպես պատկերված է Նկ. Հ7.4-ում։ Գումար ալիքը բևեռացված է $(\mathbf{e}_x \pm i \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ շրջանագծային այնպիսի դիրքերում, որտեղ հանդիպակաց ալիքներն ունեն $\pm \pi/2$ փուլերի տարբերություն։ Բևեռացումը σ^+ -ից փոխվում է σ^- -ի $\Delta z = \lambda/4$ կանգուն ալիքի կես պարբերություն հեռավորության վրա։ Դրանց միջն լույսն ընդհանուր դեպքում ունի էլիպտիկ բևեռացում, որը միջանկյալ դիրքերում դառնում է գծային։





Նկ. 27.4. Գումար ալիքի բևեռացման պարբերական փոփոխությունը տարածման գծի երկայնքով (Տե´ս Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.18 b):



Նկ. 27.5. Հիմնական ենթամակարդակների երկու դիրքերը, որտեղ դաշտն ունի σ^- (ձախից) և σ^+ (աջից) բևեռացումներ։ Չխոտորված էներգիան պատկերված է գծիկներով։

Շրջանագծային բևեռացված լույսի կլանմանը հետևող սպոնտան Ճառագայթումը տեղափոխում է բնակեցվածությունը ամենափոքր էներգիայով վիճակ։ Ներքևի պատկերում J = 1/2հիմնական մակարդակի $M_J = \pm 1/2$ երկու ենթամակարդակների շեղումներն են՝ ըստ տարածական կոորդինատի։ Վերևում պատկերված օպտիկական մղման պրոցեսը բնակեցվածությունը մշտապես տեղափոխում է ուռուցիկ պոտենցիալի գագաթային տեղամասից դեպի գոգավոր պոտենցիալի հատակային տեղամաս (Նկ. Հ7.6) (Sե´ս Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.18 d):

Բևեռացման պարբերական փոփոխությունն առաջացնում է մագնիսական ենթամակարդակների լուսաինդուկցված շեղումների նույնպիսի պարբերական փոփոխություն, ինչը պատկերված է Նկ. 27.5-ում։ Ավելի մանրամասն հասկանալու համար դիտարկենք ատոմի դիրքը, որտեղ լույսն ունի σ^+ բնեռացում։ Այստեղ փոխազդեցությունը $M_J=1/2$ - $M_{J'}=3/2$ անցման հետ, համաձայն Նկ. 27.3-ում բերված տվյալների, 1:1/3 համամասնությամբ ավելի ուժեղ է, քան փոխազդեցությունը $M_J = -1/2$ - $M_{J'} = 1/2$ անցման հետ։ Ռեզոնանսի $\omega < \omega_0$ կարմիր $_2$ եղումային ապալարքի դեպքում հիմնական մակարդակի $M_J = \pm 1/2$ երկու ենթամակարդակներն էլ շեղվում են դեպի ներքև՝ $M_J=1/2$ ենթամակարդակը երեք անգամ ավելի շատ, քան $M_J = -1/2$ ենթամակարդակը (Նկ. 27.5-ի վերին աջ նկարը)։ σ^- բևեռացման կետում տեղի ունի հակառակ օրինաչափությունը՝ $M_J=-1/2$ ենթամակարդակն է ավելի ցածր, քան $M_J = 1/2$ ենթամակարդակը։ $\Delta z = \lambda/4$ երկարության վրա բևեռացումը փոխվում է σ^- -ից σ^+ , այնպես որ ենթամակարդակների շեղումները կանգուն այիքի երկայնքով պարբերաբար փոխվում են, ինչպես Նկ. 27.5-ի ներքնի պատկերում։ Երբ ատոմը շարժվում է կանգուն ալիքի երկայնքով, նրա պոտենցիալ էներգիան պարբերաբար փոխվում է համակցված կինետիկ էներգիայի համապատասխան փոփոխությունների հետ։ Սակայն, քանի որ գործում են ստիպողական անցումների պոտենցիալալին ուժերը, ատոմի ընդհանուր էներգիան չի փոխվի։ Չեն փոխվի նաև ատոմի միջին պոտենցիալ և միջին կինետիկ էներգիաները։

Ատոմների սառեցման համար անհրաժեշտ է մեխանիզմ՝ նրանից էներգիայի հեռացման համար։ Սա տեղի է ունենում լույսի կլանման և Ճառագայթման այնպիսի ակտերի միջոցով, երբ ատոմը կլանում է լույսը հիմնական մակարդակի մի ենթամակարդակի ուռուցիկ-գագաթային տեղամասից և ապա, սպոնտան Ճառագայթելով, վերադառնում է հիմնական մակարդակի մյուս ենթամակարդակի գոգավոր-հատակային տեղամաս (Նկ. *2*7.6)։ Հնարավոր մյուս՝ հակառակ ընթացքով պրոցեսի հավանականությունն էապես ավելի փոքր է լինում։ Այսպիսով, դեպի պոտենցիալային բարձունք վերելքի ժամանակ պոտենցիալ էներգիայի վերածված կինետիկ էներգիան կորսվում հեռանում է կլանված և սպոնտան Ճառագայթված ֆոտոնների էներգիաների տարբերության հաշվին, ընդ որում՝ ատոմի պոտենցիալ էներգիան վերադառնում է նախկին արժեքին։ Կլանում-սպոնտան Ճառագայթում ցիկլի արդյունքում մնալով պոտենցիալ էներգիայի մինիմալ արժեքի վրա՝ ատոմը կորցնում է կինետիկ էներգիայի իր չափաբաժնից և սառչում։



Նկ. 27.6. Սիզիֆուզյան սառեցումը բևեռացման պարբերական մոդուլացում ունեցող կանգուն ալիքի դաշտում ի հաշիվ նրա է, որ համակարգից պարբերաբար հեռացող սպոնտան ֆոտոնի էներգիան մեծ է լինում կլանված ֆոտոնի էներգիայից (Sե´ս Foot C.J., Atomic Physics, Oxford university press, 2005, Fig. 9.17):



Սառեցման մեխանիզմն ընդունված է անվանել «սիզիֆուզյան»՝ նկատի ունենալով հունական դիցաբանության կերպարներից Միզիֆուզին, ով պատժվել էր Զևսի կողմից՝ ժայռնիվեր գլորելու մեծ քարակտոր, որը գագաթին մոտեցնելիս պարտադիր ետ էր գլորվելու դեպի ստորոտ և Միզիֆուզն ամեն ինչ սկսելու էր նորից։

Հասկանալու համար հիմնական մակարդակի $M_J = \pm 1/2$ ենթամակարդակների միջև միակողմանի ընթացքի պատ*ճ*առը, նորից դիտարկենք այն դիրքը, որտեղ լույսն

ունի σ^+ բևեռացում (Նկ. Հ7.4 և Նկ. Հ7.5)։ Ատոմը կարող է գտնվել ենթամակարդակներից յուրաքանչյուրում։ Եթե գտնվում է $M_J = 1/2$ ենթամակարդակում, ապա σ^+ կլանումն ատոմը գրգռում է դեպի վերին $M_{J'} = 3/2$ ենթամակարդակ (Նկ. Հ7.5-ի վերին աջ նկարը)։ Այդտեղից ինչպես ստիպողական, այնպես էլ սպոնտան Ճառագայթումների միջոցով ատոմը կարող է վերադառնալ միայն $M_J = 1/2$ նախնական ենթամակարդակ։ Ցիկլը փակվում է առանց ատոմի կինետիկ էներգիայի ու ջերմաստիձանի փոփոխության և ուրեմն կարող է դուրս թողնվել քննարկումից։

Եթե ատոմը գտնվում է M_J = -1/2 ենթամակարդակում, ապա σ^+ կլանումն ատոմը տանում է վերին $M_{J'}=1/2$ ենթամակարդակ։ Գրգռված այդ վիճակից ատոմը կարող է տրոհվել հիմնական երկու վիճակների էլ։ Երբ ատոմը վերադառնում է $M_J = -1/2$ վիճակ, ապա բովանդակային ոչինչ տեղի չի ունենում։ Սակայն երբ տրոհման արդյունքում հայտնվում է $M_J = 1/2$ ՝ ավելի փոքր պոտենցիալ էներգիայով վիճակում (Նկ. 27.5-ի վերին աջ նկարը), ապա այնտեղից ետ վերադառնալ սկզբնական վիճակ չի կարող (σ^+ բևեռացումը, ջոկման կանոնների համաձայն, բնակեցվածությունը կարող է տեղափոխել միայն $M_{J'} = +3/2$ գրգռված վիճակ)։ Ատոմն առայժմ մնում է M_J = 1/2 ենթամակարդակում և շարունակում է իր համընթաց շարժումը։ Պրոցեսը, որը շրջանագծային բևեռացման դաշտում բնակեցվածությունը ենթամակարդակների միջև տեղափոխում է միայն որոշակի ուղղությամբ, կոչվում է օպտիկական մղում։ Քննարկվող դեպքում օպտիկական մղումը բարձր պոտենցիալի $M_J = -1/2$ վիձակից տանում է ներքև՝ $M_J = 1/2$ վիճակ, և այդ վիճակում ատոմը շարունակում է իր համընթաց շարժումը մոտավորապես նույն սկզբնական կինետիկ էներգիայով։ $\Delta z = \lambda/4$ ճանապարհ անցնելուց հետո σ^- բևեռացման դիրքում մեծանում է այդ ենթամակարդակում ատոմի պոտենցիալ էներգիան, և ուրեմն նվազում է կինետիկ էներգիան։ Այդ կետում σ^- բևեռացման օպտիկական մղման պրոցեսով ատոմը վերադառնում է $M_J = -1/2$ վիճակ, և կինետիկ էներգիայի նոր փոփոխություն տեղի չի ունենում։ Իսկ ցիկլը փակվում է, երբ ատոմն անցնում է ևս $\Delta z = \lambda/4$ ձանապարհ և հասնում σ^+ բևեռացման հաջորդ դիրք, որից հետո ամեն ինչ կրկնվում է։ Արդյունքում ստացվում է, որ յուրաքանչյուր ցիկլից հետո ատոմը կորցնում է մոտավորապես պոտենցիալային բլրակի U_0 բարձրությանը հավասար կինետիկ էներգիա, ինչը հեռանում է համակարգից կյանված և սպոնտան Ճառագայթված ֆոտոնների էներգիաների տարբերության միջոցով։

Սիզիֆուզյան սառեցման սահմանը։ Օպտիկական ձյութի բնութագրական փորձերում լազերային սառեցումն իրականացվում է երկու էտապով։ Սկզբում լազերային ձառագայթի հաձախությունը գծի լայնությունից մի քանի անգամ մեծ չափով շեղված է լինում դեպի ներքև։ Ինտենսիվությունն ընտրվում է հագեցման արժեքին մոտ՝ ապահովելու համար ուժեղ ձնշման ուժի ստեղծումը։ Ատոմը սառչում է մինչև դոպլերյան սահման։ Դրանից հետո լազերի հաձախությունն ավելի է հեռացվում անցման հաձախությունից (որի հետ ինտենսիվությունը կարող է նվազեցվել), իսկ սիզիֆուզյան մեխանիզմը ջերմաստիձանն իջեցնում է դոպլերյան սահմանից ներքև։ Հարկ է նշել, որ դոպլերյան սառեցման էտապն էական է, քանի որ սիզիֆուզյանի գործառույթը ենթադրում է ատոմների համար բավականաչափ փոքր արագություններ։

Սիզիֆուզյան սառեցումը դադարում է գործել, երբ ջերմային էներգիայի նվազումը յուրաքանչյուր ցիկլում, որը կոպիտ կարելի է ընդունել U_0 , համակշռվում է հետհարվածի՝ շնորհիվ ատոմին հաղորդվող $E_r \equiv \hbar^2 k^2 / 2M$ կինետիկ էներգիայի ամով՝

$$k_B T_{Sisyphus} \approx \hbar^2 k^2 / M$$
:

Նատրիումի համար դոպլերյան սահմանը $240\,\mu K$ է, սիզիֆուզյանը՝ $2.4\,\mu K$:

Փորձարարական իրականացումների ժամանակ վերջնական ջերմաստիձանների բնութագրական արժեքները մի կարգով մեծ են լինում հատհարվածային սահմանից, սակայն դեռևս էապես ցածր դոպլերյան սահմանից։

Գոլորշիացմամբ սառեցում։ Հազերային սառեցումն իր երկու էտապներով իջեցնում է ատոմների ջերմաստձաներն այնքան, որ հեշտությամբ գերվում են մագնիսական թակարդներում։ Դե Բրոյլի ալիքի երկարությունն, այնուամենայնիվ, մնում է բավականին փոքր, մասնավորապես, համընթաց շարժման ներհատուկ քվանտամեխանիկական վիձակների համար։ Ջերմաստիձանի հետագա իջեցումն իրականացվում է գոլորշացման մեխանիզմի միջոցով։ Ինչպես և տաք թեյով բաժակի դեպքում է, արագ ատոմների հեռացումը իջեցնում է մնացածների ջերմաստիձանը։ Գործընթացի սխեմատիկ պատկերը բերված է Նկ. *Հ*7. 7-ում։

Գոլորշիացմամբ սառեցման ժամանակ հորում գերված ատոմների խտությունը մեծանում է որովհետև ատոմներն իջնում են դեպի հորի տարածապես փոքրացող չափեր ունեցող հատակը։ ՋերմաստիՃանի մի քանի կարգով իջեցման հետ համակցված այն մեծացնում է ֆազային խտության մեծությունն այնքան, որ քվանտային ստատիստիկական օրինաչափությունները՝ բոզոնային և ֆերմիոնային, դառնում են էական։



Նկ. 27.7. Ատոմները գերող պոտենցիալային հորի բարձրությունն իջեցնելու արդյունքում հորից հեռանում են առավել մեծ էներգիայով ատոմները։ Մնացածների էներգիան, ուրեմն նաև հավասարակշռության գալուց հետո ջերմաստիճանը, նվազում է (Տե՛ս <u>https://sites.ualberta.ca/~ljleblan/background/evaporative-cooling.html</u>):

Գոլորշիացմամբ սառեցումը չունի սկզբունքային սահման ներքևից։ Մագնիսական թակարդներում ատոմական ամպի ջերմաստիՃանն իջնում է մինչև 10*nK* ։

Հ8. Սպինտրոնիկա և ատոմտրոնիկա

Տեղափոխման այնպիսի քվանտամեխանիկական երևույթները, ինչպիսիք են թունելացումը և փուլային կոհերենտ տեղափոխությունները, հաջողությամբ օգտագործվում են էլեկտրոնիկայում, որոնք հիմնված են էլեկտրոնի լիցքի տեղափոխման պրոցեսի վրա։ *Սպինտրոնիկան* տեղափոխման երևույթներում օգտագործում է էլեկտրոնի մյուս հիմնարար բնութագրիչը՝ սպինը։ Այս հնարավորության քննարկումը և ներդրումը դարձել են հրատապ, քանի որ տրադիցիոն կիսահաղորդչային էլեկտրոնիկան փոքրաչափայնացման և արագագործության մասով արդեն մոտեցել է ֆիզիկական իր հնարավորությունների սահմանին։ Սահմանափակող փաստարկներից են գործող դիֆուզային ռեժիմում հոսանքակիրների ցրումները միջավայրում, որոնք բերում են ջերմության առաջացման և նվազեցնում են արտաքին պարամետրերի նկատմամբ արձագանքման արագությունը։ Սպինային էլեկտրոնիկան գործում է որոշ իմաստով հակառակ՝ կոհերենտ տեղափոխման ռեժիմում՝ ընձեռելով որակական նոր հնարավորություններ։

B մագնիսական դաշտում գտնվող էլեկտրոնի սեփական (սպինով պայմանավորված) մագնիսական մոմենտը դաշտի ուղղության վրա կարող է ունենալ +μ_B կամ −μ_B պրոյեկցիա, որտեղ $\mu_B = 9.27 \cdot 10^{-24}$ ΩS[⁻¹ · ն Բորի մագնետոնն է։ Դրական պրոյեկցիային համապատասիանում է, օրինակ, |1⟩ վիձակ (քյուբիթ), իսկ բացասականին՝ |0⟩ ։ Մագնիսական մոմենտի էներգիայի $W = -\mu_B \cdot B$ բանաձևում ընդունելով $B \propto 1$ Sլ բնութագրական արժեքը՝ մեկ քյուբիթ ինֆորմացիայի գրանցման/դուրսբերման համար ստանում ենք $W \approx 10^{-23}$ Ω էներգիայի ծախս։ Սպինի ուղղության փոփոխության համար անհրաժեշտ ժամանակը կարելի է գնահատել դասական մոտեցմամբ, համաձայն որի՝ մագնիսական մոմենտը պտտվում է $ω = \gamma B$ հաձախականությամբ, որտեղ $\gamma \approx 3 \cdot 10^{10}$ Հց/Sլ-ն գիրոմագնիսական հաստատունն է։ $B \propto 1$ Sլ մագնիսական դաշտի դեպքում այդ պտույտի պարբերությունը մոտ $3 \cdot 10^{-11}$ վրկ է։ Այս գնահատականները ցույց են տալիս, որ ինֆորմացիայի գրանցման համար էլեկտրոնի լիցքի փոխարեն սպինի օգտագործման դեպքում ծախսած էներգիայում շահում ենք 2-3 կարգով, իսկ արագագործությունը նույն կարգի է։ Այս ուղղությամբ կատարված փորձարարական հետազոտությունները լրիվությամբ հուսադրող են։

Սպինային ալիքներ։ Առանձին ատոմներում էլեկտրոնների սեփական և օրբիտալ մոմենտները գումարվում են և ձևավորում ատոմի մագնիսական մոմենտը։ Բյուրեղային պինդ մարմիններում՝ կազմված այդպիսի ատոմներից, տարբեր ատոմների էլեկտրոնների միջև առկա փոխանակային փոխազդեցությունը որոշակի համակարգում է մտցնում և բերում զրոյից տարբեր սպինային մագնիսականության առաջացման՝ առանց արտաքին մագնիսական դաշտի գոյության։ Կախված փոխազդեցության բնույթից՝ մագնիսացվածությունն ունենում է ֆերրոմագնիսական կամ անտիֆերրոմագնիսական բնույթ։ Արտաքին հաստատուն կամ փոփոխական մագնիսական դաշտեր կիրառելիս նմուշում դիտվում են նոր երևույթներ, որոնք էլ օգտագործվում են, օրինակ, ինֆորմացիայի գրանցման, փոխանցման և մշակման համար։ Դրանցից առաջնային են սպինային ալիքները (մագնոնները), որոնք սպինային համակարգում գեներացված խոտորման տեղափոխումն են ատոմների միջսպինային փոխազդեցության արդյունքում։ Սպինի պրոյեկցիայի տարբեր նշաններին համապատասխանում են արտաքին մագնիսական դաշտի շուրջ սպինի հակառակ ուղղությամբ պտույտներ։

Մյուս ալիքների նման սպինային ալիքներն ունեն որոշակի հաձախություն և ալիքի երկարություն։ Լաբորատոր գեներացված ալիքներն ունենում են միկրոալիքային (մի քանի գեգահերց) հաձախություններ։ Ի տարբերություն էլեկտական հոսանքների՝ որոնք ազդանշանները փոխանցում են սովորական իրավիձակներում, սպինային ալիքները կարող են տարածվել որոշակի մագնիսական մեկուսիչների ներսում երկար հեռավորությունների վրա, առանց ջերմության առաջացման, ինչը չափազանց գրավիչ հատկանիշ է հաջորդ սերնդի տեխնոլոգիաների (հաշվողական համակարգերի) զարգացման համատեքստում։



Նևիլ Մոտտ

Մպին-բևեռացման տեղափոխություն և մագնիսադիմադրություն։ Մպին-բևեռացման տեղափոխությունը ցուցաբերում է անսովոր հատկություններ, որոնք բացատրվել են Մոտտի կողմից։ Որակական նորությունն այստեղ այն է, որ ցածր ջերմաստիձաններում, երբ մագնոնների ցրումները դառնում են արհամարհելի փոքր, ֆերոմագնիսի մագնիսացման ուղղությանը համապատասխանաբար զուգահեռ և հակազուգահեռ մագնիսական մոմենտները գործում են իրարից անկախ։ Այդ դեպքում սպին-հաղորդականությունը կարող է ներկայացվել որպես սպինի երկու տարբեր պրոյեկցիաների անկախ և ոչ հավասար ներդրումների վերադրում։ Որպես կիրառական կարևոր հետևանք, երբ չբևեռացված հոսանքն անցնում է ֆերոմագնիսով, այն դառնում է սպին-բևեռացված։

Ֆերոմագնիսներում սպինի երկու պրոյեկցիաների բնակեցվածությունների միջև առաջանում է դիսբալանս, որովհետև նրանց վիճակների խտությունները համարյա նույնն են, սակայն այդ վիճակներն ըստ էներգիաների շեղված են իրար նկատմամբ, ինչպես պատկերված է Նկ. Հ8.1-ում։



Նկ. 28.1. Թույլատրելի գոտիներում էլեկտրոնային վիճակների N(E) խտության սխեմատիկ ներկայացումը նորմալ մետաղում և ֆերոմագնիսական մետաղում։ E_F -ը Ֆերմիի էներգիան է (Sե´u Prinz G. A., Science, 282, 1660 (1998), Fig. 1):

Էներգետիկ տեղաշարժը բերում է թույլատրելի գոտիների ոչ հավասար բնակեցվածությունների, ինչը, ուղղակիորեն միջավայրի մագնիսացման առաջացման պատձառ լինելով, նաև բերում է հաղորդականությունը պայմանավորող տիրույթի՝ Ֆերմիի մակարդակի մերձակայքի, բնակեցվածությունների խտության էական տարբերությունների։ Օրինակ, Նկ. 28.1-ի՝ ֆերոմագնիսին համապատասխանող պատկերում սպինը ներքև վալենտական գոտու Ֆերմիի մակարդակին մոտ խտությունը ամենամեծն է, իսկ սպինը վերև գոտու համար հավասար է զրոյի (Ֆերմիի մակարդակն անցնում է արգելված գոտով՝ մոտ ներքին եզրին)։ Բնական է, որ էլեկտրական հոսանքը, որն առաջանում է այս հոսանքակիրների կարգավորված հոսքով, լինում է սպինբնեռացված։ Նկ. Հ8.2-ը մեկնաբանում է՝ ինչու է այդ սպին-բևեռացված հոսանքի առաջացման համար եռաշերտ էլեմենտի դիմադրությունը փոքր, երբ կողմնային ֆերոմագնիսների մագնիսական մոմենտները զուգահեռ են, և մեծ, եթե մագնիսական մոմենտները հակազուդահեռ են։



Նկ. 28.2. Սպին-բևեռացված լիցքակիրների տեղափոխության սխեմատիկ ներկայացումը ֆերոմագնիսից սովորական մետաղի միջով երկրորդ ֆերոմագնիս սպինների համուղղված (ձախից) և հակուղղված (աջից) դեպքերում (Տե՛ս Prinz G. A., Science, 282, 1660 (1998), Fig. 2)։

Իրական սարքերում էլեմենտները, այնուամենայնիվ, պատրաստված չեն Նկ. Հ3.3-ում պատկերված կողմնորոշմամբ, երբ հոսանքն ուղղված է բարակ շերտերին ուղղահայաց։ Այդ դեպքում անցման տեղամասը կլիներ շատ կարձ, և դիմադրությունը՝ շատ փոքր։ Իրական կողմնորոշումը պատկերված է Նկ. Հ8.3-ում։ Սպինային արգելման սկզբունքը հակուղղված շերտերում, իհարկե, նորից գործում է, սակայն սահմանների վրա ի հայտ են գալիս մեծամասշտաբ ցրումներ, և հոսանքի կանալավորում՝ նեղ հետագծերի վրա։ Երբ թաղանթները դառնում են համուղղված, դիմադրության այս երկու մեխանիզմները վերանում են, և տեղամասի դիմադրությունն ընկնում է։ Սարքը փաստացի գործում է որպես սպինային փական (դիոդ)։ Այս օրինաչափությունը հայտնի է որպես գիգանտ մագնիսադիմադրություն։



Նկ. 28.3. Լիցքակիրների կարգավորված տեղափոխության սխեմատիկ ներկայացումը գործող սարքերի համար։ Հոսքը զուգահեռ է սենդվիչի շերտերի հարթությանը (Տե՛ս Prinz G. A., Science, 282, 1660 (1998), Fig. 3):

Ֆերոմագնիսական շերտերը պատրաստում են նյութերից, որոնցից մեկի մագնիսական մոմենտը շատ դժվար է փոխվում, մյուսինը՝ շատ հեշտ։ Փոփոխությունն իրականացվում է արտաքին մագնիսական դաշտի ազդեցությամբ և օգտագործվում է փականի աշխատանքը զգայուն կերպով ղեկավարելու համար։

Ներկայացնենք մագնիսական գրանցումը, ինչը համակարգիչների մագնիսական կոշտ սկավառակներից ինֆորմացիան կարդացող գլխիկների համար է։ Ինֆորմացիան պահվում է որպես միջավայրի դոմեններ կոչվող մագնիսացված տիրույթներում՝ որոշակի հետագծերի վրա (Նկ. Հ8.4)։ Մագնիսացումը պահպանվում է որպես «Օ» բիթ՝ մեկ ուղղության համար, և «۱» բիթ՝ մյուս ուղղության համար։

Գլխիկ-էլեմենտը պատրաստված է այնպես, որ արտաքին դաշտի բացակայության դեպքում հեշտորեն վերամագնիսացող թաղանթում մագնիսական մոմենտն ընկած է լինում միջավայրի հարթության մեջ։ Միջավայրի մագնիսական դոմեններում մագնիսական դաշտն ուղղված է միջավայրի հարթությանը ուղղահայաց։ Այսպիսով, երբ գլխիկն անցնում է դեպի վեր ուղղորդված դաշտով դոմենի վրայով, ապա այն հեշտորեն կողմնորոշվող թաղանթի մագնիսական մոմենտը հրում է և ուղղում դեպի վեր։ Հակառակ ուղղության դեպքում մոմենտը ձգվում է և կողմնորոշվում դեպի ներքն։ Էլեմենտի դիմադրությունը, այսպիսով, աձում է կամ նվազում։ Բնութագրական պայմաններում դիմադրության փոփոխությունը կազմում է 1 % դաշտի 1 Էրստեդ փոփոխության համար (համեմատության համար նշենք, որ Երկրի մագնիսական դաշտը միջին լայնությունների վրա մոտ 0.5 Էրստեդ է)։



Նկ. 28.4. Գիգանտ մազնիսադիմադրության էֆեկտի հիման վրա պատրաստած մազնիսական կարդացող գլխիկի սխեմատիկ պատկերը։ Գլխիկն անցնում է մազնիսական դոմեններով միջավայրի վրայով։ Հեշտ կողմնորոշվող թաղանթի մագնիսացման ուղղությունը գլխիկում որոշվում է միջավայրից դուր եկող դաշտով, որը պտտում է թաղանթի մագնիսացումը դեպի վեր կամ ներքն։ Դիմադրության արդյունարար փոփոխությունը զգում է գլխիկով անցնող i հոսանքը (Sե´ս Prinz G. A., Science, 282, 1660 (1998), Fig. 4):

Նկ. Հ8.6-ում ձախից պատկերված է համակարգչային կոշտ սկավառակը՝ ինֆորմացիայի դուրսհանման գլխիկով։ Աջից ինֆորմացիայի պահպանման խտության (գեգաբիթ/սմ² միավորներով) աՃի գրաֆիկն է տարիների ընթացքում, որտեղ գիգանտ մագնիսադիմադրության տեղամասը սկսվում է համապատասխան սլաքով նշումից հետո։



Նկ. 28.5. Համակարգչի կոշտ սկավառակ՝ իր կարդացող գլխիկով, որը ինֆորմացիան պահպանում է՝ օգտագործելով գիգանտ մագնիսադիմադրության էֆեկտը։

Քվանտային տեխնոլոգիաներում ընդգրկվող ֆիզիկական պրոցեսների ընդլայնման տեսանկյունից քննարկվող թեմայի շարունակությունը *ատոմտրոնիկան է*։ Այն ենթադրում է հոսքային շղթաների ստեղծում, որտեղ կոհերենտ վիճակներում տեղափոխվող մասնիկները ատոմներն են։ Ատոմտրոնիկ սարքերի կիրառական նպատակները, իրականացման հնարավորություններն ու պարամետրերի արժեքները խիստ տարբերվում են էլեկտրոնիկայի և սպինտրոնիկայի դեպքերից։ Ատոմտրոնիկան առայժմ գործում է լաբորատոր պայմաններում՝ սահմանափակված հետազոտական խնդիրների շրջանակով։

Ատոմտրոնիկ սարքերը, իհարկե, չեն կարող լինել պինդմարմնային։ Բացի դա, ատոմների շարժման կոհերենտ վարք ունենալու համար անհրաժեշտ են գերցածր ջերմաստիձաններ, որոնք հասանելի են բացառապես լազերային սառեցման մեթոդներով (Տե՛ս Հավելված 7), անգամ ֆերմիոնային ատոմների համար, երբ, ի նմանություն էլեկտրոնների, գործում է Պաուլիի արգելման սկզբունքը։

Ատոմտրոնիկայի բովանդակային առավելություններից են գերսառը ատոմների դեկոհերենտ ցրումների ցածր մակարդակը և հոսքերը ղեկավարող մագնիսական և մագնիսաօպտիկական գերող պոտենցիալների Ճկուն ղեկավարման բարձր աստիՃանը։

Ատոմտրոնիկայի և էլեկտրոնիկայի ֆիզիկայում առկա են նաև նմանություններ։ Հասկանալու համար նկատենք, որ պինդմարմնային էլեկտրոնիկայի հիմքում ընկած էներգետիկ սպեկտրի գոտիական կառուցվածքը պայմանավորված է բյուրեղային ցանցի ստեղծած պոտենցիալային դաշտի պարբերական բնույթով։ Պարբերական պոտենցիալ ատոմների համար՝ միաչափ, երկչափ և եռաչափ, կարելի է ստանալ նաև լազերային Ճառագայթների կանգուն ալիքներ ստեղծելու Ճանապարհով։ Էներգիական գոտիների բնակեցման էլեկտրոնային օրինաչափությունները, որոնք պայմանավորում են նյութի հաղորդիչ, կիսահաղորդիչ կամ մեկուսիչ լինելը, կարելի է ստանալ ֆերմիոնային ատոմների միջոցով, որոնց ընդհանուր սպինի քվանտային թիվը կիսաամբողջ է, կամ իրար ուժեղ վանող բոզոնային ատոմների միջոցով, որոնք ի հայտ են բերում ֆերմիոնային հատկություններ։ Հետազոտությունների այս մեթոդը հայտնի է օպտիկական ցանց անվանումով։ Քննարկենք այդ հնարավորությունը փոքր-ինչ մանրամասն։

Վանողական բոզոնների համակարգը միաչափ պարբերական պոտենցիալի դաշտում նկարագրվում է

$$\hat{H} = \frac{U}{2} \sum_{i} \hat{n}_{i} \left(\hat{n}_{i} - 1 \right) - J \sum_{\langle ij \rangle} \hat{a}_{i} \hat{a}_{j} + \sum_{i} \left(\varepsilon_{i} - \mu \right) \hat{n}_{i}$$
(28.1)

համիլտոնյանով, որտեղ \hat{a}_i -ն և \hat{n}_i -ն i -րդ հորում մասնիկի ոչնչացման և մասնիկների թվի օպերատորներն են, U > 0-ն հորում մասնիկների վանողական փոխազդեցության էներգիան է, J-ն հարևան հորերի միջև անցումների (ցատկերի) մատրիցական էլեմենտն է՝ էներգիական միավորներով, $\langle i j \rangle$ -ն գումարի նշանի տակ նշանակում է, որ գումարումը կատարվում է միայն հարևան հորերի, ε_i -ն պարբերական պոտենցիալի արժեքն է i-րդ հորում, μ -ն՝ համակարգի քիմիական պոտենցիալը։ Համիլտոնյանը ենթադրում է էներգետիկ սպեկտրի միամասնիկ մոտավորություն և քվանտային թունելացման փոքր արագություն պարբերական պոտենցիալի հարևան հորերի միջն։ Ատոմական համակարգի ջերմաստիձանը բացարձակ զրո է՝ գտնվում է բոզե-էյնշտեյնյան կոնդենսատ վիձակում։ Շատ մեծ՝ *U* » *J* վանողական էներգիաների դեպքում բոզոնները մեծ Ճշտությամբ վերարտադրում են ֆերմիոնային հատկությունը՝ ֆերմի-դիրակյան ստատիստիկան։ Համակարգի նկարագրության համար բավարար են ներքևի երկու էներգետիկ գոտիները, ինչպես սխեմատիկ պատկերված է Նկ. 28.6-ում։ Գնդիկներով պատկերված են առանձին ատոմները։



Նկ. 28.6. Օպտիկական ցանցի սխեմատիկ պատկերը ուժեղ փոխազդող բոզոնների և ուժեղ կապի մոտավորությունների պայմաններում (Տե՛ս B.T. Seaman, M. Kramer, et al. arXiv:cond-mat/0606625):

Էլեկտրոնային շղթաներում էներգիան մատակարարվում է հոսանքի աղբյուրի կողմից, ինչը պոտենցիալների շեղում է առաջացնում շղթայի տեղամասի միացման կետերի միջև։ Ատոմտրոնիկ շղթայի կամ տեղամասի դեպքում հոսանքաղբյուրի դերը կատարում է միացման կետերում քիմիական պոտենցիալների տարբեր լինելը, ասենք՝ μ_L ձախում և μ_R աջից։ Կիրառված լարումը՝

$$V \equiv \mu_L - \mu_R : \tag{28.2}$$

Ատոմների հոսքը գնում է քիմիական պոտենցիալի մեծ արժեքից փոքր արժեք։ Հաստատուն հոսանք ունենալու համար հարկավոր է V-ն պահել հաստատուն։

Փորձարարական պայմաններում աղբյուր կարող են հանդիսանալ ատոմների երկու տարանջատված պոտենցիալային հորերը, որոնք գործում են որպես ամբարներ (թերմոստատներ)՝ յուրաքանչյուրը քիմիական պոտենցիալի իր արժեքով։ Քիմիական պոտենցիալների փոփոխության կարելի է հասնել ամբարների, օրինակ՝ խորության կամ լայնության, փոփոխման միջոցով։ Կարելի է ղեկավարել նաև թակարդներում ատոմների թվի միջոցով։ Այդպիսի մի կոնֆիգուրացիա պատկերված է Նկ. Հ8.7-ում։



Նկ. 28.7. Օպտիկական ցանցը՝ ծայրակետերում միացված ատոմտրոնիկ աղբյուրի հետ քիմիական պոտենցիալի տարբեր արժեքներով (Տե´ս B.T. Seaman, M. Kramer, et al. arXiv:condmat/0606625):

Ատոմտրոնիկ հաղորդիչ միջավայրերը կարող են ունենալ անալոգիա խառնուրդային կիսահաղորդիչների հետ։ Լեգիրացման նպատակը հարևան հորերի միջև՝ արգելված գոտում, էներգետիկ մակարդակների առաջացումն է։ *n* տիպի անալոգիան տեղի ունի, եթե խառնուրդային էներգետիկ մակարդակները մոտ են առաջին դատարկ էներգետիկ զոնայի ներքևի եզրին, իսկ *p* տիպի անալոգիան՝ ամենաբարձր լցված էներգետիկ զոնայի վերին եզրին մոտ լինելու դեպքում (Նկ. *Հ*8.8)։ Դոնորային մակարդակը զբաղեցնող ատոմը կարող է հեշտությամբ գրգռվել դատարկ գոտի և շարժվել ցանցի երկայնքով։



Նկ. 28.8. (a)ⁿ -լեգիրացված և (b) p -լեգիրացված օպտիկական ցանցեր (Տե´ս B.T. Seaman, M. Kramer, et al. arXiv:cond-mat/0606625):

Ակցեպտորային լեգիրացման դեպքում ատոմը հեշտությամբ անցնում է չբնակեցված մակարդակ՝ դրանով թույլ տալով առաջացած խոռոչին տեղափոխվելու պարբերական պոտենցիալով։ Ատոմների տեղափոխությունը ցանցի երկայնքով հիմնականում տեղի է ունենում քվանտային թունելացման երևույթի միջոցով՝ նմանվելով մետաղներում գերհոսելի հոսանքի առաջացման պատկերին։

Բնակեցվածությունների ոչ միանման բաշխումը (ասիմետրիան) n -լեգիրացված և p -լեգիրացված օպտիկական ցանցերում նշանակում է նաև ասիմետրիա հոսքերի առաջացման ժամանակ, կիսահաղորդչային դիոդի անալոգիայով։ Հստակ արտահայտված միակողմանի հաղորդականության հասնելու համար հարկ է լինում աղբյուրում գտնվող ատոմների համար գերհոսելի փուլ ապահովել պոտենցիալների տարբերության մի ուղղության համար և հակառակը՝ մեկուսիչ փուլ ապահովել պոտենցիալների տարբերության մյուս ուղղության համար։ Սա ինքնին շատ հետաքրքիր բազմամասնիկ քվանտային ֆիզիկայի օրինակ է, սակայն դուրս է սույն դասընթացի սահմաններում քննարկվելու հնարավորությունից։

Մշտական հոսանքներ ատոմտրոնիկ շղթաներում։ Մշտական հոսանքը մեզոսկոպիկ ֆիզիկայի որոշիչ պահերից է. էլեկտրոնային օղակաձև գազում (օրինակ՝ մետաղի մեջ), որով ներթափանցում է հաստատուն մագնիսական դաշտ, կարող է ի հայտ գալ հոսանք, որը զուրկ է ցրումներից։ Այն լրիվ օղակով մեկ էլեկտրոնների փուլի կոհերենտության դրսևորումն է և ենթադրում է, որ կոհերենտության երկարությունը մեծ է համակարգի չափերից։ Այն առաջանում է քվանտային ռեժիմում, երբ դիմադրային էֆեկտները, պայմանավորված փոխազդեցություններով, խառնուրդների ներկայությամբ և ջերմային ֆլուկտուացիաներով, արհամարհելի են։ Գերհաղորդականությունը և գերհոսելիությունը մշտական հոսանքների արտահայտման ձևերից են մակրոսկոպիկ մասշտաբում։

Շնորհիվ իրենց աշխատանքային պայմանների վերահսկողության և Ճկունության, ինչպես նաև տարբեր վիՃակագրությունների մասնիկների հետ առնչվելու ունակության՝ գերսառն ատոմներն ապահովում են իդեալական հարթակ նոր մասշտաբներում մշտական հոսանքների ուսումնասիրության համար։ Այս հնարավորության հիմքում ընկած է այն, որ Φ հոսքով արհեստական տրամաչափային դաշտի ազդեցությանը ենթարկվող քվանտային գազն օղակաձև գերման պոտենցիալում իրեն պահում է մագնիսական դաշտի ազդեցությանը ենթարկվող լիցքավորված մասնիկի նման։ Արհեստական մագնիսական դաշտ, իր հերթին, կարող է ստեղծվել քվանտային տեխնոլոգիայի տարբեր մեթոդների միջոցով՝ սկսած պարզ պտույտից և վերջացրած երկֆոտոնային կոմբինացիոն անցումների կամ Berry-ի փուլերի ու հոլոգրամի փուլային հետքագրման մեթոդների միջոցով անկյունային մոմենտի փոխանցմամբ։ Էֆեկտիվ մագնիսական դաշտն ալիքային ֆունկցիային հավելում է փուլային գրադիենտ, որով էլ սահմանում է վերջավոր արագությունների դաշտ ամբողջ օղակի երկայնքով։ Գերսառն ատոմները հարթ

Հոսանքի ուժը կարելի է հաշվել F ազատ էներգիայից՝

$$I = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial F}{\partial \Phi}$$

թերմոդինամիկական առնչության համաձայն։

Նկ. 28.9-ը ներկայացնում է շրջանաձև ատոմտրոնիկ շղթայում կոնդենսատի պտույտի փորձարարական իրականացման սխեմատիկ բովանդակությունը։ a)-ում պատկերված է գերող օպտիկական դիպոլային թակարդի ստեղծումը ռեզոնանսից դեպի կարմիր շեղված փոխուղղահայաց տարածվող լազերային Ճառագայթների միջոցով։



Ul. 28.9. (St. u K.C. Wright, R.B. Blakestad, et al. arXiv:1208.3608 (2012), Fig. 1):

Կոնդենսատը պտտական շարժման մեջ է դրվում օղակը հատող և ռեզոնանսից դեպի կապույտ շեղված լազերային ձառագայթի պտտական շարժման միջոցով, ինչպես պատկերված է b)-ում։ Այն պոտենցիալային արգելք է օղակում գտնվող ատոմների համար։ Փոքր երկսայր սլաքը մատնանշում է ձառագայթի արագ (2 կՀց) սկանավորման ուղղությունը, իսկ մեծ միասայր սլաքը՝ դանդաղ (մինչև 3 Հց) ազիմուտալ պտույտը։ c)-ն ատոմական օղակի կլանման պատկերն է, որում պոտենցիալային արգելքը գտնվում է մինիմալ խտության θ անկյուն կազմող ազիմուտալ տիրույթում։ Պատկերի քառակուսու կողը 84 մկմ է։ d)-ն պոտենցիալային արգելքի պտտման դիրքերի հաջորդականությունն է։ Արգելքի բարձրությունը կոնդենսատի քիմիական պոտենցիալի 60%-ի չափով է։ Նկ. Հ8.10-ը ցույց է տալիս կոնդենսատի արձագանքը պոտենցիալային արգելքի պտույտին արգելքի երկու՝ $U_b = 0.50 \mu_0$ (կապույտ քառակուսիներ) և $U_b = 0.57 \mu_0$ (կարմիր քառակուսիներ), բարձրությունների համար։ μ_0 -ն կոնդենսատի քիմիական պոտենցիալն է։



Ul. 28.10. (St u K.C. Wright, R.B. Blakestad, et al. arXiv:1208.3608 (2012), Fig. 3):

Հորիզոնական առանցքով տեղադրված է պոտենցիալային արգելքի պտտման անկյունային հաձախությունը, իսկ ուղղաձիգ առանցքով՝ կոնդենսատի պտույտը ներկայացնող քվանտային թիվը։ Միավոր չափի շեղումը ուղղաձիգ առանցքի ուղղությամբ պատկերների ընկալմանն օգնելու համար է։ Տվյալների միջինացումները կատարված են մոտավորապես ըստ 20-ական չափումների։

Ատոմական կոնդենսատի շրջանային հոսանքներում շարժման արագությունը հնարավոր է եղել հասցնել մինչև նրանցում ձայնի արագության քսանապատիկը։ Այստեղ իրավիձակը, այնուամենայնիվ, բարդանում է, քանի որ գրգռվում են ֆոնոնային և այլ բնույթի գրգռումներ, որոնք քայքայում են վիձակի կոհերենտությունը և դրանով իսկ հանում ատոմների հոսքը մշտական հոսանքի ռեժիմից։

Օգտագործված գրականության ցանկ

1. Մուրադյան Ա.Ժ., Մուրադյան Գ.Ա., Լազերային սառեցում և բոզե-այնշտայնյան կոնդենսատ, ԵՊՀ հրատարակչություն, Երևան, 2018.

2. Физика твердого тела, под редак. И. К. Верещагина, Москва, Высшая школа, 2001.

3. Almansour S.A., Hassen D., Theoretical study of electronic transmission in resonant tunneling diods based on GaAs/AlGaAs double barriers under bias voltge, Optics and Photonics Journal, 4, 39 (2014).

4. Bruus H., Introduction to nanaotechnology. MIC-Departement of Micro and Nanotechnology, Technical University of Denmark, 2004.

5. Baldo M., Introduction to Nanoelectronics. MIT OpenCourseWare Publication, 2011.

6. Brokmann1 X., Messin1 G., Desbiolles1 P., Giacobino1 E., Dahan M. and Hermier J. P., Colloidal CdSe/ZnS quantum dots as singlephoton sources – New J. Phys. 6, 99 (2004).

7. Buller G. S., Collins R. J., Single-photon generation and detection. Meas. Sci. Technol., 21, 012002 (2010).

8. Cadoret M., De Mirandes E., Clade P., Nez F. Nez, Julien L., Biraben F., Guellati-Khelifa S., Atom interferometry based on light pulses: Application to the high precision measurement of the ratio h/m and the determination of the fine structure constant. Eur. Phys. J.. Special Topics 172, 121 (2009).

9. Committee on AMO, Controlling the Quantum World: The Science of Atoms, Molecules, and Photons, The National Academies Press, Washington, D.C. 2010.

10. Cronin A.D., Schmiedmayer J., Pritchard D.E., Optics and interferometry with atoms and molecules. Rev. Mod. Phys. 81(3), 1051 (2009).

11. Dahan M.B., Peik E., Reichel J., Castin Y., Salomon Ch., Bloch oscillations of atoms in an optical potential, Phys. Rev. Lett., 76(24), 4508 (1996).

12. Demtroder W., Atoms, Molecules and Photons. Springer, Berlin, 2006.

13. Edited by H. Rigneault, J.-M. Lourtioz, C. Delalande, A Levenson. Nanophotonics. ISTE, London, 2006.

14. Fedortchenko S., A quantum teleportation experiment for undergraduate students. arXiv:1607.02398v2 (2016).

15. Foot Ch.J., Atomic Physics, Oxford University Press, Oxford, 2005.

16. Fox A.M., Atomic and Laser Physics. Cambridge University Press, Cambridge, 2019.

17. Fox M., Quantum Optics. An Introduction, Oxford University Press, Oxford, 2006.

18. Fuhrmanek A., Bourgain R., Sortais Y.R.P., Browaeys A., Free-space lossless state detection of a single trapped atom. Phys. Rev. Lett. 106(13), 133003 (2011).

19. Galindo A., Martin-Delgado M. A., Information and computation: Classical and quantum aspects, Rev. Mod. Phys., 74(2), 347 (2002).

20. Gibbs H.M., Spontaneous decay of coherently excited Rb. Phys. Rev. Lett. 29(8), 459 (1972).

21. Godfrin C., Ferhat A., Ballou R., Klyatskaya S., Ruben M., Wernsdorfer W., Balestro F., Operating quantum states in single magnetic molecules: Implementation of Grover's quantum algorithm. Phys. Rev. Lett. 119(18), 187702 (2017).

22. Godin R.M., d'Arcy M.B., Summy G.S., Burnett K., Prospects for atom interferometry, 42(2), 77 (2001).

23. Griffiths D.J., Steinke C.A., Waves in locally periodic media, Am. J. Phys. 69(2), 137 (2001).

24. Inam F.A., Single-Photon Sources. Encyclopedia of Applied Physics. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2019.

25. Kiang D., Multiple scattering by Dirac comb. Amer. Journal of Physics, 42, 785 (1974).

26. Krchnavek R., Introduction to nanoelectronics: Resonant tunnel diode, Rowan University, New Jersey, USA, 2005.

27. Lounis B., Orrit M., Single-photon sources. Rep. Prog. Phys., 68, 1129 (2005).

28. Meyer E., Hug H.J., Bennewitz R., Scunning Probe Microscopy. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004.

29. Miranowicz A., Tamaki K., An introduction to quantum teleportation, arXiv:quant-ph/0302114v1 (2003).

30. Mironov V.L., Fundamentals of scanning probe microscopy: Textbook for students of the senior courses of higher educational institutions, Nizhniy Novgorod, 2004.

31. Mitin V.V., Kochelap V.A., Stroscio M.A., Introduction to Nanoelectronics: Science, Nanotechnology, Engineering, and Applications, Cambridge University Press, Cambradge, 2008.

32. Mitin V.V., Sementsov D.I., Vagidov N.Z., Quantum Mechanics for Nanostructures, Cambridge University Press, Cambradge, 2010.

33. Ott H., Single atom detection in ultracold quantum gases: a review of current progress. arXiv:1602.08422v2 (2017).

34. Pendry J.B., Negative refraction and the perfect lens. The Blackett Laboratory, Imperial College, London (2010).

35. Prinz G.A., Magnetoelectronics. Science, 282, 1660 (1998).

36. Reiserer A., Ritter S., Rempe G., Nondestructive detection of an optical photon. Science, 342, 1349 (2013).

37. Rieffel E., Polak W., An Introduction to quantum computing for non-physicists. arXiv:quant-ph/9809016v2 (1998).

38. Schnabel R., Squeezed states of light and their applications in laser interferometers. arXiv:1611.03986v3 (2017).

39. Seaman B.T., Krämer M., Anderson D.Z., and M. J. Holland, Atomtronics: Ultracold-atom analogs of electronic devices. Phys. Rev. A, 75, 023615 (2007).

40. Seminario J.M., Zacarias A.G., Tour J.M., Theoretical study of a molecular resonant tunneling diode, J. Am. Chem. Soc. 122, 3015 (2000).

41. Sollner T. C. L. G., Goodhue W.D., Tannenwald P.E., Parker C.D., Peck D.D., Resonant tunneling through quantum wells at frequencies up to 2.5 THz. Appl. Phys. Lett. 43, 588 (1983).

42. Wilk T., Webster S.C., Specht H.P., Rempe G., Kuhn A., Polarization-controlled single photons. Phys. Rev. Lett. 98, 063601 (2007).

43. Winkler F., Barthel J., Tavabi A.H., Borghardt S., Kardynal B. E., Dunin-Borkowski R. E., Absolute scale quantitative off-axis electron holography at atomic resolution. Phys. Rev. Lett. 120(15), 156101 (2018).

44. Zutic I., Fabian J., Das Sarma S., Spintronics: Fundamentals and applications. Rev. Mod. Phys., 76(2), 323 (2004).

- 45. 6. Physics of Single Quantum Emitters, 181-207 (Internet).
- 46. 16. Photodetectors, 545-581 (Internet).
- 47. Report by A. Slachter. Single photon emmiters, (Internet).

48. Chapter 2. Solid-state physics fundamentals of light emmiting diodes thermal behavior, 15-24 (Internet).

Բովանդակություն

| ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ | 4 |
|--|----|
| ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՆԵՐՀԱՏՈՒԿ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ | 10 |
| § 1. Մասնիկի քվանտային վիձակները պոտենցիալային հորի օրինակով | 10 |
| Մասնիկը միաչափ ուղղանկյուն պոտենցիալային հորում | 11 |
| § 2. Քվանտային թունելացում | 16 |
| Ալիքային փաթեթի անցումը և անդրադարձումը | 19 |
| § 3. Ռեզոնանսային թունելացում | 21 |
| Պոտենցիալային հորի դեպքը | 24 |
| § 4. Մասնիկը տարածապարբերական պոտենցիալում։ Բլոխի օսցիլյացիաներ | 25 |
| Դիրակի սանր | 30 |
| Բլոխի օսցիլյացիաներ | 31 |
| Բլոխի օսցիլյացիաների տեսությունը | 32 |
| Ատոմի Բլոխի օսցիլյացիաներ արագացող օպտիկական պոտենցիալում | 34 |
| ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ՍԱՐՔԵՐԻ ՖԻՉԻԿԱ | 36 |
| § 5. Կիսահաղորդիչներ։ Կիսահաղորդչային դիոդ | 36 |
| Պինդ մարմինների դասակարգումը միաէլեկտրոն վիձակների էներգետիկ սպեկտրի | |
| հիման վրա | 37 |
| Էլեկտրահաղորդականության մեխանիզմը կիսահաղորդիչներում | 39 |
| n - տիպի կիսահաղորդիչներ | 41 |
| ^p - տիպի կիսահաղորդիչներ | 42 |
| р-п կիսահաղորդչային կոնտակտ | 43 |
| § 6. Ռեզոնանսային թունելային դիոդ։ Լուսադիոդ | 47 |
| Թունելային դիոդ | 47 |
| Լուսադիոդ | 53 |
| § 7. Սկան-թունելային մանրադիտակ | 59 |
| Լույսի ալիքի երկարության կարձեցման մեթոդը | 59 |
| Մկան-զոնդավորման մանրադիտակը | 60 |
| § 8. Երկմակարդակ քվանտային համակարգ | 66 |
| Համակարգի ժամանակային էվոլյուցիան։ Սուպերպոզիցիոն վիճակներ | 67 |
| Թույլ դաշտի սահմանը | 71 |
| Ուժեղ դաշտի սահմանը | 72 |
| Մարումներ | 73 |
| Ռաբիի օսցիլյացիաների փորձարարական դիտումը | 74 |
| § 9. Քվանտային չափում | 75 |
| Ոչ սելեկտիվ, անընդհատ չափումներ | 79 |
| Մի քանի ֆիզիկական մեծությունների միաժամանակ որոշակի | |
| արժեք ունենալու պայմանները | 80 |
| § 10. Քվանտային ինֆորմացիա | 82 |
| Բլոխի սֆերա | 84 |
| Կոհերենտ գործառույթներ Բլոխի սֆերայի պատկերացմամբ | 86 |
| ԽՃՃվածությունը և ինֆորմացիան | 87 |

| Ոչ քլոնավորման թեորեմը | 90 |
|--|-----|
| § 11. Քվանտային համակարգիչ | 91 |
| Միաքյուբիթ տրամաբանական գեյթեր | 91 |
| Երկքյուբիթ տրամաբանական գեյթեր | 93 |
| Գրովերի ալգորիթմը | 97 |
| Քվանտային համակարգիչ | |
| Գերված ատոմական իոններ | |
| Չեզոք ատոմներ և մոլեկուլներ | |
| Քվանտային գերհաղորդիչ սխեմա | |
| § 12. Քվանտային տելեպորտացիա և քվանտային կրիպտոգրաֆիաֆիաստանու | 104 |
| Քվանտային տելեպորտացիա | 104 |
| Քվանտային կրիպտոգրաֆիա (ծածկագրություն) | 110 |
| § 13. Ատոմական ինտերֆերոմետր | 112 |
| § 14. Միաֆոտոն Ճառագայթման աղբյուրներ | 117 |
| Կոհերենտ վիճակներ | 119 |
| Ջերմային վիճակներ | 120 |
| Ատոմներ և իոններ | 125 |
| Դեֆեկտներ հոծ կամ նանոբյուրեղային ալմաստում | 127 |
| § 15. Քվանտային կետ | 128 |
| Կոլոիդային քվանտային կետերը | 133 |
| Օպտիկական հատկությունները | 134 |
| Արևային Էլեմենտներ | 135 |
| Ֆլուրեսցենցող մոլեկուլներ | 135 |
| Քվանտային գեյթեր | 136 |
| § 16. Միամասնիկ քվանտային դետեկտոր | 138 |
| Գերսաոր ատոմական իոնների գերումը | 138 |
| Չեզոք ատոմների գերումը | 141 |
| Առանձին ատոմների գրանցման մեթոդները | 142 |
| ՀԱՎԵԼՎԱԾՆԵՐ | 149 |
| Հ1. Քառակուսային մատրիցայի ամբողջ աստիձանի՝ հաշվումը | 149 |
| Հ2. Կրկնվող պոտենցիալային արգելքների քվանտային թունելացումը | 150 |
| Մեկ պոտենցիալային արգելքի դեպքը | 150 |
| Ուղղանկյուն պոտենցիալային արգելքներ | 154 |
| Հ3. Կապված վիմակները լոկալ պարբերական պոտենցիալում | 155 |
| Հ4. Գրաֆեն | 158 |
| Ածխածնային նանոխողովակները | 162 |
| Հ5. Լազերներ | 165 |
| Օպտիկական ռեզոնատորներ | |
| Հ6. Օպտիկական ուժեր | 172 |
| Գրադիենտային ուժ | 174 |
| Հարթ վազող ալիքի դեպքը | 175 |
| Հանդիպակաց հարթ ալիքների դեպքը | 176 |
| Լույսի սպոնտան Ճնշման ուժը | 178 |

| Հ7. Լազերային սառեցում | .180 |
|--|-------|
| Դոպլերյան սառեցում | .180 |
| Դոպլերյան սառեցման սահմանը | .183 |
| Սիզիֆուզյան սառեցում | .184 |
| Սիզիֆուզյան սառեցման սահմանը | .188 |
| Գոլորշիացմամբ սառեցում | .189 |
| Հ8. Սպինտրոնիկա և ատոմտրոնիկա | .189 |
| Սպինային ալիքներ | .190 |
| Սպին-բևեռացման տեղափոխություն և մագնիսադիմադրություն | .191 |
| Ատոմտրոնիկա | . 194 |
| Մշտական հոսանքներ ատոմտրոնիկ շղթաներում | .196 |
| Օգտագործված գրականության ցանկ | .199 |

Երևանի պետական համալսարան Ֆիզիկայի ֆակուլտետ

Մուրադյան Ատոմ, Մուրադյան Գևորգ

ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՏԵԽՆՈԼՈԳԻԱՆԵՐԻ ՖԻՉԻԿԱ

Դասագիրք

Հրատ. պատ. խմբագիր` Լ. Հովհաննիսյան Համակարգչային ձևավորումը` Կ. Չալաբյանի Կազմի ձևավորումը` Ա. Պատվականյանի Հրատ. սրբագրումը` Ա. Գույումջյանի

> ԵՊՀ հրատարակչություն ք. Երևան, 0025, Ալեք Մանուկյան 1 www.publishing.ysu.am