Под ред. Г.С. Ландсберга

ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ УЧЕБНИК ФИЗИКИ

1. Механика. Теплота. Молекулярная физика

Один из лучших курсов элементарной физики, завоевавший огромную популярность. Достоинством курса является глубина изложения физической стороны рассматриваемых процессов и явлений в природе и технике. В новом издании структура курса осталась прежней, однако в изложении проведена система единиц СИ, терминология и обозначения единиц физических величин приведены в соответствие с действующим ГОСТ.

Для слушателей и преподавателей подготовительных отделений и курсов вузов, старшеклассников общеобразовательных и профессиональных школ, а также лиц, занимающихся самообразованием и готовящихся к поступлению в вуз.

Оглавление

От издательства 9
Из предисловия к первому изданию 11
Введение 15

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ. МЕХАНИКА

Глава I. Кинематика **19**

§1. Движение тел (19).
§2. Кинематика. Относительность движения и покоя (21).
§3. Траектория движения (22).
§4. Поступательное и вращательное движения тела (23).
§5. Движение точки (25).
§6. Описание движения точки (26).
§7. Измерение длины (30).
§8. Измерение промежутков времени (33).
§9. Равномерное прямолинейное движение и его скорость (35).
§10. Знак скорости при прямолинейном движении (37).
§11. Единицы скорости (38).
§12. Графики зависимости пути от времени (40).
§13. Графики зависимости скорости от времени (44).
§14. Неравномерное прямолинейное движение. Средняя скорость (45).
§15. Мгновенная скорость (47).
§16. Ускорение при прямолинейном движении (49).
§17. Скорость прямолинейного равноускоренного движения (51).
§18. Знак ускорения при прямолинейном движении (52).
§19. Графики скорости при прямолинейном равноускоренном движении (53).
§20. Графики скорости при произвольном неравномерном движении (55).
§21. Нахождение пути, пройденного при неравномерном движении, при помощи графика скорости (56).
§22. Путь, пройденный при равнопеременном движении (57).

§23. Векторы (59).
§24. Разложение вектора на составляющие (62).
§25. Криволинейное движение (66).
§26. Скорость криволинейного движения (66).
§27. Ускорение при криволинейном движении (67).
§28. Движение относительно разных систем отсчета (70).
§29. Кинематика космических движений (72).
Глава II. Динамика **76**
§30. Задачи динамики (76).
§31. Закон инерции (76).
§32. Инерциальные системы отсчета (79).
§33. Принцип относительности Галилея (80).
§34. Силы (81).
§35. Уравновешивающиеся силы. О покое тела и о движении по инерции (82).
§36. Сила — вектор. Эталон силы (84).
§37. Динамометры (86).
§38. Точка приложения силы (88).
§39. Равнодействующая сила (89).
§40. Сложение сил, направленных по одной прямой (90).
§41. Сложение сил, направленных под углом друг к другу (91)
§42. Связь между силой и ускорением (92).
§43. Масса тела (94).
§44. Второй закон Ньютона (96).
§45. Единицы силы и массы (100).
§46. Системы единиц (100).
§47. Третий закон Ньютона (101).
§48. Примеры применения третьего закона Ньютона (105).
§49. Импульс тела (107).
§50. Система тел. Закон сохранения импульса (108).
§51. Применения закона сохранения импульса (109).
§52. Свободное падение тел (111),
§53. Ускорение свободного падения (112).
§54. Падение тела без начальной скорости и движение тела, брошенного вертикально вверх (113).
§55. Вес тела (115).
§56. Масса и вес (117).
§57. Плотность вещества (118).
§58. Возникновение деформаций (119).
§59. Деформации в покоящихся телах, вызванные действием только сил, возникающих при соприкосновении (120).
§60. Деформации в покоящихся телах, вызванные силой тяжести (121).
§61. Деформации тела, испытывающего ускорение (123).
§62. Исчезновение деформаций при падении тел (125).

§63. Разрушение движущихся тел (127).
§64. Силы трения (128).
§65. Трение качения (131).
§66. Роль сил трения (132).
§67. Сопротивление среды (134).
§68. Падение тел в воздухе (135).
Глава III. Статика 138
§69. Задачи статики (138).
§70. Абсолютно твердое тело (139).
§71. Перенос точки приложения силы, действующей на твердое тело (141).
§72. Равновесие тела под действием трех сил (142).
§73. Разложение сил на составляющие (144).
§74. Проекции сил. Общие условия равновесия (146).
§75. Связи. Силы реакции связей. Тело, закрепленное на оси (148).
§76. Равновесие тела, закрепленного на оси (151).
§77. Момент силы (152).
§78. Измерение момента силы (154).
§79. Пара сил (156).
§80. Сложение параллельных сил. Центр тяжести (156).
§81. Определение центра тяжести тел (159).
§82. Различные случаи равновесия тела под действием силы тяжести (162).
§83. Условия устойчивого равновесия под действием силы тяжести (165).
§84. Простые машины (168).
§85. Клин и винт (175).
Глава IV. Работа и энергия 179
§86. «Золотое правило» механики (179).
§87. Применения «золотого правила» (180).
§88. Работа силы (181).
§89. Работа при перемещении, перпендикулярном к направлению силы (183).
§90. Работа силы, направленной под любым углом к перемещению (183).
§91. Положительная и отрицательная работа (185).
§92. Единица работы (186).
§93. О движении по горизонтальной плоскости (186).
§94. Работа силы тяжести при движении по наклонной плоскости (187).
§95. Принцип сохранения работы (188).
§96. Энергия (189).
§97. Потенциальная энергия (191).
§98. Потенциальная энергия упругой деформации (194).
§99. Кинетическая энергия (195).
§100. Выражение кинетической энергии через массу и скорость тела

(196).
§101. Полная энергия тела (197).
§102. Закон сохранения энергии (198).
§103. Силы трения и закон сохранения механической энергии (202).
§104. Превращение механической энергии во внутреннюю энергию (203).
§105. Всеобщий характер закона сохранения энергии (206).
§106. Мощность (207).
§107. Расчет мощности механизмов (208).
§108. Мощность, быстроходность и размеры механизма (209).
§109. Коэффициент полезного действия механизмов (210).
Глава V. Криволинейное движение **213**
§110. Возникновение криволинейного движения (213).
§111. Ускорение при криволинейном движении (214).
§112. Движение тела, брошенного в горизонтальном направлении (216).
§113. Движение тела, брошенного под углом к горизонту (218).
§114. Полет пуль и снарядов (221).
§115. Угловая скорость (222).
§116. Силы при равномерном движении по окружности (224).
§117. Возникновение силы, действующей на тело, движущееся по окружности (226).
§118. Разрыв маховиков (228).
§119. Деформация тела, движущегося по окружности (230).
§120. «Американские горки» (233).
§121. Движение на закруглениях пути (235).
§122. Движение подвешенного тела по окружности (236).
§123. Движение планет (238).
§124. Закон всемирного тяготения (241).
§125. Искусственные спутники Земли (245).
Глава VI. Движение в неинерциальных системах отсчета и силы инерции **253**
§126. Роль системы отсчета (253).
§127. Движение относительно разных инерциальных систем отсчета (254).
§128. Движение относительно инерциальной и неинерциальной систем отсчета (255).
§129. Поступательно движущиеся неинерциальные системы (257).
§130. Силы инерции (258).
§131. Эквивалентность сил инерции и сил тяготения (260).
§132. Невесомость и перегрузки (263).
§133. Является ли Земля инерциальной системой отсчета? (265).
§134. Вращающиеся системы отсчета (266).
§135. Силы инерции при движении тела относительно вращающейся системы отсчета (269).

§136. Доказательство вращения Земли (270).
§137. Приливы (273).
Глава VII. Гидростатика **275**
§138. Подвижность жидкости (275).
§139. Силы давления (276).
§140. Измерение сжимаемости жидкости (278).
§141. «Несжимаемая» жидкость (279).
§142. Силы давления в жидкости передаются во все стороны (279).
§143. Направление сил давления (280).
§144. Давление (280).
§145. Мембранный манометр (282).
§146. Независимость давления от ориентации площадки (282).
§147. Единицы давления (283).
§148. Определение сил давления по давлению (284).
§149. Распределение давления внутри жидкости (285).
§150. Закон Паскаля (285).
§151. Гидравлический пресс (287).
§152. Жидкость под действием силы тяжести (289).
§153. Сообщающиеся сосуды (293).
§154. Жидкостный манометр (295).
§155. Устройство водопровода. Нагнетательный насос (297).
§156. Сифон (298).
§157. Сила давления на дно сосуда (300).
§158. Давление воды в морских глубинах (303).
§159. Прочность подводной лодки (306).
§160. Закон Архимеда (307).
§161. Измерение плотности тел на основании закона Архимеда (312).
§162. Плавание тел (312).
§163. Плавание несплошных тел (315).
§164. Устойчивость плавания кораблей (317).
§165. Всплывание пузырьков (318).
§166. Тела, лежащие на дне сосуда (319).
Глава VIII. Аэростатика **320**
§167. Механические свойства газов (320).
§168. Атмосфера (321).
§169. Давление атмосферы (322).
§170. Другие опыты, показывающие существование атмосферного давления (324).
§171. Разрежающие насосы (327).
§172. Влияние атмосферного давления на уровень жидкости в трубке (328).
§173. Максимальная высота столба жидкости (330).
§174. Опыт Торричелли. Ртутный барометр и барометр-анероид (332).
§175. Распределение атмосферного давления по высоте (335).

§176. Физиологическое действие пониженного давления воздуха (338).
§177. Закон Архимеда для газов (338).
§178. Воздушные шары и дирижабли (339).
§179. Применение сжатого воздуха в технике (341).
Глава IX. Гидродинамика и аэродинамика **345**
§180. Давление в движущейся жидкости (345).
§181. Течение жидкости по трубам. Трение жидкости (347).
§182. Закон Бернулли (350).
§183. Жидкость в неинерциальных системах отсчета (353).
§184. Реакция движущейся жидкости и ее использование (356).
§185. Перемещение на воде (358).
§186. Ракеты (361).
§187. Реактивные двигатели (362).
§188. Баллистические ракеты (363).
§189. Взлет ракеты с Земли (365).
§190. Сопротивление воздуха. Сопротивление воды (366).
§191. Эффект Магнуса и циркуляция (370).
§192. Подъемная сила крыла и полет самолета (372).
§193. Турбулентность в потоке жидкости или газа (375).
§194. Ламинарное течение (376).
РАЗДЕЛ ВТОРОЙ. ТЕПЛОТА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
Глава X. Тепловое расширение твердых и жидких тел **378**
§195. Тепловое расширение твердых и жидких тел (378).
§196. Термометры (382).
§197. Формула линейного расширения (385).
§198. Формула объемного расширения (388).
§199. Связь между коэффициентами линейного и объемного расширения (389).
§200. Измерение коэффициента объемного расширения жидкостей (390).
§201. Особенности расширения воды (391).
Глава XI. Работа. Теплота. Закон сохранения энергии **392**
§202. Изменения состояния тел (392).
§203. Нагревание тел при совершении работы (393).
§204. Изменение внутренней энергии тел при теплопередаче (395).
§205. Единицы количества теплоты (396).
§206. Зависимость внутренней энергии тела от его массы и вещества (397).
§207. Теплоемкость тела (398).
§208. Удельная теплоемкость (399).
§209. Калориметр. Измерение теплоемкостей (400).
§210. Закон сохранения энергии (403).
§211. Невозможность «вечного двигателя» (404).
§212. Различные виды процессов, при которых происходит передача теплоты (405).

Глава XII. Молекулярная теория **410**
§213. Молекулы и атомы (410).
§214. Размеры атомов и молекул (411).
§215. Микромир (412).
§216. Внутренняя энергия с точки зрения молекулярной теории (414).
§217. Молекулярное движение (415).
§218. Молекулярное движение в газах, жидкостях и твердых телах (416).
§219. Броуновское движение (417).
§220. Молекулярные силы (418).
Глава XIII. Свойства газов **421**
§221. Давление газа (421).
§222. Зависимость давления газа от температуры (423).
§223. Формула, выражающая закон Шарля (424).
§224. Закон Шарля с точки зрения молекулярной теории (425).
§225. Изменение температуры газа при изменении его объема. Адиабатические и изотермические процессы (426).
§226. Закон Бойля — Мариотта (428).
§227. Формула, выражающая закон Бойля — Мариотта (430).
§228. График, выражающий закон Бойля—Мариотта (431).
§229. Зависимость между плотностью газа и его давлением (432).
§230. Молекулярное толкование закона Бойля — Мариотта (433).
§231. Изменение объема газа при изменении температуры (434).
§232. Закон Гей-Люссака (435).
§233. Графики, выражающие законы Шарля и Гей-Люссака (436).
§234. Термодинамическая температура (437).
§235. Газовый термометр (439).
§236. Объем газа и термодинамическая температура (440).
§237. Зависимость плотности газа от температуры (440).
§238. Уравнение состояния газа (441).
§239. Закон Дальтона (443).
§240. Плотность газов (443).
§241. Закон Авогадро (445).
§242. Моль. Постоянная Авогадро (446).
§243. Скорости молекул газа (447).
§244. Об одном из способов измерения скоростей движения молекул газа (опыт Штерна) (451).
§245. Удельные теплоемкости газов (453).
§246. Молярные теплоемкости (454).
§247. Закон Дюлонга и Пти (456).
Глава XIV. Свойства жидкостей **457**
§248. Строение жидкостей (457).
§249. Поверхностная энергия (458).
§250. Поверхностное натяжение (463).
§251. Жидкостные пленки (467).

§252. Зависимость поверхностного натяжения от температуры (468).
§253. Смачивание и несмачивание (469).
§254. Расположение молекул у поверхности тел (472).
§255. Значение кривизны свободной поверхности жидкости (473).
§256. Капиллярные явления (478).
§257. Высота поднятия жидкости в капиллярных трубках (480).
§258. Адсорбция (482).
§259. Флотация (483).
§260. Растворение газов (485).
§261. Взаимное растворение жидкостей (488).
§262. Растворение твердых тел в жидкостях (488).
Глава XV. Свойства твердых тел. Переход тел из твердого состояния в жидкое **490**
§263. Введение (490).
§264. Кристаллические тела (491).
§265. Аморфные тела (494).
§266. Кристаллическая решетка (495).
§267. Кристаллизация (499).
§268. Плавление и отвердевание (500).
§269. Удельная теплота плавления (501).
§270. Переохлаждение (503).
§271. Изменение плотности веществ при плавлении (505).
§272. Полимеры (506).
§273. Сплавы (509).
§274. Затвердевание растворов (511).
§275. Охлаждающие смеси (512).
§276. Изменения свойств твердого тела (513).
Глава XVI. Упругость и прочность **515**
§277. Введение (515).
§278. Упругие и пластические деформации (515).
§279. Закон Гука (516).
§280. Растяжение и сжатие (517).
§281. Сдвиг (519).
§282. Кручение (521).
§283. Изгиб (523).
§284. Прочность (525).
§285. Твердость (526).
§286. Что происходит при деформации тел (527).
§287. Изменение энергии при деформации тел (528).
Глава XVII. Свойства паров **529**
§288. Введение (529).
§289. Пар насыщенный и ненасыщенный (529).
§290. Что происходит при изменении объема жидкости и насыщенного пара (431).

§291. Закон Дальтона для пара (533).
§292. Молекулярная картина испарения (534).
§293. Зависимость давления насыщенного пара от температуры (536).
§294. Кипение (537).
§295. Удельная теплота парообразования (541).
§296. Охлаждение при испарении (545).
§297. Изменение внутренней энергии при переходе вещества из жидкого состояния в парообразное (546).
§298. Испарение при кривых поверхностях жидкости (547).
§299. Перегревание жидкости (548).
§300. Пересыщение паров (549).
§301. Насыщение пара при возгонке (550).
§302. Превращение газа в жидкость (551).
§303. Критическая температура (552).
§304. Сжижение газов в технике (556).
§305. Вакуумная техника (559).
§306. Водяной пар в атмосфере (560).
Глава XVIII. Физика атмосферы
§307. Атмосфера (564).
§308. Тепловой баланс Земли (565).
§309. Адиабатические процессы в атмосфере (566).
§310. Облака (567).
§311. Искусственные осадки (570).
§312. Ветер (571).
§313. Предсказание погоды (572).
Глава XIX. Тепловые машины
§314. Условия, необходимые для работы тепловых двигателей (574).
§315. Паросиловая станция (575).
§316. Паровой котел (576).
§317. Паровая турбина (578).
§318. Поршневая паровая машина (579).
§319. Конденсатор (581).
§320. Коэффициент полезного действия теплового двигателя (581).
§321. Коэффициент полезного действия паросиловой станции (582).
§322. Бензиновый двигатель внутреннего сгорания (585).
§323. Коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания (589).
§324. Двигатель Дизеля (590).
§325. Реактивные двигатели (591).
§326. Передача теплоты от холодного тела к горячему (592).
Ответы и решения к упражнениям
Предметный указатель
Таблицы
1. Плотность некоторых веществ (118).

2. Сведения о планетах (238).
3. Коэффициент линейного расширения некоторых веществ (386).
4. Коэффициент объемного расширения некоторых жидкостей (390).
5. Удельная теплоемкость некоторых веществ (402).
6. Теплоемкость некоторых веществ (406).
7. Плотность некоторых газов при нормальных условиях (444).
8. Средняя скорость молекул некоторых газов (450).
9. Молекулярная теплоемкость некоторых газов при постоянном давлении и при постоянном объеме (455).
10. Молярная теплоемкость некоторых твердых веществ при 25°С(456).
11. Поверхностное натяжение некоторых жидкостей (465).
12. Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры (469).
13. Растворимость в воде некоторых газов при различных температурах (487).
14. Растворимость в воде некоторых веществ при различных температурах (489).
15. Температура плавления некоторых веществ (501).
16. Удельная теплота плавления некоторых веществ (503).
17. Разрушающая нагрузка некоторых материалов при растяжении (526).
18. Давление насыщенного пара воды и ртути при различных температурах (536).
19. Температура кипения некоторых жидкостей при 760 мм рт. ст. (540).
20. Удельная теплота парообразования некоторых жидкостей (544).
21. Давление насыщенного пара над переохлажденной водой и над льдом (551).
22. Свойства воды и ее насыщенного пара при различных температурах (553).
23. Критическая температура и критическое давление некоторых веществ (554).
24. Давление насыщенного пара воды и абсолютная влажность воздуха в зависимости от температуры (561).
25. Удельная теплота сгорания некоторых сортов топлива (582).

Предметный указатель

Абсолютно твердое тело 140, 279, 490
Абсолютный нуль 438
Адсорбция 482, 483, 560
Автоклав 541
Альтиметр 335
Американские горки 233
Ампер 101
Ангстрем 31
Антициклон 273, 571
Ареометр 314
Атмосфера 283, 296
— Земли 321, 407, 561, 564
— техническая 284
— физическая 283, 335
Атомы 410, 411, 413
Афелий 239
Аэродинамика 341
Аэростат 341
Барометр-анероид 332, 334

Барометр ртутный 332, 333
Батискаф 303, 304
Батисфера 303
Бином линейного расширения 387
— объемного расширения 388
Блок двойной 171, 172, 174, 180, 188
— дифференциальный 174
— простой 170, 171, 174
— сложный 173
Бриз 571
Броуновское движение 417, 418, 446
Вакуумная техника 327, 559
Вакуумные приборы 560
Ватт 207
Вектор 60
Векторы коллинеарные 213
— свободные 65
Вертолет 374, 375
Вес 115, 116, 117, 234, 263, 268
Весы десятичные 117
— крутильные 243
— пружинные 115, 118, 234
— рычажные 116, 117, 118
Ветер 375, 407, 571
Вечный двигатель 405, 480
Вещества пластичные 516
— упругие 516
Винт 176, 177
Влажность воздуха абсолютная 561—563
— — относительная 561—563
Вода 391, 399, 465, 485, 487, 497, 505, 553
Водоизмещение 314
Водолазный колокол 305
Водомерная трубка 293, 294
Водопровод 297, 349
Водяное отопление 381
Водяной эквивалент 402, 502, 544
Возгонка 500
Воздушный шар 339, 340, 346
— тормоз 343
Волновое сопротивление 368
Ворот 172
Вращающий момент 209, 522
Вычитание векторов 62
Вязкость 407, 504
Газы 320, 407, 414
Гейзер 541
Гигрометр 561, 562
Гидродинамика 345
Гипербола 432
Гипсотермометр 539, 540
Градус Цельсия 383
График пути 41
— скорости 53
Гребное колесо 359
Гребной винт 360
Горная болезнь 338
Давление 281—284, 287, 290, 292, 320
— атмосферы 322, 324, 325, 328, 331, 335
— газа 421, 422, 445
— гидростатическое 290, 303
— избыточное 343
— критическое 554
— парциальное 443, 486, 487
— — водяного пара 562, 563
— полное 346, 347
— статическое 346—348, 351
Двигатель внутреннего сгорания 585, 589
— Дизеля 590, 591
— реактивный 361, 362, 591, 592
— тепловой 574
Движение вращательное 25
— замедленное 49
— криволинейное 25
— механическое 19
— молекулярное 415, 416
— поступательное 24
— прямолинейное 25
— равномерное 35, 36
— равнопеременное 53
— равноускоренное 50—52
— ускоренное 49
Детандер 557

Деформация 81, 119, 139, 231, 232
— пластическая 515, 516, 527, 528
— упругая 194, 515—517, 527
Джоуль 186, 191, 197, 397
Дина 100
Динамика 76
Динамометр 86, 87
Дирижабль 339, 341
Диффузия 415, 450, 485, 486, 488
Домкрат 178
Единицы давления 283, 296 ,
— физических величин основные 101
— — — производные 101
Жесткость пружины 194
Жидкий воздух 557
— грунт 317
— кислород 557
Жидкостные пленки 467
Жидкость перегретая 539, 548
Закалка стали 514
Закон Авогадро 445—447
— Архимеда 309, 310, 312, 319, 338, 339, 462
— Бернулли 350—352, 371
— Бойля — Мариотта 428, 430 432, 433, 436, 445, 531—533, 538
— Бэра 273
— всемирного тяготения 241, 242
— Гей-Люссака 435—437, 440
— Генри 487
— Гука 516, 517, 533
— Дальтона 443, 445, 446, 533, 534
— Дюлонга и Пти 502
— инерции 78, 98, 109, 253, 258
— кратных отношений 411
— Ньютона второй 97—100, 107, 214, 215, 253, 258
— — первый 78, 98
— — третий 104, 106, 230, 243, 253, 259
— Паскаля 287, 320
— постоянных отношений 410
— равенства действия и противодействия 104
— сохранения импульса 109, 110, 259
— — работы 200
— — энергии 180, 198, 199, 202, 206, 392, 395, 400, 404, 405, 427, 502, 543
— Шарля 424, 425, 436—440, 449, 531
Законы Кеплера 238, 239, 241
Золотниковая коробка 579, 580
Золотое правило механики 179—181, 188, 288
Зонд 347
Изгиб 523
Измеритель скорости потока 347
Импульс тела 107
Ионосфера 564
Ионы 496
Искусственный спутник Земли 245, 263, 285, 306, 338, 363, 564, 573
— — — синхронный 252
Испарение 408, 529, 545, 547
Кабестан 172, 173
Кавитация 533
Калориметр 400, 402, 502, 543, 544, 582
Калория 397
Капдела 101
Капилляр 377, 481
Капиллярная трубка 478—480
Капиллярные явления 478
Карбюратор 586, 587
Каучук 508, 509
Кварцевое стекло 379
Кельвин 101, 383, 438
Кессонная болезнь 306
Килограмм 100, 101
Кинематика 21
Кипение 537, 538
Клин 175, 176
Количество теплоты 396, 398
Компонента вектора 64
Компрессор 342
Конвекция 407
Конденсатор 581

Конденсация 408, 529
Концентрация раствора 488, 489
Координата точки 27, 57
Кориолисова сила 270
Космическая скорость вторая 252
— — первая 247
Коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания 589, 591
— — — механизма 210, 211
— — — паросиловой станции 582
— — — теплового двигателя 581, 583
— трения покоя 130
— — скольжения 131
Кривошипный механизм 175
Криофор 546
Кристаллизация 489, 499, 504
Кристаллическая решетка 495, 497
Кристаллы атомные 497
— ионные 496, 497
— молекулярные 497
Кручение 521, 522
Лед 505
Линии тока 352, 366, 371
Лопадиная сила 207
Луна 242, 245, 269, 273
Магдебургские полушария 325
Макромир 412, 421
Манометр 342, 346
— жидкостный 296
— мембранный 282, 334
Масса 95, 397
— атмосферы 322
— атомная (относительная) 444
Масса Земли 244
— молекулярная (относительная) 445, 507
— молярная 446, 455, 456
Материальная точка 243
Маятник Фуко 271, 279
Медицинская пневматическая банка 325, 326
Меры длины английские 31
— — старые русские 31
Метацентр 318
Метацентрическая высота 318
Метр 30, 31, 101
Механика 20
Механический эквивалент теплоты 397
Микромир 412, 413, 421
Миллиметр водяного столба 296
— ртутного столба 296
Модуль вектора 60, 65
— перемещения 27
Молекулы 410, 411, 413
Молекулярная теория 410, 414, 495
Моль 101, 446, 447
Момент силы 152—154, 519, 521
— пары сил 156
Монгольфьер 340
Монокристалл 491, 493, 528
Мономеры 507
Мощность 207, 208
— механизма 210
Муссоны 571
Нагреватель 574, 576, 582
Наклонная плоскость 147, 187
Напряжение (механическое) 379, 380, 517
Насос водоструйный 353
— воздушный вращательный 327
— — поршневой 327
— — ротационный 327, 559
— диффузионный 327, 559, 560
— нагнетательный 297, 298
— пароструйный 559
— разрежающий 327
Насыщение 531
Несмачивание 469—472, 479
Нониус 32, 33
Нормальные условия 442, 447
Ньютон 100
Ньютон-метр 154
Облака 567
Обледенение 504
Обогащение руды 483

Оксиликвит 557
Опыт Герике 325, 326
— Джоуля 394, 397, 402
— Паскаля 301
— Торричелли 332, 333 — Фарадея 552
— Штерна 451—453
Орбиты планет 238
Осадки 570
Охлаждающие смеси 512
Пар 457, 529
— насыщенный 530, 531, 535, 536, 549, 553, 561
—— ненасыщенный 531
— пересыщенный 549
Пара сил 156, 317
Парабола 217, 255, 355
Паровая машина 579
Паровой котел 343, 539, 576, 577
Паросиловая станция 575
Парус 345
Паскаль 283
Пена 467, 468
Перегрузка 265
Перемещение 27, 59, 60
Переохлаждение 503, 504
Перигелий 239
Перпетуум мобиле 405
Пикнометр 389
Плавучесть 315
Планеты 238
Плечо силы 152
— пары сил 156
Плотность вещества 118, 277, 312, 320, 388, 389, 505
— газа 432, 440, 443, 444
— — относительная 443, 444
Пневматические инструменты 341, 342
— тормоза 343
Поверхностное натяжение 463— 466, 469, 476, 479, 481, 535
Поверхностные явления 458
Поверхность равного давления 289
— уровня 289, 292
Поглощение лучей 408
Подводная лодка 303, 306, 307, 316, 317, 319, 339, 344, 442
Подводные крылья 374
Поликристалл 494, 513, 528
Полимеры 308, 490, 506, 507
Полиспаст 173, 174
Положение равновесия 162
Постоянная Авогадро 446, 447
— газовая 447, 455, 456
Постоянная гравитационная 242—244
— солнечная 565
Предел упругости 516
Предельный угол наклона 166
Преобразователь силы 170, 172, 288
Пресс винтовой 178, 288
— гидравлический 287, 288
Принцип сохранения работы 188, 189
— относительности Галилея 80
Приращение величины 50, 68, 197
Проекция вектора 64, 65
— скорости на оси координат 65
— точки 63
Пропеллер 360
Пространственная решетка 496
Простые машины 169, 188, 189, 200, 210, 288
Противогаз 483
Процесс адиабатический 428, 566
— влажно-адиабатический 567
— изотермический 428
Прочность 525
Психрометр 561, 562
Пульверизатор 353, 576
Путь 27, 57
Пьезометр 278
Работа 180, 182, 184, 185
Равновесие динамическое 457, 486, 530
— тела безразличное 163, 165
— — неустойчивое 163
— — устойчивое 163, 166

— тепловое 405
Радиан 101
Радиозонд 564
Разложение вектора на составляющие 63
Разрушающая нагрузка 525, 526
Ракета 361, 362, 365
— баллистическая 363
Растворение 485
Растворимость 486, 487, 489
Растворы 488, 508, 511
— насыщенные 486, 489
— пересыщенные 489
Растяжение 517
Резина 508, 509
Ртуть 529, 536, 540, 544, 554, 560, 575
Рычаг 157, 169, 170, 288, 392
— неравноплечий 172
— равноплечий 170
Световой год 40
Свободная поверхность жидкости 289, 354, 355, 460, 473
Свободное падение 112, 125, 247
Связи жесткие 148, 228, 230, 231
Сдвиг 517, 519—521
Сегнерово колесо 357
Секунда 33, 101
Сжатие 517
Сжижение газов 556
Сжимаемость 278, 321
Сила 84
— выталкивающая 308, 317, 319, 338—340
— инерции центробежная 267— 270, 355
— Кориолиса 270, 272, 273, 571
— лобового сопротивления 370, 373
— поддерживающая 308, 319
— подъемная 370—374
— сопротивления воды 368
— — воздуха 135, 136, 366, 370
— трения качения 131
— — покоя 129, 130, 358
— — скольжения 130, 131
— тяжести 116, 117, 135, 187, 268
Силы внешние 108
— внутренние 108, 109
— всемирного тяготения 81, 82, 260
— давления 276, 279, 280, 284, 307, 320
— инерции 258—260, 273, 353
— магнитные 82
— молекулярные 399, 418, 465, 474, 482
— реакции 147
— — связей 149
— — струи 356—358, 361, 363
— сцепления 418, 457, 459, 465, 469, 472, 535
— трения 81, 128, 202, 349
— упругие 81, 119, 120, 277, 320
— электрические 82
Система единиц 101
— — Международная (СИ) 31, 101
— отсчета 22, 76, 253
— — вращающаяся 266
— — гелиоцентрическая 238, 259, 265
— — инерциальная 78, 80, 99, 238, 253, 270
— — неинерциальная 253, 254, 259, 271, 353
Система тел 108
Сифон 298, 299
Скаляр 61
Скалярное произведение векторов 184
Скафандр 304, 305, 319
Скорость 35, 36, 49, 60, 66
— линейная 223
— мгновенная 49
— падения предельная 135, 136
— света 39, 40, 74
— средняя 46, 47
— — молекул 417, 425, 448—451
— угловая тела 224
— — точки 223
Сложение векторов 61

— — по правилу параллелограмма 61
— — — — треугольника 61
— перемещений 71
— сил 90—92
— скоростей 71
Смазка 473
Смачивание 469—472, 479, 482
Сообщающиеся сосуды 293—295
Сопротивление среды 81, 134
Составляющая вектора 63
Составляющие силы 144
Состояние невесомости 263, 264, 285, 408, 461
— равновесия 423
— стационарное 486
Сосуд Дьюара 558, 559
Соударение идеально упругих шаров 200, 414
— неупругое 110
Сплавы 509, 510
Средняя длина свободного пробега 416
Статика 138, 139
Стекло 495, 501
Стерадиан 101
Стратостат 338, 341, 442
Стратосфера 564
Стрела прогиба 523, 524
Стробоскоп 28, 29
Сублимация 500
Сухопарник 543
Сушильная машина 229
Тахометр 225, 226
Твердость 526
Тела аморфные 490, 494, 500, 504, 527, 528
— кристаллические 490, 491
— пластичные 120
Тела поликристаллические 491, 493, 494, 513
— твердые 513
— упругие 120
Температура 378, 382, 414, 416
— абсолютная 438
— затвердевания 501, 511
— кипения 539, 540, 558
— критическая 458, 552, 554—556
— плавления 501
— термодинамическая 437, 438, 440, 449
Температурный коэффициент давления 424, 435, 436
— — линейного расширения 385, 386, 389, 493, 495
— — объемного расширения 388—390, 435, 436
Тепловое расширение линейное 378, 380
— — объемное 380
Теплоемкость 398, 400
— молярная 455
— удельная 399, 400, 402, 455
— — газов 453
— — почвы 571
— — при постоянном давлении 454
— — — — объеме 454
Теплопередача 396, 405
Теплопроводность 406, 493—495, 506, 565
Теплота 392
Теплоэлектроцентраль 584
Термометр 382
— газовый 384, 439, 485
— жидкостный 382, 384
— медицинский 384
— ртутный 383, 384, 439
— Цельсия 383
Термоэлектричество 408
Течение ламинарное 376, 377, 528
Точка плавления 501
— росы 563, 567
Траектория движения 22
Трение качения 132
— покоя 134
— скольжения 130
Тропосфера 564
Трубка Пито 347
Туман 504, 549, 550

Турбина водяная 357, 358
— паровая 357, 578
Турбодетандер 558
Турбулентность 375—377, 408
Убыль величины 197
Угол кручения 522
Удельная теплота парообразования 541—544
— — плавления 502, 503
— — сгорания 582
Умножение вектора на скаляр 62
Уравнение Бернулли 350
— состояния газа 441, 442
— теплового баланса 401, 544
Ускорение 50, 51, 60, 67, 78, 94, 214
— касательное 214
— мгновенное 51, 68
— нормальное 70, 215
— свободного падения 113, 242, 244, 268
— — — нормальное 113
— среднее 51
— тангенциальное 214
— центростремительное 70, 214, 223, 224
Условие равновесия тел 138, 143, 146, 152, 154, 157, 165
— — жидкости 329
Устойчивость судна 317, 318
Фаза вещества 457 Фен 567
Холодильная машина 405, 592—594
Холодильник 574, 576, 582
Центр давления 309, 317, 318
— тяжести 156, 159, 164—166, 309, 317, 318
Центробежный регулятор 237
Центры кристаллизации 504
Цеппелин 341
Циклон 273, 571
Циркуляция 370, 372, 373
Частота вращения 208, 223
Часы водяные 34
— карманные 34
— кварцевые 35
— маятниковые 34
— молекулярные 35
— песочные 34
Шариковый подшипник 132
Шкала температур термодинамическая 438
— — Фаренгейта 383
— — Цельсия 383, 437, 438
Эквивалентность сил инерции и сил тяготения 260—262, 268, 274
Эксперимент 17
Электромагнитные волны 408
Электронный микроскоп 412
Электроны 413, 414
Эллипс 238, 492
Энергия 180, 191
— внутренняя 205, 393, 395— 398, 403, 414 427, 460, 502, 512, 528, 546, 547, 550, 557
Энергия кинетическая 196, 414
— механическая 196
— — полная 197, 198, 395
— поверхностная 458, 460
— потенциальная 191, 192 194; 250, 414
— тепловая 398
Эрг 186
Эффект Магнуса 370—372
Ядра атомов 413
— конденсации 550

ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА

«Элементарный учебник физики» под редакцией академика Г. С. Ландсберга, вышедший впервые в 1948—1952 годах, сразу же завоевал большую популярность и стал настольной книгой многих школьников и абитуриентов. Успех был обусловлен в основном тем, что отдельные разделы курса были написаны специалистами в соответствующих областях физики. В составлении учебника участвовали: С. Э. Хайкин, М. А. Исакович, М. А. Леонтович, Д. И. Сахаров (том I), С. Г. Калашников (том II), С. М. Рытов, М. М. Сущинский (при участии И. А. Яковлева), Ф. С. Ландсберг-Барышанская и Ф. Л. Шапиро (том III). Общее руководство и редактирование осуществлялось известным ученым и педагогом Григорием Самуиловичем Ландсбергом (1890—1957).

Отличительная черта этого курса заключается в том, что он содержит сравнительно мало формул и математических выкладок. Главное внимание в учебнике обращено на разъяснение сущности физических явлений, причем делается это на высоком научном уровне и вместе с тем в форме, доступной школьнику. Другой отличительной чертой курса является описание большого числа технических применений физических законов. В этом отношении, пожалуй, книга не имеет себе равных в мировой учебной литературе по физике.

За четверть века «Элементарный учебник физики» выдержал девять изданий. Последнее, девятое, издание выходило в 1975 году. Хотя при переизданиях отдельные разделы книги в некоторой мере обновлялись, настоящее, десятое, издание потребовало большой редакционной работы, в основном в связи с требованиями ГОСТ 8.417—81(СТ СЭВ 1052—78) в области терминологии и обозначений единиц физических величин.

Наибольшей переработке подверглись главы тома II, посвященные магнитным явлениям. В прежних изданиях

эти явления излагались на основе закона Кулона для магнитных зарядов. При подготовке десятого издания эти главы в значительной мере написаны заново, причем в основу изложения положено представление о магнитном поле движущихся зарядов и электрических токов. В соответствии с требованиями системы единиц физических величин СИ формулам электромагнетизма придана рационализованная форма. В качестве основной силовой характеристики магнитного поля принята магнитная индукция $\boldsymbol{B}$, а не напряженность поля $\boldsymbol{H}$, как это было в предыдущих изданиях.

В частичном обновлении текста «Элементарного учебника физики», некоторых дополнениях к нему при подготовке настоящего издания приняли участие И. Я. Барит, Л. Г. Ландсберг, Ф. С. Ландсберг-Барышанская, В. И. Лущиков, С. М. Рытов, И. В. Савельев, М. М. Сущинский, М. С. Хайкин, С. М. Шапиро, О. А. Шустин, И. А. Яковлев. Редакционную работу над томами I и II проводил И. В. Савельев, над томом III — указанные лица.

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Название «Элементарный учебник физики», которое мы решили присвоить этой книге, отражает стремление дать учебник, пригодный для ознакомления с элементами физики как науки. Это — задача, которую должно ставить себе преподавание в старших классах общеобразовательной средней школы, равно как и в техникумах или в профессиональных средних школах. Поэтому мы надеемся, что настоящая книга может быть использована как основной учебник физики во всех подобных школах, ибо принципиальные установки, положенные в ее основу, справедливы для средней школы любого типа.

Установки эти сообщают нашей книге некоторые особенности, отличающие ее от существующих учебников средней школы. Эти особенности требуют пояснений, представляющих интерес главным образом для преподавателей. Именно к ним и обращено настоящее предисловие.

У преподавателей высшей школы сложилось печальное убеждение, что знания по физике, с которыми приходят учащиеся из средней школы, стоят на совершенно неудовлетворительном уровне. Нас смущает не столько недостаточность фактов и теоретических представлений, находящихся в распоряжении учащихся, сколько отсутствие ясного и правильного суждения об их соотношении. Учащиеся зачастую плохо ориентируются в том, что́ положено в основу как определение, что́ является результатом опыта, на что́ следует смотреть как на теоретическое обобщение этих опытных знаний. Нередко новые факты расцениваются как самоочевидные следствия, и поэтому все глубокое значение этих фактов остается неосознанным или, наоборот, различные формулировки одних и тех же положений воспринимаются как разные закономерности.

Конечно, по объему преподаваемого материала, по глубине изложения, по систематическому использованию более или менее сложного математического аппарата преподава-

ние в высшей школе существенно отличается от преподавания на более ранних ступенях. Однако и на этих ступенях преподавать физику нужно именно как *науку* (или введение в нее), а не как совокупность отдельных фактов. Другими словами, на базе фактического материала в сознание учащихся должно проникать ясное представление о научном методе, характерном для физики. Само собой разумеется, не возникает никаких споров о том, что этот метод есть метод экспериментальный.

Никому не приходит в голову отрицать, что физика есть опытная наука и что ее законы находятся с помощью опыта. Однако нередко в учебниках эти утверждения носят характер деклараций, которым отведено место на первых страницах. В дальнейшем же опыт служит главным образом для иллюстративных целей, и то обстоятельство, что физические понятия самым тесным образом связаны с опытом, ускользает от учащихся. А между тем необходимо, чтобы учащиеся осознали, что определения, формулируемые логически, наполняются содержанием лишь при помощи опыта, через *посредство измерений*. Всякое понятие, вводимое в физике, получает конкретный смысл только при условии, что с ним связывается определенный прием наблюдения и измерения, без которого это понятие не может найти никакого применения в исследовании реальных физических явлений.

Рассмотрим, например, простейшее понятие равномерного движения. Вопрос о равномерности данного движения получает решение, зависящее от метода наблюдения. Некоторое движение, например движение поезда, мы вправе рассматривать как равномерное, если применяем грубые методы наблюдения отрезков пути и промежутков времени; то же движение может оказаться неравномерным при более тонких методах. Если при выбранном методе наблюдения движение удовлетворяет установленному определению равномерности, то, следовательно, к нему применимы все законы равномерного движения и справедливы все выводы и расчеты с точностью, соответствующей методу измерения.

Отчетливое понимание этого *экспериментального* характера физических законов имеет крайне важное значение: оно делает из физики *науку о природе*, а не систему умозрительных построений; с другой стороны, оно прививает мысль о границах применимости установленных физических законов, основанных на них теорий и открывает перспективы дальнейшего развития науки.

Не менее важную роль на первых шагах обучения играет правильное представление о *схематизации* изучаемых яв-

лений, о смысле и ценности. И в этом отношении, конечно, любой преподаватель или составитель учебника признает необходимость схематизации и широко пользуется ею. Нередко, однако, такая схематизация заходит слишком далеко.

Правильный смысл схематизации состоит в том, чтобы пренебречь чертами явления, несущественными для рассматриваемого комплекса вопросов, но сохранить то, что необходимо. В этом смысле одно и то же явление можно схематизировать по-разному, в зависимости от изучаемой стороны дела. Более того, при правильной схематизации мы нередко можем опустить одни черты явления, сохранив другие, казалось бы, с ними неразрывно связанные. Одной из весьма распространенных и очень полезных схематизаций в механике является, например, представление об абсолютно твердом теле или представление о несжимаемой жидкости. Эти схематизации необходимы при изучении обширного комплекса механических вопросов, в которых деформация не играет существенной роли и где можно отвлечься от изменения размеров и формы тел. Но деформациями обусловлены напряжения, возникающие в деформированном теле и играющие существенную роль в динамике явлений. Поэтому схематизированное представление об абсолютно твердом теле как теле, в котором *нет* деформаций, если этим представлением пользоваться без всяких оговорок, лишает физического содержания самые элементарные вопросы механики. Необходимо ясно установить, что мы пренебрегаем деформациями твердого тела или жидкости, но учитываем те напряжения, которые возникают в таком схематизированном теле при деформациях и которые объясняют весь комплекс наблюдаемых явлений. Без ясного представления об этом мы не можем понять самых элементарных явлений, не можем, например, ответить на вопрос, почему лежит неподвижно груз на столе, хотя на него действует сила тяжести, ибо не видно, что наряду с этой силой на груз действует и вторая, уравновешивающая ее сила упругого напряжения стола.

Введение в науку и преподавание подобных схематизированных понятий должно совершаться чрезвычайно осмотрительно. При правильном употреблении этих понятий они весьма полезны и могут очень облегчить и формулировку закономерностей и проведение расчетов. Но недоговоренность или неточность в пользовании такими понятиями может привести к самой главной опасности, с которой сопряжено преподавание: к образованию представлений, ко-

торые будут служить тормозом к дальнейшему более глубокому пониманию. Примером может служить пользование представлениями о магнитном полюсе или геометрическом луче. Употребление этих понятий, несомненно, ценно, и было бы нерационально отказываться от их использования. Однако необходимы сугубая осторожность и тщательное выяснение сути дела для того, чтобы избежать вреда, который они могут принести. Многие из нас, кому приходится отвечать на запросы или давать оценки изобретениям, знают, к каким недоразумениям может приводить, например, уверенность в непогрешимости геометрической оптики, покоящаяся на неправильном понимании полезного понятия геометрического луча.

* * *

Преподавание в средней школе, как, впрочем, и всякое иное преподавание, не может быть, конечно, исчерпывающим. Однако его необходимо строить таким образом, чтобы в дальнейшем учащийся мог и должен был бы *доучиваться*, но никогда не был бы вынужден *переучиваться*. Избежать этой главнейшей опасности — вот цель, которую должны иметь перед собой составители учебника. Для достижения ее и следует тщательно избегать методологических и методических погрешностей, подобных перечисленным выше.

Стремление создать подобную книгу и руководило коллективом физиков, которые взялись за составление настоящего «Элементарного учебника физики». Именно эти соображения, а не стремление существенно изменить фактический материал играли определяющую роль. Поэтому в настоящей книге нередко отводится довольно много места тем «простым» вопросам, которые излагаются обычно в нескольких строчках. Главным образом благодаря этому подходу, а отнюдь не за счет увеличения фактического материала книга эта приобрела размеры, несколько превышающие общепринятые.

Москва, июнь 1948 г. *Гр. Ландсберг*

ВВЕДЕНИЕ

Знания, полученные в школе, из книг, наблюдения над окружающей нас обстановкой, в частности сведения о поражающей наше воображение мощи современной промышленности — все это невольно ставит перед умом школьника вопрос: каким образом человек, с его небольшими физическими силами, с его несовершенными органами чувств, позволяющими непосредственно наблюдать лишь весьма ограниченный круг явлений, сумел создать современную технику с ее огромными возможностями, далеко превосходящими вымыслы Жюля Верна? Почти каждый из нас ответит, не задумываясь, на этот вопрос: *это чудо сделала наука о природе*. В частности, физическая наука играет в этом торжестве человека чрезвычайно важную роль.

Какими же средствами располагает физическая наука для приобретения власти над миром?

Прежде всего ясно, что физика имеет дело с явлениями реального мира и, следовательно, первый шаг для получения знаний об этих явлениях должен состоять в *наблюдениях*.

Научное наблюдение представляет, однако, далеко не простую задачу. Проследим, например, за тем, как падают тела. Легко обнаружить, что тело, брошенное с небольшой высоты, слабо ударяется о землю, при падении же с большой высоты толчок может быть гораздо более сильным и может даже привести к разрушению падающего тела. Однако наблюдения над каплями дождя не обнаруживают заметного различия при ударе капель, падающих из низко и высоко плывущих туч. Все знают, что летчик, выпавший из самолета, разбивается насмерть, а летчик, спрыгнувший с парашютом даже с большой высоты, плавно приземляется. Авиабомбы, особенно тяжелые, ударяются со страшной силой, нередко пробивая многоэтажные дома. Таким образом, сравнительно простое явление падения может протекать различным образом. И если мы хотим управлять этим

явлением, мы должны найти связь между отдельными сторонами его: установить какие-то характеристики движения тела; определить, как влияют на эти характеристики размеры, форма и масса тела, высота, с которой оно падает, и т. д., и — самое главное — извлечь из этих данных *общие* выводы, объясняющие, почему падение протекает именно так, а не иначе.

Те же задачи возникают и при изучении любого другого явления. Мы должны установить, от чего зависит тот или иной ход явления, каким образом можно ослабить или усилить отдельные стороны его. А для этого надо уметь расчленять явление, выделять отдельные его элементы и по возможности изменять условия, в которых протекает явление, т. е. перейти от простого наблюдения к *эксперименту*. При этом крайне важно не ограничиваться лишь общими качественными впечатлениями о явлении, а найти *количественные характеристики* отдельных его элементов в виде величин, поддающихся измерению. Другими словами, надо определить, какие понятия могут служить для количественной характеристики явления, и установить те приемы, с помощью которых мы будем измерять соответствующие величины; нахождение этих величин позволяет отыскивать числовые соотношения между ними, т. е. формулировать *законы* явления в количественной (математической) форме. Так, в рассмотренном выше примере падения мы вводим понятия скорости падающего тела, его ускорения (т. е. изменения скорости), высоты падения, сопротивления воздуха, массы тела, силы тяжести, действующей на тело, и т. д. Найти законы падения — это и значит установить, какая зависимость обнаруживается между этими величинами.

Установление количественных законов, показывающих, как изменяются одни из величин при изменении других,— важнейшая задача экспериментального исследования явлений. Такие законы указывают нам, как надо менять условия, в которых протекают явления, чтобы добиться тех или иных желаемых результатов. Эти законы помогают нам уяснить смысл явлений и, таким образом, открывают путь для создания *теории* явления, т. е. тех общих представлений, которые позволяют понять, почему наблюдаемое явление подчиняется найденным законам и какова связь его с другими явлениями, иногда на первый взгляд очень от него далекими.

Так, в примере падения тел мы устанавливаем законы падения, выясняя роль сопротивления воздуха, зависимость этого сопротивления от формы тела и скорости его

движения. Таким путем мы постепенно приходим к полной теории явления, показывающей, в частности, что в явлении падения могут весьма важную роль играть вихри, образующиеся в воздухе при быстром движении тела; выясняется значение так называемой «обтекаемой» формы тела, т. е. формы, при которой весьма ослабляется вихреобразование и связанное с ним торможение движения. Выяснение этих вопросов позволяет решить ряд важнейших задач самолетостроения, создания автомашин рациональной формы, построения быстроходных поездов и т. д.

Из изложенного ясно, какое громадное значение имеет эксперимент для физической науки. С помощью эксперимента мы находим законы явлений, пользуясь экспериментом, мы приходим к построению теории явлений. Теория в свою очередь позволяет предвидеть новые, еще не известные особенности явления и указывает условия, в которых эти особенности могут проявляться. Такие выводы из теории вновь подвергаются экспериментальной проверке, что нередко служит для исправления или усовершенствования теории. Так, мало-помалу, сложное и неясное явление становится вполне понятным, и мы научаемся по своему желанию управлять им. Из этого умения управлять явлениями природы и возникла вся мощь современной техники.

После приведенных разъяснений о роли эксперимента понятно, почему мы называем физику *экспериментальной наукой*. Но не следует, конечно, думать, что для установления законов и создания теорий достаточно простого сопоставления результатов хорошо выполненного эксперимента. Требуется напряжение всех мыслительных и творческих способностей человека, чтобы из материалов, полученных из эксперимента, воздвигнуть величественное здание науки.

В разобранном выше примере падения изучаемое явление было сравнительно простым; и все же и в этом явлении не так уж просто установить, какие из сторон явления играют более важную, а какие — второстепенную роль и как можно упростить или, как говорят, *схематизировать* явление, чтобы, отбросив второстепенное, не упустить существенного. Во многих случаях задача осложняется тем, что в реальных явлениях переплетаются весьма разнообразные процессы. В явлении могут, например, играть существенную роль электрические или тепловые процессы, в результате которых возникают силы, сообщающие телам ускорение, могут обнаруживаться или даже иметь решающее значение какие-либо оптические изменения и т. д.

Представьте себе, например, явление грозы. Здесь тесно сплетаются тепловые явления и явления молекулярной физики (испарение и конденсация водяного пара); явления электрические (роль заряженных центров при образовании капелек, возникновение электрического напряжения между грозовыми облаками и проистекающие от этого электрические разряды); оптические и акустические явления (молния, гром); многообразные механические явления (падение капель, ветер, движение облаков, образование вихрей) и т. д.

Понятно, что в подобных случаях еще большее значение имеет расчленение сложного явления на более простые, облегчающее изучение явления по частям. Наблюдения над сложными явлениями показывают, что при таком расчленении можно выделить группу сходных явлений, например оптические, тепловые, электрические и т. д., как это и было сделано нами в примере грозы. Поэтому целесообразно и при изучении физики объединить исследуемый материал в такие группы, хотя между ними нельзя провести резкой границы. В соответствии с этим распределение учебного материала по группам (и даже их последовательность) не является чем-то строго обязательным и может быть проведено различным образом.

В нашем учебнике мы начинаем изучение явлений с механики (включая механику жидкостей и газов), ибо относящиеся сюда явления более просты, а также и потому, что знание законов механики оказывает нам существенную помощь при изучении других разделов. Затем излагается учение о тепловых явлениях, тесно переплетающихся с явлениями молекулярной физики. Далее выделен обширный круг электрических и электромагнитных явлений. Явления колебаний и волн объединены в особый раздел, включающий механические, акустические и электромагнитные колебания. Затем следуют оптические явления, изложение которых в значительной степени опирается на учение о колебаниях и волнах. В конце дается небольшой очерк учения об атоме.

Глава I. КИНЕМАТИКА

§ 1. Движение тел. Механическим движением тела называется *изменение с течением времени его положения по отношению к другим телам.*

Мы постоянно встречаемся с движением тел в повседневной жизни, в технике и науке. Мы наблюдаем движения людей, животных, движения воды в реках и морях, движения воздуха (ветер). Движения совершают различные средства транспорта, всевозможные механизмы, станки, приборы, снаряды и т. д. В мировом пространстве движутся Земля и другие планеты, кометы, метеорные тела (рис. 1),

Рис. 1. Метеор на ночном небе

Луна, искусственные спутники Земли и космические корабли, посланные к другим планетам Солнечной системы; движется Солнце относительно других звезд и звезды друг относительно друга. Движутся молекулы, атомы, электро-

ны, протоны, альфа-частицы (рис. 2) и другие элементарные частицы (мельчайшие частицы вещества). Практически все физические явления сопровождаются движениями тел. Поэтому изучение физики мы начнем с изучения движения тел. Этот раздел физики называют *механикой*.

Слово «механика» произошло от греческого слова «механэ» — машина, приспособление. Уже в древности египтяне, а затем греки, римляне и другие народы строили различные машины, применявшиеся для транспорта, в строительстве, в военном деле (рис. 3). При действии этих машин происходило движение их частей: рычагов, колес, канатов и т. д., а также поднимаемых и перемещаемых грузов. Изучение действия этих машин и привело к зарождению науки о движении тел — механики.

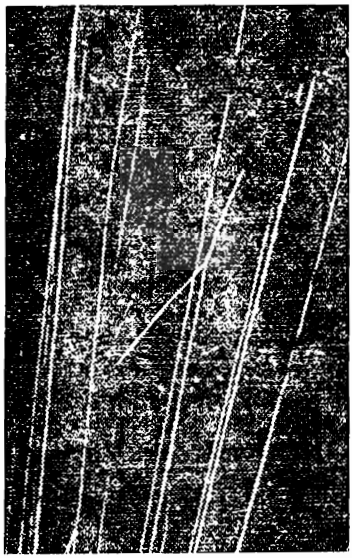


Рис. 2. Быстро движущиеся альфа-частицы, пролетая в камере Вильсона, оставляют за собой туманный след из водяных капелек

К механике относят и нахождение условий, при которых тела остаются в покое,— условий равновесия. Такие вопросы играют решающую роль в строительном деле. Когда рассыпается домик, построенный из кубиков, или рушится здание или мост,— это значит, что условия равновесия для этих тел были нарушены.

Двигаться могут не только материальные тела. Подобно тому как мы говорим о движении летящей пули или брошенного камня, можно говорить о движении солнечного зайчика, перемещающегося по стене при повороте зеркальца, или о движении тени, отбрасываемой освещенным предметом, и т. п.

Световые сигналы и радиосигналы затрачивают весьма малое время на прохождение даже значительных расстояний (например, они проходят путь от Земли до Луны и обратно всего за 2,5 секунды). Поэтому в обыденных условиях на Земле при небольших расстояниях может показаться, что свет или радиосигнал пробегает расстояние

между двумя пунктами мгновенно. Однако это неверно: свет, как и материальные тела, должен затратить на такой пробег какое-то определенное, хотя и малое время. Но обнаружить и измерить время, затрачиваемое светом на пробег

Рис. 3. Метательное орудие древних греков

тех или иных расстояний, очень трудно. Это удалось впервые сделать только в XVII веке, изучение же движения материальных тел и звуковых сигналов началось еще в древности.

Вопросы перемещения сигналов более сложны, чем вопросы перемещения материальных тел. Они будут изучаться в томе III.

§ 2. Кинематика. Относительность движения и покоя. Для изучения движения тел научимся прежде всего *описывать* движения. При этом вначале не будем выяснять, как возникают эти движения. Раздел механики, в котором движения изучаются без исследования причин, их вызывающих, называют *кинематикой*.

Движение каждого тела можно рассматривать по отношению к любым другим телам. По отношению к разным телам данное тело будет совершать различные движения: чемодан, лежащий на полке в вагоне идущего поезда, относительно вагона покоится, но относительно Земли движется. Воздушный шар, уносимый ветром, относительно Земли движется, но относительно воздуха покоится. Само-

лет, летящий в строю эскадрильи, относительно других самолетов строя покоится, но относительно Земли он движется с большой скоростью, например 800 километров в час, а относительно такого же встречного самолета он движется со скоростью 1600 километров в час.

В кинофильмах часто показывают одно и то же движение относительно разных тел: например, показывают поезд, движущийся на фоне пейзажа (движение относительно Земли), а затем — купе вагона, за окном которого видны мелькающие деревья (движение относительно вагона).

Всякое движение, а также покой тела (как частный случай движения) *относительны.* Отвечая на вопрос, покоится тело или движется и как именно движется, необходимо указать, относительно каких тел рассматривается движение данного тела. Иначе никакое высказывание о его движении не может иметь смысла.

Тела, относительно которых рассматривается данное движение, называют *системой отсчета.* Выбор системы отсчета при изучении данного движения делают в зависимости от условий задачи. Так, чтобы попасть во вражеский самолет с земной поверхности, нужно установить прицел, исходя из скорости самолета в системе отсчета «Земля» (в нашем примере — 800 км/ч), а чтобы попасть в этот же самолет со встречного самолета, надо исходить из скорости цели в системе отсчета «встречный самолет» (1600 км/ч). При изучении движений на поверхности Земли обычно принимают за систему отсчета Землю (хотя, как сказано, можно выбрать за систему отсчета и поезд, и самолет, и любое другое тело). Изучая движение Земли в целом или движение планет, принимают за систему отсчета Солнце и звезды. Как увидим в гл. II, эта система особенно удобна при изучении законов динамики.

? 2.1. Будет ли развеваться флажок, укрепленный на корзине воздушного шара, уносимого ветром?

§ 3. Траектория движения. Для описания движения тела нужно указать, как меняется положение его точек с течением времени. При движении тела каждая его точка описывает некоторую линию — *траекторию движения.* Проводя мелом по доске, мы оставляем на ней след — траекторию движения кончика мела. Рукопись — это траектория кончика пера. Светящийся след метеорного тела на ночном небе (рис. 1), туманные следы альфа-частиц (рис. 2) — это траектории метеорного тела и альфа-частиц. В ожидании солнечного затмения астрономы заранее вычисляют траек-

торию движения лунной тени по поверхности Земли. На рис. 4 показана такая траектория для ближайшего полного затмения, которое будет видно в Москве.

Так как движение относительно, то *траектория может зависеть от выбора системы отсчета.* Например, в безветренную погоду струи дождя представляются вертикальными, если за ними следить из окна стоящего вагона: капли оставляют на оконных стеклах вертикальные следы. Но если поезд тронулся, то по отношению к идущему вагону струи дождя представятся косыми: дождевые капли будут оставлять на стеклах наклонные следы, причем наклон будет тем больше, чем больше скорость поезда. На рис. 5 изображена траектория, которую описывает относительно земной поверхности точка P на ободе колеса, катящегося

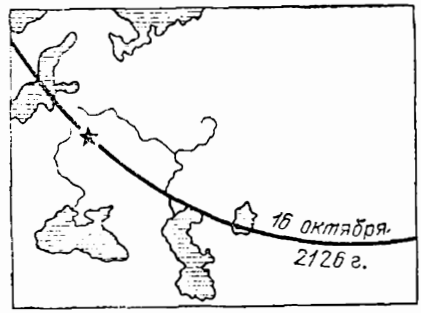


Рис. 4. Траектория центра лунной тени во время затмения, которое произойдет 16 октября 2126 г.

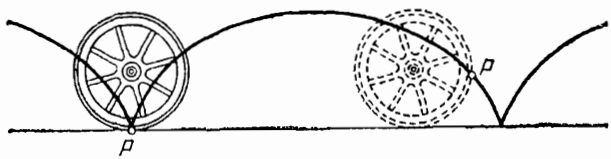


Рис. 5. Точка P на ободе катящегося колеса описывает относительно земной поверхности траекторию, изображенную на рисунке (циклоиду)

по прямой дороге. Относительно телеги траекторией точки P будет, конечно, сама окружность обода.

§ 4. Поступательное и вращательное движения тела. Траектории разных точек тела могут быть различными. Это можно наглядно показать, например, быстро двигая в темной комнате тлеющую с двух концов лучинку. Глаз имеет свойство сохранять зрительное впечатление в течение примерно 0,1 секунды, поэтому мы воспримем траектории тлеющих концов как светящиеся линии и сможем сравнить обе траектории (рис. 6).

Наиболее простое движение тела — такое, при котором все точки тела движутся одинаково, описывая одинаковые

траектории. Такое движение называется *поступательным*. Мы получим этот тип движения, двигая лучинку так, чтобы она все время оставалась параллельной самой себе. При поступательном движении траектории могут быть как прямыми (рис. 7, *а*), так и кривыми (рис. 7, *б*) линиями.

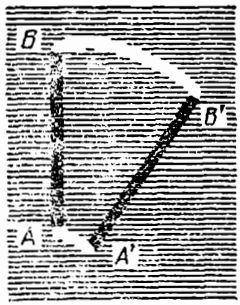


Рис. 6. Траектории AA' и BB' тлеющих концов лучинки различны

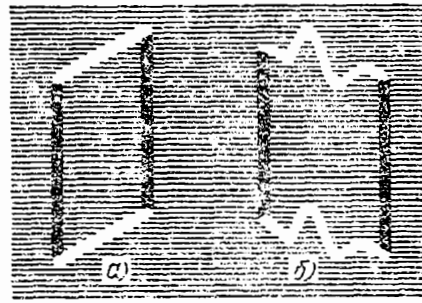


Рис. 7. Поступательное движение лучинки

Можно доказать, что *при поступательном движении любая прямая, проведенная в теле, остается параллельной самой себе*. Этим характерным признаком удобно пользоваться, чтобы ответить на вопрос, является ли данное движение тела

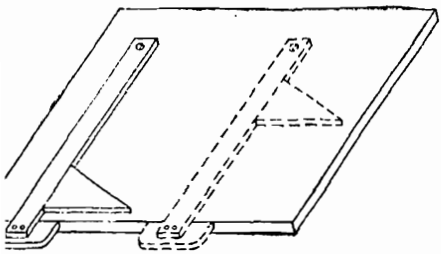


Рис. 8. Рейсшина и угольник движутся на чертежной доске поступательно

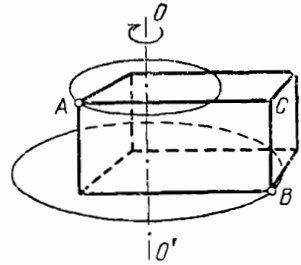


Рис. 9. Вращение бруска вокруг оси OO'. Показаны траектории точек A и B

поступательным. Например, при качении цилиндра по плоскости прямые, пересекающие ось, не остаются параллельными самим себе: качение — это не поступательное движение. При движении рейсшины и угольника по чертежной доске любая прямая, проведенная в них, остается параллельной самой себе, значит, они движутся поступательно (рис. 8). Поступательно движется игла швейной машины,

поршень в цилиндре паровой машины или двигателя внутреннего сгорания, кузов автомашины (но не колеса!) при езде по прямой дороге и т. д.

Другой простой тип движения — это *вращательное движение* тела, или *вращение*. При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на прямой. Эту прямую называют *осью вращения* (прямая OO' на рис. 9). Окружности лежат в параллельных плоскостях, перпендикулярных к оси вращения. Точки тела, лежащие на оси вращения, остаются неподвижными. Вращение не является поступательным движением: при вращении остаются параллельными самим себе только прямые, параллельные оси вращения (например, прямая BC на рис. 9).

Суточное движение Земли — вращательное движение. Колебания маятника стенных часов — это тоже вращательное движение. Вращение весьма часто встречается в технике: вращаются колеса, блоки, валы и оси различных механизмов, кривошипные валы, пропеллеры самолетов, стрелки приборов и т. д.

? 4.1. Является ли поступательным движение педалей при езде на велосипеде (без свободного хода)?

§ 5. Движение точки. Для описания движения тела нужно, вообще говоря, знать, как движутся различные его точки. Но если тело движется поступательно, то все его точки движутся одинаково. Поэтому для описания поступательного движения тела достаточно описать движение какой-либо одной его точки. Если разные точки тела движутся по-разному, то иногда все же можно ограничиться описанием движения только одной точки; это касается случаев, когда нас интересует только изменение положения тела как целого, например, при изучении полета пули, полета самолета, движения корабля в море, движения планеты вокруг Солнца и т. п. Так, изучая движение планеты вокруг Солнца, достаточно описать движение ее центра.

Таким образом, в ряде случаев описание движения тела сводится к описанию движения точки.

Разные движения точки различаются между собой в первую очередь по виду траектории. Если траектория — прямая линия, то движение точки называют *прямолинейным*; если траектория — кривая линия, то движение называют *криволинейным*. По отношению к движению тела в целом имеет смысл говорить о прямолинейном и криволинейном движении только в тех случаях, когда можно ограничиться

описанием движения только одной точки тела. Вообще же говоря, некоторые точки тела могут двигаться прямолинейно, в то время как другие его точки движутся криволинейно.

Прямолинейное движение точки — наиболее простое. До § 25 мы будем изучать только прямолинейное движение.

? **5.1.** Какие точки цилиндра, катящегося по плоскости, движутся прямолинейно?

§ 6. Описание движения точки. Траектория движения указывает все положения, которые занимала точка; но, зная траекторию, еще ничего нельзя сказать о том, быстро или медленно проходила точка отдельные участки траектории, с остановками или без остановок и т. д. Чтобы получить такое *полное* описание движения, нужно еще знать, в какой момент точка занимала то или иное положение на траектории. Для этого достаточно каким-либо способом разметить все точки траектории и «привязать» каждую из них к моменту прохождения через нее движущейся точки.

На железных и шоссейных дорогах подобную разметку осуществляют, расставляя вдоль дороги километровые столбы, по которым легко определить, на каком расстоянии от начальной точки находится поезд или автомашина. Число, написанное на столбе, мимо которого проходит поезд, непосредственно дает расстояние s от начальной точки, за которую обычно выбирают большой город, лежащий на этой дороге.

Начнем с рассмотрения движения точки по прямолинейной траектории. В этом случае прямую, вдоль которой

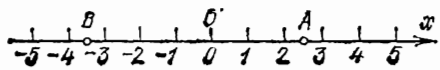


Рис. 10. Разметка прямолинейной траектории

происходит движение, можно принять за ось x, поместив начало координат O в произвольной точке (рис. 10). Тогда положение точки на траектории будет определяться отрезком, отложенным от точки O до данной точки (см. отрезки OA и OB на рис. 10). Чтобы различать точки, находящиеся по разные стороны от O, положение точек, для которых отрезок откладывается в направлении оси x, определяется длиной отрезка, взятой со знаком плюс (точка A на рис. 10), а положение точек, для которых отрезок откладывается в направлении, противоположном оси x,— длиной отрезка, взятой со знаком минус (точка B на рис. 10). Длина отрез-

ка, взятая с соответствующим знаком, называется *координатой x* точки. Так, например, координата точки A на рис. 10 есть $x_A=2{,}5$, а координата точки B есть $x_B=-3{,}5$.

Пусть точка в своем движении перешла из точки A в точку B (рис. 11). Отрезок AB, идущий от начальной точки к конечной, называется *перемещением* точки *). Длина отрезка всегда выражается положительным числом. Мы будем называть это число *модулем перемещения*.

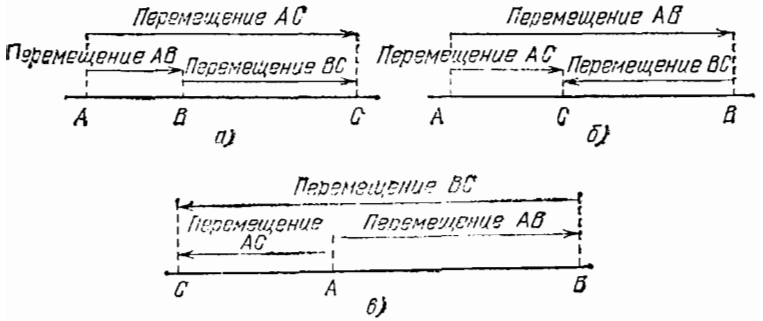


Рис. 11. Сложение перемещений: *а*) одинакового направления; *б*) и *в*) противоположных направлений

Если точка совершила последовательно два перемещения AB и BC, то ее результирующим перемещением будет AC. Из рис. 11 видно, что в случае, когда складываемые перемещения имеют одинаковое направление (рис. 11, *а*), направление результирующего перемещения совпадает с направлением слагаемых, а модуль результирующего перемещения равен сумме модулей слагаемых. Если же складываемые перемещения направлены в противоположные стороны (рис. 11, *б* и *в*), направление результирующего перемещения совпадает с направлением того из слагаемых, у которого модуль больше. Модуль же результирующего перемещения равен абсолютному значению разности модулей слагаемых:

$$\text{модуль } AC = |\text{модуль } AB - \text{модуль } BC|.$$

Пройденное точкой расстояние, отсчитанное вдоль траектории, называется *путем*. Путь, обозначаемый обычно буквой s, всегда выражается положительным числом. Если в течение рассматриваемого промежутка времени направление движения не изменяется, то путь (в случае прямоли-

*) Перемещение точки является вектором (§ 23). (*Примеч. ред.*)

нейного движения) совпадает с модулем перемещения. Если направление движения меняется, то нужно разбить рассматриваемый промежуток времени (например, время t_{AC}, за которое точка получила перемещение AC) на промежутки, в течение каждого из которых направление движения оставалось неизменным, вычислить для каждого из этих промежутков пройденный точкой путь и затем сложить вместе все эти пути. Например, если в случае, изображенном на рис. 11, *б*, в ходе перемещений AB и BC направление движения не изменялось, то путь, пройденный за время t_{AC}, будет равен сумме модулей перемещений AB и BC.

Для «привязки» размеченных точек траектории к моментам прохождения через них движущейся точки выбирают какой-либо момент времени за начальный и для каждого положения движущейся точки на траектории замечают промежуток времени, прошедший от выбранного начального момента. Промежутки времени будем обозначать буквой t.

На железной дороге такую привязку может осуществить пассажир поезда, замечая по своим часам моменты прохождения поезда мимо километровых столбов. То же могут выполнить с дороги наблюдатели, отмечающие по станционным часам момент прохождения поезда мимо каждой станции. Спортивные судьи, «засекающие» по точным часам момент прохождения лыжником финишной черты на гонках или момент пролета самолета над контрольным пунктом, также осуществляют «привязку» положения движущегося тела на траектории к соответственному моменту времени; при этом за начальный момент принимается момент старта.

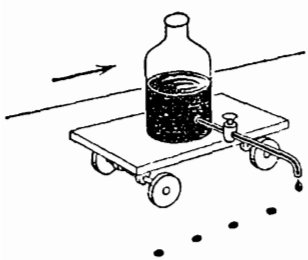


Рис. 12. Капельница

В школьных опытах для подобной привязки можно пользоваться капельницей (рис. 12), устанавливаемой на движущемся теле, например на тележке или заводном автомобиле. Чернильные капли, падающие через равные промежутки времени, отмечают положение тела на его траектории в моменты падения капель. Момент падения какой-либо определенной капли принимают за начальный момент времени.

При изучении движений иногда применяют стробоскопический метод наблюдений. Стробоскопом называют всякий прибор, дающий прерывистое освещение с короткими временами освещенности и одинаковыми промежутка-

ми времени между ними. Можно применить прибор, в котором через равные промежутки времени создаются короткие импульсы тока, вызывающие яркие вспышки света в специальной лампе. Непрозрачный диск с прорезью, вращающийся перед непрерывно горящей лампой, также создает стробоскопическое освещение.

Пусть, например, изучается движение шарика, скатывающегося по желобу. Если производить опыт в темноте и освещать шарик стробоскопом, то шарик будет виден только в тех положениях, в которых его освещает вспышка. Если вдоль желоба расположена линейка с делениями, то она также окажется освещенной, и можно зарегистрировать те

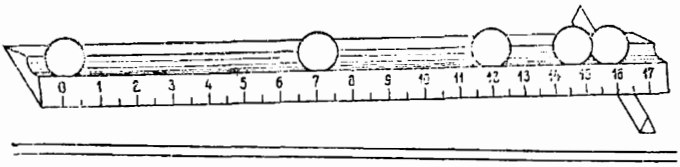


Рис. 13. Шарик, скатывающийся по желобу, видимый при стробоскопическом освещении (по фотографии)

положения шарика относительно линейки, которые он занимал в моменты вспышек (рис. 13). Чтобы зарегистрировать все положения шарика, получающуюся картину можно сфотографировать, открыв затвор фотоаппарата на все время движения шарика.

При помощи стробоскопа можно увидеть одновременно ряд отдельных положений предмета, и не пользуясь фотографией. Если за 0,1 секунды происходит несколько последовательных вспышек стробоскопа, то, благодаря свойству глаза сохранять зрительное впечатление, мы будем видеть несколько последовательных положений шарика. Сходную картину мы увидим, размахивая блестящей палочкой, освещенной лампой дневного света или другой газоразрядной лампой: такие лампы, питаемые переменным током, дают сто вспышек в секунду, что позволяет видеть одновременно целый ряд последовательных положений палочки. Можно также увидеть несколько положений руки, размахивая ею в темном кинозале во время демонстрации фильма (24 вспышки в секунду).

«Привязав» каким-либо способом отдельные положения движущейся точки к соответственным моментам времени, мы получим полное описание движения точки. Это значит, что мы будем знать все положения точки и для каждого из этих положений сможем найти расстояние по траектории от

начальной точки и промежуток времени, протекший от начального момента.

Таким образом, в основе всякого описания движения точки лежат измерения длин и промежутков времени. Заметим, что начальную точку на траектории и начальный момент времени можно выбирать как угодно, в зависимости от удобства рассмотрения данного движения. Движущаяся точка не обязательно должна находиться в положении $s=0$ в момент времени $t=0$.

§ 7. Измерение длины. Основной единицей длины служит *метр* (м). Первоначально за образец (эталон) метра было принято расстояние между двумя штрихами на специально

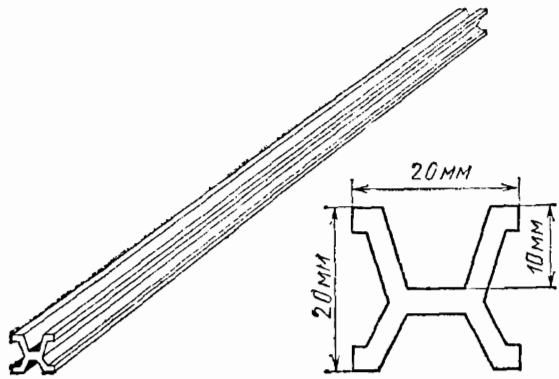


Рис. 14. Первоначальный эталон метра (общий вид и сечение)

изготовленном платино-иридиевом стержне длины 102 см, хранящемся в Международном бюро мер и весов в Париже (рис. 14). Материал и форма сечения стержня и условия его хранения были выбраны так, чтобы наилучшим образом обеспечить неизменность образца. В частности, были приняты меры для поддержания постоянной температуры стержня. Тщательно выполненные вторичные эталоны — копии этого образца — хранятся в институтах мер и весов разных стран.

Предполагалось изготовить образец метра равным одной сорокамиллионной части длины земного меридиана. Когда выяснилась недостаточная точность измерений на земной поверхности, то не стали заменять изготовленный образец или вносить поправки на основе более точных измерений, а решили сохранить сам образец в качестве единицы длины. Этот

образец примерно на 0,2 мм меньше, чем 1/40 000 000 часть меридиана.

Кроме этой основной единицы, в науке и технике применяют и другие единицы — десятичные кратные и дольные от метра *):

километр (1 км=1000 м);
сантиметр (1 см=0,01 м);
миллиметр (1 мм=0,001 м);
микрометр (1 мкм=0,001 мм=0,000001 м);
нанометр (1 нм=0,000000001 м).

В Англии, США и некоторых других странах широко распространены так называемые английские меры длины:

дюйм = 25,4 мм;
фут = 12 дюймов = 304,8 мм;
миля сухопутная («статутная») = 1609 м;
миля морская («адмиралтейская») = 1852 м (*длина одной минуты дуги земного меридиана*).

Старые русские меры длины составляли:

вершок = 4,445 см;
аршин = 28 дюймов = 16 вершков = 0,7112 м;
сажень = 3 аршина = 2,1336 м;
верста = 500 сажен = 1,0668 км;
русская миля = 7 верст = 7,4676 км.

Обилие разных единиц длины (а также и единиц других физических величин) весьма неудобно на практике. Поэтому были разработаны международные стандартные определения единиц всех физических величин. Сборник этих определений называют *системой единиц СИ* (от слов Systeme Internationale — Международная система). С 1963 г. в СССР и ряде других стран СИ рекомендована для применения во всех областях науки и техники **).

Согласно этой системе метр определен как длина, равная 1 650 763,73 длины волны оранжевого света, излучаемого

---

*) Десятичные кратные и дольные единицы, а также их наименования и обозначения следует образовывать с помощью множителей и приставок, например: 10^9 — гига (Г), 10^6 — мега (М), 10^3 — кило (к), 10^2 — гекто (г), 10^{-1} деци (д), 10^{-2} — санти (с), 10^{-3} — милли (м), 10^{-6} — микро (мк), 10^{-9} — нано (н). (*Примеч. ред.*)

**) Постановлением Государственного Комитета СССР по стандартам от 19 марта 1981 г. с 1 января 1982 г. в Советском Союзе введен в действие государственный стандарт ГОСТ 8.417—81 (СТ СЭВ 1052—78). Единицы физических величин. Согласно этому ГОСТ обязательному применению подлежат единицы Международной системы единиц (СИ), а также десятичные кратные и дольные от них. (*Примеч. ред.*)

специальной лампой, в которой под действием электрического разряда светится газ криптон-86 *). Число длин волн выбрано так, чтобы эта единица длины совпадала возможно точнее с парижским метром. Поэтому за единицу и не была выбрана длина, на которой укладывалось бы какое-либо круглое число (например, один миллион) длин волн. Эту новую единицу длины можно воспроизводить (оптическим путем) с большей точностью, чем архивный образец. Очень удобно, что для воспроизведения единицы длины не нужно обращаться к какому-то единственному хранящемуся образцу, а достаточно изготовить специальную криптоновую лампу и наблюдать испускаемый ею свет.

На практике для измерения длины, в том числе и для измерения расстояний между двумя положениями точки на траектории, применяют копии вторичных эталонов: стержни, линейки или ленты с делениями, равными длине

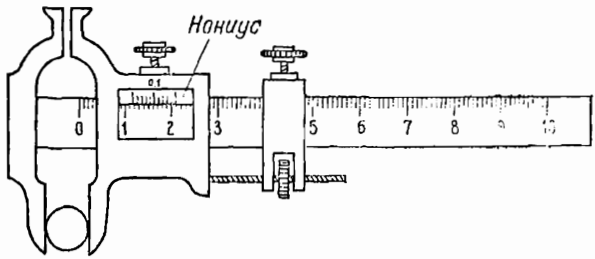


Рис. 15. Штангенциркуль с нониусом

эталона, либо его части (сантиметры, миллиметры). При измерении начало измерительной линейки совмещают с одним концом измеряемого отрезка и отмечают то ее деление, против которого окажется второй конец отрезка. Если второй конец не совпадает ни с одним из делений линейки, то «на глаз» оценивают, на какой доле расстояния между делениями он оказался.

Для уменьшения неизбежной ошибки отсчета применяют различные вспомогательные приспособления. На рис. 15 изображено одно из них — *нониус*, установленный на штангенциркуле. Нониус представляет собой добавочную шкалу, передвигаемую вдоль основной шкалы. Деления нониуса меньше деления основной шкалы на 0,1 их размера; например, если деление основной шкалы равно 1 мм, то деление нониуса равно 0,9 мм. На рисунке видно, что диаметр измеряемого шарика больше 11 мм, но меньше 12 мм. Чтобы найти, сколько десятых долей мил-

*) С 1983 г. метр определен как расстояние, проходимое в вакууме плоской электромагнитной волной за 1/299 792 458 долю секунды. (*Примеч. ред.*)

лиметра составляет остающаяся дробная часть деления, смотря, который из штрихов нониуса совпадает с каким-нибудь из штрихов основной шкалы. На нашем рисунке это девятый штрих нониуса. Значит, восьмой, седьмой и т. д. штрихи нониуса окажутся впереди ближайших к ним предыдущих штрихов основной шкалы на 0,1 мм, 0,2 мм и т. д., а начальный штрих нониуса окажется на 0,9 мм впереди ближайшего к нему предыдущего штриха основной шкалы. Отсюда следует, что диаметр шара равен стольким целым миллиметрам, сколько их укладывается от начала основной шкалы до начала шкалы нониуса (11 мм), и стольким десятым долям миллиметра, сколько делений нониуса укладывается от начала шкалы нониуса до совпадающих штрихов (0,9 мм). Итак, измеряемый диаметр шарика равен 11,9 мм.

Таким образом, нониус позволяет измерять расстояния с точностью до 1/10 деления шкалы.

§ 8. **Измерение промежутков времени.** При выборе единицы промежутка времени можно исходить из продолжительности какого-либо повторяющегося процесса. С древних времен за единицу промежутка времени принимали сутки — продолжительность одного полного поворота Земли вокруг своей оси относительно Солнца. Так как в течение года длительность такого поворота несколько меняется (почти на 1 минуту), то за единицу принимается среднее значение этой величины за год. Сутки делятся на часы, минуты и секунды.

Одна из основных единиц системы СИ — *секунда* (с) определяется как промежуток времени, равный сумме 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующего переходу между двумя определенными энергетическими уровнями атома цезия-133. Секунда приблизительно равна 1/86400 средних солнечных суток.

Для устройства часов — приборов для измерения промежутков времени — можно пользоваться самыми различными повторяющимися процессами. В древности пользовались водяными часами, в которых время определялось по количеству воды, перетекшей из одного сосуда в другой (рис. 16). Чтобы воспроизводить один и тот же промежуток времени, пользовались песочными часами, в которых определенное количество песка высыпалось через узкую трубочку (рис. 17). Точность подобных часов невелика.

Гораздо точнее повторяются различные колебательные процессы, например колебания маятника — груза, подвешенного на нити или на стержне (маятник стенных часов). Если размахи маятника не слишком велики, то период его колебаний (время качания из крайнего положения туда и обратно) практически не зависит от размаха, а определяется только его длиной. Независимость периода качаний маятника от размаха установил итальянский физик и астроном

Галилео Галилей (1564—1642), а затем использовал голландский физик и математик Христиан Гюйгенс (1629—1695), создавший в 1657 г. первые маятниковые часы. В маятниковых часах счет колебаний ведется при помощи системы колес: после каждого колебания стрелки часов поворачиваются на определенный угол, так что положение стрелок позволяет отсчитывать прошедший промежуток времени.

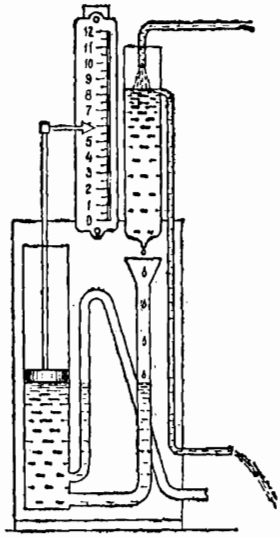


Рис. 16. Водяные часы (клепсидра)

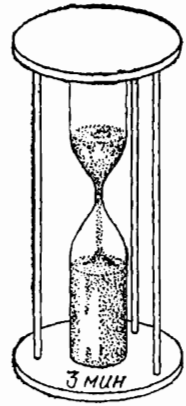


Рис. 17. Песочные часы

Впоследствии были изобретены карманные часы. В карманных часах качающийся маятник заменен колесиком, которое удерживается спиральной пружинкой (так называемый балансир) и колеблется вокруг оси около положения равновесия с постоянным периодом, определяемым свойствами балансира и спиральной пружины. Особенно удобны секундомеры — часы, пускаемые в ход и останавливаемые нажатием кнопки. В них имеется длинная стрелка, совершающая один оборот в минуту, позволяющая отсчитывать по циферблату десятые доли секунды.

После изобретения часов с маятником, а затем с балансиром, все другие типы механических часов вышли из употребления как менее точные. Впрочем, песочные часы применяются еще и теперь, например в медицинской практике для таких лечебных процедур (ванны и т. п.), где всегда нужно отсчитывать только один определенный промежуток времени. Своего рода часами являются и описанные в § 6 капельница и стробоскоп.

Современная техника добивается исключительной точности измерений промежутков времени, используя колебания кварцевых кристаллов (кварцевые часы) или колебания молекул (молекулярные часы). Кварцевые и молекулярные часы позволяют измерять промежутки времени с точностью до миллионных, миллиардных и триллионных долей секунды.

§ 9. Равномерное прямолинейное движение и его скорость. Движение, при котором тело проходит за любые равные промежутки времени одинаковые пути, называется *равномерным*. Например, на длинном ровном перегоне поезд движется равномерно; удары колес о стыки рельсов слышны через равные промежутки времени; километровые столбы (или телеграфные столбы, устанавливаемые примерно на равных расстояниях друг от друга) проходят мимо окна также через одинаковые промежутки времени. Равномерно движется автомобиль на прямом участке пути при неизменной работе мотора, конькобежец или бегун на середине дистанции. Другими примерами равномерного движения могут служить падение капель дождя, всплывание мелких пузырьков газа в стакане газированной воды, падение парашютиста с раскрытым парашютом и т. д.

В различных равномерных движениях перемещения тел за одинаковые промежутки времени могут быть различными, а значит, одинаковые перемещения будут совершаться ими за разное время. Так, на прохождение расстояния между двумя телеграфными столбами автомобиль затратит меньше времени, чем велосипедист; пешеход пройдет за одну минуту около 100 м, искусственный спутник Земли пролетит за этот же промежуток времени 500 км, а радиосигнал или световой сигнал пройдет за то же время 18 млн. км. Мы говорим: автомобиль движется скорее, чем велосипедист, спутник движется скорее, чем пешеход, а радиосигнал — скорее, чем спутник. Чтобы количественно охарактеризовать это различие между равномерными движениями, вводят физическую величину — скорость движения.

Скоростью равномерного движения называют отношение пути, пройденного телом, к промежутку времени, за который этот путь пройден:

$$\text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{промежуток времени}}.$$

Для определения скорости тела нужно измерить путь, пройденный телом, измерить промежуток времени, в течение

которого этот путь пройден, и разделить результат первого измерения на результат второго.

Так как, согласно определению равномерного движения, за двойное, тройное и т. д. время будут пройдены двойной, тройной и т. д. пути, за половинное время — половинный путь и т. д., то значение скорости получится одно и то же, за какой бы промежуток времени и на каком бы участке пути ее ни определять. Таким образом, при равномерном движении скорость — постоянная величина, характеризующая данное движение на любом участке пути и за любой промежуток времени. Скорость будем обозначать буквой v.

Если обозначить промежуток времени через t, а пройденный путь через s, то скорость равномерного движения выразится формулой *)

$$v=s/t. \tag{9.1}$$

Зная скорость v равномерного движения, можно найти путь, пройденный за любой промежуток времени t, по формуле

$$s=vt. \tag{9.2}$$

Эта формула показывает, что при равномерном движении пройденный путь возрастает пропорционально времени. Из этой же формулы видно, что *при равномерном движении скорость численно равна пути, пройденному за единицу времени*. Зная путь s, пройденный телом при равномерном движении, и скорость v этого движения, можно найти промежуток времени t, затраченный на прохождение этого пути, по формуле

$$t=s/v. \tag{9.3}$$

Приведенные формулы позволяют ответить на все вопросы, касающиеся равномерного движения.

Всякие измерения, и в частности измерения пути и промежутков времени, необходимые для нахождения скорости данного движения, всегда производятся не абсолютно точно, а лишь с некоторой определенной степенью точности. Поэтому, даже если измерения дают одну и ту же скорость движения на разных участках траектории, можно утверждать, что оно равномерно лишь с той степенью точности,

---

*) Строго говоря, скорость есть вектор (§ 23); формула (9.1) определяет модуль (т. е. числовое значение) этого вектора. Однако для краткости мы будем называть величину (9.1) просто скоростью. *(Примеч. ред.)*

с которой производились измерения. Например, если определять время прохождения поезда между двумя километровыми столбами по минутной стрелке часов, то зачастую окажется, что на многокилометровом участке пути это время одно и то же: при этой степени точности движение поезда равномерно. Но если пользоваться секундомером и отсчитывать промежутки времени с точностью до долей секунды, то мы могли бы обнаружить, что эти промежутки времени не точно одинаковы, и, значит, движение поезда не является равномерным с этой, более высокой, степенью точности.

? **9.1.** В подрывной технике для взрыва шпуров (скважин с заложенной в них взрывчаткой) употребляют особый, сгорающий с небольшой скоростью шнур — «бикфордов шнур». Какой длины шнур надо взять, чтобы успеть, после того как он зажжен, отбежать на расстояние 150 м? Скорость бега равна 5 м/с, а пламя по бикфордову шнуру проходит 1 м за 2 мин.

9.2. Мальчик ростом 1,5 м бежит со скоростью 3 м/с по прямой, проходящей под фонарем, висящим на высоте 3 м. Покажите, что тень его головы движется равномерно, и найдите скорость этого движения.

§ 10. Знак скорости при прямолинейном движении. Пусть в момент времени t_1, считая от начального момента, тело находилось в точке с координатой x_1 (§ 6), а в более поздний момент t_2 — в точке с координатой x_2. Разность t_2-t_1 дает промежуток времени t, в течение которого двигалось тело; абсолютное значение разности x_2-x_1 равно пройденному телом пути s. Поэтому формулу (9.1) можно представить в виде

$$v=\frac{|x_2-x_1|}{t_2-t_1}. \qquad (10.1)$$

Если в числителе взять просто разность x_2-x_1, получится формула

$$v=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}. \qquad (10.2)$$

Определяемая этой формулой величина v оказывается алгебраической. Действительно, разность t_2-t_1 всегда положительна, так как t_2 (более поздний момент) выражается бóльшим числом, чем t_1 (более ранний момент). Разность же x_2-x_1 может быть как положительной (если $x_2>x_1$), так и отрицательной (если $x_2<x_1$). Знак зависит от направления, в котором движется тело. Если движение происходит в направлении оси x, то $x_2>x_1$ и определяемая формулой (10.2) величина v оказывается положительной; если же движение происходит в противоположном направлении, то $x_2<x_1$ и v отрицательна.

Таким образом, знак величины (10.2) позволяет судить, в каком из двух направлений — «по x» или «против x» — движется тело. Это оказывается удобным. Поэтому в случае прямолинейного движения мы будем условно говорить о положительных и отрицательных скоростях *).

§ 11. Единицы скорости. Из формулы (9.1) для скорости видно, что при прохождении единицы пути за единицу времени скорость v также получается равной единице. Поэтому *за единицу скорости принимают скорость такого равномерного движения, при котором за единицу времени тело проходит путь, равный единице.* Так, в системе СИ за единицу скорости принята скорость такого движения, при котором за одну секунду проходится один метр пути. Наименование этой скорости записывают в виде *метр в секунду* (м/с). Для любого движения, деля длину, выраженную в метрах, на промежуток времени, выраженный в секундах, найдем скорость, выраженную в метрах в секунду.

При другом выборе единицы времени или единицы пути иной будет и единица скорости. Для единиц пути и времени сантиметр и секунда единицей скорости будет *сантиметр в секунду* (см/с) — скорость такого движения, при котором за 1 с проходится путь 1 см. Для единиц километр и час получается единица скорости *километр в час* (км/ч) — скорость движения, при котором за 1 ч проходится расстояние 1 км. Аналогично составляются и записываются единицы и при всяком ином выборе единиц времени и длины.

Ясно, что при разном выборе единиц скорость одного и того же движения будет иметь разные числовые значения. Пусть известно числовое значение скорости какого-либо движения в каких-либо определенных единицах, например в метрах в секунду. Это значение получается путем деления числа, выражающего длину пройденного пути в метрах, на соответственный промежуток времени в секундах. Допустим, мы хотим выразить скорость того же движения в других единицах, например в километрах в час. Нужно ли для этого заново измерить пройденный путь (теперь уже в километрах) и промежуток времени (теперь уже в часах)? Повторять измерения надобности нет. Новое числовое значение скорости данного движения V [км/ч] можно получить из старого значения v [м/с] путем расчета.

---

*) Величина, определяемая формулой (10.2), представляет собой проекцию вектора скорости на ось x (§ 24). *(Примеч. ред.)*

В самом деле, обозначим измеренный путь через s [м], а промежуток времени через t [с]. Числовое значение скорости есть

$$\frac{s\,[\text{м}]}{t\,[\text{с}]} = v\,[\text{м/с}].$$

Если тот же путь мы измерили бы в километрах, а время в часах, то величины, входящие в формулу для скорости, изменились бы: путь выразился бы величиной S [км]$=$ $=s$ [м]$\cdot 1/1000$, а время — величиной T [ч]$=t$ [с]$\cdot 1/3600$. В новых единицах скорость будет равна

$$V\,[\text{км/ч}] = \frac{S\,[\text{км}]}{T\,[\text{ч}]} = \frac{s\,[\text{м}]\cdot 1/1000}{t\,[\text{с}]\cdot 1/3600} = 3{,}6\ \ v\,[\text{м/с}].$$

Эта формула и дает переход от скорости v, выраженной в метрах в секунду, к скорости V, выраженной в километрах в час. Из этой формулы легко получить и обратный переход — от единицы километр в час к единице метр в секунду:

$$v\,[\text{м/с}] = \frac{1}{3{,}6} V\,[\text{км/ч}].$$

Например, для $v=100$ м/с скорость $V=3{,}6\cdot 100=360$ км/ч, для $V=72$ км/ч скорость $v=(1/3{,}6)\cdot 72=20$ м/с.

Легко также получить и соотношение между самими единицами скорости. Для этого в полученных формулах следует взять исходную скорость, равную единице. Тогда получим

$$1\ \text{км/ч} = \frac{1}{3{,}6}\ \text{м/с}, \quad 1\ \text{м/с} = 3{,}6\ \text{км/ч}.$$

Пользуясь для расчетов формулами (9.1)—(9.4), а также другими формулами, куда будут входить длина, время и скорость, необходимо выражать все величины в соответствующих друг другу единицах. Если, например, скорость выражена в метрах в секунду, то путь и промежутки времени нужно выражать в метрах и секундах. Если путь выражен в километрах, а время в часах, то скорость нужно выражать в километрах в час. Если заданные величины выражены в единицах, не соответствующих друг другу, то нужно сделать перевод единиц. Например, если длина задана в километрах, время — в часах, а скорость дана в метрах в секунду, то нужно найти значение скорости в километрах в час и именно это значение подставлять в формулы.

В природе существует «естественный эталон» скорости. Это скорость света в вакууме (например, в космическом пространстве), равная приблизительно 300 000 км/с *). С той

*) В прозрачных телах скорость света меньше, чем в вакууме. Например, скорость света в воде равна 225 000 км/с.

же скоростью распространяется в вакууме и всякий радиосигнал. Скорость света играет весьма важную роль во всех областях физики. Установлено, что движение тел со скоростью, большей скорости света в вакууме, невозможно: скорость света в вакууме есть предельная скорость тел. Скорости всех земных и небесных тел всегда очень малы по сравнению со скоростью света, например, скорость Земли в ее движении вокруг Солнца составляет 30 км/с, т. е. всего 0,0001 скорости света. Со скоростями тел, приближающимися к скорости света, мы встречаемся только в мире мельчайших частиц вещества — электронов, протонов и других элементарных частиц. При таких скоростях в поведении тел наблюдаются важные особенности. Эти вопросы будут изучаться в томе III.

В мореходной практике распространена специальная единица скорости, носящая название *узел*. Узел — это скорость такого движения, при котором тело проходит за один час одну морскую милю. 1 узел = =0,514 м/с. Современные морские суда, развивающие скорость около 40 узлов, т. е. свыше 20 м/с, несутся со скоростью урагана.

Интересно отметить, что иногда применяют единицу длины, в основе которой лежит скорость света. Это — *световой год*, т. е. путь, проходимый светом за один год. Световой год равен примерно $9{,}4605 \cdot 10^{15}$ м. Этой единицей длины пользуются в астрономии, где приходится встречаться с расстояниями в тысячи, миллионы и миллиарды световых лет. Ближайшая к Земле звезда отстоит от нас на 3,2 световых года, самые дальние из наблюдаемых галактик (звездных систем) — на расстояниях около 3 миллиардов световых лет.

§ 12. Графики зависимости пути от времени. Если траектория движения точки известна, то зависимость пути s, пройденного точкой, от истекшего промежутка времени t дает полное описание этого движения. Мы видели, что для равномерного движения такую зависимость можно дать в виде формулы (9.2). Связь между s и t для отдельных моментов времени можно задавать также в виде таблицы, содержащей соответственные значения промежутка времени и пройденного пути. Пусть нам дано, что скорость некоторого равномерного движения равна 2 м/с. Формула (9.2) имеет в этом случае вид $s=2t$. Составим таблицу пути и времени такого движения:

t, с	1	2	3	4	5	6	...
s, м	2	4	6	8	10	12	...

Зависимость одной величины от другой часто бывает удобно изображать не формулами или таблицами, а графиками, которые более наглядно показывают картину изменения переменных величин и могут облегчать расчеты. Построим график зависимости пройденного пути от времени для рассматриваемого движения. Для этого возьмем две взаимно перпендикулярные прямые — оси координат; одну из них (ось абсцисс) назовем осью времени, а другую (ось ординат) — осью пути. Выберем масштабы для изображения

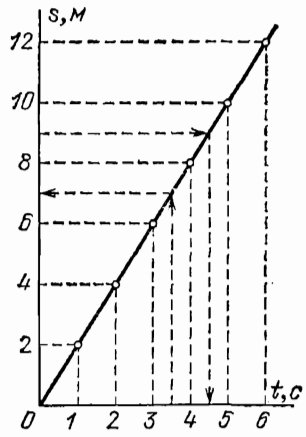


Рис. 18. График пути равномерного движения со скоростью 2 м/с

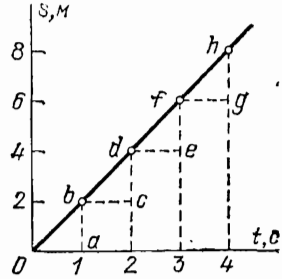


Рис. 19. К упражнению 12.1

промежутков времени и пути и примем точку пересечения осей за начальный момент и за начальную точку на траектории. Нанесем на осях значения времени и пройденного пути для рассматриваемого движения (рис. 18). Для «привязки» значений пройденного пути к моментам времени проведем из соответственных точек на осях (например, точек 3 с и 6 м) перпендикуляры к осям. Точка пересечения перпендикуляров соответствует одновременно обеим величинам: пути s и моменту t,— этим способом и достигается «привязка». Такое же построение можно выполнить и для любых других моментов времени и соответственных путей, получая для каждой такой пары значений время — путь одну точку на графике. На рис. 18 выполнено такое построение, заменяющее обе строки таблицы одним рядом точек. Если бы такое построение было выполнено для всех моментов времени, то вместо отдельных точек получилась бы сплошная линия (также показанная на рисунке). Эта линия и называется *графиком зависимости пути от времени* или, короче, *графиком пути*.

В нашем случае график пути оказался прямой линией. Можно показать, что график пути равномерного движения всегда есть прямая линия; и обратно: если график зависимости пути от времени есть прямая линия, то движение равномерно.

? **12.1.** Докажите это положение, пользуясь рис. 19.

Повторяя построение для другой скорости движения, найдем, что точки графика для большей скорости лежат выше, чем соответственные точки графика для меньшей скорости (рис. 20). Таким образом, *чем больше скорость равномерного движения, тем круче прямолинейный график пути*, т. е. тем больший угол он составляет с осью времени.

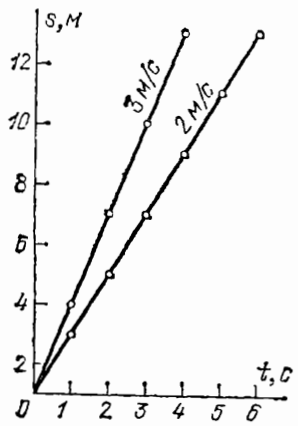


Рис. 20. Графики пути равномерных движений со скоростями 2 и 3 м/с

Наклон графика зависит, конечно, не только от числового значения скорости, но и от выбора масштабов времени

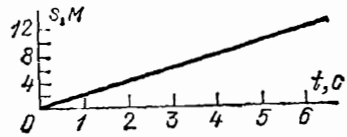


Рис. 21. График того же движения, что на рис. 18, вычерченный в другом масштабе

и длины. Например, график, изображенный на рис. 21, дает зависимость пути от времени для того же движения, что и график рис. 18, хотя и имеет другой наклон. Отсюда ясно, что сравнивать движения по наклону графиков можно только в том случае, если они вычерчены в одном и том же масштабе.

С помощью графиков пути можно легко решать разные задачи о движении. Для примера на рис. 18 штриховыми линиями показаны построения, необходимые для того, чтобы решить следующие задачи для данного движения: а) найти путь, пройденный за время 3,5 с; б) найти время, за которое пройден путь 9 м. На рисунке графическим путем (штриховые линии) найдены ответы: а) 7 м; б) 4,5 с.

? 12.2. По графику, изображенному на рис. 18, найдите, на каком расстоянии от начальной точки окажется движущаяся точка через 2 с после того, как она пройдет путь 6 м.

На графиках, описывающих равномерное прямолинейное движение, можно откладывать по оси ординат вместо пути s координату x движущейся точки. Такое описание открывает большие возможности. В частности, оно позволяет различать направление движения по отношению к оси x. Кроме того, приняв начало отсчета времени за нуль, можно показать движение точки в более ранние моменты времени, которые следует считать отрицательными.

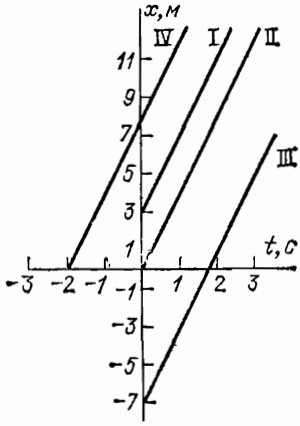


Рис. 22. Графики движений с одной и той же скоростью, но при различных начальных положениях движущейся точки

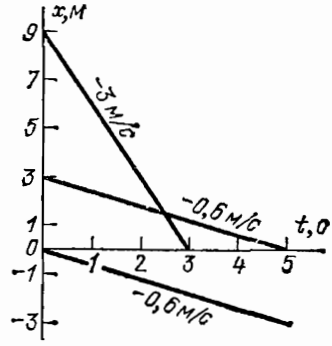


Рис. 23. Графики нескольких движений с отрицательными скоростями

Например, на рис. 22 прямая I есть график движения, происходящего с положительной скоростью 4 м/с (т. е. в направлении оси x), причем в начальный момент движущаяся точка находилась в точке с координатой $x_0=3$ м. Для сравнения на том же рисунке дан график движения, которое происходит с той же скоростью, но при котором в начальный момент движущаяся точка находится в точке с координатой $x_0=0$ (прямая II). Прямая III соответствует случаю, когда в момент $t=0$ движущаяся точка находилась в точке с координатой $x_0=-7$ м. Наконец, прямая IV описывает движение в случае, когда движущаяся точка имела координату $x=0$ в момент $t=-2$ с.

Мы видим, что наклоны всех четырех графиков одинаковы: наклон зависит только от скорости движущейся

точки, а не от ее начального положения. При изменении начального положения весь график просто переносится параллельно самому себе вдоль оси x вверх или вниз на соответственное расстояние.

Графики движений, происходящих с отрицательными скоростями (т. е. в направлении, противоположном направлению оси x), показаны на рис. 23. Они представляют собой прямые, наклоненные вниз. Для таких движений координата x точки с течением времени уменьшается.

? **12.3.** График пути для точки, движущейся со скоростью v, отсекает на оси ординат отрезок s_0. Как зависит от времени расстояние s от начальной точки? Напишите формулу этой зависимости.

12.4. Точка, движущаяся со скоростью v, в момент t_0 находится на расстоянии s_0 от начальной. Как зависит от времени расстояние s?

12.5. Точка, двигаясь равномерно вдоль оси x, имела координаты $x_1=-3{,}5$ м и $x_2=2{,}5$ м в моменты времени $t_1=-2$ с и $t_2=6$ с соответственно. Найдите графически, в какой момент точка проходила через начало координат и какова была координата x в начальный момент. Найдите проекцию скорости на ось x.

12.6. Найдите при помощи графика пути, когда и на каком расстоянии от точки A автомашину, вышедшую из точки A, догонит вторая автомашина, вышедшая из той же точки через 20 мин после первой, если первая машина движется со скоростью 40 км/ч, а вторая — со скоростью 60 км/ч.

12.7. Найдите при помощи графика пути, где и когда встретятся автомашины, вышедшие одновременно навстречу друг другу со скоростями 40 и 60 км/ч из пунктов A и B, лежащих на расстоянии 100 км друг от друга.

Графики пути можно строить и для случаев, в которых тело движется равномерно в течение определенного промежутка времени, затем движется равномерно, но с другой скоростью в течение другого промежутка времени, затем снова меняет скорость и т. д. Например, на рис. 26 показан график движения, в котором тело двигалось в течение первого часа со скоростью 20 км/ч, в течение второго часа — со скоростью 40 км/ч и в течение третьего часа — со скоростью 15 км/ч.

? **12.8.** Постройте график пути для движения, в котором за последовательные часовые промежутки тело имело скорости 10, —5, 0, 2, —7 км/ч. Чему равно суммарное перемещение тела?

§ 13. Графики зависимости скорости от времени. Подобно построению графика пути, можно построить и график зависимости скорости движения от времени. Для этого будем по оси ординат откладывать значения скорости в каком-либо выбранном масштабе; эта ось будет теперь служить осью скорости. Ось абсцисс по-прежнему будет служить осью

времени. Так как скорость равномерного движения есть постоянная величина, то график изобразится прямой линией, параллельной оси времени. Чем больше скорость, тем выше расположится прямая (рис. 24). Отрицательная скорость изобразится линией, лежащей ниже оси абсцисс. Нулевая скорость (покой точки) изобразится участком оси времени.

Рассмотрим движение, скорость которого изображена линией AB. Площадь прямоугольника, заштрихованного

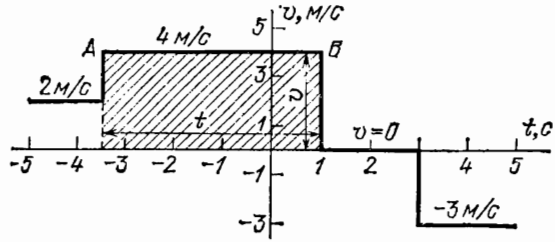


Рис. 24. Движение тела с разной скоростью в различные промежутки времени. Площадь заштрихованного на графике прямоугольника равна (4 м/с)·4,5 с=18 м (пройденный путь)

на графике, равна произведению отрезка, изображающего скорость v, на отрезок, изображающий промежуток времени t, т. е. равна vt. Но при равномерном движении пройденный путь также равен vt (см. формулу (9.2)). Значит, путь выражается площадью, заштрихованной на рис. 24. Таким образом, при равномерном движении путь, пройденный за какой-либо промежуток времени, численно выражается площадью, ограниченной осью времени, графиком скорости и двумя вертикальными отрезками, проведенными из точек, соответствующих началу и концу рассматриваемого промежутка времени.

§ 14. Неравномерное прямолинейное движение. Средняя скорость. В § 9 мы говорили, что утверждение о равномерности данного движения справедливо только с той степенью точности, с которой произведены измерения. Например, применив секундомер, можно обнаружить, что движение поезда, представлявшееся при грубом измерении равномерным, оказывается неравномерным при более тонком измерении.

Но когда поезд подходит к станции, мы обнаружим неравномерность его движения даже без секундомера. Даже грубые измерения покажут нам, что промежутки времени,

за которые поезд проходит расстояния от одного телеграфного столба до другого, становятся все больше и больше. С той малой степенью точности, которую дает измерение времени по часам, движение поезда на перегоне равномерно, а при подходе к станции — неравномерно. Поместим на игрушечный заводной автомобиль капельницу, заведем его и пустим катиться по столу. В середине движения

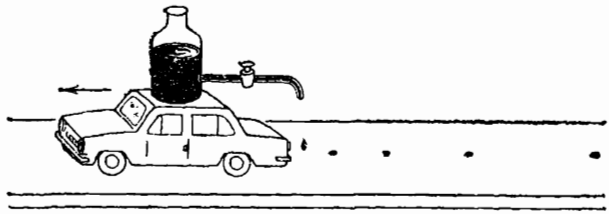


Рис. 25. Следы капель, равномерно падающих из капельницы, помещенной на движущийся заводной автомобиль, перед окончанием завода

расстояния между каплями оказываются одинаковыми (движение равномерно), но затем, когда завод приблизится к концу, будет заметно, что капли ложатся все ближе одна к другой — движение неравномерно (рис. 25).

При неравномерном движении нельзя говорить о какой-то определенной скорости, так как отношение пройденного пути к соответственному промежутку времени не одинаково для разных участков, как это имело место для равномерного движения. Если, однако, нас интересует движение только на каком-либо определенном участке пути, то это движение в целом можно охарактеризовать, введя понятие средней скорости движения: *средней скоростью неравномерного движения на данном участке пути называют отношение длины этого участка к промежутку времени, за который этот участок пройден:*

$$v_{ср} = s/t. \qquad (14.1)$$

Отсюда видно, что средняя скорость равна скорости такого равномерного движения, при котором тело прошло бы данный участок пути за тот же промежуток времени, что и при действительном движении.

Как и в случае равномерного движения, можно пользоваться формулой $s=v_{ср}t$ для определения пути, пройденного за данный промежуток времени при определенной средней скорости, и формулой $t=s/v_{ср}$ для определения времени, за которое пройден данный путь с данной средней скоростью. Но пользоваться этими формулами можно толь-

ко для того участка пути и для того промежутка времени, для которых эта средняя скорость была рассчитана. Например, зная среднюю скорость на участке пути AB и зная длину AB, можно определить время, за которое был пройден этот участок, но нельзя найти время, за которое была пройдена половина участка AB, так как средняя скорость на половине участка при неравномерном движении, вообще говоря, не будет равна средней скорости на всем участке.

Если для любых участков пути средняя скорость оказалась одинаковой, то это значит, что движение равномерное и средняя скорость равна скорости этого равномерного движения.

Если средняя скорость известна за отдельные последовательные промежутки времени, то можно найти среднюю скорость и за суммарное время движения. Пусть, например, поезд двигался в течение двух часов, причем его средняя скорость за первые 10 мин равнялась 18 км/ч, за следующие полтора часа — 50 км/ч и за остальное время — 30 км/ч. Найдем пути, пройденные за отдельные промежутки времени. Они будут равны $s_1=18\cdot 1/6=3$ км; $s_2=50\cdot 1{,}5=75$ км; $s_3=30\cdot 1/3=10$ км. Значит, общий путь, пройденный поездом, есть $s=3+75+10=88$ км. Поскольку весь этот путь был пройден за два часа, искомая средняя скорость $v_{ср}=88/2=44$ км/ч.

Из этого примера видно, как вычислять среднюю скорость и в общем случае, когда известны средние скорости движения v_1, v_2, v_3, ... , с которыми тело двигалось в течение последовательных промежутков времени t_1, t_2, t_3, ... Средняя скорость всего движения выразится формулой

$$v_{ср}=\frac{v_1t_1+v_2t_2+v_3t_3+\ldots}{t_1+t_2+t_3+\ldots}.$$

Важно отметить, что в общем случае средняя скорость не равна среднему значению от средних скоростей на отдельных участках пути.

? **14.1.** Покажите, что средняя скорость на всем пути будет больше наименьшей из средних скоростей на отдельных участках и меньше наибольшей из них.

14.2. Поезд проходит первые 10 км со средней скоростью 30 км/ч, вторые 10 км — со средней скоростью 40 км/ч, третьи 10 км — со средней скоростью 60 км/ч. Какова была средняя скорость поезда на всем 30-километровом отрезке пути?

§ 15. Мгновенная скорость. Для описания данного неравномерного движения можно определить среднюю скорость движения на нескольких участках пути. Однако это даст

лишь грубое, приближенное понятие о характере движения.

Дело в том, что, определяя средние скорости, мы как бы заменяем движение в течение каждого промежутка времени равномерным движением и считаем, что скорость меняется скачком от одного промежутка времени к другому. График пути такого движения, при котором в течение отдельных промежутков времени точка движется с постоянными, но разными скоростями, изобразится ломаной линией со звеньями разного наклона. Например, на рис. 26 изображен график движения автомобиля, который в течение первого часа

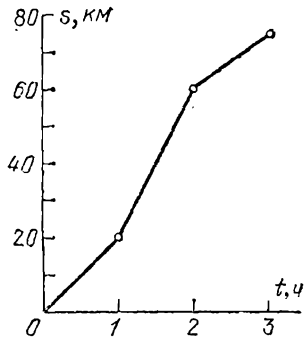


Рис. 26. График дает грубое описание движения автомобиля

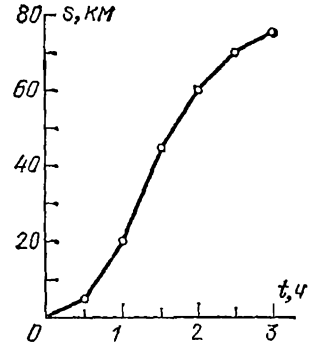


Рис. 27. Более точное описание движения автомобиля, чем на рис. 26

ехал со средней скоростью 20 км/ч, в течение второго часа — со средней скоростью 40 км/ч и в течение третьего — со средней скоростью 15 км/ч. Для более точного описания движения потребуется определять средние скорости за меньшие промежутки времени. На графике пути мы будем получать ломаные линии со все бо́льшим числом звеньев, все точнее описывающие данное движение (рис. 27 и 28).

По мере уменьшения промежутков времени фактическое движение в пределах каждого отдельного промежутка будет все менее отличаться от равномерного, и наконец отличие перестанет улавливаться приборами, при помощи которых мы измеряем среднюю скорость. Этим ставится естественный предел уточнению описания движения при данной степени точности измерений длины и времени. В пределах промежутков времени столь малых, что движение представляется равномерным, можно относить результат измерения к на-

чалу, концу или вообще к любому моменту времени в пределах рассматриваемого промежутка.

Будем называть среднюю скорость, измеренную за столь малый промежуток времени, что в течение этого промежутка движение представляется для наших приборов равномерным, *мгновенной скоростью* или просто *скоростью*.

Если движение равномерно, то его мгновенная скорость в любой момент времени равна скорости этого равномерного движения: мгновенная скорость равномерного движения постоянна. Мгновенная же скорость неравномерного

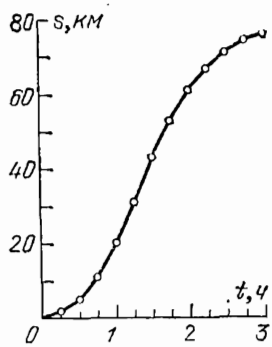


Рис. 28. Еще более точное описание движения автомобиля

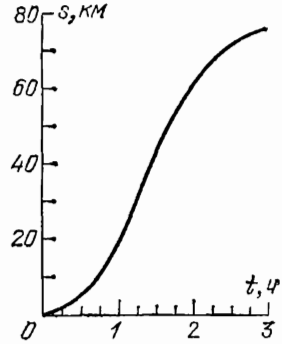


Рис. 29. График пути автомобиля изображается плавной линией

движения есть переменная величина, принимающая различные значения в разные моменты времени. Из сказанного ясно, что мгновенную скорость можно считать изменяющейся во все время движения непрерывно, так что график пути можно изобразить плавной линией (рис. 29); мгновенная скорость в каждый момент будет определяться наклоном касательной к кривой в соответственной точке.

? **15.1.** Покажите, что средняя скорость неравномерного движения на любом участке пути больше наименьшего и меньше наибольшего значения мгновенной скорости на этом участке.

§ 16. Ускорение при прямолинейном движении. Если мгновенная скорость движущегося тела растет, то движение называют *ускоренным*; если мгновенная скорость уменьшается, то движение называют *замедленным*.

Скорость в различных неравномерных движениях изменяется по-разному. Например, товарный поезд, отходя от станции, движется ускоренно; на перегоне — то ускоренно, то равномерно, то замедленно; подходя к станции,

он движется замедленно. Пассажирский поезд также движется неравномерно, но его скорость изменяется быстрее, чем у товарного поезда. Скорость пули в канале ствола винтовки возрастает от нуля до сотен метров в секунду за несколько тысячных долей секунды; при попадании в препятствие скорость пули уменьшается до нуля также очень быстро. При взлете ракеты ее скорость растет сначала медленно, а потом все быстрее.

Среди разнообразных ускоренных движений встречаются движения, в которых мгновенная скорость за любые равные промежутки времени увеличивается на одну и ту же величину. Такие движения называют *равноускоренными*. Шарик, начинающий скатываться по наклонной плоскости или начинающий свободно падать на Землю, движется равноускоренно. Заметим, что равноускоренный характер этого движения нарушается трением и сопротивлением воздуха, которые пока учитывать не будем.

Чем больше угол наклона плоскости, тем быстрее растет скорость скатывающегося по ней шарика. Еще быстрее растет скорость свободно падающего шарика (примерно на 10 м/с за каждую секунду). Для равноускоренного движения можно количественно охарактеризовать изменение скорости с течением времени, вводя новую физическую величину — ускорение.

*В случае равноускоренного движения ускорением называют отношение приращения *) скорости к промежутку времени, за который это приращение произошло*:

$$\text{ускорение} = \frac{\text{приращение скорости}}{\text{промежуток времени}}.$$

Ускорение будем обозначать буквой a. Сравнивая с соответственным выражением из § 9, можно сказать, что ускорение есть скорость изменения скорости.

Пусть в момент времени t_1 скорость была v_1, а в момент t_2 она стала равной v_2, так что за время $t = t_2 - t_1$ приращение скорости составляет $v_2 - v_1$. Значит, ускорение **)

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_2 - v_1}{t}. \qquad (16.1)$$

---

*) Приращением некоторой величины называется разность ее конечного и начального значений. Очевидно, приращение может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от характера изменения величины. *(Примеч. ред.)*

**) Ускорение является векторной величиной (§ 23). Если под v_1 и v_2 понимать проекции скорости на ось x (см. сноску на с. 38), то ве-

Из определения равноускоренного движения следует, что эта формула даст одно и то же ускорение, какой бы промежуток времени t ни выбрать. Отсюда видно также, что *при равноускоренном движении ускорение численно равно приращению скорости за единицу времени.* В СИ единица ускорения есть *метр на секунду в квадрате* (м/с^2), т. е. метр в секунду за секунду.

Если путь и время измерены в других единицах, то и для ускорения надо принимать соответственные единицы измерения. В каких бы единицах ни выражать путь и время, в обозначении единицы ускорения в числителе стоит единица длины, а в знаменателе — квадрат единицы времени. Правило перехода к другим единицам длины и времени для ускорения аналогично правилу для скоростей (§ 11). Например,

$$1 \text{ см/с}^2 = 36 \text{ м/мин}^2.$$

Если движение не является равноускоренным, то можно ввести, пользуясь той же формулой (16.1), понятие *среднего ускорения*. Оно охарактеризует изменение скорости за определенный промежуток времени на пройденном за этот промежуток времени участке пути. На отдельных же отрезках этого участка среднее ускорение может иметь разные значения (ср. со сказанным в § 14).

Если выбирать такие малые промежутки времени, что в пределах каждого из них среднее ускорение остается практически неизменным, то оно будет характеризовать изменение скорости на любой части этого промежутка. Найденное таким образом ускорение называют *мгновенным ускорением* (обычно слово «мгновенное» опускают, ср. § 15). При равноускоренном движении мгновенное ускорение постоянно и равно среднему ускорению за любой промежуток времени.

§ 17. Скорость прямолинейного равноускоренного движения. Так как при равноускоренном движении ускорение постоянно, то оно равно отношению приращения скорости за любой промежуток времени к продолжительности этого про-

---

личина, определяемая формулой (16.1), представляет собой проекцию вектора ускорения на ось x. Величина

$$a = \frac{|v_2 - v_1|}{t}$$

определяет модуль (т. е. числовое значение) вектора ускорения (см. сноску на с. 36). *(Примеч. ред.)*

межутка. Пусть, например, при равноускоренном движении скорость в начальный момент («начальная скорость») равна v_0, а по истечении промежутка времени t скорость стала равной v. Тогда ускорение a можно найти по формуле

$$a=\frac{v-v_0}{t}. \tag{17.1}$$

Отсюда находим формулу для скорости:

$$v=v_0+at. \tag{17.2}$$

Если начальная скорость равна нулю, то

$$v=at. \tag{17.3}$$

Значит, если при равноускоренном движении начальная скорость равна нулю, то скорость прямо пропорциональна промежутку времени, протекшему от начального момента. По такому закону изменяется скорость шарика, начинающего скатываться по наклонной доске. По такому же закону (но, конечно, при другом ускорении) изменяется скорость свободно падающего тела, если в начальный момент его скорость была равна нулю (§ 55).

По полученным формулам можно рассчитать скорость тела, совершающего равноускоренное движение, в любой момент времени, если известны начальная скорость и ускорение. Можно также найти ускорение, если известны начальная скорость, промежуток времени t и скорость в момент t, а также решать и другие аналогичные задачи.

§ 18. Знак ускорения при прямолинейном движении. В § 16 было рассмотрено равноускоренное движение (при котором скорость возрастает) и была получена для ускорения формула (16.1). Поскольку при ускоренном движении $v_2>v_1$, вычисленное по этой формуле ускорение a было *положительным*.

В случае, когда скорость со временем убывает, движение называется *замедленным*. В частности, *равнозамедленным* называют движение, в котором за любые равные промежутки времени скорость уменьшается на одну и ту же величину. Тело, подброшенное вертикально вверх, или шарик, вкатывающийся от толчка вверх по наклонной доске, движутся равнозамедленно. Ускорение такого движения определяют, так же как и для равноускоренного движения, как отношение приращения скорости к промежутку времени, за который это приращение произошло.

Следовательно, ускорение такого движения также определяется формулой (16.1).

В случае равнозамедленного движения ускорение, вычисленное по формуле (16.1), оказывается *отрицательным* (так как $v_2<v_1$). Следовательно, по знаку ускорения можно судить, каким является движение — равноускоренным ($a>0$) или равнозамедленным ($a<0$) *). Скорость равнозамедленного движения можно найти по той же формуле, что и для равноускоренного движения:

$$v=v_0+at, \qquad (18.1)$$

но в этом случае ускорение a отрицательно.

Если начальная скорость равнозамедленного движения положительна, то с течением времени она будет уменьшаться, обратится в нуль, а затем станет отрицательной. Это значит, что движущаяся точка остановится, а затем начнет двигаться в обратном направлении. Например, тело, подброшенное вертикально вверх, в некоторый момент остановится (верхняя точка подъема тела), а затем начнет падать вниз. Момент остановки можно найти, если известны начальная скорость и ускорение, полагая в формуле (18.1) v равной нулю. Пусть, например, тело брошено вертикально вверх со скоростью 5 м/с. Будем считать направление вверх положительным. Ускорение брошенного тела есть, как увидим ниже, $a\approx 10$ м/с^2. Значит, момент остановки тела в верхней точке его траектории определяется соотношением $5-10t=0$, откуда находим $t=0{,}5$ с.

Равноускоренное и равнозамедленное движения называют *равнопеременными* движениями. Иногда оба эти вида движения называют равноускоренными, имея в виду, что ускорение может быть как положительным, так и отрицательным.

§ 19. Графики скорости при прямолинейном равноускоренном движении. Построим, пользуясь формулами § 17, графики зависимости скорости равноускоренного движения от времени. Пусть, например, ускорение равно 2 м/с^2 и в начальный момент скорость равна нулю. Выполнив построение, увидим, что график скорости представит собой прямую I (рис. 30), проходящую через начало координат. Можно

*) В случае ускоренного движения направления векторов скорости и ускорения одинаковы; в случае замедленного движения векторы скорости и ускорения направлены в противоположные стороны. *(Примеч. ред.)*

доказать, что график скорости равноускоренного движения — всегда прямая линия; и обратно, если график скорости какого-либо движения есть прямая, то движение равноускоренное (ср. § 12). При большем ускорении график скорости изображается прямой II, наклоненной к оси времени под бо́льшим углом.

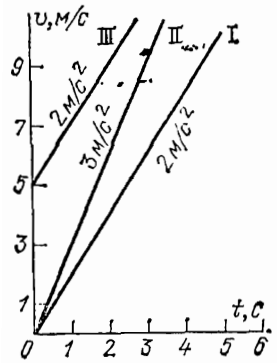


Рис. 30. Графики скорости различных равноускоренных движений

Если в начальный момент скорость не равняется нулю, а имеет значение v_0, то график скорости по-прежнему представляет прямую линию, но не проходит через начало координат, а пересекает ось скоростей в точке v_0. Например, на рис. 30 приведен график равноускоренного движения с тем же ускорением 2 м/с², но с начальной скоростью 5 м/с (прямая III). Наклон графика тот же, что и для прямой I, так как ускорения одинаковы для обоих движений. Наклон графика скорости зависит от выбора масштабов времени и скорости. Поэтому для возможности сравнения различных движений по виду графиков скорости необходимо чертить все графики в одном и том же масштабе (ср. § 12).

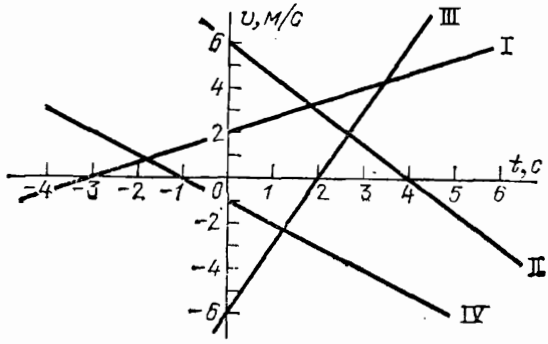


Рис. 31. Графики скорости равноускоренных (I, III) и равнозамедленных (II, IV) движений

При отрицательном ускорении (равнозамедленное движение) график скорости также изображается прямой линией, однако прямая наклонена в этом случае вниз.

На графиках скорости можно проиллюстрировать все изменения скорости с течением времени при произвольном знаке начальной скорости

и произвольном знаке ускорения. Так, на рис. 31 прямая I соответствует положительной начальной скорости и положительному ускорению, II — положительной начальной скорости и отрицательному ускорению, III — отрицательной начальной скорости и положительному ускорению, IV — отрицательной начальной скорости и отрицательному ускорению. Точки пересечения этих графиков с осью времени — это точки перемены знака скорости, т. е. перемены направления движения. Если нас интересует только числовое значение скорости, а не ее направление, то можно сказать, что в эти моменты замедленное движение переходит в ускоренное. Например, числовое значение скорости камня, подброшенного вверх, сначала уменьшается, а после достижения верхней точки начинает возрастать.

? 19.1. Напишите формулы для проекции на ось x скорости движений, изображенных на рис. 31.

§ 20. Графики скорости при произвольном неравномерном движении. В § 15 мы видели, как можно построить приближенные графики пути неравномерного движения, представляя его как ряд следующих друг за другом равномерных движений с разными скоростями. Теперь построим подобным же образом приближенные графики скорости. Они

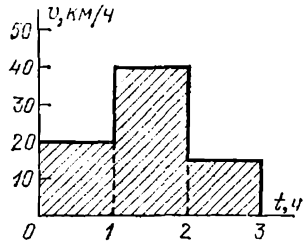


Рис. 32. График скорости для движения, описываемого графиком пути на рис. 26

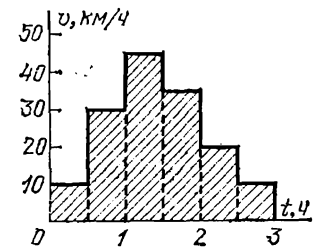


Рис. 33. График скорости для движения, описываемого графиком пути на рис. 27

будут изображать средние скорости для промежутков времени, на которые разделено данное движение.

Например, по графику пути, изображенному на рис. 26, видим, что средние скорости точки за первый, второй и третий часы равны соответственно 20, 40 и 15 км/ч. Считая движение в пределах каждого часа равномерным (как это и было сделано при построении графика), получим график скорости, представленный на рис. 32. График скорости в пределах каждого часа изображается отрезком, параллельным оси времени (§ 13). Выбирая меньшие промежутки времени, получим новый, более точный график скорости (рис. 33), соответствующий более точному графику пути (рис. 27). Здесь мы считаем, что движение равномерно

в течение каждого получаса. Еще более точному графику пути (рис. 28) соответствует еще более точный график скорости (рис. 34) и т. д.

Мы видим, что по мере уменьшения промежутков времени скачки средней скорости при переходе от одного

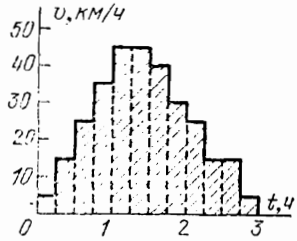


Рис. 34. График скорости для движения, описываемого графиком пути на рис. 28

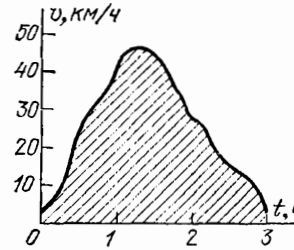


Рис. 35. График скорости для движения, описываемого графиком пути на рис. 29

промежутка к другому делаются все меньше и меньше: соседние ступеньки все меньше и меньше отличаются друг от друга по высоте. В конце концов при достаточно малых промежутках времени измерительные приборы перестанут обнаруживать эти скачки. Тогда график скорости можно изобразить уже не ступенчатой, а непрерывной линией (рис. 35, соответствующий рис. 29). Эта линия будет давать значения мгновенной скорости в каждый момент времени.

§ 21. Нахождение пути, пройденного при неравномерном движении, при помощи графика скорости. В § 13 мы видели, как при помощи графика скорости можно найти путь, пройденный при равномерном движении. Как же найти пройденный путь в случае неравномерного движения?

Представим себе сначала, что движение изображено приближенно, например так, как на рис. 32. Тогда площади прямоугольников, заштрихованных на рисунке, будут изображать соответственно путь, пройденный за первый, второй и третий часы движения. Общая площадь, занимаемая этими прямоугольниками, будет поэтому равна полному пути. Точно так же, т. е. как площадь графика скорости, определится полный путь и при более точном изображении движения (заштрихованная площадь на рис. 33 и 34). Отсюда заключаем, что площадь графика даст полный пройденный путь и в том случае, когда данное неравномерное движение изображено на графике точно: т. е. плавной линией (рис. 35).

Путь, пройденный за какой-либо промежуток времени, численно выражается площадью, ограниченной осью времени, графиком скорости и двумя вертикальными отрезками, проведенными из точек, соответствующих началу и концу данного промежутка времени. Таким образом, вывод, к которому мы пришли в конце § 13 для частного случая равномерного движения, оказывается справедливым и для общего случая произвольного неравномерного движения.

§ 22. Путь, пройденный при равнопеременном движении. Воспользуемся графическим способом нахождения пройденного пути для случая равноускоренного движения. Пусть график скорости равноускоренного движения изображен прямой BC (рис. 36). Путь, пройденный за время $t=OA$, численно равен площади трапеции $OBCA$:

$$s = \text{площадь } OBCA = \frac{OB+AC}{2}\cdot OA.$$

Но $OB=v_0$ (начальная скорость), $AC=v_0+at$ (скорость в момент t при ускорении a). Значит,

$$s=\frac{v_0+(v_0+at)}{2}\cdot t = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (22.1)$$

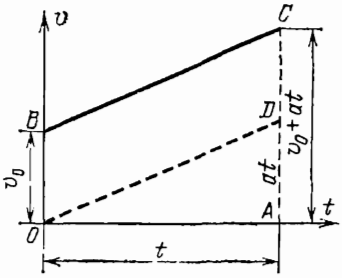


Рис. 36. Графическое нахождение формулы пути, пройденного при равноускоренном движении

Эта формула справедлива как для равноускоренного, так и для равнозамедленного движения; в первом случае v_0 и a одинаковы по знаку, а во втором — противоположны *).

Для движения с начальной скоростью, равной нулю, на графике вместо трапеции получается прямоугольный треугольник ODA с катетами $OA=t$ и $AD=v=at$, так что площадь, выражающая пройденный путь, оказывается равной

$$s=\frac{at}{2}\cdot t=\frac{at^2}{2}. \qquad (22.2)$$

*) Строго говоря, формулы (22.1) и (22.2) определяют не путь s, а координату x движущейся точки в момент времени t. В случае, если v_0 и a положительны, значения пути s и координаты x совпадают. В случае, когда $v_0>0$, а ускорение $a<0$, формула (22.1) дает пройденный путь лишь до тех пор, пока скорость не изменит знака (т. е. не изменит направления). *(Примеч. ред.)*

Эту формулу можно было бы получить и непосредственно из предыдущей формулы, полагая $v_0=0$.

На рис. 37 дан график пути равноускоренного движения с начальной скоростью, равной нулю. График построен по формуле (22.2) для значения $a=2$ м/с². Он изображается кривой линией, поднимающейся вверх все круче и круче. Расстояния точек графика от оси времени пропорциональны квадратам расстояний от оси пути. Такая кривая называется *параболой*.

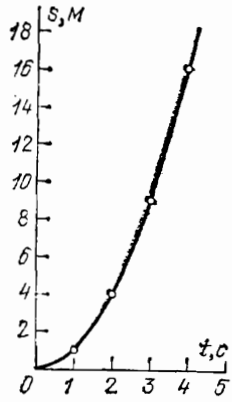


Рис. 37. График пути при равноускоренном движении

Из формулы (22.2) видно, что при начальной скорости, равной нулю, путь, пройденный при равноускоренном движении за первую секунду движения ($t=1$ с) численно равен половине ускорения. Если известен путь, пройденный без начальной скорости за время t, то ускорение можно найти по формуле

$$a=2s/t^2. \qquad (22.3)$$

Если начальная скорость v_0 равна нулю, можно выразить путь s, пройденный к моменту t, через скорость v в этот момент или скорость — через пройденный путь. Действительно, в этом случае $v=at$ и $s=at^2/2$. Исключая из этих выражений t, найдем

$$s=v^2/2a, \qquad (22.4)$$

$$v=\sqrt{2as}. \qquad (22.5)$$

Наконец, зная пройденный путь и ускорение, можно, воспользовавшись формулой (22.2), найти время движения:

$$t=\sqrt{2s/a}. \qquad (22.6)$$

Впервые законы равноускоренного движения были найдены Галилеем при изучении движения шарика по наклонному желобу (описано в 1638 г.). В его время еще не было точных часов и Галилей измерял время движения при помощи своего рода водяных часов — взвешивая воду, вытекшую из сосуда через узкое отверстие. Галилей пускал шарик по наклонному желобу (без начальной скорости) и измерял расстояния, которые проходил шарик за время, соответствующее определенному количеству вытекшей из сосуда воды. Несмотря на несовершенство метода измерений, Галилею удалось обнаружить, что путь, проходимый шариком, пропорционален квадрату времени, за которое этот путь пройден.

?

22.1. Напишите формулы, аналогичные (22.4) и (22.5), для случая начальной скорости v_0, не равной нулю.

22.2. Покажите, пользуясь формулой (22.1), что для равноускоренного движения пути, проходимые точкой за любые равные промежутки времени, следующие друг за другом, получают одинаковое приращение.

22.3. Покажите, пользуясь формулой (22.2), что для равноускоренного движения без начальной скорости приращения пути за любые равные промежутки времени, следующие друг за другом, равны двойному пути, проходимому точкой за первый такой промежуток времени.

22.4. Электровоз подходит по горизонтальному пути к уклону, имея скорость 8 м/с, затем движется по уклону вниз с ускорением 0,2 м/с^2. Определите длину уклона, если электровоз проходит его за 30 с.

22.5. Электровоз начинает двигаться равноускоренно в тот момент, когда с ним поравнялся мальчик, бегущий равномерно со скоростью 2 м/с. Определите скорость электровоза в тот момент, когда он догонит мальчика.

22.6. Автомобиль, пройдя с постоянным ускорением некоторое расстояние от остановки, достиг скорости 20 м/с. Какова была его скорость на половине этого расстояния?

22.7. Какой путь прошло тело за время, в течение которого скорость его увеличилась с 4 до 12 м/с, если ускорение равно 2 м/с^2?

§ 23. Векторы. До сих пор мы рассматривали только движение точки по заданной прямой. В этом случае для того, чтобы найти перемещение точки, достаточно знать начальное положение точки, направление движения и пройденный точкой путь. Точно так же, зная начальное положение точки, числовое значение скорости и ее знак, мы могли ответить на вопрос, где будет точка через одну секунду, через две секунды и т. д.

Но если точка движется не по прямой, то этих данных уже недостаточно. Проследим по карте за движением самолета (летящего на неизменной высоте). Пусть, например, самолет переместился из положения A в положение B (рис. 38). Отрезок AB — перемещение самолета. Зная прежнее положение тела и перемещение, можно найти новое положение тела. Однако, в отличие от случая движения по прямой, для этого теперь нужно знать не только длину отрезка AB, но и направление в пространстве, в котором это перемещение произошло. При другом направлении перемещения, даже при той же его длине, самолет оказался бы в другой точке (например, в точке M, отстоящей от A на таком же расстоянии, что и точка B). Значит, *перемещение характеризуется не только числовым значением, но и направлением в пространстве.*

Точно так же скорости и ускорения тел нужно характеризовать не только числовыми значениями, но и направлениями в пространстве. В физике часто приходится встречаться с величинами, которые, как и перемещение, скорость

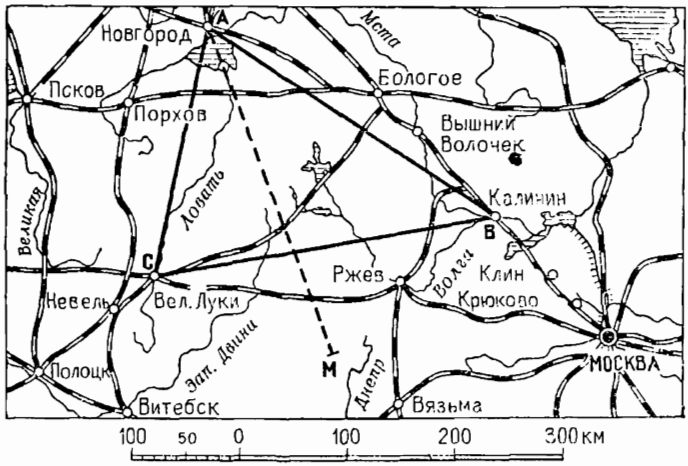


Рис. 38. Перемещения, не лежащие на одной прямой. Сложение перемещений

или ускорение, характеризуются не только числовым значением, но и направлением в пространстве. Мы увидим, что таковы силы взаимодействия между телами, напряженность электрического поля и т. д.

Величины, которые характеризуются числовым значением и направлением в пространстве, называются векторами. Таким образом, перемещение, скорость и ускорение — векторы.

Числовое значение вектора называется *модулем*. Модуль вектора всегда *положительный*. На чертежах вектор изображают в виде прямолинейного отрезка со стрелкой на конце. Длина отрезка определяет в заданном масштабе модуль вектора, а стрелка указывает направление вектора. Векторы обозначают либо буквой жирного шрифта ($\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{A}$), либо буквой обычного шрифта со стрелкой над ней ($\vec{a}$, $\vec{A}$), либо, наконец, двумя буквами со стрелкой над ними ($\vec{AB}$, $\vec{BC}$), причем первая буква обозначает начало, а вторая — конец отрезка, изображающего вектор. Модули векторов обозначаются теми же буквами, что и векторы, но обычного шрифта и без стрелок (a, A, AB, BC), либо с помощью символа

вектора, помещенного между вертикальными черточками ($|\boldsymbol{a}|$, $|\boldsymbol{A}|$).

В отличие от векторов, величины, которые характеризуются числовым значением, но которым нельзя приписать направления в пространстве, называют *скалярными величинами* или *скалярами*. Скалярами являются время, плотность вещества, объем тела, температура, расстояние (но не перемещение!) и т. д. Скалярные величины равны друг другу, если совпадают по числовому значению. Векторные величины равны друг другу, если совпадают по модулю и по направлению.

Представим себе, что тело совершило одно за другим два перемещения; например, самолет пролетел сначала по пути, изображаемому вектором $\vec{AB}$, а затем по пути, изображаемому вектором $\vec{BC}$ (рис. 38). Результирующее перемещение изобразится вектором $\vec{AC}$. Его называют суммой данных

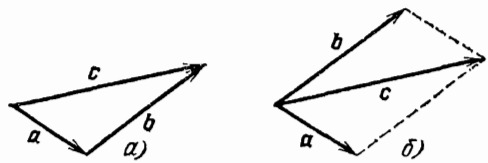


Рис. 39. Сложение двух векторов: *а*) по правилу треугольника; *б*) по правилу параллелограмма

перемещений. Мы видим, что сумма двух перемещений получается как сторона треугольника, в котором две другие стороны образованы слагаемыми перемещениями. Такое правило сложения называют *векторным сложением* или *сложением по правилу треугольника* (рис. 39, *а*). Отсюда следует, что модуль суммы двух векторов в общем случае не равен сумме модулей слагаемых векторов: модуль суммы лежит между суммой и разностью модулей слагаемых векторов. Только если слагаемые векторы расположены на одной прямой, модуль суммы равен сумме модулей слагаемых векторов (если они обращены в одну сторону) или абсолютному значению их разности (если векторы обращены навстречу друг другу).

Векторное сложение можно производить также *по правилу параллелограмма*, равносильному правилу треугольника: при построении параллелограмма оба слагаемых вектора откладываются из одной точки и служат сторонами параллелограмма. Тогда диагональ параллелограмма,

проведенная из той же точки, дает результирующий вектор (рис. 39, *б*).

Векторам противоположного направления приписывают противоположные знаки. На рис. 40 векторы, равные по модулю и противоположные по направлению, различаются только знаком: $\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{B}$.

Аналогично сложению векторов можно определить и их *вычитание*: вычесть вектор — значит прибавить вектор противоположного направления. В параллелограмме одна из диагоналей есть сумма векторов, изображаемых его сторонами, вторая диагональ есть их разность (рис. 41).

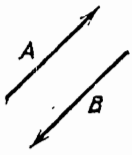


Рис. 40. Векторы различаются только знаком: $\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{B}$

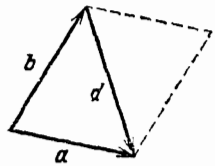


Рис. 41. Векторное вычитание: $\boldsymbol{d}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

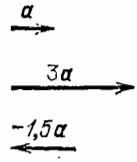


Рис. 42. Умножение вектора на число

Если складывают более чем два вектора (например, если тело совершает более чем два последовательных перемещения), то сумма векторов (суммарное перемещение) получится путем последовательного прибавления к первому вектору второго, к их сумме — третьего и т. д. Если данное перемещение повторяется два, три и т. д. раз, то получающееся перемещение имеет то же направление, что и вектор однократного перемещения, а по модулю в два, три и т. д. раза больше однократного перемещения. Таким образом можно ввести *умножение вектора на число* (*на скаляр*): вектор, умноженный на число (на скаляр) есть вектор того же направления, если число (т. е. скаляр) положительно, и противоположного направления, если число (скаляр) отрицательно; модуль результирующего вектора равен модулю исходного вектора, умноженному на абсолютное значение числа (скаляра). На рис. 42 изображены векторы $\boldsymbol{a}$, $3\boldsymbol{a}$ и $-1{,}5\boldsymbol{a}$.

? **23.1.** Докажите, что по отношению к перемещениям справедливы законы: переместительный $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a})$, сочетательный $(\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c})$ и распределительный для умножения на число $(m(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=m\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b})$.

§ 24. Разложение вектора на составляющие. Любой вектор можно представить как сумму нескольких векторов. Например, перемещение тела можно представить как результат

нескольких последовательных перемещений, переводящих тело из того же начального в то же конечное положение. Замену одного вектора векторной суммой нескольких других называют *разложением вектора на составляющие*. Составляющие вектора, конечно, тоже векторы. Разложение вектора на составляющие можно произвести бесконечным числом способов. Можно, например, разложить вектор по двум данным направлениям. Тогда разлагаемый вектор будет служить диагональю параллелограмма, а с заданными направлениями составляющих совпадут стороны параллелограмма (рис. 43).

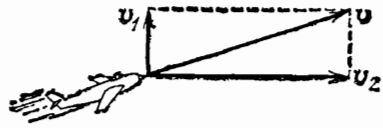


Рис. 43. Разложение скорости самолета, набирающего высоту, на вертикальную и горизонтальную составляющие

Если задать направление только одной составляющей, то задача о разложении вектора не будет иметь определенного ответа; на рис. 44 мы видим, что можно построить

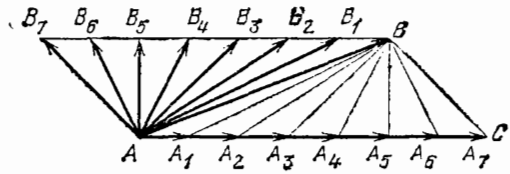


Рис. 44. Разложение вектора $\vec{AB}$, в котором задано только направление $\vec{AC}$ одной составляющей. Вектор $\vec{AB}$ может быть представлен как суммы векторов $\vec{AA}_1$ и $\vec{AB}_1$, $\vec{AA}_2$ и $\vec{AB}_2$, $\vec{AA}_3$ и $\vec{AB}_3$ и т. д.

сколько угодно параллелограммов с заданной диагональю (разлагаемый вектор) и заданным направлением одной стороны (направление одной из составляющих).

? **24.1.** Самолет должен приземлиться в пункте A, лежащем в 300 км к юго-западу от аэродрома вылета, но предварительно он должен сбросить вымпел над аэродромом B, лежащим в 400 км к юго-востоку от аэродрома вылета. Чему равен модуль перемещения $\vec{AB}$?

Чаще всего производят разложение векторов по направлениям осей какой-либо прямоугольной системы координат (рис. 45, *а*). На рис. 45, *б* изображен вектор $\boldsymbol{a}$ (он же $\vec{AB}$). Проведем из точек A и B перпендикуляры к осям x и y. Точка пересечения перпендикуляра с осью называется *проекцией* соответствующей точки (A или B) на данную

ссь (x или y). На рисунке указаны координаты этих проекций. Разность $x_B - x_A$ обозначается a_x и называется *проекцией вектора* $\boldsymbol{a}$ на ось x; аналогично, разность $y_B - y_A$ обозначается a_y и называется *проекцией вектора* $\boldsymbol{a}$ на ось y. Проекции называют также *компонентами* вектора по координатным осям (a_x — компонента вектора $\boldsymbol{a}$ по оси x и т. д.). Проекции (компоненты) являются скалярами.

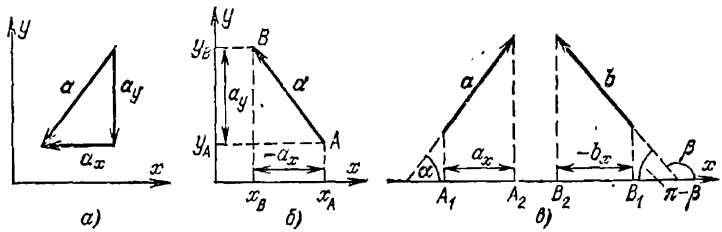


Рис. 45. *а*) Пример разложения вектора на составляющие, параллельные координатным осям. *б*) и *в*) Проекции вектора на координатные оси

Для вектора, изображенного на рис. 45, *б*, $x_B < x_A$, вследствие чего проекция на ось x отрицательна ($a_x < 0$); поскольку $y_B > y_A$, проекция на ось y положительна ($a_y > 0$). На рис. 45, *б* показаны длины отрезков, заключенных между проекциями на ось начала и конца вектора. Эти длины должны выражаться положительными числами. Поэтому значение длины отрезка между проекциями точек A и B на ось x указано в виде $-a_x$ (само $a_x < 0$; $-a_x > 0$). Отметим, что проекция вектора $\boldsymbol{a}$, изображенного на рис. 45, *в*, положительна, а проекция вектора $\boldsymbol{b}$ отрицательна.

Дадим еще одно определение проекции вектора. На рис. 45, *в* показаны векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и их проекции на произвольную ось x. Проекция вектора $\boldsymbol{a}$ (т. е. a_x) равна длине отрезка A_1A_2, взятой со знаком плюс (так как $a_x > 0$); проекция вектора $\boldsymbol{b}$ (т. е. b_x) равна длине отрезка B_2B_1, взятой со знаком минус (так как $b_x < 0$). Напомним, что на рисунке проставлена длина отрезка B_2B_1, которая выражается положительным числом, равным $-b_x$.

Из рис. 45, *в* видно, что длина отрезка A_1A_2 (т. е. a_x) равна длине отрезка, изображающего вектор $\boldsymbol{a}$ (т. е. модулю вектора $\boldsymbol{a}$), умноженной на косинус угла α между направлением оси x и направлением вектора. Следовательно, $a_x = a\cos\alpha$. Длина отрезка B_2B_1 равна длине отрезка, изображающего вектор $\boldsymbol{b}$ (т. е. модулю вектора $\boldsymbol{b}$), умноженной на косинус угла $\pi-\beta$. Проекция вектора $\boldsymbol{b}$ равна этой

длине, взятой со знаком минус. Следовательно, $b_x = -b\cos(\pi-\beta) = b\cos\beta$.

Таким образом, независимо от того, какой угол образует направление вектора с направлением оси x, проекция вектора на ось определяется формулой

$$a_x = a\cos\alpha. \qquad (24.1)$$

Если $\alpha<\pi/2$, то $a_x>0$, если $\alpha>\pi/2$, то $a_x<0$. При $\alpha=\pi/2$ проекция вектора равна нулю.

Очевидно, что модуль и направление вектора (а следовательно, и сам вектор) полностью определяются заданием проекций вектора на координатные оси *). В частности, для

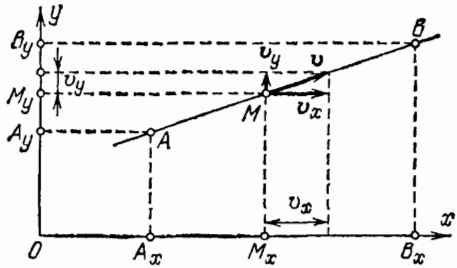


Рис. 46. Проектирование движения точки M на оси координат

векторов, лежащих в плоскости x, y, модуль определяется формулой $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$. «Длины» и знаки проекций определяют направление вектора.

Пусть какая-либо точка движется по прямой. Выберем какую-нибудь систему координат xy и спроектируем движущуюся точку на оси координат (рис. 46). На рисунке показаны проекции M_x и M_y точки, занимающей в данный момент положение M. При движении точки будут двигаться и ее проекции. Если точка M совершила перемещение AB, то за то же время ее проекции совершили перемещения A_xB_x, A_yB_y по соответственным осям. Из построения видно, что *проекции перемещения* движущейся точки M *равны перемещениям ее проекций* M_x и M_y по осям координат. Если точка двигалась равномерно, то проекции также двигались равномерно. Разделив перемещения точки и ее проекций на время t движения точки, найдем скорости v, v_x и v_y точки M и ее проекций M_x и M_y.

Можно показать, что *проекция скорости точки равна скорости движения ее проекции*. Точно так же можно показать, что при неравномерном движении точки по прямой проекции ее мгновенной скорости и ускорения равны мгновенным скоростям и ускорениям ее проекций.

*) Мы рассматриваем *свободные* векторы, т. е. векторы, которые могут перемещаться как угодно, оставаясь параллельными самим себе. *(Примеч. ред.)*

Обратно, если известны перемещения, скорости или ускорения проекций движущейся точки на оси координат, то можно найти перемещение, скорость или ускорение, складывая получившиеся составляющие искомого вектора по правилу параллелограмма.

Таким образом, вместо того чтобы рассматривать движение точки в произвольном направлении, мы всегда можем рассматривать движение только вдоль определенных прямых — осей координат. В ряде случаев выбор осей подсказывается самими условиями задачи. Например, изучая движение брошенного тела, удобно выбрать оси координат по вертикали и по горизонтали.

§ 25. Криволинейное движение. Если точка движется по криволинейной траектории, то перемещением точки попрежнему будем называть отрезок, соединяющий ее начальное и конечное положения. Перемещение не будет лежать на траектории, как это было при прямолинейном движении (рис. 47). Тем не менее и при криволинейном движении можно произвести разметку траектории и «привязку» отдельных положений движущейся точки к соответственным моментам времени. Нужно только отсчитывать путь не по прямой, а вдоль криволинейной траектории, как показано на рисунке.

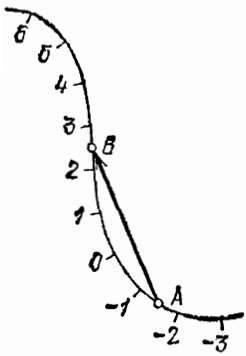


Рис. 47. Разметка криволинейной траектории. Перемещение $\overrightarrow{AB}$ точки между ее положениями A и B не лежит на траектории

Модуль скорости криволинейного движения определяется так же, как и модуль скорости прямолинейного движения: как отношение пути, пройденного точкой вдоль траектории за достаточно малый промежуток времени, к этому промежутку. Пока речь идет только о *модуле* скорости и о пройденном пути, при криволинейном движении можно ввести те же понятия равномерного и неравномерного (в частности, равнопеременного) движения, что и для прямолинейного движения. Точно так же можно пользоваться для расчета пути и модуля скорости теми же формулами, что и для прямолинейного движения. Различие появляется только тогда, когда мы учитываем направление движения.

§ 26. Скорость криволинейного движения. Какое же направление приписать скорости криволинейного движения? Ведь при криволинейном движении нет определенного направления движения. Мы ответим на заданный вопрос, введя по-

нятие *мгновенного направления скорости*, подобно тому как в § 15 мы ввели понятие мгновенной скорости прямолинейного движения.

Для этого будем рассматривать криволинейное движение за малые промежутки времени. Чем меньшие промежутки времени мы будем выбирать, тем меньше будет отличаться соответственный малый участок траектории от прямолинейного отрезка, например от своей хорды. За достаточно малый промежуток времени данное движение будет неотличимо от прямолинейного. Кроме того, для малого участка пути хорда будет практически неотличима от касательной, проведенной в любой точке этого участка траектории. Поэтому мгновенным направлением скорости считают направление касательной в той точке траектории, где в данный момент находится движущееся тело. Обычно слово «мгновенное» опускают и говорят просто о направлении скорости.

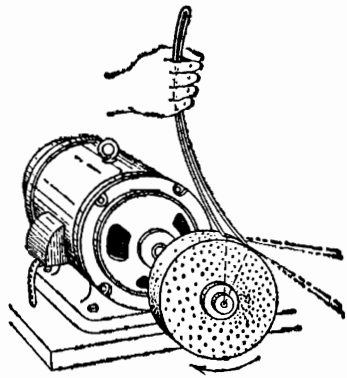


Рис. 48. Искры из-под предмета, обтачиваемого на точильном круге, летят по касательной к кругу

Частицы вращающегося точильного камня движутся по окружностям. Коснемся вращающегося камня концом стального прутка (рис. 48). Мы увидим искры — мелкие раскаленные частицы, отрывающиеся от камня и летящие с той скоростью, которую они имели в последний момент движения вместе с камнем. Переставляя пруток по окружности камня, увидим, что направление вылета искр различно в разных точках и всегда совпадает с касательной к окружности в той точке, где пруток прикасается к камню.

? **26.1.** Для того чтобы брызги от велосипедных колес не попадали на седока, над колесами устанавливают щитки в виде дуги окружности с центром на оси колеса. Изобразите схематически велосипед с седоком и отметьте на рисунке наименьшие размеры щитков, при которых седок будет защищен от брызг.

§ 27. Ускорение при криволинейном движении. Рассматривая криволинейное движение тела, мы увидим, что его скорость в разные моменты различна. Даже в том случае, когда модуль скорости не меняется, все же имеет место изменение

направления скорости. В общем случае меняются и модуль и направление скорости.

Таким образом, при криволинейном движении скорость непрерывно изменяется, так что это движение происходит с *ускорением*. Для определения этого ускорения (по модулю и направлению) требуется найти изменение скорости *как вектора*, т. е. найти приращение модуля скорости и изменение ее направления.

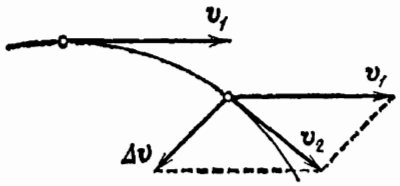


Рис. 49. Изменение скорости при криволинейном движении

Пусть, например, точка, двигаясь криволинейно (рис. 49), имела в некоторый момент скорость $\boldsymbol{v}_1$, а через малый промежуток времени — скорость $\boldsymbol{v}_2$. Приращение скорости есть разность между векторами $\boldsymbol{v}_2$ и $\boldsymbol{v}_1$. Так как эти векторы имеют различное направление, то нужно взять их векторную разность. Приращение скорости выразится вектором $\Delta\boldsymbol{v}$ *), изображаемым стороной параллелограмма с диагональю $\boldsymbol{v}_2$ и другой стороной $\boldsymbol{v}_1$. Ускорением $\boldsymbol{a}$ называется отношение приращения скорости к промежутку времени t, за который это приращение произошло. Значит, ускорение

$$a = \frac{\Delta v}{t}.$$

По направлению $\boldsymbol{a}$ совпадает с вектором $\Delta\boldsymbol{v}$.

Выбирая t достаточно малым, придем к понятию *мгновенного ускорения* (ср. § 16); при произвольном t вектор $\boldsymbol{a}$ будет представлять среднее ускорение за промежуток времени t.

Направление ускорения при криволинейном движении не совпадает с направлением скорости, в то время как для прямолинейного движения эти направления совпадают (или противоположны). Чтобы найти направление ускорения при криволинейном движении, достаточно сопоставить направления скоростей в двух близких точках траектории. Так как скорости направлены по касательным к траектории, то по виду самой траектории можно сделать заключе-

*) Греческой буквой Δ (дельта) обозначают приращение скалярной либо векторной величины; например, $\Delta A = A_2 - A_1$ — приращение модуля вектора $\boldsymbol{A}$, $\Delta\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_2 - \boldsymbol{A}_1$ — приращение вектора $\boldsymbol{A}$. (*Примеч. ред.*)

ние, в какую сторону от траектории направлено ускорение. Действительно, так как разность скоростей $\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$ в двух близких точках траектории всегда направлена в ту сторону, куда искривляется траектория, то, значит, и ускорение всегда направлено в сторону вогнутости траектории. Например, когда шарик катится по изогнутому желобу (рис. 50), его ускорение на участках AB и BC направлено так, как показывают стрелки, причем это не зависит от того, катится шарик от A к C или в обратном направлении.

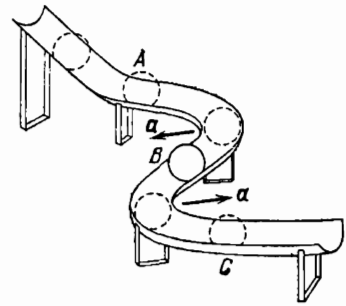


Рис. 50. Ускорения при криволинейном движении всегда направлены в сторону вогнутости траектории

Рассмотрим равномерное движение точки по криволинейной траектории. Мы уже знаем, что это — ускоренное движение. Найдем ускорение. Для этого достаточно рассмотреть ускорение для частного случая равномерного движения по окружности. Возьмем два близких положения A и B движущейся точки, разделенных малым промежутком времени t (рис. 51, *а*). Скорости движущейся точки в A и B

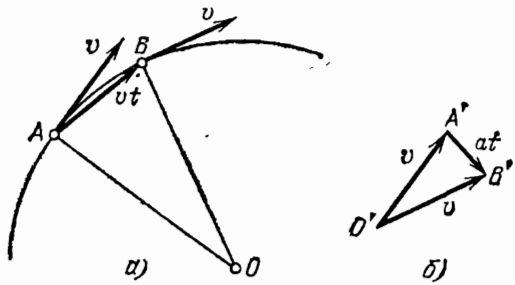


Рис. 51. К выводу формулы для центростремительного ускорения

равны по модулю, но различны по направлению. Найдем разность этих скоростей, пользуясь правилом треугольника (рис. 51, *б*). Треугольники OAB и $O'A'B'$ подобны, как равнобедренные треугольники с равными углами при вершине. Длину стороны $A'B'$, изображающей приращение скорости за промежуток времени t, можно положить равной at, где a — модуль искомого ускорения. Сходственная ей сторона AB есть хорда дуги AB; вследствие малости дуги

длина ее хорды может быть приближенно принята равной длине дуги, т. е. vt. Далее, $O'A'=O'B'=v$; $OA=OB=R$, где R — радиус траектории. Из подобия треугольников следует, что отношения сходственных сторон в них равны:

$$\frac{at}{vt}=\frac{v}{R},$$

откуда находим модуль искомого ускорения:

$$a=\frac{v^2}{R}. \qquad (27.1)$$

Направление ускорения перпендикулярно к хорде AB. Для достаточно малых промежутков времени можно считать, что касательная к дуге практически совпадает с ее хордой. Значит, ускорение можно считать направленным перпендикулярно (нормально) к касательной к траектории, т. е. по радиусу к центру окружности. Поэтому такое ускорение называют *нормальным* или *центростремительным ускорением*.

Если траектория — не окружность, а произвольная кривая линия, то в формуле (27.1) следует взять радиус окружности, ближе всего подходящей к кривой в данной точке. Направление нормального ускорения и в этом случае будет перпендикулярно к касательной к траектории в данной точке. Если при криволинейном движении ускорение постоянно по модулю и направлению, его можно найти как отношение приращения скорости к промежутку времени, за который это приращение произошло, каков бы ни был этот промежуток времени. Значит, в этом случае ускорение можно найти по формуле

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0}{t}, \qquad (27.2)$$

аналогичной формуле (17.1) для прямолинейного движения с постоянным ускорением. Здесь $\boldsymbol{v}_0$ — скорость тела в начальный момент, а $\boldsymbol{v}$ — скорость в момент времени t.

§ 28. Движение относительно разных систем отсчета. В § 2 мы объяснили, что одно и то же движение тела имеет различный характер в зависимости от того, к какой системе отсчета отнесено это движение. Рассмотрим случай, когда одна из систем отсчета движется относительно другой поступательно. Ясно, что в этом случае вторая система движется относительно первой также поступательно.

Для примера возьмем за такие системы отсчета Землю и железнодорожную платформу, движущуюся по прямому

участку пути. Пусть по платформе идет человек. Как, зная движение человека относительно платформы и движение платформы относительно Земли, найти движение человека относительно Земли?

Если перемещение человека относительно платформы изображается вектором $\boldsymbol{s}_1$, а перемещение платформы относительно Земли изображается вектором $\boldsymbol{s}_2$, то, как видно

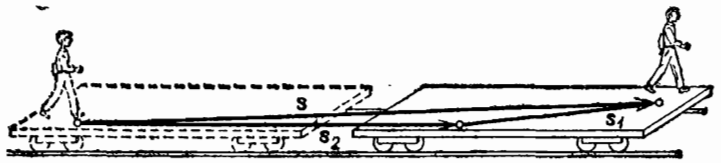


Рис. 52. Сложение перемещений при движениях относительно разных систем отсчета

из рис. 52, перемещение человека относительно Земли изобразится вектором $\boldsymbol{s}$, представляющим собой диагональ параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{s}_1$ и $\boldsymbol{s}_2$ как на сторонах; это значит, что выполняется векторное равенство

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2. \qquad (28.1)$$

Так же можно найти перемещение тела и в других случаях: можно показать, что при переходе от одной системы отсчета к другой *перемещение тела и перемещение системы отсчета складываются векторно.*

Если движение человека относительно платформы и движение платформы относительно Земли — прямолинейные и равномерные, то движение человека относительно Земли также будет прямолинейным и равномерным. В этом случае, разделив обе части равенства (28.1) на промежуток времени t, в течение которого произошли перемещения, найдем

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2, \qquad (28.2)$$

где $\boldsymbol{v}_1$ — скорость человека относительно платформы, $\boldsymbol{v}_2$ — скорость платформы относительно Земли и $\boldsymbol{v}$ — скорость человека относительно Земли. Значит, в этом *случае скорость тела и скорость системы отсчета также складываются векторно.*

Можно доказать, что формула (28.2) справедлива и для неравномерных движений, если под величинами $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$, $\boldsymbol{v}$ понимать мгновенные скорости тела и системы отсчета.

Если платформа движется равномерно и прямолинейно, то, как бы ни двигался человек по платформе, его скорость относительно Земли будет отличаться от скорости отно-

сительно платформы только постоянной добавкой (v_2). Значит, все *изменения скорости* человека будут одинаковы в обеих системах, а значит, одинаковы будут и ускорения человека относительно обеих систем.

Итак, *если две системы отсчета движутся поступательно, равномерно и прямолинейно относительно друг друга, то ускорения тел относительно обеих систем отсчета будут равны. Скорости же движения тел относительно обеих систем, конечно, будут различны.*

?

28.1. Покажите, что если человек движется относительно платформы прямолинейно, но неравномерно, а платформа движется относительно Земли прямолинейно и равномерно, то человек может двигаться относительно Земли криволинейно.

28.2. За три часа пловец проплывает в стоячей воде 3 км, а бревно вниз по течению — 1 км. Какое расстояние проплывет пловец против течения за это же время?

28.3. Пароход идет вниз по течению от пункта A к пункту B 2 ч, а вверх по течению — 3 ч. Сколько времени будет плыть бревно от пункта A к пункту B?

28.4. Чтобы проплыть некоторое расстояние вниз по течению на лодке, требуется времени втрое меньше, чем вверх по течению. Во сколько раз скорость лодки больше скорости течения?

28.5. Поезд проходит за 15 с мимо телеграфного столба и за 45 с проходит туннель, имеющий длину 450 м. При встрече с поездом длины 300 м оба поезда идут одни мимо другого в течение 21 с. Найдите скорость второго поезда.

28.6. Гусеничный трактор движется со скоростью 5 м/с. С какой скоростью движется относительно Земли: а) верхняя часть гусеницы; б) нижняя часть гусеницы? Каковы скорости этих частей гусеницы относительно трактора?

28.7. Моторная лодка развивает в стоячей воде скорость 10 км/ч. Течение реки имеет скорость 5 км/ч. Сколько времени затратит лодка, чтобы пройти вверх по течению 10 км и спуститься обратно на то же место?

§ 29. Кинематика космических движений. Мы видели, что для описания движения точки необходимо измерять длину пути, пройденного точкой по ее траектории, и «привязывать» каждое положение точки по траектории к соответственному моменту времени. При изучении движения космического корабля и вообще космических тел — планет, Луны, звезд — не может быть, конечно, речи о непосредственной разметке траектории. Единственный способ измерения расстояния до космического корабля (и вообще определения его положения) — это передача сигналов, которые могут распространяться в космическом пространстве, т. е. световых сигналов и радиосигналов. Например, можно наблюдать космический корабль или планету в телескоп, или производить радиолокационные наблюдения планет,

или принимать сигналы, передаваемые космическим кораблем.

Собственно говоря, в этом нет ничего принципиально нового по сравнению с наблюдением движений предметов на Земле. На Земле мы также пользуемся световыми сигналами (наблюдение движущегося тела простым глазом, фотографирование) и радиосигналами (радиолокация.) Но между наблюдениями в пределах земных расстояний и наблюдениями на огромных дистанциях в космосе есть важная количественная разница. В самом деле, так как каждый сигнал требует определенного времени для своего распространения от движущегося тела к наблюдателю, то в тот момент, когда мы производим наблюдение движущегося тела, оно оказывается уже в другом месте: *наблюдение события запаздывает по отношению к моменту, когда событие произошло, на время пробега сигнала от движущегося тела к наблюдателю.*

Правда, скорость света и радиосигналов настолько велика, что это смещение тела за время запаздывания прихода сигнала будет мало по сравнению с расстоянием до тела. Например, если бы можно было видеть пулю, летящую со скоростью 800 м/с на расстоянии 1 км, то, не учитывая того, что свет, приходящий от пули, запоздает, мы ошиблись бы в определении положения пули примерно на 3 мм. Но в космическом пространстве тела могут удаляться на очень большие расстояния, и поэтому погрешность может сильно возрасти. Например, для космического корабля, удаляющегося от Земли с той же скоростью 800 м/с и достигшего орбиты Юпитера (при наибольшем сближении Земли и Юпитера), погрешность, вызванная неучетом времени пробега светового или радиосигнала, достигнет уже 1700 км!

Таким образом, при больших расстояниях пренебрегать временем пробега сигнала уже нельзя; например, если нужно передать на космический корабль какую-либо команду (скажем, включить двигатели) в тот момент, когда корабль занимает определенное положение относительно небесных тел, то команда должна быть послана с упреждением, равным времени запаздывания сигнала. Кроме того, конечно, должно быть учтено такое же время запаздывания и при определении самого положения космического корабля. Для приведенного примера с кораблем, достигающим орбиты Юпитера, запаздывание сигнала и требуемое упреждение должны были бы равняться 2100 с. Ясно, что запаздывание будет тем больше, чем дальше от Земли находится космический корабль; так, при достижении орбиты Плутона

требуемое упреждение составило бы уже 20 000 с, а погрешность в определяемом положении при неучете запаздывания сигнала достигла бы 16 000 км.

На Земле измерение времени запаздывания радиосигнала при прохождении большого расстояния используют при радиолокации. Радиолокатор посылает мощный радиосигнал в направлении, где ожидается появление цели. Целью может быть самолет, ракета, дождевая туча, след метеора в атмосфере — вообще всякое тело, способное отражать радиосигнал. Отраженный от тела сигнал улавливается приемником радиолокатора; специальное устройство измеряет время, протекшее между посылкой сигнала и его приемом. Так как сигналу пришлось пройти расстояние от локатора до цели дважды, то, очевидно, расстояние до цели равно половине измеренного промежутка времени между посылкой сигнала и его приемом, умноженной на скорость радиосигнала. Момент локации, т. е. момент отражения сигнала от цели,— это полусумма моментов посылки и приема сигналов.

К моменту приема сигнала локатором цель успеет сдвинуться (от момента попадания сигнала на цель) на расстояние, равное дистанции до цели, умноженной на отношение скорости цели к скорости радиосигнала. Например, при локации с расстояния 1000 км самолета, летящего со скоростью 2000 км/ч, самолет сдвинется примерно на 2 м.

Впервые скорость света была измерена в космосе; при этом было использовано описанное выше явление запаздывания светового сигнала, приходящего с большого расстояния, относительно момента выхода сигнала. В конце XVII века датский ученый Олаф Рёмер, наблюдая затмение спутника планеты Юпитер, попадающего при каждом обращении вокруг планеты в ее тень, заметил, что в то время, когда Земля в своем годовом движении вокруг Солнца приближается к Юпитеру, промежутки времени между затмениями уменьшаются по сравнению с временем, когда Земля удаляется от Юпитера. Он объяснил это различие тем, что при приближении Земли к Юпитеру запаздывание, с которым мы наблюдаем события, происходящие вблизи Юпитера (затмения спутника), уменьшается, а при удалении — увеличивается. Суммарное различие в запаздывании должно равняться времени, которое свет затрачивает на прохождение диаметра земной орбиты. Скорость света равняется, таким образом, диаметру земной орбиты, разделенному на наибольшее различие в запаздывании наблюдения затмений. Подробнее метод Рёмера описан в томе III.

Из сказанного следует, что при «привязке» наблюдаемых положений космического корабля (или другого небесного тела) к соответственным моментам времени следует относить к наблюдаемому (например, в телескоп) положению не момент наблюдения, а более ранний — с учетом запаздывания сигнала. Отсюда ясно, какую важную роль играет скорость распространения света или радиоволн при изучении движений космических объектов: космических кораблей, планет, комет, звезд и т. д. Чем дальше объект, тем важнее учет времени распространения света. Мы видим дальние звезды не в том положении, в котором они находятся сегодня, а в том, в котором они находились годы, тысячи и миллионы лет тому назад. С другой стороны, для «земных» движений запаздывание мало: даже на пробег вокруг земного шара по экватору свет потратил бы только 0,13 с.

Есть и на Земле такие движения, для которых нужно учитывать время пробега света при «привязке» положений тела к моментам времени: это — движения, по скорости сравнимые со световым сигналом. Элементарные частицы могут обладать скоростями, весьма близкими к скорости света. Для определения положения таких частиц учет времени пробега светового сигнала, конечно, необходим, так как они даже за малое время успевают сместиться очень сильно. Обычные же тела — самолеты, ракеты, снаряды, если говорить о самых быстрых больших телах,— движутся настолько медленно по сравнению со световым сигналом, что для них поправка остается малой, пока расстояния малы.

§ 30. Задачи динамики. В предыдущей главе мы не касались вопроса о причинах движений тел. Теперь займемся этими причинами. Раздел механики, в котором изучают эти вопросы, называют *динамикой*.

Всякое движение относительно (§§ 2 и 28), и одно и то же движение, а значит, и его причины, выглядят совершенно по-разному, если рассматривать движение относительно разных систем отсчета. Относительно некоторых систем отсчета причины движений выглядят особенно просто; к таким системам отсчета относится, например, Земля. Поэтому изучение динамики начнем, выбрав в качестве системы отсчета Землю.

§ 31. Закон инерции. Наблюдения и опыт показывают, что тела получают ускорение относительно Земли, т. е. изменяют свою скорость относительно Земли, только при действии на них других тел. Каждый раз, когда какое-либо тело получает ускорение по отношению к Земле, можно указать

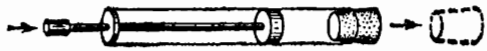


Рис. 53. Воздушный «пистолет»

другое тело, которое это ускорение вызвало. Например, бросаемый мяч приходит в движение, т. е. получает ускорение, под действием мышц руки. Ловя мяч, мы замедляем и останавливаем его, также действуя на него рукой. Пробка воздушного «пистолета» (рис. 53) приходит в движение под действием воздуха, сжимаемого вдвигаемым поршнем. Пуля, вылетающая с большой скоростью под действием пороховых газов, постепенно уменьшает свою скорость под действием воздуха. Скорость камня, брошенного вверх, уменьшается под действием силы притяжения Земли; затем

камень останавливается и начинает двигаться вниз со все увеличивающейся скоростью (также вследствие притяжения Земли).

Во всех этих и других подобных случаях изменение скорости, т. е. возникновение ускорения, есть результат действия на данное тело других тел, причем в одних случаях это действие проявляется при непосредственном соприкосновении (рука, сжатый воздух), а в других — на расстоянии (воздействие Земли на камень).

Что же будет происходить, если на данное тело никакие другие тела не действуют? В этом случае тело будет либо оставаться в покое относительно Земли, либо двигаться относительно нее равномерно и прямолинейно, т. е. без ускорения. Проверить простыми опытами, что в отсутствие действия других тел данное тело движется относительно Земли без ускорений, практически невозможно, потому что невозможно *полностью* устранить действия всех окружающих тел. Но чем тщательнее устранены эти действия, тем ближе движение данного тела к равномерному и прямолинейному.

Труднее всего устранить действие трения, возникающего между движущимся телом и подставкой, по которой оно катится или скользит, или средой (воздух, вода), в которой оно движется. Так, стальной шарик, катящийся по горизонтальной поверхности, посыпанной песком, останавливается очень быстро. Но если шарик хорошо отполирован, то, катясь по гладкой, например стеклянной, поверхности, он довольно долго сохранит свою скорость почти неизменной *).

В некоторых физических приборах удается осуществить движение элементарных частиц, при котором каждая частица практически не испытывает действия никаких других частиц вещества (для этого из прибора необходимо тщательно удалить воздух). В этих условиях движение частиц очень близко к прямолинейному и равномерному (благодаря большой скорости и малой массе частиц притяжение Земли в таких опытах практически не сказывается).

Тщательные опыты по изучению движения тел были впервые произведены Галилеем в конце XVI и начале XVII веков. Они позволили установить следующий основной закон.

---

*) В этом случае действие Земли, конечно, не устраняется, а уравновешивается упругим действием на шарик стекла. *(Примеч. ред.)*

Если на тело не действуют никакие другие тела, то тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения относительно Земли *).

Как при покое, так и при равномерном прямолинейном движении ускорение отсутствует. Следовательно, закон, установленный Галилеем, означает: чтобы тело двигалось с ускорением относительно Земли, на него должны действовать другие тела. *Причина ускорения — это действие других тел.*

Свойство тел сохранять свою скорость при отсутствии действия на них других тел называют *инерцией* тел (от латинского слова inertia — бездеятельность, косность). Поэтому и указанный закон называют *законом инерции*, а движение при отсутствии действия на тело других тел называют движением по инерции.

Закон инерции явился первым шагом в установлении основных законов механики, в то время еще совершенно неясных. Впоследствии (в конце XVII века) великий английский математик и физик Исаак Ньютон (1643—1727), формулируя общие законы движения тел, включил в их число закон инерции в качестве первого закона движения. Закон инерции часто называют поэтому *первым законом Ньютона.*

Итак, тела получают ускорения под действием других тел. Если действия, оказываемые на разные части тела, различны, то эти части получат разные ускорения и через некоторое время приобретут различные скорости. В результате может измениться сам характер движения тела в целом. Например, при резком изменении скорости вагона трение о пол будет увлекать за собой ноги пассажира, но ни на туловище, ни на голову никакого действия со стороны пола оказано не будет, и эти части тела будут продолжать двигаться по инерции. Поэтому, например, при торможении вагона скорость ног уменьшится, а туловище и голова, скорость которых останется без изменений, опередят ноги; в результате тело пассажира наклонится вперед по движению. Наоборот, при резком увеличении скорости вагона туловище и голова, сохраняя по инерции прежнюю скорость, отстанут от ног, увлекаемых вагоном, и тело пассажира отклонится назад.

---

*) Это утверждение является приближенным. Более строго: *тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения относительно гелиоцентрической системы отсчета*, т. е. системы, центр которой совмещен с Солнцем, а координатные оси направлены на неподвижные звезды (см. конец § 32). *(Примеч. ред.)*

Подобные проявления инерции тел широко используются в технике и в быту. Вытряхивание пыльной тряпки, стряхивание лишней капли чернил с пера, стряхивание столбика ртути в медицинском термометре — все эти действия используют инерцию тел (частиц пыли, капли чернил, ртути в капилляре термометра).

Инерция использована и при устройстве взрывателей артиллерийских снарядов. Когда снаряд, ударяясь о препятствие, внезапно останавливается, взрывной капсюль, помещающийся внутри снаряда, но не связанный жестко с его корпусом, продолжает двигаться и ударяется о жало взрывателя, связанного с корпусом.

§ 32. Инерциальные системы отсчета. Системы отсчета, для которых выполняется закон инерции, называют *инерциальными системами*. Опыты Галилея показали, что Земля — инерциальная система отсчета. Но Земля — не единственная такая система. *Инерциальных систем отсчета — бесчисленное множество.* Например, поезд, идущий с постоянной скоростью по прямому участку пути,— тоже инерциальная система отсчета. Тело получает ускорение относительно поезда также только по действием других тел.

Вообще всякая система отсчета, движущаяся относительно какой-либо инерциальной системы (например, Земли) поступательно, равномерно и прямолинейно, также является инерциальной. Действительно, в § 28 мы видели, что в таких системах ускорения тел одинаковы; значит, тело, на которое не действуют другие тела, будет двигаться относительно таких систем отсчета без ускорения, так же как и относительно Земли.

Если какая-либо система отсчета движется относительно инерциальной системы поступательно, но не равномерно и прямолинейно, а с ускорением или же вращаясь, то такая система не может быть инерциальной. Действительно, относительно такой системы тело может иметь ускорение даже в отсутствие действия на него других тел. Например, тело, покоящееся относительно Земли, будет иметь ускорение относительно тормозящего поезда или поезда, проходящего закругление пути, хотя никакие тела это ускорение не вызывают.

Необходимо отметить, что опыты Галилея, как и всякие опыты, производились с известной степенью точности. Впоследствии при помощи более тщательных исследований установили, что Землю можно считать инерциальной системой только приближенно: в движениях относительно нее

имеются нарушения закона инерции. С бóльшей точностью инерциальной системой отсчета является система, связанная с Солнцем и другими звездами. Земля же движется относительно Солнца и звезд с ускорением и вращается вокруг своей оси. Однако нарушения закона инерции для Земли как системы отсчета очень малы. Мы рассмотрим их в гл. VI, а пока будем считать Землю инерциальной системой.

За исключением гл. VI, мы будем всюду пользоваться инерциальными системами отсчета. В большинстве вопросов о движениях на поверхности Земли будем принимать за систему отсчета Землю. Изучая движение планет, будем выбирать за систему отсчета Солнце и звезды.

§ 33. Принцип относительности Галилея. Будем производить разные механические опыты в вагоне поезда, идущего равномерно по прямолинейному участку пути, а затем повторим те же опыты на стоянке или просто на земной поверхности. Будем считать, что поезд идет совершенно без толчков и что окна в поезде завешены, так что не видно, идет поезд или стоит. Пусть, например, пассажир ударит по мячу, лежащему на полу вагона, и измерит скорость, которую мяч приобретет относительно вагона, а человек, стоящий на Земле, ударит таким же образом по мячу, лежащему на Земле, и измерит скорость, полученную мячом относительно Земли. Оказывается, мячи приобретут одинаковые скорости, каждый относительно «своей» системы отсчета. Точно так же яблоко упадет с полки вагона по тому же закону относительно вагона, по которому оно падает с ветки дерева на Землю. Производя различные механические опыты в вагоне, мы не смогли бы выяснить, движется вагон относительно Земли или стоит.

Все подобные опыты и наблюдения показывают, что относительно всех инерциальных систем отсчета тела получают одинаковые ускорения при одинаковых действиях на них других тел: *все инерциальные системы совершенно равноправны относительно причин ускорений.* Это положение было впервые установлено Галилеем и называется по его имени *принципом относительности Галилея.*

Итак, когда мы говорим о скорости какого-либо тела, мы обязательно должны указать, относительно какой инерциальной системы отсчета она измерена, так как в разных инерциальных системах эта скорость будет различна, хотя бы на тело и не действовали никакие другие тела. Ускорение же тела будет одним и тем же относительно всех

инерциальных систем отсчета. Например, относительно вагона данное тело может иметь скорость, равную нулю, двигаясь при этом относительно Земли со скоростью 100 км/ч, и относительно системы отсчета Солнце — звезды со скоростью 30 км/с (скорость Земли в ее движении вокруг Солнца). Но если пассажир ударил по мячу, то ускорение мяча будет одним и тем же (например, 25 м/с^2) и относительно поезда, и относительно Земли, и относительно Солнца и звезд. Поэтому говорят, что по отношению к разным инерциальным системам отсчета *ускорение абсолютно*, а *скорость относительна*.

§ 34. Силы. Действия тел друг на друга, создающие ускорения, называют *силами*. Все силы можно разделить на два основных типа: силы, действующие *при* непосредственном *соприкосновении*, и силы, которые действуют независимо от того, соприкасаются тела или нет, т. е. силы, которые могут действовать *на расстоянии*.

Для того чтобы одно тело могло действовать на другое при непосредственном соприкосновении, первое должно быть в особом состоянии: чтобы рука действовала на мяч, мышцы руки должны быть сокращены; чтобы действовать на пробку игрушечного пистолета, пружина должна быть сжата, и т. д. Сжатия, растяжения, изгибы и т. п.— это изменения формы или объема тел по сравнению с их исходным состоянием. Такие изменения называют *деформациями*, и при наличии таких изменений говорят, что тело деформировано. Мышцы, пружины и т. п. должны находиться в деформированном состоянии, чтобы действовать на соприкасающиеся с ними тела с некоторой силой. Эти силы в большинстве случаев действуют только до тех пор, пока тела деформированы, и исчезают вместе с исчезновением деформаций. Такие силы называют *упругими*. Кроме упругих сил, при непосредственном соприкосновении могут возникать еще и силы трения. Примеры: сила трения между бандажом колеса железнодорожного вагона и прижатой к нему тормозной колодкой; сила трения, действующая на тело, движущееся в вязкой жидкости (сопротивление среды).

Для сил, действующих на расстоянии, нет такой простой картины взаимодействия тел, как для упругих сил. Важнейший пример сил, действующих на расстоянии,— силы всемирного тяготения и, как частный случай, сила тяжести (сила земного притяжения). Падение тела, т. е. наличие ускорения, направленного вниз, у тела, поднятого над Землей и предоставленного самому себе, показывает,

что со стороны Земли на него действует сила, хотя во время падения тело и не соприкасается с Землей.

Силы всемирного тяготения, действующие между предметами нашей обыденной жизни, ничтожны по сравнению с остальными силами, действующими между ними. Например, резиновая нить длины 1 м и толщины 1 мм, растянутая всего лишь на 1 мм, действует с силой упругости, в миллионы раз превосходящей силу взаимного тяготения между двумя килограммовыми гирями, стоящими на расстоянии 1 м друг от друга. Но если одно (или оба) из притягивающих тел — это огромное небесное тело, сила всемирного тяготения также делается огромной. Так, Земля притягивает килограммовую гирю в 10^{11} раз сильнее, чем притягиваются гири в приведенном примере, а Солнце притягивает Землю в $4 \cdot 10^{21}$ раз сильнее, чем Земля притягивает гирю.

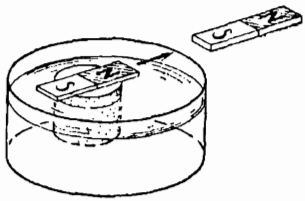


Рис. 54. Магнит действует на другой магнит, находящийся от него на некотором расстоянии

Кроме сил тяготения, на расстоянии действуют также магнитные и электрические силы. Если к магниту, плавающему в воде на поплавке, приблизить другой магнит так, чтобы они не соприкасались друг с другом, то магнит на поплавке приобретет ускорение и начнет либо приближаться ко второму магниту, либо удаляться от него — в зависимости от взаимного расположения их полюсов (рис. 54). Электрически заряженные тела, находясь на расстоянии друг от друга, притягиваются или отталкиваются в зависимости от того, разноименны или одноименны их заряды.

§ 35. Уравновешивающиеся силы. О покое тела и о движении по инерции. Если на тело действует только одна сила, то оно обязательно получает ускорение. Но если на тело действует не одна, а две или большее число сил, то иногда может оказаться, что тело ускорения не получит, т. е. либо останется в покое, либо будет двигаться равномерно и прямолинейно. В таких случаях говорят, что все *силы взаимно уравновешиваются* и что *каждая из них уравновешивает все остальные*, или что *их равнодействующая равна нулю* (§ 39).

Простейшим является случай, когда на тело действуют две уравновешивающие друг друга силы: при их совместном действии тело не получает ускорения. Такие силы, как показывает опыт, действуя на тело каждая в отдельности, со-

общили бы ему равные ускорения, направленные противоположно. Действуя совместно на какое-нибудь другое тело, эти силы снова взаимно уравновесились бы, а действуя в отдельности, сообщили бы ему ускорения другие, но также равные друг другу по модулю и направленные противоположно. Поэтому уравновешивающиеся силы считают равными по модулю и противоположными по направлению. Например, на гирю, подвешенную на пружине, действует сила тяжести (вниз) и равная ей сила упругости пружины (вверх), уравновешивающие друг друга.

Итак, если ускорение тела равно нулю, это значит, что либо на него не действуют силы, либо равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю: все силы взаимно уравновешиваются.

Здесь надо иметь в виду следующее. Среди сил, действующих на равномерно и прямолинейно движущиеся тела, обычно есть силы, действующие в направлении движения, которые мы создаем намеренно, например сила тяги двигателя самолета или сила мускулов человека, везущего санки. Часто говорят даже: «самолет летит, *так как* на него действует сила тяги двигателя», «санки скользят, *так как* на них действует усилие тянущего человека», и т. д. При этом, однако, зачастую упускают из виду силы, направленные противоположно движению: сопротивление воздуха для летящего самолета, трение полозьев о снег для санок и т. д. Для равномерности и прямолинейности движения необходимо, чтобы намеренно созданные силы как раз уравновешивали силы сопротивления. В предыдущих параграфах, говоря о движении по инерции или о покое тел, мы рассматривали именно такие случаи; например, при качении шарика по стеклу сила тяжести уравновешивалась силой упругости стекла.

Причина того, что силы сопротивления часто ускользают от внимания учащихся в противоположность бросающимся в глаза «движущим» силам, заключается в следующем. Чтобы создать силу тяги, на самолет нужно поставить двигатель, сжигать в нем бензин; чтобы двигать санки, нужно тянуть за веревку, утомлять свои мускулы. В то же время силы сопротивления возникают, так сказать, «бесплатно», благодаря лишь наличию движения. Для их возникновения при движении тела не нужно ни моторов, ни мускульных усилий; их источник либо в невидимом воздухе, либо в частицах снега, соприкасающихся с полозьями. Чтобы обратить на эти силы внимание, их нужно еще обнаружить, в то время как «движущие» силы — предмет нашей специальной заботы и затрат усилий и материалов.

До исследований Галилея считалось, что если на тело будет действовать одна сила, то оно будет двигаться равномерно в направлении этой силы; здесь, конечно, упускалась из виду сила трения. Действие силы, направленной вперед, действительно необходимо для равномерности движения, но именно для того, чтобы уравновешивать силу трения.

Тело движется без ускорения как в случае, когда на него не действуют никакие силы, так и в случае, когда действующие силы уравновешивают друг друга. Однако принято говорить, что тело движется «по инерции» только в том случае, если в направлении движения силы отсутствуют: силы, направленной вперед, нет, а силой трения или сопротивления среды можно пренебречь.

Для лучшего уяснения сказанного рассмотрим еще, как возникает из состояния покоя равномерное прямолинейное движение. Возьмем для примера электровоз, везущий поезд. В первый момент, когда двигатель включен, но поезд еще не тронулся, сила тяги электровоза, действующая через сцепку на состав, уже велика и превосходит силу трения колес вагонов о рельсы (как возникает сама сила тяги, будет объяснено в § 66). Поэтому поезд начинает двигаться вперед с ускорением. По мере увеличения скорости силы сопротивления (трение колес и сопротивление воздуха) растут, но, пока они остаются меньше силы тяги, скорость поезда продолжает расти. При дальнейшем увеличении скорости избыток силы тяги по сравнению с силами сопротивления будет делаться все меньше и меньше, и наконец эти силы сравняются друг с другом. Тогда исчезнет и ускорение: дальнейшее движение будет равномерным.

Если увеличить силу тяги, то равновесие сил нарушится, поезд снова получит ускорение вперед. Скорость снова будет расти, пока возрастающее с увеличением скорости сопротивление не уравновесит новую, увеличенную силу тяги. Обратно, если уменьшить силу тяги, то равновесие сил снова нарушится, поезд получит отрицательное ускорение (так как теперь сила сопротивления будет больше силы тяги электровоза) и будет замедлять свое движение. Но при этом будет уменьшаться и сила сопротивления, и, когда она сравняется с уменьшенной силой тяги, движение снова станет равномерным, но уже при меньшей скорости. Наконец, при выключении тяги скорость поезда будет непрерывно убывать вследствие продолжающегося действия сил сопротивления, пока поезд не остановится.

§ 36. Сила — вектор. Эталон силы. Наблюдая ускорения, получаемые каким-либо телом под действием различных сил, мы заметим, что ускорения могут оказаться различными как по модулю, так и по направлению. Значит, силы можно различать по модулю и по направлению: *сила есть векторная величина.*

Для измерения силы необходимо, во-первых, выбрать эталон силы и, во-вторых, установить способ сравнения других сил с эталоном, т. е. сам способ измерения сил. За эталон можно выбрать, например, какую-либо упругую силу. Так как упругие силы зависят от деформации, за эталон можно принять силу, с которой какая-либо определенная пружина, определенным образом растянутая, действует на тело, прикрепленное к одному из ее концов.

Такой эталон в принципе можно осуществить, например, в виде цилиндрической пружины, снабженной указателем, позволяющим всякий раз устанавливать одно и то же растяжение пружины (рис. 55). За направление силы примем ось пружины. Следовательно, эталон определяет как модуль, так и направление силы.

На практике, однако, такой эталон силы неудобен: упругие свойства пружины зависят от температуры, могут изменяться с течением времени и т. п. Поэтому стремятся выбрать эталон таким образом, чтобы изменчивость свойств

пружины не могла сказываться. Это можно сделать так. Возьмем какую-нибудь пружину и подвесим к ней гирю. Гиря начнет опускаться, растягивая пружину, пока та не растянется до определенной длины, после чего растяжение пружины прекратится и гиря остановится: сила тяжести, действующая на гирю окажется уравновешенной силой упругости пружины.

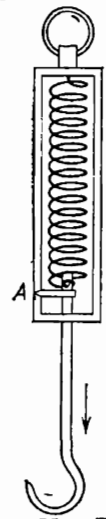


Рис. 55. Простейший эталон силы — действие пружины, растянутой до метки *A*

Если бы мы подвесили ту же гирю к другой пружине, то растяжение было бы другим. Но сила, действующая со стороны новой пружины на гирю, будет равна силе, с которой действовала первая пружина, так как в обоих случаях силы упругости пружины уравновешивают силу тяжести, действующую на ту же гирю (рис. 56). Пользуясь какой-либо определенной выбранной гирей, мы можем установить, как надо растягивать любую пружину для того, чтобы она действовала с определенной силой, т. е. могла служить эталоном силы. Для получения силы, равной эталону, но направленной не по вертикали вверх, а по любому направлению, можно использовать нить, перекинутую через блок, как показано на рис. 57 (сила упругости со стороны нити всегда действует вдоль нее). Таким образом, трудную задачу изготовления и сохранения эталонной пружины при определенном растяжении мы заменяем гораздо более простой — изготовлением и сохранением эталонной гири.

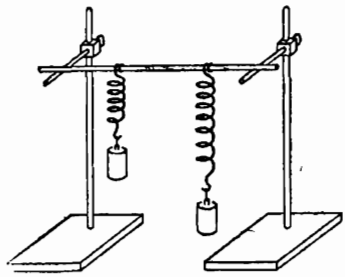


Рис. 56. При подвешивании одной и той же гири к разным пружинам пружины действуют на гирю с одинаковыми силами

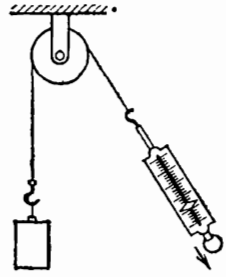


Рис. 57. Получение эталонной силы, направленной под любым углом к вертикали

§ 37. Динамометры. Для получения упругой силы, равной двойному, тройному и т. д. значению эталонной силы, нужно растягивать пружину сразу двумя, тремя и т. д. эталонными гирями. Можно, выбрав определенную пружину, отметить, при каких растяжениях она действует с силой, равной двойной, тройной и т. д. эталонной силе. Проградуированную таким образом пружину называют *динамометром* (рис. 58).

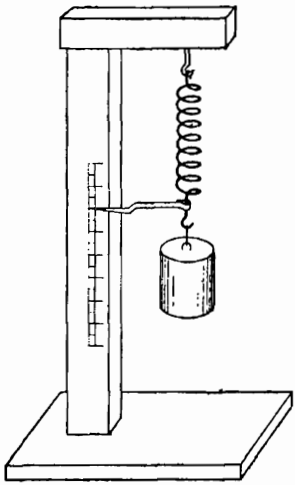


Рис. 58. Градуировка динамометра

Можно также получить определенную часть эталонной силы, растягивая пружину гирей, составляющей соответственную часть эталонной гири. Изготовим, например, сто таких одинаковых гирек, чтобы все они вместе растянули пружину как раз так же, как эталонная гиря; каждая из гирек в отдельности растянет пружину так же, как и любая другая из них. Поэтому мы считаем, что пружина, растянутая одной маленькой гирькой, действует с силой, равной 1/100 эталонной силы; пружина, растянутая двумя гирьками, действует с силой, равной 2/100 эталонной силы, и т. д. Измеряя растяжения пружины динамометра при действии таких гирек, можно нанести на его шкале и дробные части эталонной силы.

При разметке шкалы динамометра обнаруживается, что двойной силе соответствует двойное растяжение пружины, тройной силе — тройное и т. д., т. е. растяжение пружины и упругая сила, с которой действует динамометр, оказываются пропорциональными друг другу. Это позволяет простым образом размечать шкалы динамометров. Отметив нуль шкалы (отсутствие груза) и, например, растяжение, соответствующее 10 эталонным гирям, мы можем разделить получившееся на шкале расстояние на 10 равных частей: перемещение конца пружины на одну такую отметку будет означать изменение силы, с которой действует динамометр, на одну эталонную силу.

Следует иметь в виду, что эта пропорциональность сохраняется только для достаточно малых деформаций; кроме

того, она всегда нарушается при неупругой деформации, т. е. если деформация не исчезает после исчезновения силы.

На рис. 59 изображен один из распространенных типов динамометров с цилиндрической пружиной. Таким динамометром можно измерять силу, с которой мы тянем тело. На рис. 60 изображен динамометр другой конструкции, имеющий пружинные скобы, концы которых жестко соединены между собой. При помощи такого динамометра можно измерять как тянущую, так и толкающую силу.

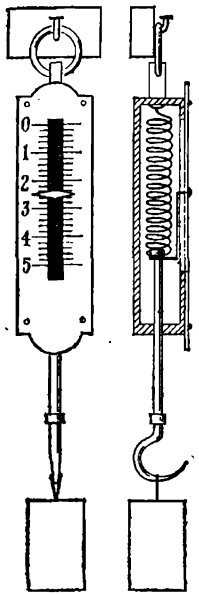


Рис. 59. Динамометр: слева — внешний вид, справа — внутреннее устройство

Располагая динамометрами, мы можем измерять силы, действующие со стороны одних тел на другие как при

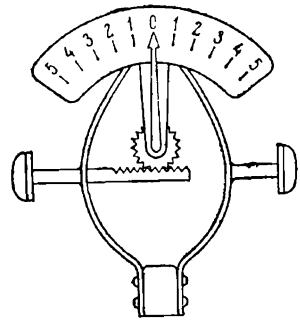


Рис. 60. Динамометр, действующий и на сжатие, и на растяжение

непосредственном соприкосновении, так и «на расстоянии». Как измерять силу притяжения тела Землей, мы уже видели: для этого достаточно подвесить тело к динамометру.

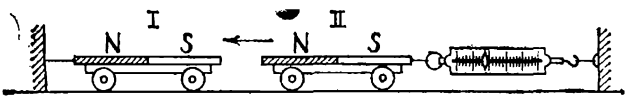


Рис. 61. Измерение силы взаимодействия магнитов при помощи динамометра

Силу, с которой магнит I действует на магнит II, если приблизить на некоторое расстояние южный полюс (*S*) магнита I к северному полюсу (*N*) магнита II (рис. 61), можно определить следующим образом. Прикрепив к тележке II

динамометр, закрепленный неподвижно другим концом, приблизим к ней тележку I, мы увидим, что тележка II в свою очередь немного приблизится к тележке I, растягивая пружину динамометра, после чего тележка II остановится. А это будет значить, что искомая сила, с которой магнит I действует на магнит II, равна силе, с которой динамометр действует на тележку. Но эту последнюю силу мы можем прямо определить по показаниям динамометра.

Для измерения силы, действующей со стороны одного тела на другое при непосредственном соприкосновении,

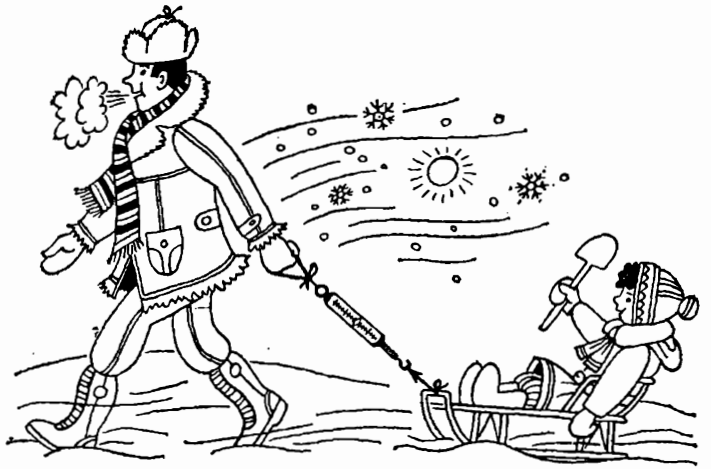


Рис. 62. Динамометр показывает силу, с которой рука тянет за веревку

динамометр можно использовать несколько иначе. Например, для измерения силы, с которой человек тянет санки, достаточно вставить между рукой и веревкой динамометр (рис. 62). Его показания и дадут нам силу, с которой рука тянет за веревку. Направление силы совпадет с осью пружины динамометра.

Мы уже говорили, что разные силы вызывают различные ускорения данного тела. Пользуясь динамометрами, мы можем установить важнейшее свойство сил: чем больше сила (например, чем сильнее растянут динамометр, прикрепленный к телу, на которое он действует), тем больше ускорение тела. Количественные соотношения между силами и ускорениями мы выясним в § 42.

§ 38. Точка приложения силы. Силы, действующие при непосредственном соприкосновении, действуют по всей сопри-

касающейся поверхности тел. Например, молоток, ударяющий по шляпке гвоздя, действует на всю шляпку. Но если площадь соприкосновения тел мала по сравнению с их размерами, то можно считать, что сила действует только на одну точку тела. Например, можно считать, что нить, за которую тянут тележку, действует на тележку только в точке, где она привязана к тележке. Эта точка называется *точкой приложения силы*.

Вначале мы будем рассматривать только такие случаи, когда можно указать точку приложения силы. Такие силы мы будем изображать направленными отрезками, начало которых лежит в точке приложения силы, направление совпадает с направлением силы, а длина изображает в некотором масштабе модуль силы. Например, на рис. 62 стрелка показывает силу, действующую со стороны веревки на санки.

§ 39. Равнодействующая сила. Если на данное тело действует одновременно несколько сил, то их действие на движение тела можно заменить действием одной силы *). Такую замену называют *сложением сил*. Данные силы называют *слагающими* или *составляющими*, а заменяющую их силу — их *суммой* или *равнодействующей*. Правила сложения сил устанавливаются из опыта. Равнодействующая уравновешивающихся сил, например двух сил, равных по модулю и противоположных по направлению, равна нулю (§ 35).

Заметим, что равнодействующая заменяет действие нескольких сил только по отношению *к движению тела в целом*: равнодействующая сила сообщит телу то же ускорение, что и все составляющие, действующие на тело одновременно, а сила, уравновешивающая равнодействующую, уравновесит одновременное действие всех составляющих. Но, конечно, равнодействующая не заменит действия составляющих в других отношениях. Достаточно указать такой пример: растянем пружину двумя руками. Силы, действующие на пружину, равны и прямо противоположны, и, значит, их равнодействующая равна нулю: действительно, пружина в целом остается в покое. Однако, если бы на пружину вообще не действовали никакие силы, равнодействующая по-прежнему равнялась бы нулю, но пружина не была бы растянута.

*) За исключением одного важного случая «пары сил», который будет рассмотрен отдельно в § 79.

Вместо того чтобы искать равнодействующую, можно искать силу, *уравновешивающую* данные силы при их одновременном действии на тело; *равнодействующая равна уравновешивающей силе по модулю и противоположна ей по направлению.*

§ 40. Сложение сил, направленных по одной прямой. Рассмотрим случай, когда все силы действуют на данное тело вдоль одной прямой например вдоль горизонтальной прямой. Предварительно уравновесим силу тяжести, действующую на данное тело вертикально вниз. Для этого достаточно подвесить тело на нити: несколько растянувшись, нить создаст силу упругости, которая и уравновесит силу тяжести. В отсутствие других сил нить расположится вертикально.

Теперь к телу сбоку прикрепим нити с динамометрами; эти динамометры позволят определять силы, с которыми нити действуют на тело. Пусть справа на тело действуют

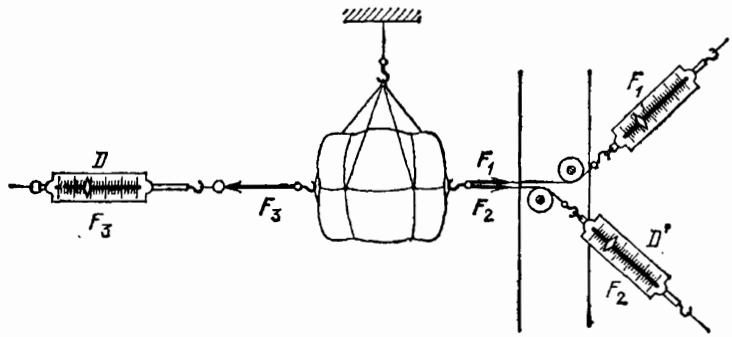


Рис. 63. Показание динамометра D дает модуль равнодействующей сил F_1 и F_2. Показание динамометра D' дает модуль равнодействующей сил F_1 и F_3

в горизонтальном направлении две нити с силами F_1 и F_2, а слева — одна (рис. 63). С какой силой F_3 должна действовать левая нить, чтобы нить, на которой подвешено тело, осталась вертикальной, т. е. чтобы силы F_1, F_2 и F_3 взаимно уравновесились? Опыт показывает, что для этого должно выполняться равенство

$$F_3 = F_1 + F_2,$$

где F_1, F_2 и F_3 — модули соответствующих сил. Каждую из сил F_1, F_2, F_3 можно считать силой, уравновешивающей совместное действие двух других. Так, сила F_2 есть уравно-

вешивающая для сил F_1 и F_3, причем между модулями сил имеется соотношение $F_2=F_3—F_1$.

Итак, в случае сил, действующих вдоль одной прямой, условие равновесия можно выразить через модули этих сил.

§ 41. Сложение сил, направленных под углом друг к другу. Решение задачи о сложении нескольких сил, направленных под углом друг к другу, начнем со случая, когда на тело действуют только две силы, не лежащие на одной прямой. В этом случае, как показывает опыт, равновесие тела невозможно; значит, равнодействующая таких сил не может

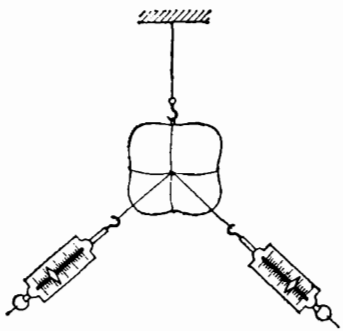


Рис. 64. Если динамометры растянуты, то равновесие груза при вертикальном положении нити невозможно

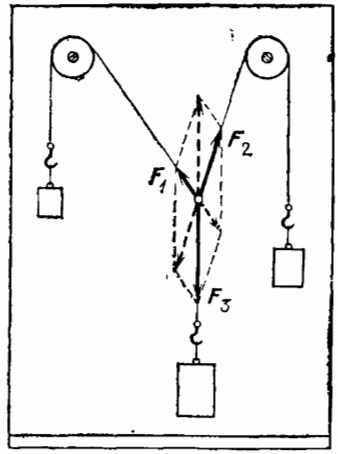


Рис. 65. Условия равновесия трех сил, действующих под углом друг к другу

равняться нулю. Например, на тело, подвешенное на нити, действует вертикально сила тяжести, и если нить (а значит, и сила натяжения нити) расположена наклонно к вертикали, то тело не остается в покое. На этом основано устройство отвеса.

Другой пример: к телу, подвешенному на нити, прикрепим два динамометра, расположенных горизонтально под углом друг к другу (рис. 64). Легко проверить на опыте, что и в этом случае тело не останется в покое и нить не будет вертикальной ни при каком растяжении динамометров.

Найдем равнодействующую двух сил, направленных под углом друг к другу. Так как равнодействующая равна по модулю и противоположна по направлению уравновешивающей силе (§ 39), то для решения задачи достаточно найти условия равновесия тела под действием трех сил (двух

данных и третьей уравновешивающей). Для нахождения этих условий поставим опыт, в котором модули и направления всех сил легко определить. Свяжем три нити, привяжем к ним разные грузы и перекинем две из нитей через блоки (рис. 65). Если масса каждого из грузов меньше суммы масс двух других, то узел займет некоторое положение и будет оставаться в покое; значит, это положение будет положением равновесия. При этом все нити расположатся в одной вертикальной плоскости. На узел действуют силы F_1, F_2 и F_3, равные по модулю силам тяжести, действующим на грузы, и направленные вдоль нитей. Каждая из этих сил уравновешивает две остальные. Изобразим силы, приложенные к узлу, отрезками, отложенными от узла, направленными вдоль нитей и равными, в выбранном масштабе, модулям сил. Оказывается, что при равновесии отрезок, изображающий любую из этих сил, совпадает с диагональю параллелограмма, построенного на отрезках, изображающих две другие силы. Эти параллелограммы показаны на рисунке штриховыми линиями. Значит, диагональ параллелограмма изображает равнодействующую двух сил, изображаемых его сторонами, причем равнодействующая направлена в сторону, противоположную третьей силе. Таким образом, *силы складываются (как и перемещения) по правилу параллелограмма, т. е. по правилу векторного сложения.*

Из правила параллелограмма сил следует, что модуль равнодействующей силы зависит не только от модулей слагаемых сил, но также и от угла между их направлениями. При изменении угла модуль равнодействующей изменяется в пределах от суммы модулей сил (если угол равен нулю) до разности модулей большей и меньшей сил (если угол равен 180°). В частном случае сложения двух равных по модулю сил можно, в зависимости от угла между силами, получить любое значение модуля равнодействующей в пределах от удвоенного модуля одной из сил до нуля.

Вместо правила параллелограмма можно применять правило треугольника, как мы это делали для перемещений. При сложении более чем двух сил можно либо прибавлять их векторно одну за другой, либо строить из векторов ломаную; тогда равнодействующая изобразится звеном, замыкающим ломаную. При равновесии ломаная замкнется: равнодействующая будет равна нулю. Например, ломаная из трех уравновешивающихся сил образует треугольник.

§ 42. Связь между силой и ускорением. В § 31 мы изложили закон инерции, согласно которому тело получает ускорение

только в том случае, если на него действует сила. Опыт показывает, что направление ускорения совпадает с направлением вызывающей его силы *). Выясним связь между модулем силы, действующей на тело, и модулем ускорения, сообщаемого телу этой силой.

Повседневные наблюдения показывают, что модуль ускорения, сообщаемого данному телу, тем больше, чем

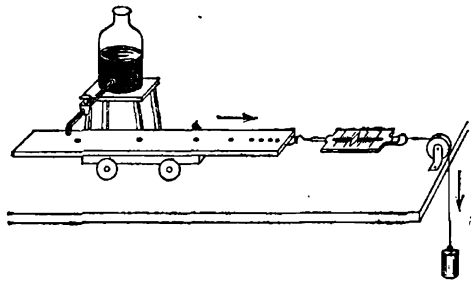


Рис. 66. Изучение зависимости между силой и ускорением тела. Пути, проходимые тележкой, отмечаются капельницей

больше действующая на него сила: мяч получит тем большее ускорение (и в результате приобретет тем большую скорость), чем сильнее его ударят; мощный электровоз, развивающий большую силу тяги, сообщает поезду большее ускорение, чем маневровый тепловоз, и т. п. Грубо количественную связь между силой, действующей на данное тело, и приобретаемым телом ускорением можно установить на следующем опыте. Пусть подвижная тележка прикреплена при помощи пружинного динамометра к перекинутой через блок нити с грузом на конце (рис. 66). Груз растягивает пружину, сообщающую своей силой упругости ускорение тележке. Чем больше подвешенный груз, тем сильнее растянута пружина и тем больше ускорение тележки. Заметим, что показание динамометра будет меньше, чем при подвешивании груза к неподвижному динамометру, т. е. меньше, чем сила тяжести, действующая на груз. Причину этого поясним в § 52.

Наблюдая растяжение динамометра при движении тележки, обнаружим, что оно не меняется. Значит, сила, действующая на тележку, постоянна. Ее модуль дает показание F динамометра. Путь s, проходимый тележкой за различные промежутки времени t от начала движения, можно

*) Будем считать, что на тело действует только одна сила; если сил много, то будем рассматривать их равнодействующую.

определять, пользуясь, например, капельницей. Измерения покажут, что путь, пройденный тележкой, пропорционален квадрату промежутка времени, прошедшего от начала движения. Это означает, что тележка движется равноускоренно (§ 22). Модуль ускорения a найдем по формуле

$$a=2s/t^2.$$

Если подвешивать к концу нити различные грузы, на тележку будет действовать каждый раз другая сила. Определив по динамометру модули сил, действующих на тележку в каждом случае, F_1, F_2, F_3, . . . и найдя сообщаемые тележке ускорения a_1, a_2, a_3, . . ., мы убедимся, что ускорения тележки прямо пропорциональны силам, действующим на тележку:

$$F_1/a_1 = F_2/a_2 = F_3/a_3 = \ldots$$

Опыт показывает, что не только в этом примере, но и во всех случаях *ускорение тела пропорционально действующей на него силе.* Отсюда следует, что для нахождения ускорений, сообщаемых данному телу разными силами, достаточно только один раз измерить и силу, действующую на тело, и вызываемое ею ускорение; если затем на то же тело подействовать другой силой, то возникающее ускорение изменится во столько же раз, во сколько раз изменилась сила.

Конечно, такие опыты с тележкой слишком грубы для точного установления закона пропорциональности между силами и ускорениями. Однако при помощи более точных методов измерений, в частности по данным астрономических наблюдений, было установлено, что прямая пропорциональность между действующей на данное тело силой и сообщаемым ею этому телу ускорением весьма точно оправдывается на опыте.

§ 43. Масса тела. Итак, для данного тела ускорение, сообщаемое ему какой-либо силой, пропорционально этой силе. Сравним теперь ускорения, сообщаемые силами разным телам. Мы увидим, что возникающее ускорение определяется не только силой, но и тем, на какое тело эта сила действует. Будем, например, тянуть разные тела при помощи динамометра, следя за тем, чтобы во всех случаях показание динамометра было одним и тем же, т. е. чтобы на тела действовала одна и та же сила. Для этого можно, например, видоизменить описанный в предыдущем параграфе опыт, выбирая различные тележки или устанавливая на тележки различные тела и подбирая каждый раз такой груз на конце

нити, перекинутой через блок, чтобы показание динамометра было одним и тем же во всех опытах.

Измеряя возникающие в подобных опытах ускорения, мы убедимся в том, что, вообще говоря, разные тела получают при воздействии одной и той же силы различные ускорения: разные тела в различной мере обладают свойством инерции. Можно ввести понятие о *мере инерции* тел, считая меру инерции двух тел одинаковой, если под действием равных сил они получают одинаковые ускорения, и считая меру инерции тем большей, чем меньшее ускорение получает тело под действием данной силы.

Что же определяет меру инерции различных тел? От каких свойств тел зависит ускорение, сообщаемое данной силой? Или, наоборот, какими свойствами тела определяется сила, необходимая для сообщения данного ускорения? Опыт показывает, что для тел, изготовленных из одного и того же вещества, например из алюминия, ускорение, вызываемое данной силой, тем меньше, чем больше объем тела, причем ускорение оказывается обратно пропорциональным объему тела. Но если производить опыты с телами, изготовленными из различных материалов (например, из железа, алюминия, дерева), то никакой связи с объемом тел не обнаружится: тела равных объемов будут получать под действием одной и той же силы разные ускорения, а для получения одинаковых ускорений придется подобрать объем железного тела меньший, чем алюминиевого, а алюминиевого — меньший, чем деревянного. Каково должно быть соотношение объемов тел, изготовленных из разных материалов, чтобы под действием равных сил они получали одинаковые ускорения, заранее узнать нельзя. Необходимо определить непосредственным опытом, какой объем должно иметь алюминиевое или деревянное тело для того, чтобы оно получало под действием заданной силы то же ускорение, что и данное железное тело. Если тела получают под действием одной и той же силы равные ускорения, мы должны считать одинаковой меру инерции этих тел.

Таким образом, мера инерции тела должна быть определена непосредственно механическим опытом — измерением ускорения, создаваемого данной силой. Меру инерции тела называют *массой* и обозначают обычно буквой m (или M).

Итак, *масса тела есть его характерное физическое свойство, определяющее соотношение между действующей на это тело силой и сообщаемым ею телу ускорением*. Так как сила и ускорение, сообщаемое ею данному телу, пропорциональны друг другу, то массу тела определяют как отношение

действующей на тело силы F к сообщаемому этой силой ускорению a, т. е.

$$m=F/a, \qquad (43.1)$$

откуда получается соотношение

$$F=ma.$$

Подействовав на данное тело какой-нибудь силой F и измерив сообщаемое этой силой ускорение a, мы можем определить по этой формуле массу тела m. Для данного тела всегда будет получаться одно и то же значение m, с какой бы силой мы ни действовали на тело.

Пользуясь указанным способом измерения массы, мы можем на опыте выяснить, чему равна масса тела, составленного из нескольких других тел, или какова масса определенной части тела известной массы. Если измерить массы m_1, m_2, m_3, ... нескольких тел, а затем соединить все эти тела в одно (например, скрепив их вместе) так, чтобы под действием сил они все получали одно и то же ускорение, и измерить массу m получившегося тела, то окажется, что

$$m=m_1+m_2+m_3+ \ldots$$

Обратно, если данное тело разделить на части, то сумма масс отдельных частей окажется равной массе исходного тела. В частности, если однородное тело массы m разделить на n равных по объему частей, то масса каждой части будет равна m/n.

Очень важен следующий факт. Если взять различные тела с одинаковой массой и по очереди подвешивать их к динамометру, то динамометр покажет каждый раз одно и то же растяжение пружины. Если же на основании динамических опытов оказалось, что масса одного тела в n раз больше массы другого, то первое тело в n раз сильнее растянет пружину динамометра, чем второе. Это значит, что сила притяжения тел Землей пропорциональна их массам. Этот замечательный факт позволяет сравнивать массы, не сообщая телам ускорения. Мы еще вернемся к этому вопросу в § 56.

§ 44. Второй закон Ньютона. Производя опыты с действием сил на тела, мы установили пропорциональность между модулем силы F, действующей на тело, и модулем ускорения a, которое эта сила сообщает телу, а также ввели новую величину — массу тела m.

Опыты показали также, что направление ускорения совпадает с направлением силы, вызвавшей ускорение (§ 42),

т. е. что векторы $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{a}$ совпадают по направлению. Следовательно, формулу (43.1) можно написать в векторном виде:

$$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}. \qquad (44.1)$$

Напомним, что здесь $\boldsymbol{F}$ — равнодействующая всех сил, действующих на тело, m — его масса и $\boldsymbol{a}$ — ускорение, получаемое телом под действием силы $\boldsymbol{F}$. Эта формула выражает основной закон движения, известный под названием *второго закона Ньютона* (первый закон — закон инерции, § 31). Второй закон Ньютона можно сформулировать так: *сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на создаваемое этой силой ускорение, причем направления силы и ускорения совпадают.*

Формулу (44.1) можно записать еще и в таком виде:

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{F}/m, \qquad (44.2)$$

и закон Ньютона можно выразить в несколько иной форме: *ускорение, сообщаемое телу, прямо пропорционально действующей на тело силе, обратно пропорционально массе тела и направлено так же, как сила.* В частности, отсюда следует, что при действии равными силами на разные тела они получают ускорения, обратно пропорциональные своим массам; и обратно, если разные тела получают ускорения, обратно пропорциональные своим массам, то это значит, что силы, действующие на эти тела, равны по модулю.

Если сила постоянного направления стала действовать на тело, находящееся в покое, или если сила, действующая на движущееся тело, направлена вдоль скорости тела (например, тело, падающее без начальной скорости; тело, подброшенное вертикально вверх), то тело будет двигаться прямолинейно. Для этого случая закон Ньютона можно написать в скалярной форме:

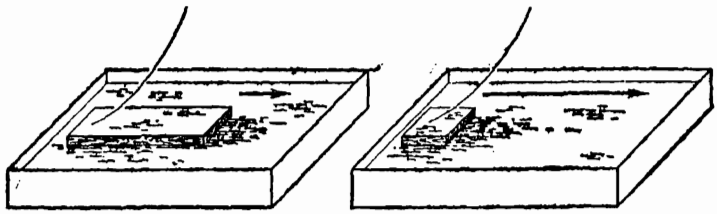
$$F=ma, \quad \text{или} \quad a=F/m.$$

При этом под действием постоянной силы тело неизменной массы будет двигаться с постоянным ускорением, т. е. равноускоренно. Если же сила меняется с течением времени, то меняется и ускорение. В этом случае формула (44.2) дает значение мгновенного ускорения (§ 27), вызываемого силой, действующей в данный момент. Если сила остается постоянной, а меняется масса тела, к которому приложена сила, то ускорение также оказывается переменным. Примером тела переменной массы может служить ракета, выбрасывающая во время полета продукты сгорания топлива, в результате чего ее масса уменьшается. Если при этом сила,

действующая на ракету, не меняется, то ускорение ее растет (§ 188). Если сила направлена под углом к скорости тела, то оно движется криволинейно (например, тело, брошенное горизонтально). Криволинейное движение будем изучать в гл. V.

Во втором законе Ньютона заключен, как частный случай, первый закон, или закон инерции. Действительно, из формулы (44.2) видно, что если $F=0$, то и $a=0$, т. е. если на тело не действуют силы (или силы действуют, но их равнодействующая равна нулю), то и ускорение равно нулю, и значит, тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения.

Примеры проявления второго закона Ньютона встречаются на каждом шагу. Электровоз разгоняет поезд с тем меньшим ускорением, чем больше масса поезда. Отталкивая с одинаковой силой от берега пустую и тяжело нагруженную лодку, заставим первую из них двигаться с бо́льшим ускорением, чем вторую. Если тело лежит на твердой опоре, то, прилагая к нему малую силу, мы не сдвинем его с места, так как при этом возникнет сила трения об опору (§ 64), которая уравновесит приложенную силу: результирующая



а) *б)*

Рис. 67. При одинаковой силе, действующей на плавающий брусок, скорость увеличивается: *а*) медленно у большого бруска, *б*) быстрее у малого бруска

окажется равной нулю. Но если тело плавает на воде, то возникающая сила трения о воду в начале движения очень мала; поэтому она не уравновесит приложенную силу и равнодействующая не будет равна нулю: тело начнет двигаться.

Как бы ни была мала результирующая сила, действующая на тело, ускорение возникнет; но оно может быть настолько мало, что потребуется много времени, чтобы вызвать заметное изменение скорости. Так, надавливая на массивный деревянный брусок, плавающий в воде, гибким стеклянным прутом (рис. 67), увидим, что брусок приобре-

тет заметную скорость только через 1—2 минуты. В то же время бруску гораздо меньшей массы можно сообщить при помощи того же прута гораздо большее ускорение. На пристанях можно наблюдать, как рабочий, изо всей силы упираясь багром в борт большой баржи, тратит несколько минут на сообщение ей еле заметной скорости.

В формуле второго закона Ньютона a — это ускорение тела в его движении относительно Земли. Но, как мы знаем (§ 33), ускорение тела будет таким же, если рассматривать движение тела относительно любой другой инерциальной системы. Силы же, действующие на тело, представляют собой действия на данное тело других тел и не зависят от того, по отношению к какой системе отсчета мы определяем ускорение данного тела. Не зависит от выбора системы отсчета и масса тела. Поэтому закон Ньютона остается справедливым и при рассмотрении движения относительно любой другой инерциальной системы, например относительно корабля, равномерно движущегося прямым курсом по спокойному морю, или относительно поезда, идущего с постоянной скоростью по прямому участку, и т. п. Более подробно об этом вопросе будет сказано в гл. VI.

? **44.1.** Используя второй закон Ньютона, объясните, почему падение на мерзлую землю опаснее, чем на рыхлый снег, и почему, прыгнув с высоты нескольких этажей на натянутый брезент, можно остаться невредимым?

Закон Ньютона был открыт при изучении движений, происходящих в обычных условиях на Земле, и при изучении движений небесных тел. И в тех и в других случаях скорости тел малы по сравнению со скоростью света (300 000 км/с). Со скоростями, приближающимися к скорости света, физики встретились только при изучении движения элементарных частиц, например электронов и протонов в ускорителях — устройствах, в которых на элементарные частицы действуют разгоняющие их электромагнитные силы. Для таких скоростей второй закон Ньютона неверен. Согласно закону Ньютона, при действии постоянной силы, направленной вдоль траектории частицы, частица должна была бы иметь постоянное ускорение, т. е. ее скорость должна была бы равномерно расти. Однако оказалось, что хотя в начале разгона второй закон Ньютона выполняется и частица движется равноускоренно, но, по мере того как достигнутая частицей скорость приближается к скорости света, ускорение делается все меньше и меньше, т. е. закон Ньютона нарушается.

При продолжающемся действии ускорителя скорость частицы растет все медленнее, приближаясь к скорости света, но никогда ее не достигая. Например, при скорости тела, равной 0,995 скорости света, ускорение, получаемое телом при силе, действующей в направлении движения тела, составит всего 0,001 ускорения, рассчитанного по формуле закона Ньютона. Даже при скорости, равной всего одной десятой скорости света, уменьшение ускорения сравнительно с рассчитанным по закону Ньютона составит 1,5 %. Но для «малых» скоростей, встречаю-

щихся в обыденной жизни, и даже для скоростей космических тел поправка так мала, что ею можно пренебрегать. Например, для Земли, вращающейся вокруг Солнца со скоростью 30 км/с, уменьшение ускорения составит всего миллионную долю процента.

Итак, второй закон Ньютона можно применять только по отношению к телам, скорость которых мала по сравнению со скоростью света.

§ 45. Единицы силы и массы. Для того чтобы производить расчеты на основании второго закона Ньютона, необходимо выбрать единицы силы и массы таким образом, чтобы выполнялось соотношение

$$\text{единица массы} = \frac{\text{единица силы}}{\text{единица ускорения}}. \qquad (45.1)$$

В СИ единицей массы служит *килограмм* (кг), который представляет собой массу платино-иридиевого тела, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре (близ Парижа). Это тело называется международным прототипом килограмма. Масса прототипа близка к массе 1000 см³ чистой воды при 4 °С.

Единицей силы в СИ является *ньютон* (Н), который равен силе, под действием которой тело массы один килограмм получает ускорение один метр на секунду в квадрате. Согласно формуле (45.1) можно представить ньютон в виде

$$1\ \text{Н} = 1\ \text{кг}\cdot 1\ \text{м/с}^2 = 1\ \text{кг}\cdot\text{м/с}^2.$$

В системе единиц СГС, в которой единицей длины служит сантиметр (1 см=0,01 м), а единицей массы — грамм (1 г=0,001 кг), за единицу силы принимают силу, сообщающую телу массы 1 г ускорение 1 см/с². Эту единицу силы называют *диной* (дин). Легко найти соотношение между ньютоном и диной:

$$1\ \text{Н} = 10^5\ \text{дин}.$$

Дина — очень малая сила. Муравей, который тащит веточку, действует на нее с силой, равной примерно 100 дин.

? **45.1.** Снаряд массы 15 кг при выстреле приобретает скорость 600 м/с. Найдите среднюю силу, с которой пороховые газы действуют на снаряд, если длина ствола орудия составляет 1,8 м (движение снаряда в стволе считать равноускоренным).

45.2. За какое наименьшее время можно передвинуть по горизонтальному полу на расстояние 10 м груз массы 50 кг, если известно, что веревка, за которую тянут груз, разрывается при силе натяжения, превышающей 200 Н, а для того чтобы сдвинуть груз с места или двигать его равномерно, преодолевая силу трения, достаточно прилагать силу 100 Н?

§ 46. Системы единиц. Формула $a=F/m$ имеет такой простой вид, потому что мы, выбрав единицы ускорения и массы произвольно, единицу силы выбрали *специально* так, чтобы коэффициент пропорциональности в этой формуле оказался

равным единице. В противном случае формулу для ускорения нужно было бы писать в виде

$$a=kF/m,$$

где k — коэффициент пропорциональности. Например, если бы мы выбрали единицу силы тоже произвольно и она оказалась равной, скажем, 6,3 Н, то коэффициент пропорциональности имел бы значение $k=1/6{,}3$.

В принципе единицы физических величин можно было бы выбирать независимо друг от друга. Однако в этом случае в формулах появились бы очень неудобные коэффициенты пропорциональности. Чтобы избежать этого, поступают следующим образом. Выбирают произвольно единицы нескольких физических величин. Эти единицы (и соответствующие величины) называются *основными*. Единицы же остальных величин выбирают с учетом формул, связывающих эти величины с основными, стараясь упростить коэффициенты пропорциональности в этих формулах (как правило, делают эти коэффициенты равными единице). Единицы, установленные таким способом, называются *производными*. В результате образуется упорядоченная совокупность единиц физических величин, которая называется *системой единиц*. Существует несколько систем единиц физических величин, отличающихся выбором основных величин и основных единиц. Мы рассмотрим Международную систему единиц (СИ).

В СИ в качестве основных приняты: единица длины — *метр* (м), единица массы — *килограмм* (кг), единица времени — *секунда* (с), единица силы тока — *ампер* (А), единица термодинамической температуры — *кельвин* (К), единица силы света — *кандела* (кд) и единица количества вещества — *моль* (моль). Из этих единиц в механике мы будем иметь дело в основном с метром, килограммом и секундой. К дополнительным единицам СИ принадлежат: единица плоского угла — *радиан* (рад) и единица телесного угла — *стерадиан* (ср).

Кроме единиц, входящих в определенную систему, употребляются внесистемные единицы. К их числу относятся: единицы времени — час (ч), минута (мин), единица объема — литр, единицы угла — градус (°), минута (′) и секунда (″), единица массы — а. е. м., и некоторые другие.

§ 47. Третий закон Ньютона. При соударении двух бильярдных шаров изменяют свою скорость, т. е. получают ускорения, оба шара. Когда при формировании железнодорожного

состава вагоны наталкиваются друг на друга, буферные пружины сжимаются у обоих вагонов. Земля притягивает Луну (сила всемирного тяготения) и заставляет ее двигаться по криволинейной траектории; в свою очередь Луна также притягивает Землю (тоже сила всемирного тяготения). Хотя, естественно, в системе отсчета, связанной с Землей, ускорение Земли, вызываемое этой силой, нельзя обнаружить непосредственно (непосредственно нельзя обнаружить даже значительно большее ускорение, вызываемое притяжением Земли Солнцем), оно проявляется в виде приливов (§ 137).

Мы привели несколько примеров сил, действующих между телами; эти примеры показывают, что силы всегда возникают не в одиночку, а по две сразу: если одно тело действует с некоторой силой на другое («действие»), то и второе тело действует с некоторой силой на первое («противодействие»). Опыт показывает, что это правило носит всеобщий характер. Все силы носят *взаимный* характер, так что силовые действия тел друг на друга всегда представляют собой *взаимодействия*.

Что же можно сказать о силе, действующей со стороны второго тела на первое, если мы знаем силу, действующую со стороны первого тела на второе? Грубые измерения сил взаимодействия можно произвести на следующих опытах. Возьмем два динамометра, зацепим друг за друга их крючки и, взявшись за кольца, будем растягивать их, следя за

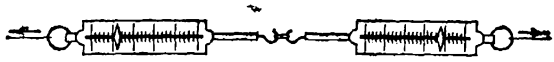


Рис. 68. Сила, с которой первый динамометр действует на второй, равна по модулю силе, с которой второй динамометр действует на первый

показаниями обоих динамометров (рис. 68). Мы увидим, что при любых растяжениях показания обоих динамометров будут совпадать; значит, сила, с которой первый динамометр действует на второй, равна силе, с которой второй динамометр действует на первый.

Другой опыт по сравнению упругих сил взаимодействия показан на рис. 69, где тела, укрепленные на тележках, могут быть любыми. По-разному нажимая рукой на динамометр слева, вызовем различные показания динамометра справа. Когда сдавливаемые тела остаются неподвижными, оба динамометра показывают равные по модулю силы F_1 и F_2. При этом направления сил, с которыми действуют динамометры, будут противоположны. Кроме сил со стороны динамометров, при этом на тела действуют силы их упругого

взаимодействия; на тело A — сила F_3 со стороны тела B и на тело B — сила F_4 со стороны тела A. Оба тела неподвижны; значит, действующие на каждое из них силы должны уравновешиваться. Значит, сила F_3 должна уравновешивать силу F_1, а сила F_4 — силу F_2. Так как силы F_1 и F_2

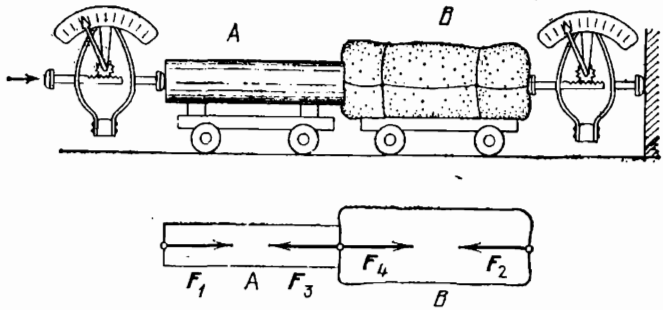


Рис. 69. Исследование взаимодействия двух тел A и B. Внизу показаны действующие на них силы

равны по модулю, то силы F_3 и F_4 также равны по модулю и противоположны по направлению.

Аналогично можно сравнить и силы взаимодействия, действующие на расстоянии. Укрепим на тележке магнит, на другой тележке — кусок железа и прикрепим к тележкам динамометры (рис. 70). В зависимости от условий опыта тележки могут остановиться на разном расстоянии друг от

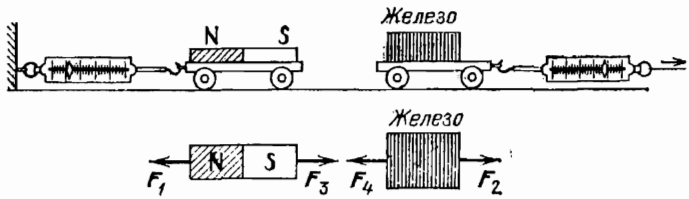


Рис. 70. Сравнение сил взаимодействия между магнитом и куском железа

друга, так что силы взаимодействия между магнитом и куском железа будут больше или меньше в зависимости от этого расстояния. Но во всех случаях окажется, что динамометры дадут одинаковые показания; проведя такие же рассуждения, как и в предыдущем случае, мы заключим, что сила, с которой магнит притягивает железо, равна по модулю и противоположна по направлению силе, с которой железо притягивает магнит.

В приведенных примерах взаимодействующие тела покоились. Но опыт показывает, что силы взаимодействия между двумя телами равны по модулю и противоположны по направлению и в тех случаях когда тела движутся. Это иллюстрируется следующим опытом. На двух тележках, которые могут катиться по рельсам, стоят два человека A и B (рис. 71). Они держат в руках концы веревки. Легко обнаружить, что независимо от того, кто натягивает («выбирает»)

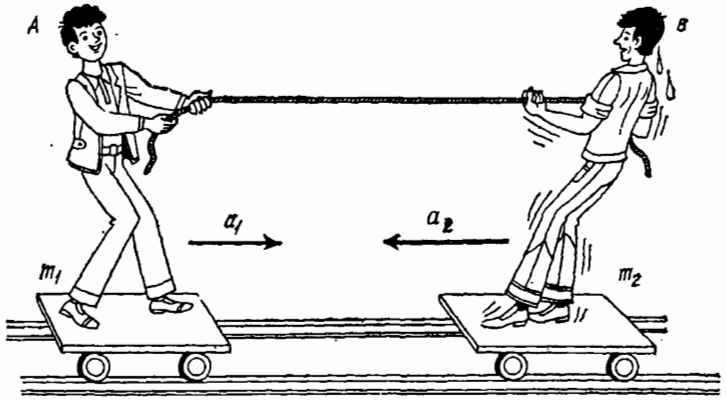


Рис. 71. Кто бы из стоящих на подвижных тележках ни «выбирал» веревку, ускорение получат обе тележки

веревку, A или B или оба вместе, тележки всегда приходят в движение одновременно и притом в противоположных направлениях. Измеряя ускорения тележек, можно убедиться, что ускорения обратно пропорциональны массам каждой из тележек (вместе с человеком). Как мы видели в § 44, отсюда следует, что силы, действующие на тележки, равны по модулю.

Опыты показывают, что и во всех других случаях, если одно тело действует на другое с некоторой силой, то второе тело действует на первое с силой, равной по модулю и противоположной по направлению. При этом обе силы лежат на одной прямой. Это — *закон равенства действия и противодействия*, открытый Ньютоном и названный им *третьим законом движения*.

? **47.1.** Найдите силу, с которой килограммовая гиря, лежащая на Земле, притягивает Землю.

47.2. В опыте с людьми на тележках найдите отношение путей, пройденных тележками за какой-либо промежуток времени (например, до столкновения), если известно отношение масс тележек с людьми.

§ 48. Примеры применения третьего закона Ньютона. В известной игре «перетягивание каната» обе партии действуют друг на друга (через канат) с одинаковыми силами, как это следует из закона действия и противодействия. Значит, выиграет (перетянет канат) не та партия, которая сильнее тянет, а та, которая сильнее упирается в Землю.

Как объяснить, что лошадь везет сани, если, как это следует из закона действия и противодействия, сани тянут лошадь назад с такой же по модулю силой F_2, с какой лошадь

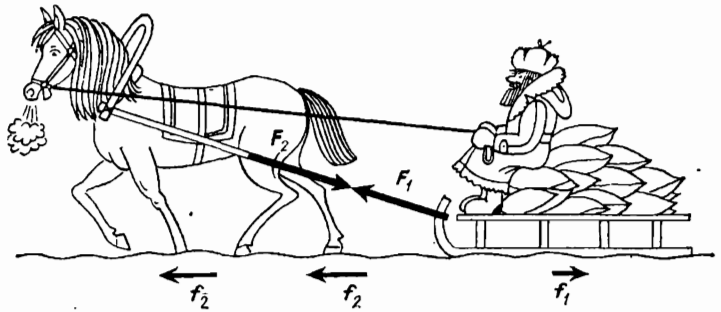


Рис. 72. Лошадь сдвинет и повезет нагруженные сани, потому что со стороны дороги на ее копыта действуют бóльшие силы трения, чем на скользкие полозья саней

тянет сани вперед (сила F_1)? Почему эти силы не уравновешиваются? Дело в том, что, во-первых, хотя эти силы равны и прямо противоположны, они приложены к разным телам, а во-вторых, и на сани и на лошадь действуют еще и силы со стороны дороги (рис. 72). Сила F_1 со стороны лошади приложена к саням, испытывающим, кроме этой силы, лишь небольшую силу трения f_1 полозьев о снег; поэтому сани начинают двигаться вперед. К лошади же, помимо силы со стороны саней F_2, направленной назад, приложены со стороны дороги, в которую она упирается ногами, силы f_2, направленные вперед и бóльшие, чем сила со стороны саней. Поэтому лошадь тоже начинает двигаться вперед. Если поставить лошадь на лед, то сила со стороны скользкого льда будет недостаточна, и лошадь не сдвинет сани. То же будет и с очень тяжело нагруженным возом, когда лошадь, даже упираясь ногами, не сможет создать достаточную силу, чтобы сдвинуть воз с места. После того как лошадь сдвинула сани и установилось равномерное движение саней, сила f_1 будет уравновешена силами f_2 (первый закон Ньютона).

Подобный же вопрос возникает и при разборе движения поезда под действием электровоза. И здесь, как и в преды-

дущем случае, движение возможно лишь благодаря тому, что, кроме сил взаимодействия между тянущим телом (лошадь, электровоз) и «прицепом» (сани, поезд), на тянущее тело действуют со стороны дороги или рельсов силы, направленные вперед. На идеально скользкой поверхности, от которой нельзя «оттолкнуться», ни сани с лошадью, ни поезд, ни автомобиль не могли бы сдвинуться с места.

Третий закон Ньютона позволяет рассчитать *явление отдачи* при выстреле. Установим на тележку модель пушки, действующую при помощи пара (рис. 73) или при помощи пружины. Пусть вначале тележка покоится. При выстреле «снаряд» (пробка) вылетает в одну сторону, а «пушка»

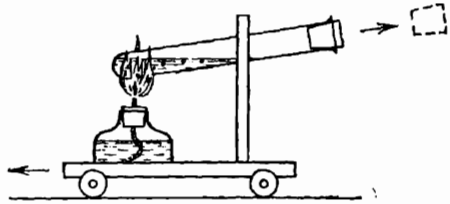


Рис. 73. При нагревании пробирки с водой пробка вылетает в одну сторону, а «пушка» катится в противоположную сторону

откатывается в другую. Откат пушки и есть результат отдачи. Отдача есть не что иное, как противодействие со стороны снаряда, действующее, согласно третьему закону Ньютона, на пушку, выбрасывающую снаряд. Согласно этому закону сила, действующая со стороны пушки на снаряд, все время равна силе, действующей со стороны снаряда на пушку, и направлена противоположно ей. Таким образом, ускорения, получаемые пушкой и снарядом, направлены противоположно, а по модулю обратно пропорциональны массам этих тел. В результате снаряд и пушка приобретут противоположно направленные скорости, находящиеся в том же отношении. Обозначим скорость, полученную снарядом, через $\boldsymbol{v}$, а скорость, полученную пушкой, через $\boldsymbol{V}$, а массы этих тел обозначим через m и M соответственно. Тогда

$$v/V = M/m.$$

Здесь v и V — модули скоростей.

Выстрел из всякого оружия сопровождается отдачей. Старинные пушки после выстрела откатывались назад. В современных орудиях ствол укрепляется на лафете не жестко, а при помощи приспособлений, которые позволяют стволу отходить назад; затем пружины снова возвращают его на место. В автоматическом огнестрельном оружии явление отдачи используется для того, чтобы перезарядить орудие. При

выстреле отходит только затвор. Он выбрасывает использованную гильзу, а затем пружины, возвращая его на место, вводят в ствол новый патрон. Этот принцип используется не только в пулеметах и автоматических пистолетах, но и в скорострельных пушках.

§ 49. Импульс тела. Основные законы механики — второй и третий законы Ньютона — заключают в себе возможность решения любой механической задачи. В следующих параграфах мы увидим, что применение законов Ньютона к решению задач часто можно облегчить, используя следующий вывод из второго закона.

Подействуем на тело массы m постоянной силой $\boldsymbol{F}$. Тогда ускорение тела также будет постоянно:

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{F}/m. \qquad (49.1)$$

Пусть в начальный момент промежутка времени t, в течение которого действовала сила, скорость тела была $\boldsymbol{v}_0$, а в конечный момент этого промежутка скорость тела стала равна $\boldsymbol{v}$. Напомним формулу (27.2), применимую для случая постоянного ускорения:

$$\boldsymbol{a}=(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0)/t.$$

Из этой формулы и из формулы (49.1) следует, что

$$m\boldsymbol{v}-m\boldsymbol{v}_0=\boldsymbol{F}t. \qquad (49.2)$$

Произведение массы тела на его скорость называют импульсом тела. Импульс тела — векторная величина, так как скорость — вектор. Согласно формуле (49.2) *приращение импульса тела под действием постоянной силы равно произведению силы на время ее действия.* Если сила не остается постоянной, то формула (49.2) применима только для таких малых промежутков времени, за которые сила не успевает заметно измениться ни по модулю, ни по направлению. При большом изменении силы формулой (49.2) также можно пользоваться, но в качестве $\boldsymbol{F}$ следует брать среднее значение силы за рассматриваемый промежуток времени.

В случае прямолинейного движения, происходящего вдоль оси x, можно спроектировать векторы, входящие в формулу (49.2), на эту ось. Тогда формула примет скалярный вид:

$$mv_x-mv_{0x}=F_xt. \qquad (49.3)$$

Здесь v_x, v_{0x} и F_x — проекции векторов $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v}_0$ и $\boldsymbol{F}$ на ось x.

Поскольку в рассматриваемом случае все три вектора расположены на оси x, каждая из проекций равна модулю соответствующего вектора, взятому со знаком плюс, если

вектор направлен по оси и со знаком минус, если направление вектора противоположно направлению оси. Таким образом, знак проекции указывает направление соответствующего вектора. Если, скажем, v_x положительна (т. е. $v_x=v$), это означает, что вектор $\boldsymbol{v}$ направлен по оси x. Если F_x отрицательна (т. е. $F_x=-F$), это означает, что направление силы противоположно направлению оси x, и т. д.

§ 50. Система тел. Закон сохранения импульса. До сих пор мы рассматривали только действия сил на одно тело. В механике часто встречаются задачи, когда необходимо одновременно рассматривать несколько тел, движущихся поразному. Таковы, например, задачи о движении небесных тел, о соударении тел, об отдаче огнестрельного оружия, где и снаряд и пушка начинают двигаться после выстрела, и т. д. В этих случаях говорят о движении *системы тел:* Солнечной системы, системы двух соударяющихся тел, системы пушка — снаряд и т. п. Между телами системы действуют некоторые силы. В Солнечной системе — это силы всемирного тяготения, в системе соударяющихся тел — силы упругости, в системе пушка — снаряд — силы давления пороховых газов.

Кроме сил, действующих со стороны одних тел системы на другие («внутренние» силы), на тела могут действовать еще силы со стороны тел, не принадлежащих системе («внешние» силы); например, на соударяющиеся бильярдные шары действуют еще сила тяжести и сила упругости стола, на пушку и снаряд также действует сила тяжести, и т. п. Однако в ряде случаев внешними силами можно пренебрегать. Так, при соударении катящихся шаров силы тяжести уравновешены для каждого шара в отдельности и потому не влияют на их движение; при выстреле из пушки сила тяжести окажет свое действие на полет снаряда только после вылета его из ствола, что не скажется на отдаче. Поэтому часто можно рассматривать движения системы тел, полагая, что внешние силы отсутствуют.

Начнем с простейшей системы, состоящей только из двух тел. Пусть их массы равны m и M, а скорости равны $\boldsymbol{v}_0$ и $\boldsymbol{V}_0$. Будем считать, что внешние силы на эти тела не действуют. Между собой же эти тела могут взаимодействовать. В результате взаимодействия (например, вследствие соударения) скорости тел изменятся и станут равными $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{V}$ соответственно. Для тела массы m приращение импульса $m\boldsymbol{v}-m\boldsymbol{v}_0=\boldsymbol{F}t$, где $\boldsymbol{F}$ — сила, с которой на него действовало тело массы M, а t — время взаимодействия. Для тела

массы M приращение импульса $M\boldsymbol{V}-M\boldsymbol{V}_0=-\boldsymbol{F}t$, так как, согласно третьему закону Ньютона, сила, с которой тело массы m действует на тело массы M, равна по модулю и противоположна по направлению силе, с которой тело массы M действует на тело массы m. Складывая оба выражения для приращения импульса, получим

$$m\boldsymbol{v}-m\boldsymbol{v}_0+M\boldsymbol{V}-M\boldsymbol{V}_0=0;$$

отсюда

$$m\boldsymbol{v}+M\boldsymbol{V}=m\boldsymbol{v}_0+M\boldsymbol{V}_0. \qquad (50.1)$$

Таким образом, при отсутствии внешних сил *суммарный импульс системы (векторная сумма импульсов тел, составляющих систему) в результате взаимодействия тел не изменяется.* Иначе можно сказать, что *внутренние силы не изменяют суммарного импульса системы.* Этот результат совершенно не зависит от того, как взаимодействовали тела системы: долго или кратковременно, при соприкосновении или на расстоянии и т. п. В частности, из этого равенства следует, что если вначале оба тела покоились, то суммарный импульс системы останется равным нулю и в дальнейшем, если только на систему не подействуют силы извне.

Можно доказать, что и *для системы, состоящей из большего чем два числа тел, суммарный импульс системы остается постоянным, если только внешние силы отсутствуют.* Это важнейшее положение называют *законом сохранения импульса.* Закон сохранения импульса является одним из фундаментальных законов природы, значение которого не ограничивается только рамками механики. Если система состоит из одного тела, то для него закон сохранения импульса означает, что в отсутствие сил, на него действующих, импульс тела не изменяется. Это равносильно закону инерции (скорость тела не изменяется).

§ 51. Применения закона сохранения импульса. Применим закон сохранения импульса к задаче об отдаче пушки. Вначале, до выстрела, как пушка (массы M), так и снаряд (массы m) покоятся. Значит, суммарный импульс системы пушка — снаряд равен нулю (в формуле (50.1) можно положить равными нулю скорости $\boldsymbol{V}_0$ и $\boldsymbol{v}_0$). После выстрела пушка и снаряд получат скорости $\boldsymbol{V}$ и $\boldsymbol{v}$ соответственно. Суммарный импульс после выстрела также должен равняться нулю, согласно закону сохранения импульса. Таким образом, непосредственно после выстрела будет выполнено равенство

$$M\boldsymbol{V}+m\boldsymbol{v}=0, \quad \text{или} \quad \boldsymbol{V}=-\boldsymbol{v}m/M,$$

откуда следует, что пушка получит скорость, во столько раз меньшую скорости снаряда, во сколько раз масса пушки больше массы снаряда; знак минус указывает на противоположность направлений скоростей пушки и снаряда. Этот результат был уже нами получен другим способом в § 48.

Мы видим, что задачу удалось решить, не выясняя даже, какие силы и в течение какого времени действовали на тела системы; эти сведения были бы нужны, если бы мы вычисляли скорость пушки при помощи второго закона Ньютона. В закон сохранения импульса силы вообще не входят. Это обстоятельство позволяет решать простым способом многие задачи, в основном такие, где мы интересуемся не процессом взаимодействия тел системы, а только окончательным результатом этого взаимодействия, как в примере с выстрелом из пушки. Конечно, если силы неизвестны, то должны быть заданы какие-то другие величины, относящиеся к движению. В данном примере, для того чтобы можно было определить скорость пушки, надо было знать скорость снаряда после выстрела.

Если измерено время взаимодействия пушки со снарядом, то можно найти среднюю силу, действовавшую на снаряд. Если это время равнялось t, то средняя сила была равна $F_{\text{средн}}=mv/t$. Такая же по модулю средняя сила (но противоположно направленная) действовала и на пушку.

Рассмотрим еще одну очень важную задачу, которую также можно решить, пользуясь законом сохранения импульса. Это — задача о *неупругом соударении* двух тел, т. е. о случае, когда тела после соударения движутся с одной и

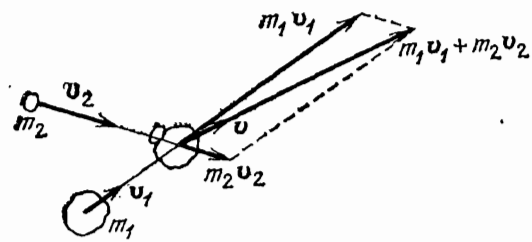


Рис. 74. Сложение импульсов при неупругом соударении двух тел

той же скоростью, как это происходит, например, при соударении двух комков мягкой глины, которые, столкнувшись, слипаются и продолжают движение совместно.

Пусть тело массы m_1 имело до соударения скорость v_1, а тело массы m_2 имело до соударения скорость v_2. Пусть внешние силы отсутствуют. После соударения оба тела бу-

дут двигаться вместе с некоторой скоростью $\boldsymbol{v}$, которую и требуется найти. Суммарный импульс тел легко найти путем векторного сложения, как это показано на рис. 74. Слагаемые векторы — импульсы каждого из тел до соударения. Искомая же скорость получится путем деления суммарного импульса тел на их суммарную массу:

$$\boldsymbol{v} = \frac{m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (51.1)$$

Если до соударения тела двигались по одной прямой, то после соударения они будут двигаться по той же прямой. Примем эту прямую за ось x и спроектируем скорости на эту ось. Тогда формула (51.1) превратится в скалярную формулу:

$$v_x = \frac{m_1v_{1x} + m_2v_{2x}}{m_1 + m_2}. \qquad (51.2)$$

Каждая из проекций в этой формуле равна модулю соответствующего вектора, взятому со знаком плюс, если вектор направлен по оси x, и со знаком минус, если направление вектора противоположно направлению оси x (ср. с формулой (49.3)).

? **51.1.** Человек массы 60 кг, бегущий вдоль рельсов со скоростью 6 м/с, впрыгивает на неподвижно стоящую на рельсах тележку массы 30 кг и останавливается на тележке. С какой скоростью тележка начнет катиться по рельсам?

§ 52. Свободное падение тел. Если камень и комок бумаги начали падать с одинаковой высоты одновременно, то камень достигнет земли раньше, чем комок. Из подобных повседневных наблюдений, казалось бы, следует, что под действием силы тяжести тяжелые тела падают быстрее легких. Такое неверное заключение и было сделано еще в древности великим греческим философом Аристотелем (384—322 гг. до нашей эры), и это воззрение продержалось в науке в течение почти двух тысяч лет! Только в 1583 г. Г. Галилей на основании более глубокого опытного изучения законов падения опроверг мнение Аристотеля. Галилей выяснил, что в обычных условиях тела падают под действием не только силы тяжести, но и сил сопротивления воздуха (§ 68) и что истинный закон падения под действием только силы тяжести *искажается* сопротивлением воздуха. Галилей установил, что в отсутствие этого сопротивления все тела падают равноускоренно и, что весьма важно, в данной точке Земли *ускорение всех тел при падении одно и то же.*

Сопротивление воздуха искажает законы падения потому, что оно зависит главным образом от размеров тела. Например, для перышка оно больше, чем для дробинки, в то время как земное притяжение для перышка слабее, чем для дробинки. Поэтому сопротивление воздуха гораздо значительнее уменьшает скорость падения перышка, чем дробинки. В вакууме же все тела падают с одинаковым ускорением независимо от их размеров, материала и т. д. Опыт с падением тел в трубке, из которой выкачан воздух, подтверждает это заключение (рис. 75). В трубку помещают, например, перышко и дробинку. Если в трубке находится атмосферный воздух, то, хотя перышко и дробинка одновременно начинают падение с одной и той же высоты (для этого нужно трубку с обоими телами, лежащими в конце трубки, перевернуть этим концом кверху), перышко сильно отстает от дробинки. Если же повторить опыт после того, как из трубки откачан воздух, то перышко и дробинка достигают дна трубки одновременно и, значит, падают с одинаковым ускорением.

Рис. 75. В трубке, из которой выкачан воздух, перышко падает так же быстро, как дробинка

Если сопротивление воздуха так мало́, что им можно пренебречь, то тело, освобожденное от подставки или подвеса, будет падать, находясь все время под действием практически только силы притяжения Земли (*свободное падение*). Сила земного притяжения не остается строго постоянной при падении тела. Она зависит от высоты тела над Землей (§ 56). Но если падение происходит не с очень большой высоты (так что изменение высоты тела при падении очень мало по сравнению с радиусом Земли, равным примерно 6400 км), то силу земного притяжения практически можно считать постоянной. Поэтому можно считать, что в обычных условиях ускорение свободно падающего тела остается постоянным и *свободное падение есть равноускоренное движение.*

§ 53. Ускорение свободного падения. Опыт подтверждает со всей доступной точностью, что в данном месте на земном

шаре все тела в вакууме падают с одним и тем же постоянным ускорением. Это ускорение обозначают буквой g. В различных точках земного шара (на различных широтах) числовое значение g оказывается неодинаковым, изменяясь примерно от 9,83 м/с² на полюсе до 9,78 м/с² на экваторе. На широте Москвы $g=9{,}81523$ м/с². Значение g, равное 9,80665 м/с², соответствующее 45° широты, условно принимается за «нормальное». Все эти числа относятся к движению тела на уровне моря (§ 56).

Различие ускорения свободного падения в разных точках земного шара обусловлено, с одной стороны, тем, что Земля имеет форму, несколько отличную от шарообразной, и, с другой,— суточным вращением Земли (роль второй причины будет рассмотрена особо в § 134). В дальнейшем будем принимать приближенно $g=9{,}81$ м/с², а для совсем грубых расчетов — $g=10$ м/с².

§ 54. Падение тела без начальной скорости и движение тела, брошенного вертикально вверх. Пусть тело начинает свободно падать из состояния покоя. В этом случае к его движению применимы формулы равноускоренного движения без начальной скорости с ускорением g. Обозначим начальную высоту тела над землей через h, время его свободного падения с этой высоты до земли — через t и скорость, достигнутую телом в момент падения на землю,— через v. Согласно формулам § 22 эти величины будут связаны соотношениями

$$h=gt^2/2=v^2/2g, \tag{54.1}$$

$$t=v/g=\sqrt{2h/g}, \tag{54.2}$$

$$v=gt=\sqrt{2gh}. \tag{54.3}$$

В зависимости от характера задачи удобно пользоваться тем или другим из этих соотношений.

Рассмотрим теперь движение тела, которому сообщена некоторая начальная скорость v_0, направленная вертикально вверх. В этой задаче удобно считать положительным направление кверху. Так как ускорение свободного падения направлено вниз, то движение будет равнозамедленным с отрицательным ускорением $-g$ и с положительной начальной скоростью. Скорость этого движения в момент времени t выразится формулой

$$v=v_0-gt, \tag{54.4}$$

а высота подъема в этот момент над исходной точкой — формулой *)

$$h=v_0t-gt^2/2. \qquad (54.5)$$

Когда скорость тела уменьшится до нуля, тело достигнет высшей точки подъема; это произойдет в момент t, для которого

$$v_0-gt=0. \qquad (54.6)$$

После этого момента скорость станет отрицательной и тело начнет падать вниз. Значит, время подъема тела

$$t=v_0/g. \qquad (54.7)$$

Подставляя в формулу (54.5) время подъема t, найдем высоту подъема тела:

$$h=\frac{v_0^2}{g}-\frac{v_0^2}{2g}=\frac{v_0^2}{2g}. \qquad (54.8)$$

Дальнейшее движение тела можно рассматривать как падение без начальной скорости (случай, рассмотренный в начале этого параграфа) с высоты $h=v_0^2/2g$. Подставляя эту высоту в формулу (54.3), найдем, что скорость v, которой тело достигнет в момент падения на землю, т. е. вернувшись в точку, откуда оно было брошено вверх, будет равна начальной скорости тела v_0 (но, конечно, будет направлена противоположно — вниз). Наконец, из формулы (54.2) заключим, что время падения тела с высшей точки равно времени поднятия тела в эту точку.

? **54.1.** Тело свободно падает без начальной скорости с высоты 20 м **). На какой высоте оно достигнет скорости, равной половине скорости в момент падения на землю?

54.2. Покажите, что тело, брошенное вертикально вверх, проходит каждую точку своей траектории с одной и той же по модулю скоростью на пути вверх и на пути вниз.

54.3. Найдите скорость при ударе о землю камня, брошенного с башни высоты h: а) без начальной скорости; б) с начальной скоростью v_0, направленной вертикально вверх; в) с начальной скоростью v_0, направленной вертикально вниз.

54.4. Камень, брошенный вертикально вверх, пролетел мимо окна через 1 с после броска на пути вверх и через 3 с после броска на пути вниз. Найдите высоту окна над землей и начальную скорость камня.

---

*) В этой формуле h играет роль координаты x, отсчитанной вверх по вертикали (см. сноску на с. 57). *(Примеч. ред.)*

**) Во всех задачах, если это не оговорено, пренебречь сопротивлением воздуха.

54.5. При вертикальной стрельбе по воздушным целям снаряд, выпущенный из зенитного орудия, достиг только половины расстояния до цели. Снаряд, выпущенный из другого орудия, достиг цели. Во сколько раз начальная скорость снаряда второго орудия больше, чем скорость первого?

54.6. Какова максимальная высота, на которую поднимется камень, брошенный вертикально вверх, если через 1,5 с его скорость уменьшилась вдвое?

§ 55. Вес тела. Сила, с которой тело, находящееся под действием силы тяжести, действует на подставку или подвес, называется *весом* тела. В частности, если тело подвешено к динамометру, то оно действует на динамометр с силой своего веса. По третьему закону Ньютона динамометр действует на тело с такой же силой. Если при этом динамометр и подвешенное к нему тело покоятся относительно Земли, то, значит, сумма сил, действующих на тело, равна нулю, так что вес тела равен силе притяжения тела Землей. Таким образом, подвешивая тело к неподвижному динамометру, мы можем определить вес тела и равную ему силу притяжения тела Землей. Поэтому динамометры нередко называют *пружинными весами*.

Вес возникает в результате притяжения Земли, но он может отличаться от силы притяжения Земли. Прежде всего, это может быть в тех случаях, когда кроме Земли и подвеса на данное тело действуют какие-либо другие тела. Так, если тело, подвешенное к весам, погружено в воду, то оно будет действовать на подвес со значительно меньшей силой, чем сила притяжения Земли. Эти случаи будут рассмотрены позднее (гл. VII), а сейчас рассмотрим, как изменяется вес тела в зависимости от ускорения, с которым движется само тело и подвес.

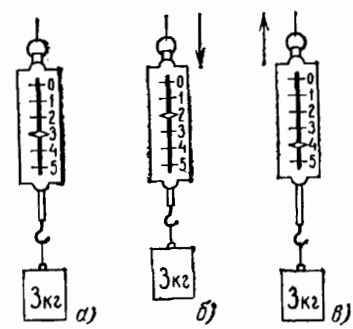


Рис. 76. Вес гири в начале опускания руки (*б*) меньше, а в момент остановки (*в*) больше, чем вес при неподвижном динамометре (*а*). Стрелки показывают направления ускорений

Подвесим гирю к динамометру и отметим его показание, пока динамометр и гиря покоятся; затем опустим быстро руку с динамометром и гирей и снова остановим руку. Мы увидим, что в начале движения, когда ускорение динамометра и гири направлено вниз, показание динамометра *меньше*, а в конце движения, когда ускорение динамометра

и гири направлено вверх, *больше*, чем при неподвижном динамометре (рис. 76). Объяснение этому дает второй закон Ньютона. Если гиря, подвешенная к динамометру, остается в покое, значит, сила упругости пружины динамометра, направленная вверх, уравновешивает действующую на гирю силу тяжести, направленную вниз, так что вес гири равен силе тяжести. Но если гиря движется с ускорением, направленным вниз, это значит, что пружина динамометра действует с меньшей силой, чем требуется для равновесия, т. е. меньшей, чем сила тяжести; поэтому вес гири оказывается меньшим, чем при покоящихся динамометре и гире. Наоборот, если тело движется с ускорением, направленным вверх, это значит, что пружина динамометра действует на гирю с силой большей, чем сила тяжести; поэтому вес гири будет *больше*, чем при покоящихся динамометре и гире.

Таким образом, хотя сила тяжести не зависит от того, обладают ли весы и взвешиваемое тело ускорением относительно Земли, но вес тела оказывается зависящим от ускорения тела и весов. Поэтому при взвешивании на весах всегда необходимо учитывать, покоятся весы и взвешиваемое тело или имеют ускорение *).

Хотя для покоящегося тела вес равен силе тяжести, эти две силы нужно четко различать: *сила тяжести* приложена к *самому телу*, притягиваемому Землей, а *вес* тела — к *подвесу* (или подставке).

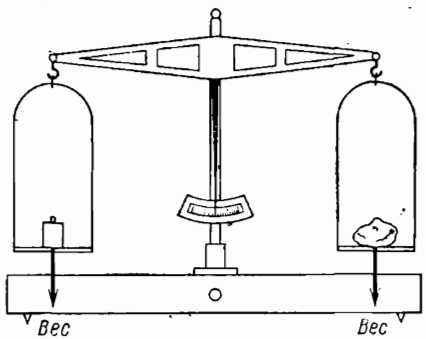


Рис. 77. Сравнение веса тела и веса гирь-эталонов на рычажных весах

Кроме взвешивания тела, на пружинных весах можно применить другой способ взвешивания. Он состоит в непосредственном сравнении веса гирь и веса тела на равноплечем рычаге (*рычажные весы*, рис. 77). Равноплечий рычаг оказывается в равновесии, если на оба конца его действуют одинаковые силы. Поэтому, если к концам равноплечего рычага подвесить с одной стороны взвешиваемое тело, а с другой — гири-эталоны, подобранные так,

*) При взвешивании тел нас, как правило, интересует не вес этих тел, а их масса. *(Примеч. ред.)*

чтобы рычаг был в равновесии, то вес тела будет равен суммарному весу гирь.

Рычажные весы позволяют взвешивать тела с гораздо большей точностью, чем обычные пружинные весы. Наиболее точные рычажные весы позволяют производить взвешивание тел с точностью до $1 \cdot 10^{-8}$ измеряемой величины.

Широко распространены также весы с неравноплечим рычагом (например, десятичные весы). Вес тела равен весу гирь, уравновешивающих его на этих весах, умноженному на отношение плеч рычага (у десятичных весов — на 10). На таких весах можно взвешивать большие грузы при помощи относительно малых гирь.

? **55.1.** Станьте на площадку десятичных весов и уравновесьте свой вес гирями. Затем быстро присядьте на корточки. Объясните происходящие при этом изменения показаний весов.
55.2. Будет ли изменяться показание динамометра с подвешенной гирей, если двигать руку с динамометром равномерно вниз?

§ 56. Масса и вес. Мы видели (§ 53), что при свободном падении все тела, независимо от их массы, падают в данной точке Земли с одинаковым ускорением $\boldsymbol{g}$. Истолкование этого результата на основе второго закона Ньютона приводит к очень важному выводу: если тело массы m движется под действием силы притяжения Земли с ускорением $\boldsymbol{g}$, значит, сила тяжести для данного тела равна

$$\boldsymbol{P}=m\boldsymbol{g}. \qquad (56.1)$$

Сила тяжести пропорциональна массе тела, на которое она действует.

Если тело покоится, то вес тела $\boldsymbol{G}$ равен силе тяжести, на него действующей. Поэтому можно написать, что вес тела

$$G=mg$$

(мы написали формулу для модулей соответствующих векторов). Значит, для покоящихся тел их веса пропорциональны массам, так что для двух тел с массами m_1 и m_2 и весами G_1 и G_2 справедливо равенство

$$m_1/m_2=G_1/G_2. \qquad (56.2)$$

Этим соотношением пользуются для сравнения масс тел при помощи рычажных или пружинных весов (§§ 43 и 55).

Однако ускорение свободного падения в различных точках Земли различно. Поэтому и вес одного и того же тела будет разным в различных точках земной поверхности. Вес тела уменьшается при подъеме над поверхностью Земли

(на 0,0003 своего значения при подъеме на 1 км). Поэтому сравнивать массы тел взвешиванием можно только при условии, что оба сравниваемых тела находятся в одном месте. В рычажных весах это условие выполняется само собой, но в пружинных весах это условие может быть нарушено: мы можем проградуировать весы, подвешивая к ним гири-эталоны, в одной точке земного шара, а затем перевезти весы в другое место и там подвесить измеряемую массу. Если ускорения свободного падения в этих точках будут различны, то показания весов уже не будут в точности пропорциональны массам тел.

§ 57. Плотность вещества. Мы уже отмечали (§ 43), что тела, имеющие одинаковые объемы, но сделанные из различных веществ, например из железа и алюминия, имеют различные массы. Массы сплошных (т. е. без пустот) однородных тел (т. е. тел, свойства которых, в частности материал, из которого они сделаны, во всех точках одинаковы) пропорциональны объемам тел. Другими словами, отношение массы тела к его объему является постоянной величиной, характерной для данного вещества. Эту величину называют *плотностью* вещества. Будем обозначать ее буквой ρ. Согласно определению

$$\rho = m/V, \qquad (57.1)$$

где m и V — масса и объем тела. Можно также сказать, что плотность равна массе единицы объема вещества. Зная плотность вещества ρ и объем тела V, можно найти его массу m по формуле $m = \rho V$.

Таблица 1. **Плотность некоторых веществ**

Вещество	ρ, 10^3 кг/м^3	Вещество	ρ, 10^3 кг/м^3
Пробка	0,24	Стекло	2,50
Сосна	0,48	Алюминий	2,70
Бензин	0,70	Мрамор	2,70
Дуб	0,80	Цинк	7,14
Спирт этиловый	0,80	Железо	7,80
Лед	0,90	Латунь	8,50
Парафин	0,90	Медь	8,90
Вода	1,00	Свинец	11,40
Графит	2,10	Ртуть	13,60
Бетон	2,20	Золото	19,30

За единицу плотности принимается плотность такого вещества, единица объема которого имеет массу, равную единице. Единицей плотности в СИ является *килограмм на кубический метр* (кг/м³). В табл. 1 приведена плотность некоторых твердых и жидких веществ. В случаях, когда вещество не имеет строго определенной плотности (древесина, бетон, бензин), производилось округление данных.

§ 58. Возникновение деформаций. Мы уже знаем, что силы упругости возникают между телами только в том случае, если тела *деформированы*. Нить действует на тележку с некоторой силой потому, что она растянута, паровоз толкает вагон потому, что его буферные пружины сжаты, и т. д. Силы упругости определяются деформацией, причем по мере увеличения деформации растут и силы упругости (§ 37). Мы не могли раньше ответить на вопрос о *происхождении деформаций*, потому что объяснить возникновение деформаций можно, только зная законы движения. Действительно, деформации возникают потому, что различные части тела движутся по-разному. Если бы все части тела двигались одинаково, то тело всегда сохраняло бы свою первоначальную форму и размеры, т. е. оставалось бы недеформированным.

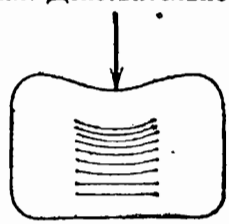


Рис. 78. При нажатии пальцем верхние слои резинки перемещаются вниз, нижние остаются неподвижными

Возьмем мягкую резинку для карандаша и нажмем на нее пальцем (рис. 78). Палец, нажимающий на резинку, перемещает верхние слои резинки; нижний слой, лежащий на столе, остается неподвижным, так как он соприкасается с гораздо более жесткой, чем резинка, поверхностью стола. Разные части резинки смещаются по-разному, и резинка меняет свою форму: возникает деформация. Деформированная резинка действует на соприкасающиеся с ней тела с некоторой силой. Палец отчетливо чувствует давление резинки. Если палец убрать, то резинка примет прежнюю форму.

Все тела, с которыми мы имели дело в наших опытах, ведут себя подобным же образом: при возникновении в них деформации они действуют на соприкасающиеся с ними тела с силой, зависящей от деформации; при возвращении же тела в недеформированное состояние действие силы прекращается. Такие силы, как уже было сказано, называют

упругими. Упругими называют и сами тела, в которых такие силы возникают.

Существуют тела, со стороны которых силы действуют, только пока происходит изменение формы и размеров тела; когда же форма тела перестает изменяться, сила исчезает, хотя тело остается в деформированном состоянии. Таковы, например, мягкая глина, нагретый воск и т. п. Подобные тела называют *пластичными.*

Теперь рассмотрим подробнее, как именно деформируются тела и какие возникают в них силы упругости в разных случаях: при воздействии сил, появляющихся при непосредственном соприкосновении, и при действии силы тяжести. При этом отдельно разберем случай, когда все силы, действующие на тело, взаимно уравновешиваются и тело остается в покое (либо движется по инерции; для простоты будем говорить о покое тела), и отдельно — случай ускоренного движения.

§ 59. Деформации в покоящихся телах, вызванные действием только сил, возникающих при соприкосновении. Будем изучать возникновение деформаций в теле простой формы, например в бруске, к которому приложены силы, действующие вдоль него; тогда картина возникающих деформаций проста. Пусть к концам бруска приложены две равные по

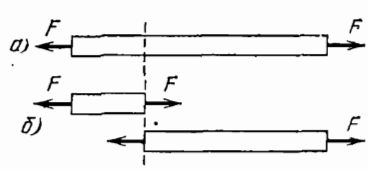


Рис. 79. Силы упругости в растянутом бруске

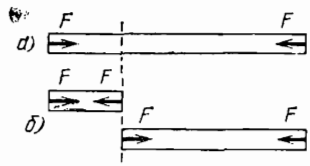


Рис. 80. Силы упругости в сжатом бруске

модулю силы F, направленные противоположно, как показано на рис. 79. Тогда силы взаимно уравновесятся, и брусок в целом останется в покое. Но концы бруска начнут двигаться под действием приложенных сил, и брусок начнет деформироваться — растягиваться.

Разрежем мысленно брусок на две части, как показано штриховой линией на рисунке (для наглядности «разрезанные» части смещены друг относительно друга); так как эти части деформированы, то они действуют друг на друга с некоторыми силами упругости, равными друг другу и противоположно направленными. Таким образом, силы упругости возникают не только между разными телами, но и

между частями одного и того же тела. Очевидно, когда эти силы упругости станут равными по модулю внешней силе F, растяжение бруска прекратится и каждая часть его будет находиться в равновесии под действием внешней силы и силы упругости со стороны второй части бруска. Где бы ни провести мысленно разрез, сила упругости, действующая со стороны одной части на другую, будет всегда одна и та же — равная по модулю силе F. Значит, брусок будет растянут *равномерно*: во всех его частях деформация будет одна и та же, и силы упругости между частями — также одни и те же по всей длине бруска.

Подобная же картина получится, если сжимать брусок двумя равными силами, с той только разницей, что теперь деформация бруска будет сжатием, а не растяжением, а силы упругости будут не тянуть друг к другу обе части бруска, а отталкивать их друг от друга (рис. 80). Конечно, на практике, растягивая жесткий (например, металлический) брусок, мы не сможем заметить его растяжение на глаз, так как оно будет очень мало. Но если взять вместо жесткого бруска мягкую «модель бруска» — слабую цилиндрическую пружину (такую пружину легко изготовить, например, наматывая проволоку на карандаш), то деформации такой модели будут велики и вся картина равномерного растяжения станет наглядной. Для наглядности мы и в следующих параграфах будем рассматривать вместо деформации бруска деформацию пружины. При действии тех же сил различие будет в том, что для пружины деформации будут гораздо больше, чем для бруска, и их легко будет наблюдать.

§ 60. Деформации в покоящихся телах, вызванные силой тяжести. Рассмотрим, как возникают деформации, если кроме сил, возникающих при соприкосновении, на покоящееся тело действует и сила тяжести.

Возьмем мягкую цилиндрическую пружину и медленно опустим ее одним концом на стол. Пружина окажется сжатой (рис. 81). Происходит эта деформация следующим образом: после того как нижний виток пружины коснулся поверхности стола, этот виток перестает двигаться, верхние же витки пружины продолжают опускаться и приближаются к нижним виткам; пружина сжимается, и появляются силы упругости; движение верхних витков прекращается только тогда, когда возникшая в результате сжатия сила упругости будет в любом месте пружины действовать на вышележащие витки с силой, равной их весу. Но для этого витки пружины должны быть сжаты тем сильнее, чем ниже

они расположены, так как действующая с их стороны сила упругости должна уравновешивать вес большего числа витков.

Таким образом, при действии силы тяжести на покоящееся на подставке тело оно оказывается деформированным *неравномерно*, а значит, и возникшие силы упругости распределены вдоль тела также неравномерно: деформации и силы упругости наиболее велики внизу, у подставки, и постепенно уменьшаются до нуля к верхнему, свободному концу пружины. Точно так же пружина, прикрепленная верхним концом к подвесу, оказывается растянутой

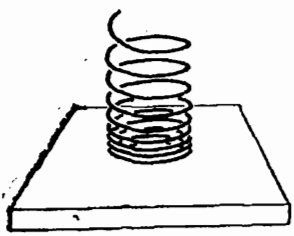


Рис. 81. Неравномерное сжатие пружины

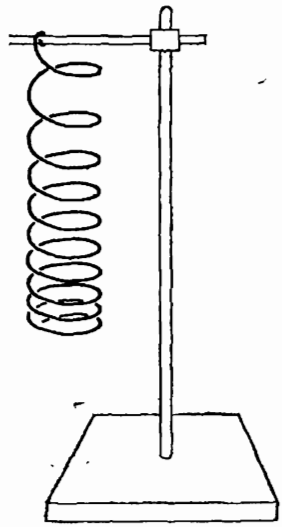


Рис. 82. Неравномерное растяжение пружины

(рис. 82), причем растяжение витков тем сильнее, чем ближе они к подвесу.

Подобно пружине, всякое другое тело, опирающееся на подставку или укрепленное на подвесе, оказывается соответственно сжатым или растянутым. Именно потому, что тело оказывается деформированным, оно действует с определенной силой на подставку или подвес. На подставку или подвес действует не сила тяжести (эта сила действует на само тело), а сила, обусловленная деформацией тела; эту силу и называют весом (ср. § 55). Сила тяжести является лишь причиной возникновения деформаций.

Вместе с самим телом оказывается деформированной и подставка, на которой тело лежит (рис. 83), или подвес, на котором оно висит. Растяжение пружины динамометра, к крючку которого подвешена гиря,— это пример деформации подвеса. Сила, действующая на тело со стороны подставки или подвеса,— это сила упругости со стороны деформированных подставки или подвеса. Тело оказывается

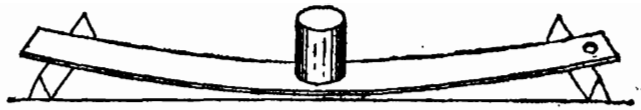


Рис. 83. Прогиб опоры

в равновесии под действием этой силы упругости и силы тяжести, на него действующей. Каждая часть тела также находится в равновесии под действием силы тяжести и упругих сил, действующих на данную часть тела со стороны прилегающих к ней частей тела.

§ 61. Деформации тела, испытывающего ускорение. Изучим картину деформаций в теле, на которое действует сила, сообщающая телу ускорение. Картина деформаций существенно зависит от того, сообщает ли телу ускорение сила, возникающая в результате непосредственного соприкосновения, например сила упругости со стороны другого тела, или сила тяжести. Рассмотрим сначала первый случай.

Силы упругости, действующие со стороны деформированного ускоряющего тела, не могут сообщать ускорений внутренним частям ускоряемого тела. Значит, ускоряемое тело может начать двигаться как целое только после того, как внутри него возникнут деформации, а вместе с ними и силы упругости, которые сообщат внутренним частям тела требуемое ускорение. Таким образом, тело, движущееся с ускорением под действием сил, возникающих при непосредственном соприкосновении, во всех случаях окажется деформированным. Эти деформации и являются причиной возникновения силы, действующей со стороны ускоряемого тела на соприкасающееся с ним ускоряющее. На основании третьего закона Ньютона мы могли утверждать, что эта сила «противодействия» должна быть равна по модулю и противоположна по направлению силе «действия», т. е. силе, ускоряющей тело. Но сейчас мы можем объяснить и физическую природу этой силы «противодействия»; она возникает потому, что тело, ускоряемое силой непосредственного соприкосновения, всегда оказывается деформированным. Таким образом, силы «действия» и «противодействия», возникающие в результате непосредственного соприкосновения тел, имеют одну и ту же природу — это силы упругости.

Чтобы выяснить, какое распределение деформаций получается в ускоряемом теле, обратимся снова к примеру бруска (или пружины). Итак, пусть сила приложена к одному из концов тела, как показано на рис. 84. Снова представим

себе, что брусок мысленно разрезан на две части. Сила упругости, действующая со стороны части тела, к которой приложена ускоряющая сила, должна сообщать ускорение остальной части тела. Но ускорение всех частей тела — одно и то же; значит, чем ближе проведен разрез к месту приложения силы, тем большей части бруска — а значит, и тем большей массе — должны сообщить ускорение силы упругости. Поэтому наибольшая деформация и наибольшая сила упругости появятся в точке приложения силы, а вдоль бруска, по направлению к его свободному концу, деформация и сила упругости будут убывать.

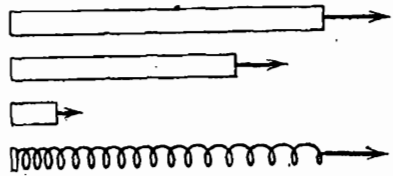


Рис. 84. *а*) Распределение сил упругости вдоль стержня, ускоряемого силой, приложенной к его концу. *б*) Если вместо жесткого стержня взять мягкую пружину, то неравномерность деформаций вдоль тела станет наглядной.

Такое распределение деформаций и сил упругости сходно с их распределением в бруске, подвешенном за один конец и находящемся под действием силы тяжести. Если бы ускорение, сообщаемое силой, равнялось g, то деформации и силы упругости в обоих случаях в точности совпадали бы. Если бы ускорение было вдвое больше чем g, силы упругости во всех сечениях стержня также удвоились бы; если бы ускорение было вдвое меньше, вдвое меньше были бы и силы упругости. Но эти силы изменялись бы в каждом сечении в одно и то же число раз, и значит, их распределение в теле оставалось бы таким же — таким, каково оно в подвешенном теле под действием силы тяжести.

Подобные же рассуждения применимы и в случае, когда сила не «тянет», а «толкает». Но в этом случае нужно будет

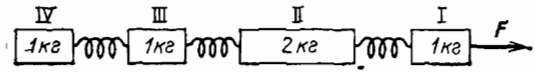


Рис. 85. К упражнению 61.1

сравнивать деформации ускоряемого бруска с деформациями бруска, расположенного вертикально и покоящегося на подставке. Выводы, сделанные для первого случая, остаются справедливыми и для второго. Мы ограничились простейшим случаем — брусок, к одному из торцов которого приложена постоянная сила. В более сложных случаях будет наблюдаться аналогичная картина.

? **61.1.** «Поезд» из грузиков, соединенных пружинками, приводится в ускоренное движение постоянной силой (рис. 85). Сила натяжения пружинки между грузиками II и III равна 10 Н. Считая, что сила тяжести отсутствует, и пренебрегая массами пружинок, найдите силу, действующую на «поезд» и его ускорение.

§ 62. Исчезновение деформаций при падении тел. Совсем иная картина получится в том случае, когда единственной силой, сообщающей телу ускорение, является сила тяжести, т. е. когда тело свободно падает. Мы видели, что если тело, на которое действует сила тяжести, покоится (для этого оно должно быть подвешено или поставлено на опору), оно оказывается деформированным (§ 60). Но если тело начинает свободно падать, например, если пережечь нить, на которой висит пружина, то можно заметить, что деформация пружины быстро исчезает и пружина остается в недеформированном состоянии до конца свободного падения.

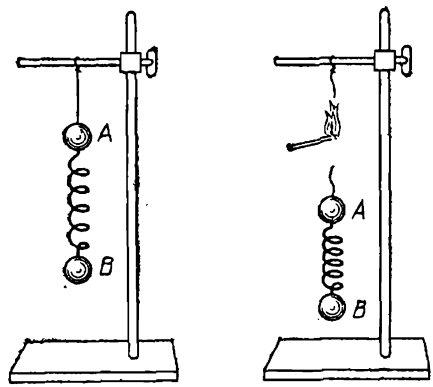


Рис. 86. При пережигании нити шарик A движется с ускорением, бо́льшим g, а шарик B — с ускорением, меньшим g, и шарики сближаются; деформация пружины исчезает

Легко объяснить, почему во время свободного падения исчезает деформация, рассмотрев вместо пружины тело, состоящее из двух масс, соединенных легкой пружиной (рис. 86). Пока тело висит на нити, прикрепленной к верхней массе, нить и пружина растянуты; нить действует на верхнюю массу с силой, направленной вверх, пружина действует на верхнюю массу с силой, направленной вниз, а на нижнюю — с силой, направленной вверх. Силы эти таковы, что они уравновешивают силы тяжести, действующие на каждую из масс (массой пружины пренебрегаем), и обе массы остаются в покое (пружина действует с силой, равной весу нижней массы, а нить — с силой, равной весу обеих масс).

Пережжем нить, поддерживающую тело. Вначале на обе массы, кроме силы тяжести, будут еще действовать силы со стороны растянутой пружины. Так как сила, действующая на верхнюю массу, направлена вниз, то верхняя

масса начинает падать с ускорением бо́льшим, чем ускорение свободного падения g. Наоборот, на нижнюю массу со стороны пружины действует сила, направленная вверх, вследствие чего нижняя масса будет падать с ускорением, меньшим g. Поэтому верхняя масса будет догонять нижнюю, пружина будет сжиматься, и сила, с которой она действует на массы, уменьшаться. Когда пружина сократится до нормальной длины, она перестанет действовать на массы, и на них будет действовать только сила тяжести. Поэтому обе массы дальше будут падать с одинаковым ускорением, равным g, а пружина будет оставаться в недеформированном состоянии *).

Все сказанное о пружинах относится и ко всем упругим телам. Пока упругое тело, на которое действует сила тяжести, прикреплено к подвесу, оно обязательно оказывается деформированным. Когда же сила со стороны подвеса перестает действовать, деформации исчезают, и при свободном падении тело оказывается в недеформированном состоянии. Здесь сказывается принципиальное различие между силой тяжести, которая сообщает всем элементам тела одинаковое ускорение, и силами, возникающими при непосредственном соприкосновении, которые действуют только на те или иные участки поверхности тела и поэтому, как было показано выше, вызывают деформации ускоряемого тела.

Такая же картина исчезновения деформаций будет и в теле, начинающем свободно падать вместе с подставкой, на которой оно покоилось, с той разницей, что первоначальная деформация будет сжатием, а не растяжением, как в только что рассмотренном случае. Следует подчеркнуть, что деформации падающего тела полностью исчезают только в случае свободного падения тела, когда никакие другие силы, кроме силы тяжести, на падающее тело не действуют. Если на тело действуют какие-либо силы, например сопротивление воздуха, то деформации полностью не исчезают.

С полным или частичным исчезновением деформаций при падении связано то ощущение, которое испытывает человек при падении,— парашютист в начале прыжка (до раскрытия парашюта), пловец, прыгающий в воду, человек в лифте, когда лифт начинает быстро опускаться, и т. п. В нормальных условиях органы человека находятся в деформированном состоянии. При падении эти деформации исчезают или (при несвободном падении, как в начинающем опускаться

*) В действительности дело обстоит несколько сложнее, так как при падении деформированной пружины возникают колебания,

лифте) уменьшаются. Отсутствие привычных деформаций и вызывает характерное ощущение, испытываемое при прыжке. Это ощущение есть кратковременное ощущение невесомости — то самое, которое космонавты испытывают во все время орбитального полета в космическом корабле.

§ 63. Разрушение движущихся тел. Все тела способны деформироваться только до известного предела. Когда этот предел достигнут, тело разрушается. Например, нить рвется, когда ее удлинение превышает известное значение; пружина ломается, когда она слишком сильно изогнута, и т. д.

Чтобы объяснить, почему произошло разрушение тела, нужно рассмотреть движение, предшествовавшее разрушению. Рассмотрим, например, причины разрыва нити в таком

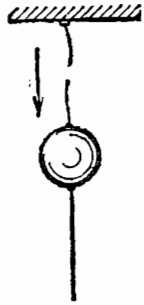


Рис. 87. Если медленно натягивать нижнюю нить, то оборвется верхняя нить

Рис. 88. Резко дернув за нижнюю нить, можно разорвать ее, оставив верхнюю нить целой

опыте (рис. 87 и 88). Тяжелый груз подвешен на нити; снизу к грузу прикреплена нить той же прочности. Если медленно тянуть нижнюю нить, то оборвется верхняя нить, на которой висит труз. Если же резко дернуть за нижнюю нить, то оборвется именно нижняя, а не верхняя нить. Объяснение этого опыта таково. Когда груз висит, то верхняя нить уже растянута до известной длины и ее сила натяжения уравновешивает силу притяжения груза к Земле. Медленно натягивая нижнюю нить, мы вызываем перемещение груза вниз. Обе нити при этом растягиваются, однако верхняя нить оказывается растянутой сильнее, так как она уже была растянута. Поэтому она рвется раньше. Если же резко дернуть нижнюю нить, то вследствие большой массы груза он даже при значительной силе, действующей со стороны нити, получит лишь незначительное ускорение, и поэтому за короткое время рывка груз не успеет приобрести

заметную скорость и сколько-нибудь заметно переместиться. Практически груз останется на месте. Поэтому верхняя нить больше не удлинится и останется цела; нижняя же нить удлинится выше допустимого предела и оборвется.

Подобным же образом происходят разрывы и разрушения движущихся тел и в других случаях. Чтобы избежать разрывов и разрушения при резком изменении скорости, нужно применять сцепления, которые могли бы значительно растягиваться, не разрушаясь. Многие виды сцеплений, например стальные тросы, сами по себе такими свойствами не обладают. Поэтому в подъемных кранах между тросом и крюком ставят специальную пружину («амортизатор»), которая может значительно удлиняться, не разрываясь, и таким образом предохраняет трос от разрыва. Пеньковый канат, который может выдержать значительное удлинение, не нуждается в амортизаторе.

Так же разрушаются хрупкие тела, например стеклянные предметы, при падении на твердый пол. При этом происходит резкое уменьшение скорости той части тела, которая коснулась пола, и в теле возникает деформация. Если вызванная этой деформацией сила упругости недостаточна для того, чтобы сразу уменьшить скорость остальной части тела до нуля, то деформация продолжает увеличиваться. А так как хрупкие тела выдерживают без разрушения только небольшие деформации, то предмет разбивается.

? **63.1.** Почему в момент, когда электровоз резко трогается с места, иногда происходит разрыв сцепок вагонов поезда? В какой части поезда скорее всего может произойти разрыв?

63.2. Почему хрупкие вещи при перевозке укладывают в стружки?

§ 64. *Силы трения.* Мы уже говорили (§ 34), что при непосредственном соприкосновении тел помимо сил упругости могут возникать силы и другого типа, так называемые *силы трения*. Наиболее характерная черта сил трения та, что они препятствуют движению каждого из соприкасающихся тел относительно другого или препятствуют самому возникновению этого движения.

Особенности сил трения покажем на следующих опытах. Возьмем деревянное круглое тело с приделанными к нему сбоку крючками (рис. 89) и положим его на горизонтальный стол. Тело будет давить на стол с силой нормального давления N *). Зацепив за крючок кольцо динамометра,

*) Силой нормального давления называется перпендикулярная к плоскости составляющая силы, с которой на плоскость действует соприкасающееся с ней тело. *(Примеч. ред.)*

расположим динамометр горизонтально и потянем его, как показано на рисунке. Пока сила, действующая со стороны динамометра, достаточно мала, тело остается в покое. Значит, кроме силы F, действующей со стороны динамометра, на тело действует еще какая-то сила f, уравновешивающая первую. Это и есть сила трения; она действует со стороны стола на тело и приложена к поверхности их соприкосновения.

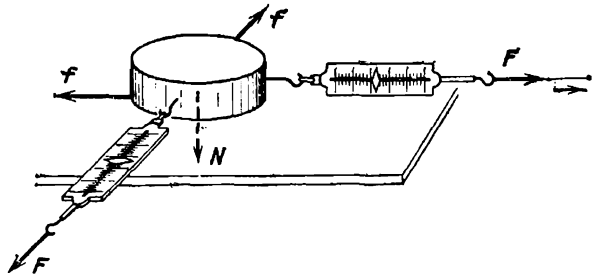


Рис. 89. Силы трения f при различных направлениях силы F, приложенной со стороны динамометра

Так как эта сила возникает, когда тело еще не скользит по столу, то она называется *силой трения покоя*. Мы можем немного увеличить силу F — тело все же останется в покое. Это значит, что *вместе с силой F увеличивается и сила трения покоя f, все время оставаясь равной приложенной силе.* Сила трения покоя f никогда не может быть больше приложенной силы: действительно, под действием силы f движение тела в направлении, противоположном силе F, никогда не возникает. Но если мы еще увеличим силу F, то в конце концов тело получит ускорение и начнет скользить по столу в направлении этой силы. Значит, сила трения покоя оказалась *меньше* приложенной силы — сила трения покоя может увеличиваться только до некоторого определенного предела. Этот предел — наибольшую силу трения покоя — мы определим по показаниям динамометра непосредственно перед моментом, когда только-только начнется скольжение.

Зацепив динамометр за другой крючок, мы можем изменить направление силы F (рис. 89); но и тогда, пока она не превосходит указанного выше предела, тело не придет в движение. Значит, одновременно с изменением направления силы F изменяется и направление силы трения покоя f. Таким образом, и модуль и направление силы трения покоя определяются модулем и направлением той внешней силы, которую она уравновешивает: *сила трения покоя равна по*

модулю и противоположна по направлению той внешней силе, которая стремится вызвать скольжение одного тела по другому. Иначе говоря, сила трения покоя действует на тело навстречу тому направлению, в котором возникло бы скольжение, если бы сила трения покоя отсутствовала.

Обычно, когда говорят о силе трения покоя, имеют в виду наибольшее значение этой силы. Посмотрим, как зависит это наибольшее значение от силы, с которой соприкасающиеся тела давят друг на друга. Будем нагружать тело гирями различных масс и повторять определение наибольшей силы трения покоя. Мы увидим, что при изменении силы N, с которой тело давит на стол (теперь эта сила будет равна по модулю сумме сил тяжести, действующих на брусок и гири), *сила трения покоя изменяется примерно пропорционально силе* N, так что приближенно

$$f=\mu N, \tag{64.1}$$

где μ — постоянная величина. Эту величину, равную отношению силы трения между данными поверхностями к силе, с которой тела прижимаются друг к другу, называют *коэффициентом трения покоя*:

$$\mu=f/N. \tag{64.2}$$

Для разных материалов коэффициенты трения различны. Из определения видно, что коэффициент трения не зависит от выбора системы единиц.

На практике коэффициент трения для данных материалов определяют по формуле (64.2), измеряя отдельно силу трения и силу нормального давления тел друг на друга. Так как коэффициенты трения покоя зависят от вещества обоих тел, то их приходится определять для каждой из различных пар материалов (трение железа по дереву, железа по железу и т. п.). Коэффициент трения не является строго постоянной величиной для данной пары веществ и зависит от свойств поверхностей. Гладкая обработка поверхностей сильно уменьшает коэффициент трения.

Увеличим теперь силу $\boldsymbol{F}$ как раз настолько, чтобы тело начало скользить, и после того, как оно начало двигаться, подберем внешнюю силу так, чтобы тело скользило по поверхности стола равномерно. Это будет значить, что возникающая при скольжении сила трения *(сила трения скольжения)* равна приложенной силе. Измеряя приложенную силу, поддерживающую равномерное скольжение тела по поверхности, мы увидим, что она обычно бывает меньше силы, требуемой для того, чтобы сдвинуть тело с места: *сила*

трения скольжения может быть меньше, чем сила трения покоя.

По аналогии с коэффициентом трения покоя вводится *коэффициент трения скольжения*, который определяется по той же формуле (64.2), где под f подразумевается сила трения скольжения.

Легко убедиться на опыте, что сила трения скольжения также зависит от рода трущихся поверхностей и, так же как и сила трения покоя, увеличивается при увеличении силы нормального давления тел друг на друга. При увеличении скорости, но неизменной силе нормального давления сила трения скольжения обычно не остается постоянной. Это значит, что коэффициент трения скольжения зависит и от скорости скольжения одного трущегося тела относительно другого. Для многих задач, однако, можно пользоваться некоторым средним значением коэффициента трения скольжения. При весьма малых скоростях его можно считать равным коэффициенту трения покоя.

Даже при большой силе, прижимающей трущиеся тела друг к другу, они всегда соприкасаются не по всей поверхности, а только на отдельных участках. Это объясняется микроскопическими неровностями поверхности тела, остающимися даже при тщательной обработке поверхности. Поэтому силы трения действуют только между этими отдельными участками. Между соприкасающимися участками возникают силы сцепления, которые при скольжении тел направлены в сторону, обратную скольжению. Для уменьшения сил трения скольжения применяется смазка. Смазка состоит в том, что между двумя соприкасающимися твердыми поверхностями вводится слой жидкого масла, изменяющий условия соприкосновения и уменьшающий трение.

§ 65. Трение качения. Возьмем деревянный цилиндр и положим его на стол так, чтобы он касался стола по образующей. В центры оснований цилиндра вставим концы проволочной вилки и прикрепим к ней снабженный очень легко растяжимой пружиной и, следовательно, очень чувствительный динамометр (рис. 90). Если тянуть за динамометр, то цилиндр покатится по столу. По показаниям динамометра увидим, что нужна весьма небольшая сила тяги, чтобы сдвинуть с места цилиндр и катить его равномерно дальше,— гораздо меньшая, чем при скольжении того же цилиндра, если бы он не мог вращаться и скользил бы по столу. Сила, действующая со стороны стола на катящийся по нему цилиндр, называется *силой трения качения*. При той же силе давления

на стол *сила трения качения много меньше силы трения скольжения*. Например, при качении стальных колес по стальным рельсам трение качения примерно в 100 раз меньше, чем трение скольжения. Поэтому в машинах стремятся

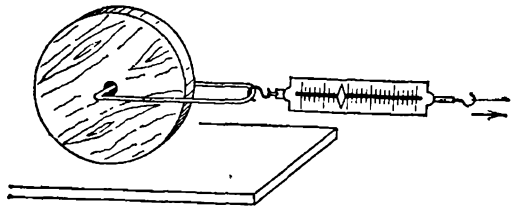


Рис. 90. Измерение трения качения

заменить трение скольжения трением качения, применяя так называемые шариковые или роликовые подшипники. На рис. 91 изображен один из таких подшипников.

Происхождение трения качения можно наглядно представить себе так. Когда шар или цилиндр катится по поверхности другого тела, он немного вдавливается в поверхность этого тела, а сам немного сжимается. Таким образом,

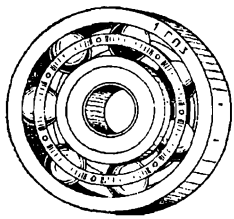


Рис. 91. Шариковый подшипник

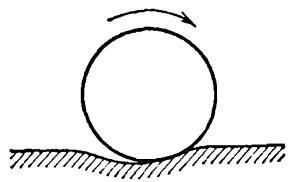


Рис. 92. Деформации при качении

катящееся тело все время как бы вкатывается на горку (рис. 92). Вместе с тем происходит отрыв участков одной поверхности от другой, а силы сцепления, действующие между этими поверхностями, препятствуют этому. Оба эти явления и вызывают силы трения качения. Чем тверже поверхности, тем меньше вдавливание и тем меньше трение качения.

§ 66. Роль сил трения. Все движения соприкасающихся тел друг относительно друга всегда происходят с трением: ось колеса испытывает трение в подшипнике, а его обод — трение о рельс; дверь открывается со скрипом, свидетельствующим о трении в петлях; шарик, катящийся по горизонталь-

ному столу, останавливается под действием сил трения качения. Когда мы изучаем движение какого-нибудь тела и исключаем из рассмотрения трение, то мы, упрощая задачу, одновременно в той или иной степени искажаем действительное положение вещей. Во всех опытах, которые мы приводили для иллюстрации законов движения, мы предполагали, что трение отсутствует. В действительности же силы трения всегда влияют в большей или меньшей степени на характер движения.

Роль трения не всегда ограничивается торможением движений тел. Во многих случаях движение, например ходьба, становится возможным только благодаря действию сил трения, в частности трения покоя. При ходьбе мы ставим ноги на землю таким образом, что они должны были бы скользить назад, если бы силы трения покоя не существовало (действительно, когда мы пытаемся идти по гладкому льду, то ноги скользят назад). Так как сила трения покоя действует в направлении, противоположном тому, в котором должно было бы возникнуть скольжение, то возникает сила трения покоя, направленная вперед. Она и сообщает телу человека ускорение вперед.

Примерно так же обстоит дело и во всех самодвижущихся экипажах (велосипед, автомобиль, электровоз). Двигатель экипажа вызывает вращение ведущих колес. Если бы сила трения покоя отсутствовала, то экипаж оставался бы на месте и колеса начали бы буксовать, так что точки колеса, прикасающиеся в данный момент к земле или рельсам, проскальзывали бы назад. Возникающая сила трения покоя, действующая на колеса со стороны земли, направлена вперед и сообщает экипажу ускорение либо, уравновешивая другие силы, действующие на экипаж, поддерживает его равномерное движение. Если эта сила трения недостаточна (например, на льду), то экипаж не движется, а колеса буксуют. Наоборот, если у движущегося экипажа, колеса которого вращаются, замедлить вращение колес, не замедляя скорости самого экипажа, то в отсутствие сил трения колеса начали бы скользить по земле вперед; значит, в действительности возникает сила трения, направленная назад. На этом основано действие тормозов.

Если к электровозу прицеплен состав, то, как только электровоз двинется вперед, сцепка растянется и возникнет сила упругости сцепки, которая будет действовать на состав: это и есть сила тяги. Если увеличить силу, действующую со стороны двигателя на колеса, то увеличится и сила трения покоя, а значит, и сила тяги. Наибольшая сила тяги

равна наибольшей силе трения покоя ведущих колес. При дальнейшем увеличении сил со стороны двигателя колеса начнут проскальзывать и тяга может даже уменьшиться.

Не менее важную роль играют силы трения покоя и в несамодвижущихся экипажах. Рассмотрим подробнее движение лошади, тянущей сани (рис. 72). Лошадь ставит ноги и напрягает мускулы таким образом, что в отсутствие сил трения покоя ноги скользили бы назад. При этом возникают силы трения покоя f_2, направленные вперед. На сани же, которые лошадь тянет вперед через постромки с силой F_1, со стороны земли действует сила трения скольжения f_1, направленная назад. Чтобы лошадь и сани получили ускорение, необходимо, чтобы сила трения копыт лошади о поверхность дороги, была больше, чем сила трения, действующая на сани. Однако, как бы ни был велик коэффициент трения подков о землю, сила трения покоя не может быть больше той силы, которая должна была вызвать скольжение копыт (§ 64), т. е. силы мускулов лошади. Поэтому даже тогда, когда ноги лошади не скользят, все же она иногда не может сдвинуть с места тяжелые сани. При движении (когда началось скольжение) сила трения несколько уменьшается; поэтому часто достаточно только помочь лошади сдвинуть сани с места, чтобы потом она могла их везти.

? **66.1.** Объясните роль сил трения при передаче движения от одного шкива к другому посредством приводного ремня.

§ 67. Сопротивление среды. Если твердое тело находится внутри жидкости или газа, то вся его поверхность соприкасается с частицами жидкости или газа. При движении тела на него со стороны жидкости или газа действуют силы, направленные навстречу движению. Эти силы называют *силами сопротивления среды*. Как и силы трения, силы сопротивления среды всегда направлены *против движения*. Сопротивление среды можно рассматривать как один из видов трения.

Особенностью сил трения в жидкости или газе является отсутствие трения покоя. Твердое тело, лежащее на другом твердом теле, может быть сдвинуто с места, только если к нему приложена достаточно большая сила, превосходящая наибольшую силу трения покоя. При меньшей силе твердое тело с места не сдвинется, сколько бы времени эта сила ни действовала. Картина получается иной, если тело находится в жидкости. В этом случае, чтобы сдвинуть с места тело, достаточно сколь угодно малых сил: хотя и очень медленно, но тело начнет двигаться (рис. 67). Человек вообще

никогда не сдвинет с места руками камень массы сто тонн. В то же время баржу массы сто тонн, плавающую на воде, один человек, хотя и очень медленно, но все же сможет двигать (§ 44). Однако по мере увеличения скорости сопротивление среды сильно увеличивается, так что, сколько бы времени данная сила ни действовала, она не сможет разогнать тело до большой скорости.

Рассмотрим теперь, как сопротивление среды влияет на падение тел в воздухе.

§ 68. Падение тел в воздухе. При падении в воздухе тело массы m движется под действием двух сил: постоянной силы тяжести $m\boldsymbol{g}$, направленной вертикально вниз, и силы сопротивления воздуха $\boldsymbol{f}$, увеличивающейся по мере падения и направленной вертикально вверх. Равнодействующая силы тяжести и силы сопротивления воздуха равна их сумме и в начале падения направлена вниз.

Пока скорость падающего тела еще мала, невелика и сила сопротивления воздуха; но по мере того, как возрастает скорость падения, эта сила быстро растет. При некоторой скорости сила $\boldsymbol{f}$ становится равной по модулю силе $m\boldsymbol{g}$, и дальше тело падает равномерно. Скорость такого падения называют *предельной скоростью падения*. Предельная скорость тем больше, чем сильнее разрежен воздух. Поэтому тело, падающее с очень большой высоты, может в разреженных слоях атмосферы приобрести скорость, бóльшую предельной скорости для нижних (плотных) слоев. Войдя в нижние слои атмосферы, тело снизит свою скорость до значения предельной скорости для нижних слоев.

? **68.1.** Деформировано ли тело, падающее с предельной скоростью?

Предельная скорость падения зависит, помимо плотности атмосферы, от формы и размеров тела и от силы притяжения тела Землей. Тела малого размера, например мелкие капли воды (туман), пылинки, снежинки, быстро достигают своей предельной скорости (порядка миллиметра в секунду и меньше) и затем с этой малой скоростью опускаются вниз. Свинцовый шарик массы 10 г достигает при падении с достаточной высоты предельной скорости 40 м/с. Капли дождя падают со скоростью, обычно не превышающей 7—8 м/с; чем меньше капля, тем меньше и скорость ее падения; если бы капли дождя падали в безвоздушном пространстве, то при падении на землю с высоты 2 км они достигали бы, независимо от их размеров, скорости 200 м/с; такой же ско-

рости при падении с той же высоты в безвоздушном пространстве достигло бы и всякое другое тело. При такой скорости удары капель дождя были бы весьма неприятны!

Различие в предельной скорости разных тел одинаковой формы, но разных размеров объясняется зависимостью сопротивления среды от размеров тела. Оказывается, что сопротивление приблизительно пропорционально площади поперечного сечения тела. При одной и той же форме тела из данного материала площадь его поперечного сечения, а значит и сила сопротивления воздуха, растет с увеличением размеров медленнее, чем сила тяжести: площадь поперечного сечения растет как квадрат размера, а сила тяжести — как куб размера тела. Например, чем больше авиационная бомба, тем больше ее предельная скорость и с тем большей скоростью она достигает земли.

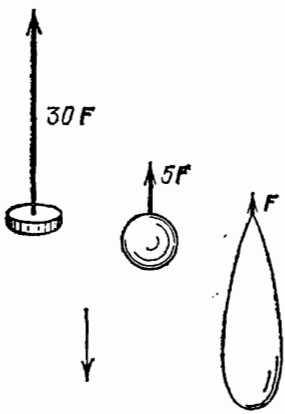


Рис. 93. Сопротивление воздуха при движении тела каплевидной формы в 30 раз меньше сопротивления при движении круглой пластинки и в 5 раз меньше сопротивления при движении шарика того же поперечного сечения

Наконец, сопротивление воздуха сильно зависит и от формы тел (рис. 93, см. также § 190). Фюзеляжу самолета придают специальную обтекаемую форму, при которой сопротивление воздуха мало. Наоборот, парашютист должен достигать земли с небольшой скоростью. Поэтому парашюту придают такую форму, при которой сопротивление воздуха его движению было бы возможно больше. Предельная скорость падения человека с раскрытым парашютом составляет 5—7 м/с. Достижение предельной скорости парашютистом происходит иначе, чем при простом падении тела. Вначале парашютист падает с закрытым парашютом и ввиду малого сопротивления воздуха достигает скорости в десятки метров в секунду. При раскрытии парашюта сопротивление воздуха резко возрастает и, превосходя во много раз силу тяжести, замедляет падение до предельной скорости.

Сопротивление воздуха изменяет и характер движения тел, брошенных вверх. При движении тела вверх и сила земного притяжения, и сила сопротивления воздуха направлены вниз. Поэтому скорость тела убывает быстрее, чем это происходило бы в отсутствие воздуха. Вследствие

этого тело, брошенное вверх с начальной скоростью v_0, не достигает высоты $h=v_0^2/2g$ (как это было бы при отсутствии сопротивления) и уже на меньшей высоте начинает падать обратно. При падении сопротивление воздуха уменьшает нарастание скорости. В результате тело, брошенное вверх, всегда возвращается назад с меньшей скоростью, чем оно было брошено. Таким образом, при падении на землю средняя скорость движения меньше, чем при подъеме, и поэтому время падения на землю больше времени подъема.

Влияние сопротивления воздуха особенно велико при больших скоростях (так как сила сопротивления быстро растет со скоростью). Так, например, при выстреле из винтовки вертикально вверх пуля, вылетающая с начальной скоростью 600 м/с, должна была бы в отсутствие воздуха достичь высоты, равной

$$\frac{600^2\ \text{м}^2/\text{с}^2}{2\cdot 10\ \text{м}/\text{с}^2} = 18\,000\ \text{м}.$$

В действительности пуля достигает высоты только 2—3 км. При падении обратно скорость пули возрастает лишь до 50—60 м/с. С этой предельной скоростью пуля и достигает земли.

§ 69. Задачи статики. Мы знаем, что всякое тело под влиянием сил, действующих со стороны других тел, вообще говоря, испытывает ускорение; в частности, покоившееся тело приходит в движение. Однако в некоторых случаях тело, находящееся под действием нескольких сил, все же может оставаться в покое. Так, мы видели (§ 35), что если на покоящееся тело действуют одновременно две силы, равные по модулю и направленные по одной прямой в противоположные стороны, то тело не испытывает ускорений и может оставаться в покое. В других случаях условия покоя тела при действии на него сил оказываются более сложными. Изучение этих условий, т. е. *условий равновесия тел* (или, иначе, условий равновесия сил), и составляет задачу статики.

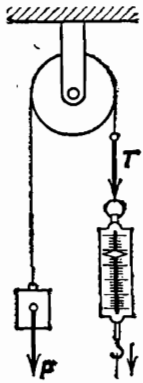


Рис. 94. Чтобы груз поднимался, сила T должна быть больше силы тяжести P, действующей на груз

Таким образом, статика, прежде всего, позволяет определить условия равновесия всех разнообразнейших сооружений, которые мы создаем: зданий, мостов, арок, подъемных кранов и т. д. Но этим не исчерпывается практическое значение статики. Статика позволяет дать ответ и на некоторые вопросы, касающиеся *движения* тел. Пусть, например, на конце веревки, перекинутой через блок, висит груз, на который действует сила тяжести P (рис. 94). Пользуясь методами статики, мы можем определить силу T, с которой нужно действовать на другой конец веревки, чтобы груз находился в покое,— эта сила должна быть равна силе тяжести P. Но этот ответ содержит в себе нечто большее, чем условия равновесия груза. Он дает указание на то, что нужно сделать, чтобы груз поднимался вверх: для этого достаточно

приложить к другому концу веревки силу, немного бо́льшую силы P. Следовательно, статика дает указания не только об условиях равновесия тел, но и о том, в каком направлении возникнет движение, если равновесие сил нарушено определенным образом.

Статика с самого начала развивалась как раздел механики, который давал ответы на простейшие вопросы, касающиеся не только равновесия, но и движения тел. Уже в древности возникали вопросы, связанные с применением различных механических приспособлений (рычага, блока и т. д.) для поднятия и передвижения грузов. Поэтому строителей и в те времена интересовали не только условия равновесия груза, но и условия, при которых груз двигался бы в определенном направлении, например поднимался. И статика имела практическое значение для инженера древности главным образом потому, что она была в состоянии ответить на этот вопрос. Правда, статика ничего не может сказать о том, как быстро будет подниматься груз. Но вопрос о скорости движения для инженера древности не играл существенной роли. Только гораздо позднее, когда стали интересоваться вопросами производительности машин (§ 108), задача о скорости движения различных механизмов приобрела практический интерес и статика стала недостаточной для удовлетворения запросов практики.

§ 70. Абсолютно твердое тело. Почему груз, лежащий на столе, остается в покое, несмотря на то, что на него действует сила тяжести? Очевидно, кроме силы тяжести, на груз действуют другие силы, уравновешивающие силу тяжести. Что же это за силы?

Ответ на этот вопрос мы уже знаем: снизу вверх на груз действует с силой упругости стол; эта сила возникает потому, что стол деформирован. Деформация ясно видна, если в качестве опоры для груза взята тонкая гибкая дощечка (рис. 83); для нее сила, равная силе тяжести, действующей на груз, возникает только при сравнительно большом прогибе. У значительно более жесткого стола прогиб, необходимый для уравновешивания силы тяжести, значительно меньше и незаметен при обычном наблюдении. Однако при достаточно тонких способах наблюдения и такой малый прогиб можно сделать заметным. Например, если на столе стоят зеркала, отражающие узкий пучок света на стену (рис. 95), то в результате изгиба крышки стола под действием груза зеркала слегка наклонятся и зайчик переместится по стене. В случае еще более жесткого стола или, например,

массивной стальной плиты непосредственное наблюдение деформации, вызванной небольшим грузом, станет еще затруднительнее. Однако мы можем быть уверенными, что некоторая деформация произошла, ибо только благодаря ей возникает со стороны плиты упругая сила, уравновешивающая силу тяжести груза. Хотя деформация в этих случаях

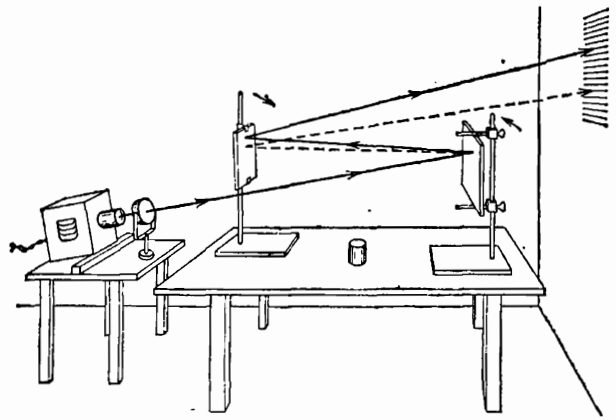


Рис. 95. Оптический метод определения малого прогиба

различна, но возникающая упругая сила одна и та же: это видно из того, что в обоих случаях данный груз покоится.

На практике постоянно встречаются тела, в которых при обычных условиях возникают лишь очень небольшие деформации. Только такие тела пригодны для изготовления частей машин, для строительства и т. п. В большинстве случаев нас интересует не деформация сама по себе, а только сила, обусловленная этой деформацией. А сила, как было указано, для тел различной жесткости и по-разному деформированных (например, дощечки и стола) оказывается одной и той же. Мы можем вообразить тело настолько жесткое, что в нем необходимые силы возникают при сколь угодно малых деформациях. Поэтому мы можем реальное тело заменить воображаемым *абсолютно твердым телом*, которое совершенно не деформируется.

Понятно, что абсолютно твердых тел в природе не существует. Тем не менее представление о таком воображаемом теле оказывается очень полезным. Считая, что в нем возникает необходимая сила, мы можем не учитывать его деформацию. В частности, в дальнейшем будем считать абсолютно жесткими части простых машин: рычаги, бло-

ки, клинья, винты и т. д. Точно так же будем считать абсолютно нерастяжимыми нити, тросы и т. д.

§ 71. Перенос точки приложения силы, действующей на твердое тело. В § 35 мы видели, что равные по модулю силы, действующие вдоль одной прямой в противоположные стороны, уравновешивают друг друга. При этом несущественно, к какой именно точке тела на этой прямой приложены

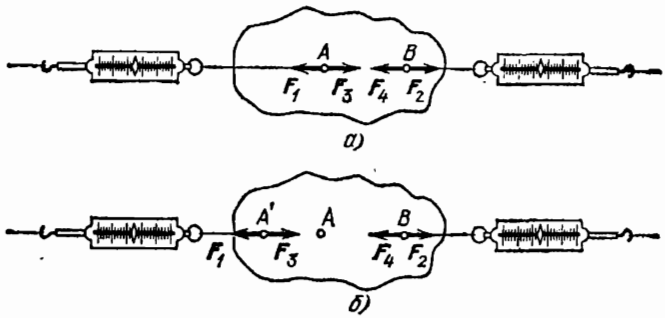


Рис. 96. *а*) В точках A и B к телу приложены равные по модулю силы F_1 и F_2 противоположного направления; в теле возникает деформация и появляются упругие силы F_3 и F_4. *б*) При перенесении силы F_1 из точки A в точку A' равновесие не нарушается

силы. Так, на рис. 96 показаны два случая приложения к телу равных по модулю и противоположно направленных сил F_1 и F_2, действующих вдоль одной прямой. Оба случая различаются только точкой приложения силы F_1 (A или A'); в обоих случаях тело остается в равновесии.

Таким образом, в случае равновесия двух сил точку приложения силы можно переносить вдоль ее направления, не нарушая равновесия твердого тела. Опыты показывают, что такой перенос не меняет действия силы и в других случаях. Например, одна сила, приложенная к телу, вызовет одно и то же ускорение тела как целого, где бы ее ни приложить.

Точку приложения силы можно переносить вдоль ее направления, не меняя действия силы на тело в целом. Мы можем не только в действительности переносить точки приложения сил, но можем производить эту операцию и мысленно для того, чтобы упростить рассуждения при решении тех или иных задач. Этим приемом часто пользуются как для определения условий равновесия, так и при изучении движений твердого тела.

Хотя перенос точек приложения сил не меняет их действия на тело в целом, такой перенос изменяет распределение деформаций и сил упругости в реальном теле. В самом деле, в рассматриваемом примере, когда силы приложены к точкам A и B, они вызывают деформацию тела: в области между точками A и B, возникает растяжение и появляются силы упругости $\boldsymbol{F}_3$ и $\boldsymbol{F}_4$, которые действуют между частями тела, уравновешивая приложенные извне силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$, и прекращают дальнейшие деформации. Если же сила $\boldsymbol{F}_1$ приложена в точке A', то растяжение захватывает уже область от точки A' до точки B. Однако в обоих случаях упругие силы $\boldsymbol{F}_3$ и $\boldsymbol{F}_4$ возникают уже при ничтожных деформациях, а так как мы не обращаем внимания на деформацию (рассматриваем тело как абсолютно твердое), то различие в деформациях роли не играет.

§ 72. Равновесие тела под действием трех сил. В § 41 мы нашли условие равновесия тела, находящегося под действием трех сил, расположенных под углом друг к другу и приложенных к одной точке. Оказалось, что для этого все три силы должны лежать в одной плоскости и каждая из них должна равняться по модулю и быть обратной по направлению равнодействующей двух других сил.

Но на практике часто силы оказываются приложенными не

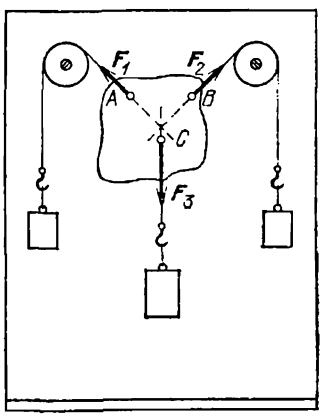


Рис. 97. Исследование условий равновесия твердого тела под действием трех сил, приложенных к разным точкам тела

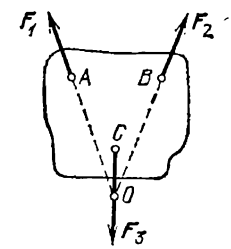


Рис. 98. Точка пересечения уравновешивающихся сил может лежать вне тела

в одной точке. Выясним, каковы будут условия равновесия в этом случае. Для этого воспользуемся таким же устройством с тремя гирями, какое мы применяли в § 41,

с той разницей, что нити, на которых подвешены гири, будем прикреплять к разным точкам куска легкого картона, как показано на рис. 97. Если масса картона мала по сравнению с массами гирь, то силой тяжести, действующей на картон, можно пренебречь и считать, что к нему приложены только силы натяжения нитей. Опыт покажет, что при равновесии все нити (а значит, и силы, действующие на картон) расположатся в одной плоскости. Отмечая на картоне линии, указывающие направления нитей, и продолжая их до пересечения, убедимся, что все три линии пересекаются в одной точке. Перенося в нее точки приложения всех трех сил натяжения нитей, убедимся, что и в этом случае условие равновесия трех сил, сформулированное выше, оказывается выполненным.

Заметим, что точка пересечения направлений сил не должна при этом обязательно лежать в самом теле (рис. 98).

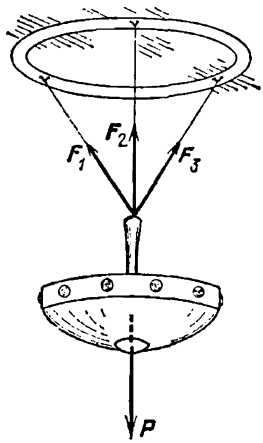


Рис. 99. Люстра находится в равновесии под действием четырех сил, не лежащих в одной плоскости

Если на тело действуют больше чем три силы, то равновесие может наступить и в том случае, когда силы не лежат в одной плоскости. Такой случай (груз, подвешенный на трех тросах) показан на рис. 99.

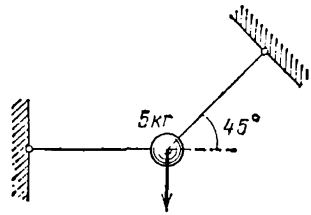


Рис. 100, К упражнению 72.2

? **72.1.** Докажите, что при равновесии трех сил ломаная, составленная из них, образует треугольник.

72.2. Груз массы 5 кг подвешен на двух нитях: одна расположена горизонтально, другая — под углом в 45° к горизонту (рис. 100). Найдите силы натяжения нитей.

72.3. Судно пришвартовано к берегу двумя тросами, образующими с линией берега угол 60° (рис. 101). Под действием ветра, дующего с берега, оба троса натянулись так, что сила натяжения каждого троса составляет 10 кН. Определите силу, с которой ветер давит на судно.

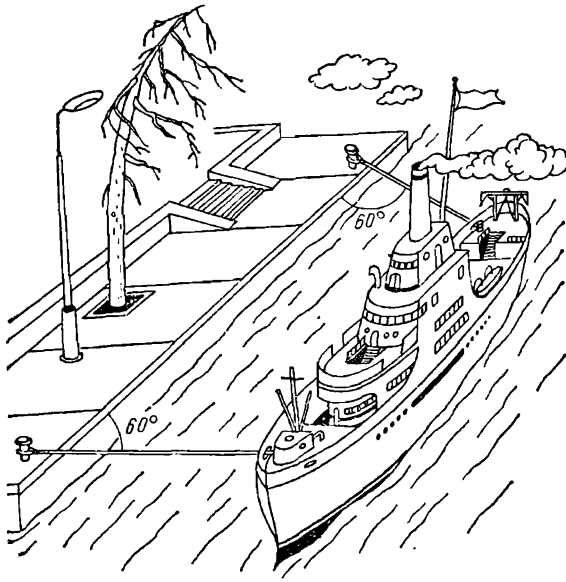


Рис. 101. К упражнению 72.3

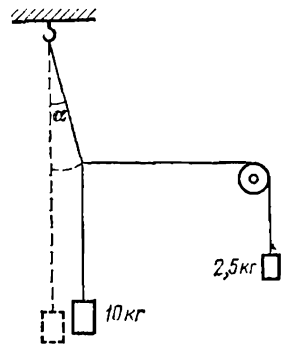


Рис. 102. К упражнению 72.4

72.4. На проволоке подвешен груз массы 10 кг; к середине проволоки прикреплена горизонтально расположенная оттяжка, перекинутая через блок (рис. 102). На конец оттяжки подвешен груз массы 2,5 кг. Найдите угол α, который образует верхняя часть проволоки с вертикалью, и силу натяжения верхней части проволоки.

§ 73. Разложение сил на составляющие. Мы уже знаем, как отыскать равнодействующую двух или нескольких заданных сил, направления которых пересекаются.

Не менее важна для практики задача о *разложении силы на составляющие*, т. е. задача отыскания нескольких сил, равнодействующей которых была бы данная сила. Эта задача может приводить к различным решениям, подобно тому как это имеет место при разложении на составляющие перемещения, которое также является векторной величиной. Чтобы задача о разложении силы стала определенной (т. е. имела бы только одно решение), необходимы дополнительные указания. Например, если заданы модуль и направление одной из составляющих или два направления, по которым должны действовать составляющие, и т. п., то операция разложения силы на две составляющие становится вполне определенной и сводится к простому геометрическому построению.

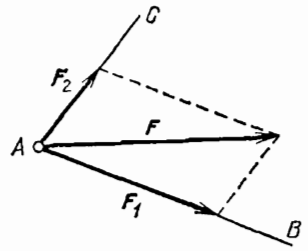


Рис. 103. Разложение силы F по заданным направлениям AB и AC

Пусть, например, мы хотим разложить силу F на две составляющие, лежащие в одной плоскости с F*) и направленные вдоль прямых AB и AC (рис. 103). Для этого достаточно из конца вектора, изображающего силу F, провести две прямые, параллельные AB и AC. Отрезки F_1 и F_2 изобразят искомые силы.

Обычно в механических задачах содержатся указания на то, как целесообразнее разложить силу на составляющие.

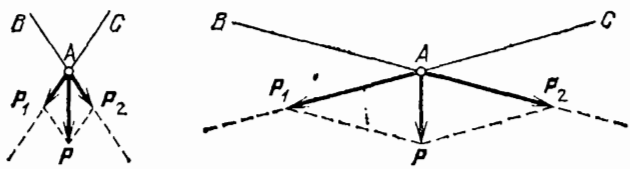


Рис. 104. Чем больше угол BAC между тросами, тем больше силы натяжения тросов

Часто условия задачи прямо указывают те направления, по которым нужно найти составляющие данной силы. Например, чтобы отыскать силы натяжения тросов, на которых висит груз, нужно силу тяжести P, действующую на груз, разложить на составляющие P_1 и P_2 по направлениям этих тросов (рис. 104). Силы натяжения тросов должны уравновесить эти составляющие. Из рисунка видно, что чем

*) Иначе разложение невозможно.

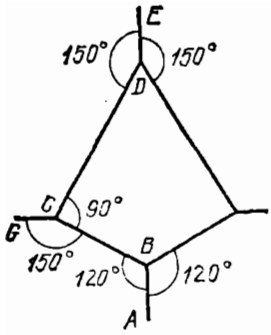


Рис. 105. К упражнению 73.1

больше угол между тросами, тем больше окажутся силы натяжения тросов. Поэтому если расстояние между опорами тросов велико, то даже небольшой груз, если он висит немного ниже опор, вызывает очень большое натяжение тросов. Этим объясняется, почему гололед или иней иногда обрывает туго натянутые провода.

При разложении силы на три или большее число составляющих увеличивается и число условий, необходимых для того, чтобы разложение было выполнено однозначно.

? **73.1.** На рис. 105 показана часть горизонтально растянутой сети. Участок AB натянут с силой 10 Н. Каковы силы натяжения участков BC, CG, CD, DE?

§ 74. Проекции сил. Общие условия равновесия. Силу, как и всякий другой вектор, можно проектировать на любую ось (§ 24). В § 41 было показано, что при сложении по правилу треугольника сил, находящихся в равновесии, получается замкнутая ломаная линия. На рис. 106 показано построение такой линии для случая трех сил. Возьмем произвольную ось x и найдем проекции сил на эту ось.

По определению проекция вектора на ось равна разности координаты, определяющей проекцию на ось конца отрезка, изображающего вектор, и координаты, определяющей проекцию начала этого отрезка. Следовательно,

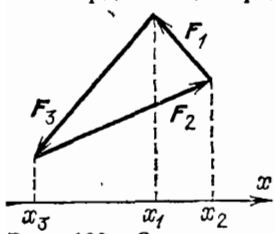


Рис. 106. Сложение по правилу треугольника сил, находящихся в равновесии

$$F_{1x} = x_1 - x_2, \quad F_{2x} = x_2 - x_3,$$
$$F_{3x} = x_3 - x_1,$$

где F_{1x} — проекция вектора $\boldsymbol{F}_1$ и т. д. Сумма этих выражений равна нулю:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0. \quad (74.1)$$

Полученный нами результат не зависит от выбора оси x и, очевидно, справедлив для любого числа слагаемых. Таким образом, мы приходим к общему условию равновесия: *тело может находиться в равновесии, если сумма проекций всех приложенных к нему сил на любое направление равна нулю.*

При использовании этого условия нужно учитывать *все* силы, действующие на тело, в том числе и силы, действующие со стороны опор, подвесов и т. д.

При решении задач часто бывает полезно разлагать силы на составляющие (§ 24). Особенно удобно разлагать силы на составляющие по взаимно перпендикулярным направлениям. В этом случае составляющие силы образуют стороны прямоугольника, диагональю которого является разлагаемая сила (рис. 107).

Поясним сказанное следующим примером: рассмотрим условия равновесия тела массы M, лежащего на плоскости, образующей с горизонтом угол α (*наклонная плоскость*, рис. 108). Предположим, что трения нет; тогда предоставленное самому себе тело скользило бы по плоскости вниз. Чтобы удержать тело, нужно приложить к нему еще какую-то силу, например привязать к нему нить, перекинутую через блок так, чтобы нить шла параллельно наклонной плоскости, и подвесить к концу нити груз массы m. Тогда тело будет находиться под действием трех сил: силы тяжести $\boldsymbol{P}=M\boldsymbol{g}$, силы натяжения нити $\boldsymbol{T}$ и упругой силы $\boldsymbol{R}$, действующей со стороны плоскости, слегка прогибающейся под тяжестью тела. Сила $\boldsymbol{R}$ направлена перпендикулярно к плоскости и ограничивает движение тела, позволяя ему перемещаться только по плоскости (силы, ограничивающие движение тел, называются *силами реакции*, § 75).

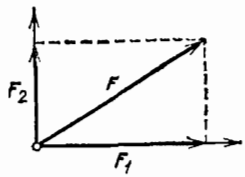


Рис. 107. Разложение силы по двум взаимно перпендикулярным направлениям

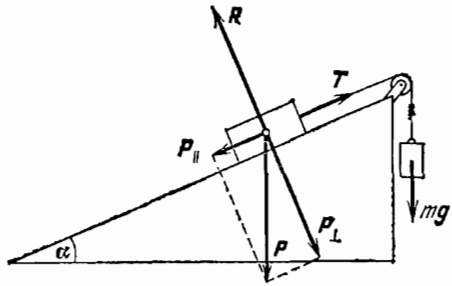


Рис. 108. Нахождение условий равновесия тела на наклонной плоскости

Для нахождения условий равновесия разложим силу $\boldsymbol{P}$ на две составляющие: $\boldsymbol{P}_{\parallel}$, направленную параллельно наклонной плоскости, и $\boldsymbol{P}_{\perp}$, направленную перпендикулярно к плоскости. Из рисунка видно, что модуль составляющей $\boldsymbol{P}_{\parallel}$ равен $P \sin \alpha = Mg \sin \alpha$, а модуль составляющей $\boldsymbol{P}_{\perp}$ равен $P \cos \alpha = Mg \cos \alpha$. Для равновесия необходимо, что-

бы сила натяжения нити $\boldsymbol{T}$ была равна по модулю составляющей $\boldsymbol{P}_{\parallel}$, а сила реакции $\boldsymbol{R}$ была равна по модулю составляющей $\boldsymbol{P}_{\perp}$. Последнее условие всегда соблюдается само собой: плоскость прогибается до тех пор, пока силы $\boldsymbol{R}$ и $\boldsymbol{P}_{\perp}$ не сделаются равными по модулю. Равенство же модулей сил $\boldsymbol{P}_{\parallel}$ и $\boldsymbol{T}$ возможно только при определенном соотношении между массами M и m, зависящем от угла α. Поскольку модуль силы $\boldsymbol{T}$ равен mg, это соотношение имеет вид $Mg \sin \alpha = mg$, откуда

$$M \sin \alpha = m.$$

Последнее равенство выражает условие равновесия тела, лежащего на наклонной плоскости. Легко убедиться в том, что при выполнении этого условия сумма проекций всех сил на любое направление равна нулю.

? **74.1.** Наклонная плоскость образует с горизонтом угол 30° (рис. 109). На ней лежит тело массы $M=2$ кг. Нить, перекинутая через блок, составляет с плоскостью угол 45°. При какой массе m подвешенного к нити груза эти тела будут в равновесии? Найдите силу нормального давления тела на плоскость. Трением пренебречь.

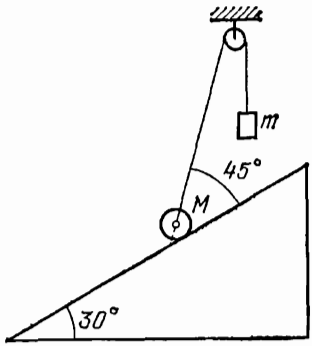


Рис. 109. К упражнению 74.1

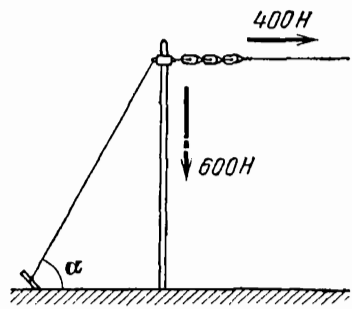


Рис. 110. К упражнению 74.2

74.2. К мачте прикреплена горизонтальная антенна, сила натяжения которой равна 400 Н (рис. 110). Под каким углом α к горизонту должна быть расположена оттяжка с другой стороны мачты, чтобы мачта не гнулась и чтобы сила нормального давления на основание мачты составляла 600 Н?

§ 75. Связи. Силы реакции связей. Тело, закрепленное на оси. На практике часто встречаются случаи, когда тело не может двигаться свободно в любом направлении, а движения его ограничены какими-либо другими твердыми телами. Эти тела называют в механике *жесткими связями*. Силы, дей-

ствующие со стороны связей, называют *силами реакции связей*. Например, когда поршень движется в цилиндре двигателя, то жесткие связи — это стенки цилиндра, допускающие движение поршня только в одном направлении. Когда поршень начинает двигаться немного вбок, то он деформирует стенку цилиндра. Если стенки эти очень жесткие, то уже при незначительных деформациях возникают очень большие силы реакции связей, которые прекращают дальнейшее отклонение поршня вбок. Эти силы и обеспечивают движение поршня только вдоль цилиндра. Аналогичный пример мы рассмотрели в предыдущем параграфе, где связью являлась наклонная плоскость, а силой реакции связи — сила $\boldsymbol{R}$.

При наличии жестких связей условия равновесия упрощаются: достаточно рассматривать только равновесие сил в тех направлениях, в которых связи не препятствуют движению: например, для поршня — вдоль цилиндра, для тела на наклонной плоскости — вдоль плоскости и т. п. Равновесие сил в других направлениях обеспечится само собой, так как уже при малой деформации связи появятся силы реакции, уравновешивающие приложенную силу.

Важным примером движения, ограниченного жесткой связью, является вращение тела вокруг жесткой оси или, как говорят, вращение тела, *закрепленного на оси*. Например, колеса всевозможных машин и механизмов могут вращаться только вокруг неподвижной оси. Пропеллер самолета, колодезный «журавль», дверь на петлях, откидная крышка школьной парты представляют собой примеры того же случая. Во всех этих примерах вращение вокруг оси не стремится ни сдвинуть, ни изогнуть эту ось, т. е. не вызывает деформации оси; поэтому вращение вокруг оси происходит беспрепятственно. Но всякое другое движение деформирует ось, в результате чего возникают силы реакции связи, действующие со стороны оси на тело и препятствующие тому движению, которое приводит к деформации.

Если вначале тело покоится, то, чтобы вызвать вращение, необходимо воздействовать на тело с некоторой силой. Однако не всякая приложенная сила вызовет вращение тела. Силы, одинаковые по модулю, но различные по направлению или приложенные в разных точках, могут вызвать весьма различные эффекты. Действительно, если в какой-либо точке тела, которое может свободно вращаться вокруг оси O (рис. 111), прикрепить динамометр, то при одной и той же силе натяжения динамометра, но при разных направлениях его оси движение тела может быть совершенно

различным. Если прикрепить динамометр в положении I, то тело начнет поворачиваться по часовой стрелке, в положении II — против часовой стрелки; если же прикрепить динамометр в положении III, то тело вообще не начнет вращаться. *Сила, действующая на тело, закрепленное на оси, только тогда может вызвать его вращение, когда направление силы не проходит через ось.*

Представим себе рулевое колесо корабля или «баранку» автомобильного руля. Прилагая усилие вдоль радиуса, мы будем только пытаться согнуть ось, но не сможем повернуть колесо. Для поворота необходимо приложить усилие вдоль его обода, т. е. перпендикулярно к радиусу. Эта сила не сможет уравновеситься силой реакции оси (две силы, не лежащие на одной прямой, не могут уравновешиваться), и тело начнет вращаться.

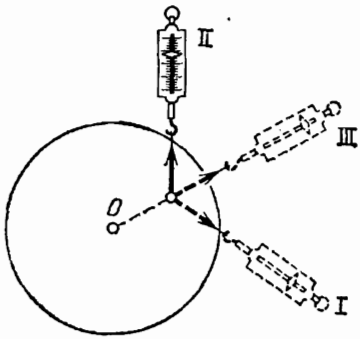


Рис. 111. Если динамометр находится в положении I или II, тело вращается; если динамометр находится в положении III, тело не вращается

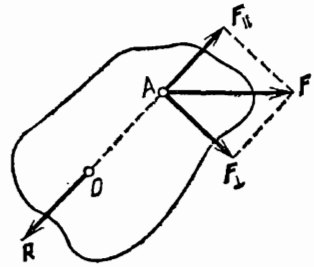


Рис. 112. Силы, действующие на тело, закрепленное на оси. Сила реакции со стороны оси R равна составляющей $F_{\parallel}$ действующей силы в направлении радиуса

Сила, направленная параллельно оси вращения, также не вызывает вращения тела, а только стремится изогнуть ось. Поэтому в ближайших параграфах будем считать, что силы, действующие на тело, закрепленное на оси, не имеют составляющей вдоль оси вращения и, значит, лежат в плоскостях, перпендикулярных к оси. При этом, как показывает опыт, действие силы на тело не зависит от того, в какой именно из таких плоскостей лежит сила. Поэтому будем изображать на рисунках все силы лежащими в одной плоскости, перпендикулярной к оси вращения, которую будем изображать в виде точки.

Чтобы вполне отчетливо представить себе, как будет действовать сила F, не проходящая через ось, разложим F

на две взаимно перпендикулярные составляющие, одна из которых проходит через ось (рис. 112). Составляющая сила $F_{\parallel}$, которая проходит через ось, не будет вызывать вращения. Она окажется уравновешенной силой реакции R оси. Вращение тела будет происходить так, как если бы на него действовала только составляющая сила $F_{\perp}$ в направлении, перпендикулярном к радиусу OA, проведенному к точке приложения силы.

§ 76. Равновесие тела, закрепленного на оси. Из сказанного в предыдущем параграфе следует, что при выяснении условий равновесия тела, закрепленного на оси, можно не рассматривать силу, действующую со стороны оси, так как она не может вызвать вращения тела. Рассмотрим условия равновесия тела, закрепленного на оси, при действии на него только двух сил, причем примем, что эти силы направлены перпендикулярно к радиусам точек их приложения.

Для равновесия необходимо, во-первых, чтобы эти силы, действуя в отдельности, поворачивали тело в противоположных направлениях. Это можно проиллюстрировать на таком опыте. Расположим ось вращения какого-нибудь тела вертикально, чтобы устранить действие силы тяжести. Прикрепим к телу динамометры перпендикулярно к радиусам

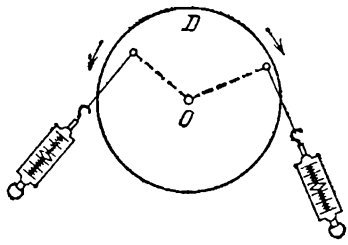


Рис. 113. При таком расположении динамометров равновесие возможно

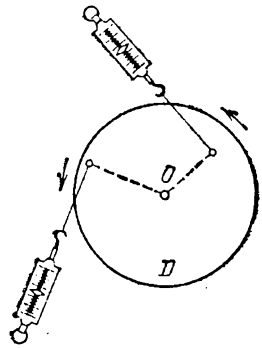


Рис. 114. При таком расположении динамометров равновесие невозможно

точек их прикрепления. При расположении динамометров, показанном на рис. 113, можно так подобрать растяжения динамометров, чтобы тело оставалось в покое. Но в случае, показанном на рис. 114, когда оба динамометра поворачивают тело вокруг оси в одном и том же направлении, покоя тела нельзя добиться ни при каком растяжении динамометров.

Во-вторых, оказывается, что для равновесия тела, закрепленного на оси, существенны не только модули сил, но и расстояния от оси вращения до линий, вдоль которых действуют силы. Как и в случае рычага, *для равновесия тела, закрепленного на оси, необходимо, чтобы произведение модуля силы на расстояние от оси до линии действия силы было для обеих сил одно и то же.* Если обозначить модули сил через F_1 и F_2, а расстояния через l_1 и l_2, то условие равновесия выразится равенством

$$F_1 l_1 = F_2 l_2. \qquad (76.1)$$

Предполагается, что каждая из сил лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения (не обязательно в одной и той же).

§ 77. Момент силы. Итак, для равновесия тела, закрепленного на оси, существен не сам модуль силы, а произведение модуля силы F на расстояние l от оси до линии, вдоль которой действует сила (рис. 115; предполагается, что сила лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения). Это произведение называется *моментом силы относительно оси* или просто *моментом силы.* Расстояние l называется *плечом силы.* Обозначив момент силы буквой M, получим

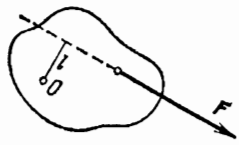


Рис. 115. Момент силы F равен произведению ее модуля F на плечо l

$$M = lF. \qquad (77.1)$$

Условимся считать момент силы положительным, если эта сила, действуя в отдельности, вращала бы тело по часовой стрелке, и отрицательным в противном случае (при этом нужно заранее условиться, с какой стороны мы будем смотреть на тело). Например, силам F_1 и F_2 на рис. 116 нужно приписать положительный момент, а силе F_3 — отрицательный.

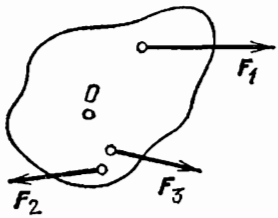


Рис. 116. Моменты сил F_1 и F_2 положительны, момент силы F_3 отрицателен

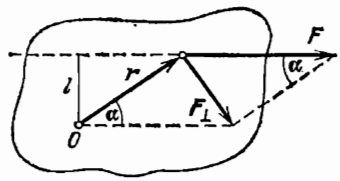


Рис. 117. Момент силы F равен произведению модуля составляющей силы $F_\perp$ на модуль радиус-вектора r

Моменту силы можно дать еще и другое определение. Проведем из точки O, лежащей на оси в той же плоскости, что и сила, в точку приложения силы направленный отрезок $\boldsymbol{r}$ (рис. 117). Этот отрезок называется *радиус-вектором* точки приложения силы. Модуль вектора $\boldsymbol{r}$ равен расстоянию от оси до точки приложения силы. Теперь построим составляющую силы $\boldsymbol{F}$, перпендикулярную к радиус-вектору $\boldsymbol{r}$. Обозначим эту составляющую через $\boldsymbol{F}_\perp$. Из рисунка видно, что $r=l/\sin\alpha$, а $F_\perp=F\sin\alpha$. Перемножив оба выражения, получим, что $rF_\perp=lF$.

Таким образом, момент силы можно представить в виде

$$M=rF_\perp, \qquad (77.2)$$

где $F_\perp$ — модуль составляющей силы $\boldsymbol{F}$, перпендикулярной к радиус-вектору $\boldsymbol{r}$ точки приложения силы, r — модуль радиус-вектора. Отметим, что произведение lF численно равно площади параллелограмма, построенного на векторах $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{F}$ (рис. 117). На рис. 118 показаны силы, моменты

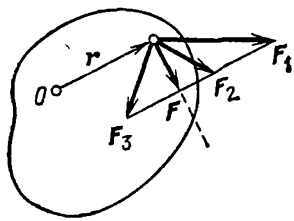


Рис. 118. Силы $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ и $\boldsymbol{F}_3$ имеют одинаковые моменты относительно оси O

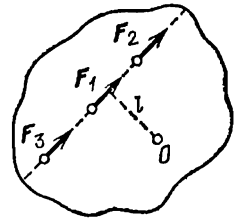


Рис. 119. Равные силы $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$ с одинаковым плечом l имеют равные моменты относительно оси O

которых относительно оси O одинаковы. Из рис. 119 видно, что перенесение точки приложения силы вдоль ее направления не меняет ее момента. Если направление силы проходит через ось вращения, то плечо силы равно нулю; следовательно, равен нулю и момент силы. Мы видели, что в этом случае сила не вызывает вращения тела: *сила, момент которой относительно данной оси равен нулю, не вызывает вращения вокруг этой оси.*

Пользуясь понятием момента силы, мы можем по-новому сформулировать условия равновесия тела, закрепленного на оси и находящегося под действием двух сил. В условии равновесия, выражаемом формулой (76.1), l_1 и l_2 есть не что иное, как плечи соответствующих сил. Следовательно, это условие состоит в равенстве абсолютных значе-

ний моментов обеих сил. Кроме того, чтобы не возникало вращение, направления моментов должны быть противоположными, т. е. моменты должны отличаться знаком. Таким образом, *для равновесия тела, закрепленного на оси, алгебраическая сумма моментов действующих на него сил должна быть равна нулю.*

Так как момент силы определяется произведением модуля силы на плечо, то единицу момента силы мы получим, взяв равную единице силу, плечо которой также равно единице. Следовательно, в СИ единицей момента силы является момент силы, равной одному ньютону и действующей на плече один метр. Она называется *ньютон-метром* (Н·м).

Если на тело, закрепленное на оси, действует много сил, то, как показывает опыт, условие равновесия остается тем же, что и для случая двух сил: для равновесия тела, закрепленного на оси, алгебраическая сумма моментов *всех сил*, действующих на тело, должна быть равна нулю. Результирующим моментом нескольких моментов, действующих на тело (составляющих моментов), называют алгебраическую сумму составляющих моментов. Под действием результирующего момента тело будет вращаться вокруг оси так же, как оно вращалось бы при одновременном действии всех составляющих моментов. В частности, если результирующий момент равен нулю, то тело, закрепленное на оси, либо покоится, либо вращается равномерно.

§ 78. Измерение момента силы. В технике часто встречается вращение тел: вращаются колеса экипажей, валы машин, пароходные винты и т. д. Во всех этих случаях на тела действуют моменты сил. При этом часто нельзя указать какую-либо одну определенную силу, создающую вращающий момент, и ее плечо, так как вращающий момент создается не одной силой, а многими силами, имеющими разные плечи. Например, в электромоторе к виткам обмотки якоря приложены на разных расстояниях от оси вращения электромагнитные силы; их совместное действие создает некоторый вращающий момент, который и вызывает вращение якоря и соединенного с ним вала мотора. В подобных случаях нет смысла говорить о силе и плече силы. Значение имеет единственно результирующий момент силы. Поэтому возникает необходимость *непосредственного* измерения момента силы.

Для измерения момента силы достаточно приложить к телу другой известный момент силы, который *уравновешивал* бы измеряемый момент. Если достигнуто равновесие,

то, значит, оба момента сил равны по абсолютному значению и противоположны по знаку. Например, чтобы измерить вращающий момент, развиваемый электрическим мотором, на шкив мотора *1* надевают сжатые болтами колодки *2* так, чтобы шкив мог с трением вращаться под колодками. Колодки скреплены с длинным стержнем, к концу которого прикрепляют динамометр (рис. 120). Ось колодок совпадает с осью мотора. При вращении мотора момент сил трения, действующий со стороны шкива на колодки, поворачивает

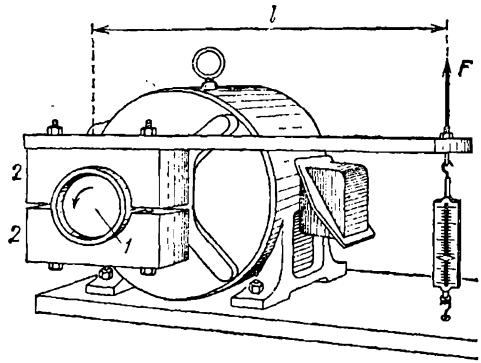


Рис. 120. Измерение момента силы, создаваемого электромотором

колодки со стержнем на некоторый угол в направлении вращения мотора. При этом динамометр несколько растягивается и на колодки начинает действовать со стороны динамометра противоположный момент, равный произведению силы натяжения динамометра на плечо l. Сила натяжения динамометра равна по модулю и противоположна по направлению силе F, действующей со стороны стержня на динамометр (рис. 120). Так как колодки покоятся, то вращающий момент, развиваемый мотором, должен быть равен по абсолютному значению и противоположен по знаку моменту силы натяжения динамометра. Итак, при данной скорости мотор развивает момент, равный Fl.

При измерениях очень малых вращающих моментов (например, в чувствительных гальванометрах и других физических измерительных приборах) измеряемый вращающий момент сравнивают с вращающим моментом, действующим со стороны закрученной нити. Измерительную систему, находящуюся под действием вращающего момента, подвешивают на длинной тонкой нити, металлической или из плавленого кварца. Поворачиваясь, измерительная система закручивает нить. Такая деформация вызывает появление сил, стремящихся раскрутить нить и обладающих, следовательно, вращающим моментом. Когда измеряемый мо-

мент становится равным моменту закрученной нити, устанавливается равновесие. По углу закручивания при равновесии можно судить о вращающем моменте нити и, следовательно, об измеряемом моменте. Связь между вращающим моментом нити и углом закручивания определяется путем калибровки прибора.

§ 79. Пара сил. Если на тело действует несколько сил, равнодействующая которых равна нулю, а результирующий момент относительно какой-либо оси не равен нулю, то тело не останется в равновесии. Так будет, например, если на тело действуют две равные по модулю и противоположно направленные силы, не лежащие на одной прямой. Такие две силы, совместно действующие на тело, называют *парой сил*. Если тело закреплено на оси, то при действии на него пары сил оно начнет вращаться вокруг этой оси. При этом, вообще говоря, со стороны оси на тело будет действовать сила. Можно показать, однако, что если ось проходит через определенную точку тела, то сила со стороны оси отсутствует. Поэтому, если пара сил будет действовать на *свободное* тело, то оно начнет вращаться вокруг оси, проходящей через эту точку. Можно доказать, что этой точкой является *центр тяжести тела* (§ 80).

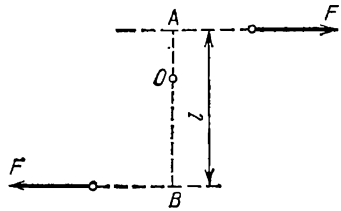


Рис. 121. Момент пары сил $M=Fl$

Момент пары сил одинаков относительно любой оси, перпендикулярной к плоскости пары. Действительно, пусть O — произвольная ось, перпендикулярная к плоскости, в которой лежит пара сил (рис. 121). Суммарный момент M равен

$$M=F\cdot OA+F\cdot OB=F(OA+OB)=Fl,$$

где l — расстояние между линиями действия сил, составляющих пару, называемое плечом пары сил. Этот же результат получится и при любом другом положении оси. Можно показать также, что момент нескольких сил, равнодействующая которых равна нулю, будет один и тот же относительно всех осей, параллельных друг другу, и поэтому действие всех этих сил на тело можно заменить действием одной пары сил с тем же моментом.

§ 80. Сложение параллельных сил. Центр тяжести. Изучая равновесие сил или определяя равнодействующую сил, мы не рассматривали пока случай, когда силы, действующие на

тело, параллельны. Теперь, найдя условия равновесия тела, закрепленного на оси, мы можем рассмотреть и этот случай.

Рассмотрим силы, действующие на рычаг, нагруженный грузами, уравновешивающими друг друга, и подвешенный к неподвижной стойке при помощи динамометра (рис. 122). Можно считать, что ось вращения рычага проходит через точку его подвеса O. На рычаг действуют вес F_1 и вес F_2 подвешенных к нему грузов и сила натяжения пружины динамометра F_3. Будем полагать, что масса самого рычага настолько мала по сравнению с массами грузов, что ею можно пренебречь. Тогда можно считать, что рычаг находится в равновесии под действием сил F_1, F_2 и F_3. Сила F_3 есть уравновешивающая сила для параллельных сил F_1 и F_2. Так как при равновесии пружина динамометра располагается вертикально, то сила F_3 параллельна F_1 и F_2.

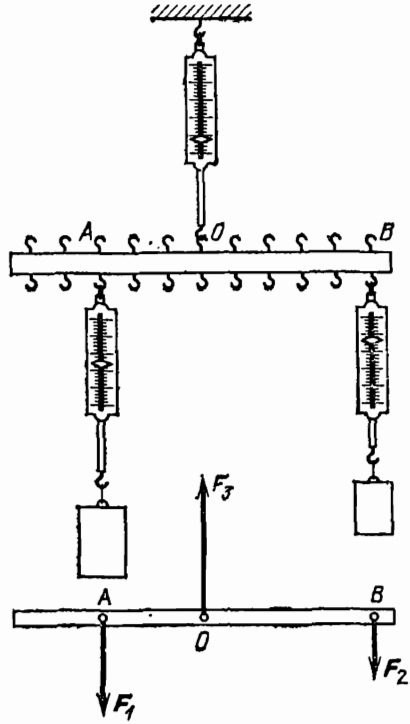


Рис. 122. Исследование равновесия тела при действии трех параллельных сил

Далее, сила F_3 равна по модулю сумме модулей сил F_1 и F_2. Поскольку мы пренебрегли массой рычага, то $F_3=F_1+F_2$. Расстояния от точки подвеса рычага (его оси вращения O) до точек приложения сил F_1 и F_2 найдем из условия равновесия рычага:

$$F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OB, \text{ или } OB/OA = F_1/F_2. \qquad (80.1)$$

Это означает, что *точка приложения уравновешивающей силы делит расстояние между точками приложения сил в отношении, обратном отношению сил*. Следовательно, незакрепленное тело находится в равновесии под действием трех параллельных сил в том случае, когда третья сила,

направленная в сторону, противоположную первым двум, по модулю равна сумме их модулей и приложена к точке, делящей расстояние между точками их приложения в отношении, обратном отношению первых двух сил.

Значит, *равнодействующая двух параллельных одинаково направленных сил равна сумме этих сил, направлена в ту же сторону и приложена в точке, делящей расстояние между точками приложения сил в отношении, обратном отношению сил.*

Легко найти закон сложения и для двух параллельных сил, направленных в противоположные стороны. Любую из трех сил F_1, F_2, F_3, действующих на тело, находящееся в равновесии, можно рассматривать как уравновешивающую две другие силы; значит, сила F_2 является уравновешивающей для противоположно направленных параллельных сил F_1 и F_3. Отсюда, как и раньше, заключаем, что сила, равная и направленная противоположно силе F_2, является равнодействующей сил F_1 и F_3. Но $F_2=F_3-F_1$, кроме того, из пропорции (80.1) следует производная пропорция:

$$\frac{F_1}{F_1+F_2}=\frac{OB}{OA+OB}, \quad \text{или} \quad \frac{F_1}{F_3}=\frac{OB}{AB}.$$

Таким образом, *равнодействующая двух параллельных противоположно направленных сил равна по модулю разности модулей этих сил, направлена в сторону большей силы и приложена в точке, делящей расстояние между точками приложения сил в отношении, обратном отношению сил.*

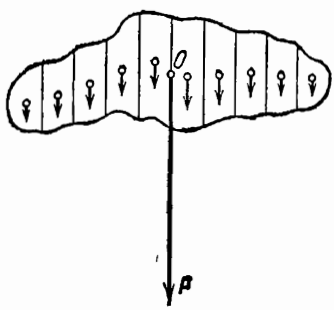


Рис. 123. Точка приложения равнодействующей сил тяжести есть центр тяжести тела

Если на тело действует несколько параллельных сил, то для нахождения общей равнодействующей надо сначала найти равнодействующую каких-либо двух из этих сил, затем полученную равнодействующую сложить с третьей силой и т. д. В частности, силы тяжести действуют на каждый элемент тела и все эти силы параллельны. Поэтому для нахождения равнодействующей этих сил, т. е. силы тяжести, действующей на все тело, надо последовательно сложить целый ряд параллельных сил. Равнодействующая этих сил равна их сумме, т. е. представляет полную силу притя-

жения, которую испытывает все тело со стороны Земли, и приложена к определенной точке тела. Точку приложения этой равнодействующей сил тяжести называют *центром тяжести* тела (рис. 123).

Таким образом, действие притяжения Земли на твердое тело таково, как если бы точка приложения силы тяжести лежала в центре тяжести тела. Мы будем пользоваться этим в дальнейшем, заменяя действие сил тяжести, приложенных к отдельным частям твердого тела, действием одной силы, приложенной в его центре тяжести и равной силе тяжести, действующей на все тело.

Часто приходится решать задачу, обратную сложению параллельных сил: разложить заданную силу на параллельные ей составляющие силы. Такова, например, задача

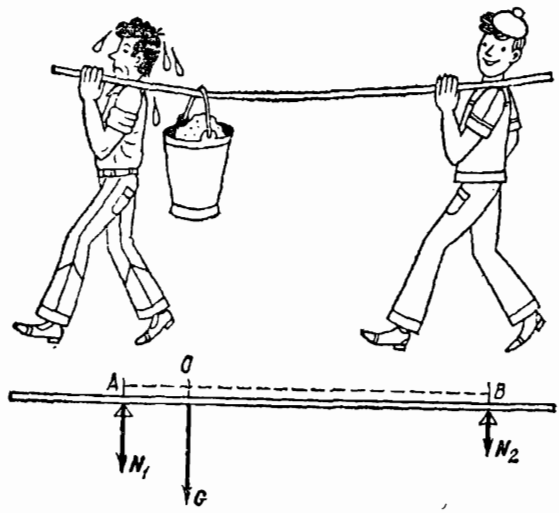


Рис. 124. Разложение силы на две параллельные составляющие

о распределении сил на опоры балки с грузом или на плечи людей, несущих на шесте груз (рис. 124). Искомые силы $\boldsymbol{N_1}$ и $\boldsymbol{N_2}$, определяются из условия, что их равнодействующая равна весу груза $\boldsymbol{G}$, и должна быть приложена там, где висит груз. Поэтому

$$N_1+N_2=G,\ N_1/N_2=OB/OA.$$

§ 81. Определение центра тяжести тел. Определение центра тяжести произвольного тела путем последовательного сложения сил, действующих на отдельные его части,— трудная

задача; она облегчается только для тел сравнительно простой формы.

Пусть тело состоит только из двух грузов массы m_1 и m_2, соединенных стрежнем (рис. 125). Если масса стержня мала по сравнению с массами m_1 и m_2, то ею можно пренебречь. На каждую из масс действуют силы тяжести, равные соответственно $\boldsymbol{P}_1=m_1\boldsymbol{g}$ и $\boldsymbol{P}_2=m_2\boldsymbol{g}$; обе они направлены вертикально вниз, т. е. параллельно друг другу. Как мы знаем, равнодействующая двух параллельных сил приложена в точке O, которая определяется из условия

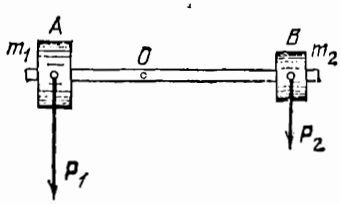


Рис. 125. Определение центра тяжести тела, состоящего из двух грузов

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{OB}{OA},\ \text{или}\ \frac{m_1}{m_2}=\frac{OB}{OA}.$$

Следовательно, центр тяжести делит расстояние между двумя грузами в отношении, обратном отношению их масс. Если это тело подвесить в точке O, оно останется в равновесии.

Так как две равные массы имеют общий центр тяжести в точке, делящей пополам расстояние между этими массами, то сразу ясно, что, например, центр тяжести однородного стержня лежит в середине стержня (рис. 126).

Поскольку любой диаметр однородного круглого диска делит его на две совершенно одинаковые симметричные части (рис. 127), то центр тяжести должен лежать на каждом

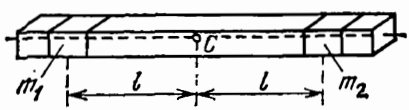


Рис. 126. Центр тяжести однородного стержня лежит в его середине

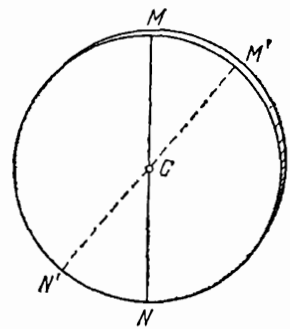


Рис. 127. Центр тяжести однородного диска лежит в его геометрическом центре

диаметре диска, т. е. в точке пересечения диаметров — в геометрическом центре диска C. Рассуждая сходным образом, можно найти, что центр тяжести однородного шара лежит в его геометрическом центре, центр тяжести однородного прямоугольного параллелепипеда лежит на пересечении его диа-

гоналей и т. д. Центр тяжести обруча или кольца лежит в его центре. Последний пример показывает, что центр тяжести тела может лежать вне тела.

Если тело имеет неправильную форму или если оно неоднородно (например, в нем есть пустоты), то расчет положения центра тяжести часто затруднителен и это положение удобнее найти посредством опыта. Пусть, например, требуется найти центр тяжести куска фанеры. Подвесим его на нити (рис. 128). Очевидно, в положении равновесия

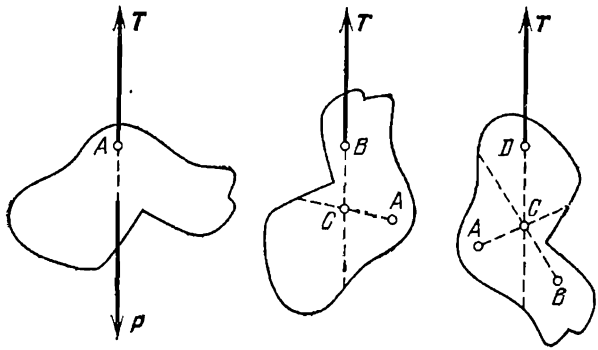


Рис. 128. Точка C пересечения вертикальных линий, проведенных через точки подвеса A, B и D, есть центр тяжести тела

центр тяжести тела C должен лежать на продолжении нити, иначе сила тяжести будет иметь момент относительно точки подвеса, который начал бы вращать тело. Поэтому, проведя на нашем куске фанеры прямую, представляющую продолжение нити, можем утверждать, что центр тяжести лежит на этой прямой.

Действительно, подвешивая тело в разных точках и проводя вертикальные прямые, мы убедимся, что все они пересекутся в одной точке. Эта точка и есть центр тяжести тела (так как он должен лежать одновременно на всех таких прямых). Подобным образом можно определить положение центра тяжести не только плоской фигуры, но и более сложного тела. Положение центра тяжести самолета определяют, вкатывая его колесами на платформы весов. Равнодействующая сил веса, приходящихся на каждое колесо, будет направлена по вертикали, и найти линию, по которой она действует, можно по закону сложения параллельных сил.

При изменении масс отдельных частей тела или при изменении формы тела положение центра тяжести меняется. Так, центр тяжести самолета перемещается при расходовании горючего из баков, при загрузке багажа и т. п. Для

наглядного опыта, иллюстрирующего перемещение центра тяжести при изменении формы тела, удобно взять два одинаковых бруска, соединенных шарниром (рис. 129). В том случае, когда бруски образуют продолжение один другого, центр тяжести лежит на оси брусков. Если бруски согнуть

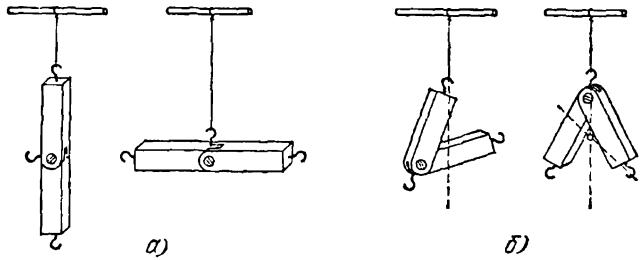


Рис. 129. *а*) Центр тяжести соединенных шарниром брусков, расположенных на одной прямой, лежит на оси брусков. *б*) Центр тяжести согнутой системы брусков лежит вне брусков

в шарнире, то центр тяжести оказывается вне брусков, на биссектрисе угла, который они образуют. Если на один из брусков надеть дополнительный груз, то центр тяжести переместится в сторону этого груза.

? **81.1.** Где находится центр тяжести двух одинаковых тонких стержней, имеющих длину 12 см и скрепленных в виде буквы Т? **81.2.** Докажите, что центр тяжести однородной треугольной пластины лежит на пересечении медиан.

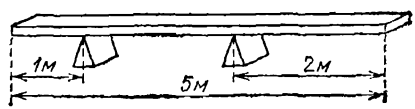


Рис. 130. К упражнению 81.3

81.3. Однородная доска массы 60 кг лежит на двух опорах, как показано на рис. 130. Определите силы, действующие на опоры.

§ 82. Различные случаи равновесия тела под действием силы тяжести. В механике часто возникает вопрос, в каких положениях тело, на которое действует сила тяжести, может сколь угодно долго оставаться в покое, если оно находилось в покое в начальный момент. Очевидно, для этого силы, действующие на тело, должны взаимно уравновешиваться. Положения, в которых силы, действующие на тело, взаимно уравновешиваются, называют *положениями равновесия.*

Но практически не во всяком положении равновесия тело, находившееся в начальный момент в покое, действительно будет оставаться в покое и в последующее время.

Дело в том, что в реальных условиях, помимо учитываемых нами сил (сила тяжести, сила реакции подвеса, опоры, оси и т. п.), на тело действуют и неучитываемые случайные неустранимые силы: небольшие сотрясения, колебания воздуха и т. д. Под действием таких сил тело будет хотя бы немного отклоняться от положения равновесия, а в этом случае дальнейшее поведение тела может быть различным.

При отклонении тела от положения равновесия силы, действующие на него, как правило, изменятся и равновесие сил нарушится. Изменившиеся силы будут вызывать движение тела. Если эти силы таковы, что под их действием тело *возвращается* к положению равновесия, то тело, несмотря на случайные толчки, будет все же оставаться *вблизи* положения равновесия. В этом случае мы говорим *об устойчивом равновесии* тела. В других случаях изменившиеся силы таковы, что они вызывают *дальнейшее отклонение* тела от положения равновесия. Тогда будет достаточно самого малого толчка, чтобы изменившиеся силы стали все более отклонять тело от положения равновесия; тело уже не будет оставаться вблизи положения равновесия, а уйдет от него. Такое положение равновесия называют *неустойчивым*.

Итак, для устойчивости необходимо, чтобы при отклонении тела от положения равновесия возникали силы, возвращающие тело к первоначальному положению. Таково,

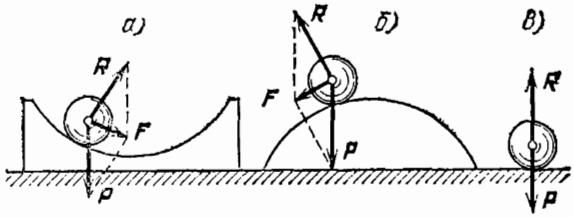


Рис. 131. Устойчивое (*а*), неустойчивое (*б*) и безразличное (*в*) равновесие шарика на поверхности

например, положение шарика на вогнутой подставке (рис. 131, *а*): при отклонении шарика от положения равновесия (самое нижнее положение) равнодействующая силы реакции $\boldsymbol{R}$ подставки и силы тяжести $\boldsymbol{P}$ возвращает шарик к положению равновесия: равновесие устойчивое. В случае же выпуклой подставки (рис. 131, *б*) равнодействующая удаляет шарик от положения равновесия (самое верхнее положение): равновесие неустойчивое.

Другим примером может служить равновесие тела, подвешенного в одной точке. Определяя положение центра

тяжести по способу подвешивания, описанному в предыдущем параграфе, мы всегда обнаружим, что центр тяжести лежит ниже точки подвеса и обязательно на одной вертикали с ней, так как иначе сила натяжения нити T не могла бы уравновесить силу тяжести P (рис. 132, *а*). Между

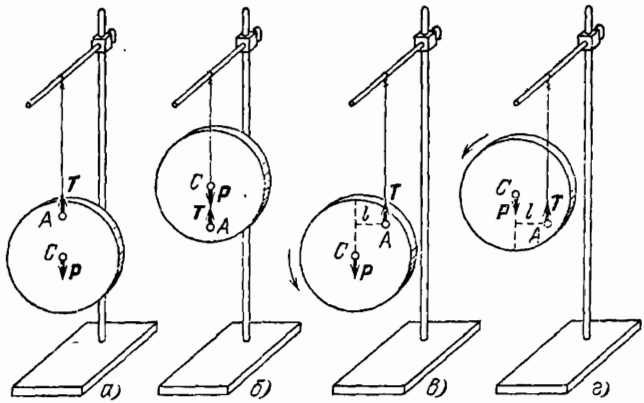


Рис. 132. *а*) Положение равновесия при центре тяжести C, расположенном ниже точки подвеса A. *б*) Положение равновесия при центре тяжести C, расположенном выше точки подвеса A. *в*) При отклонении тела из положения *а*) сила тяжести создает момент, возвращающий тело в положение равновесия. *г*) При отклонении тела из положения *б*) сила тяжести создает момент, удаляющий тело от положения равновесия

тем сила тяжести P и сила натяжения нити T могут уравновесить друг друга также и в том случае, когда центр тяжести C лежит на вертикали *над* точкой подвеса A (рис. 132, *б*). Действительно, и в этом случае сила тяжести P и равная ей по модулю сила натяжения нити T уравновешивали бы друг друга. Однако, как легко убедиться на опыте, при подвешивании тела оно не будет оставаться в этом втором положении равновесия. Хотя оба случая соответствуют положениям равновесия, но практически можно осуществить только один из них — первый.

Причина этого в том, что если тело немного отклонить от первого положения (рис. 132, *в*), то сила тяжести P создаст вращающий момент относительно точки подвеса, который будет возвращать тело обратно. Это — положение устойчивого равновесия. Наоборот, при отклонении тела от второго положения равновесия (рис. 132, *г*) сила P будет удалять его от этого положения. Это — положение неустойчивого равновесия. Встречаются и промежуточные случаи равновесия: если шарик лежит на горизонтальной опоре,

то смещение шарика вообще не нарушает равновесия, так как сила тяжести и сила, действующая со стороны плоскости, уравновешивают друг друга при любом положении шарика. Такое равновесие мы называем *безразличным* (рис. 131, *в*).

Другой пример безразличного равновесия — тело, закрепленное на горизонтальной или наклонной оси, проходящей через центр тяжести этого тела. При повороте такого тела вокруг оси момент силы тяжести относительно оси все время остается равным нулю (сила тяжести проходит через ось вращения), и тело остается в равновесии в любом положении. Этим пользуются для проверки правильности изготовления колес, якорей генераторов электрического тока и т. д. В точно изготовленном колесе центр тяжести должен лежать на оси. Поэтому точно сделанное колесо, ось которого может вращаться в подшипниках, должно оставаться в равновесии при любом повороте оси. Если оно само возвращается все время в какое-то одно положение, то это указывает, что колесо не сбалансировано, т. е. центр тяжести его не лежит точно на оси.

Тело, закрепленное на вертикальной оси, всегда находится в безразличном равновесии под действием силы тяжести, независимо от того, проходит ось через центр тяжести или нет.

? 82.1. Испытайте, в каком положении равновесия устанавливается переднее велосипедное колесо, если велосипед приподнять. Что надо сделать для того, чтобы колесо находилось в состоянии безразличного равновесия?

§ 83. Условия устойчивого равновесия под действием силы тяжести. Сопоставляя рассмотренные случаи равновесия, можно подметить общее для всех случаев условие устойчивости: *если центр тяжести тела занимает наинизшее положение по сравнению со всеми возможными соседними положениями, то равновесие устойчиво.* Действительно, тогда при отклонении в любую сторону от этого положения центр тяжести будет подниматься и сила тяжести будет возвращать тело обратно. По этому признаку мы, не производя опыта, можем простым способом установить, будет тело находиться в устойчивом равновесии или нет.

Рассмотрим, например, однородный полушар, помещенный на горизонтальную плоскость (рис. 133); центр тяжести этого полушара C лежит на радиусе OA ниже точки O. Положим, что полушар немного наклонился и опирается о плоскость точкой B (рис. 133, *б*). Легко видеть, что расстоя-

ние BC больше расстояния AC; значит, при отклонении от положения равновесия центр тяжести поднимается и положение равновесия полушара должно являться устойчивым.

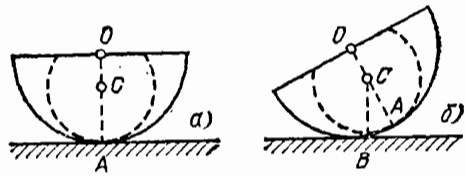


Рис. 133. Так как в положении *а*) центр тяжести расположен ниже, чем в положении *б*), то равновесие устойчиво

Рассмотрим теперь условия равновесия тела, опирающегося не на одну точку, как при подвешивании тела или при помещении шара на плоскость, а на несколько точек (например, стол) или на целую площадку (например, ящик, поставленный на горизонтальную плоскость). В этих случаях условие устойчивости следующее: *для равновесия необходимо, чтобы вертикаль, проведенная через центр тяжести, проходила внутри площади опоры тела*, т. е. внутри

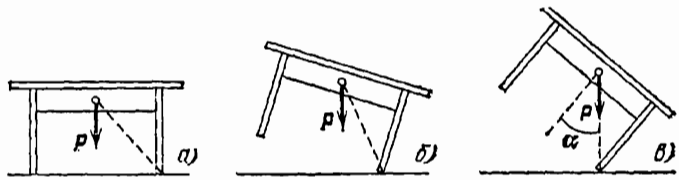


Рис. 134. При отклонении стола (*б*) от его положения равновесия (*а*) центр тяжести поднимается — равновесие устойчиво. В положении *в*) стол отклонен на предельный угол; при дальнейшем отклонении центр тяжести будет опускаться — равновесие неустойчиво

контура, образованного линиями, соединяющими точки опоры, или внутри площадки, на которую опирается тело. При этом равновесие является устойчивым.

Например, стол, стоящий на горизонтальном полу, находится в устойчивом равновесии (рис. 134, *а*). В самом деле, если наклонять стол, то его центр тяжести будет подниматься (рис. 134, *б*). Если, однако, наклонить стол так, чтобы вертикаль, проходящая через центр тяжести, вышла за пределы площади опоры, то момент силы тяжести будет вращать стол, удаляя его от положения равновесия, центр тяжести начнет опускаться, и стол опрокинется: имеется *предельный угол* наклона, после которого равновесие уже не восстанавливается и тело опрокидывается. При наклоне в точности на предельный угол тело находится в равнове-

сии, так как направление силы тяжести проходит через точку опоры (рис. 134, *в*), но это положение равновесия неустойчиво: тело либо вернется в устойчивое положение равновесия, либо опрокинется.

Очевидно, предельный угол тем меньше, чем выше лежит центр тяжести при данной площади опоры. Воз, грузовик или железнодорожная платформа, высоко нагруженные, легче могут опрокинуться, чем в случае, когда центр тяжести груза лежит низко. Устойчивость может быть улучшена увеличением площади опоры.

Рис. 135. Ванька-встанька

Из условия равновесия тела, опирающегося на несколько точек, делается ясным, почему подъемные краны всегда снабжаются тяжелым противовесом. Благодаря противовесу общий центр тяжести крана, груза и противовеса не выступает за прямоугольник, ограниченный точками опоры колес, даже тогда, когда кран поднимает тяжелый груз. Если центр тяжести тела с самого начала выходит за пределы площади опоры, как, например, для скамьи, на выступающий край которой сел человек, то равновесия нет и скамья опрокидывается.

Практически в большинстве случаев приходится встречаться только с положениями устойчивого равновесия, так как только в таких положениях тело, предоставленное самому себе, может оставаться сколько угодно времени, несмотря на случайные толчки. В противоположность этому, тело, помещенное в неустойчивое положение равновесия, удаляется от этого положения.

Можно, однако, так управлять условиями, в которых находится тело, что оно будет долго оставаться вблизи положения неустойчивого равновесия, колеблясь вблизи него то в одну, то в другую сторону. Например, длинная палка, поставленная вертикально на пол, находится в неустойчивом положении равновесия и падает, как только мы отнимем от нее руку. Но палкой можно «балансировать», удерживая ее вблизи неустойчивого вертикального положения на конце пальца: для этого достаточно только слегка двигать рукой в ту же сторону, куда в данный

момент наклоняется палка. Этим мы смещаем точку опоры и соответственно изменяем момент силы тяжести, который начинает отклонять палку в противоположном направлении. Конечно, такие движения нужно производить непрерывно, давая палке лишь слегка отклоняться то в одну, то в другую сторону под действием изменяющегося момента силы тяжести. Путем тренировки можно добиться такого точного управления моментами, что удается удерживать вблизи неустойчивого равновесия целые конструкции (как это делают жонглеры в цирке). Следя за игрой собственных ножных мускулов, можно заметить, что, стоя на одной ноге, мы практически находимся в состоянии неустойчивого равновесия: для того чтобы не упасть, все время приходится переносить точку опоры тела то на пятку, то на носок.

? **83.1.** Если игрушку «ванька-встанька» (рис. 135) положить на бок, то она поднимется. Где примерно находится ее центр тяжести?
83.2. Будет ли находиться в положении устойчивого равновесия тонкая линейка, опирающаяся на цилиндрическую поверхность (рис. 136)?

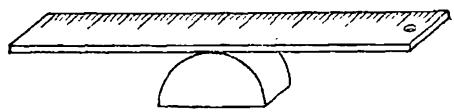


Рис. 136. К упражнению 83.2

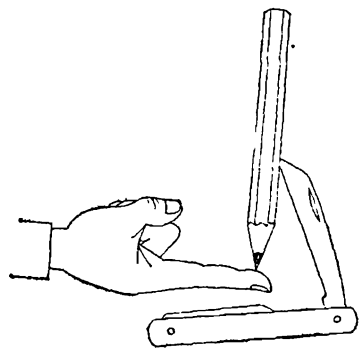


Рис. 137. К упражнению 83.5

83.3. Почему человек, несущий груз на спине, наклоняется вперед?
83.4. Сплошной цилиндр стоит на доске длины 50 см. На какую наибольшую высоту можно поднять один из концов доски, чтобы цилиндр не упал, если его высота в четыре раза больше диаметра основания?
83.5. Карандаш с воткнутым в него ножиком находится в устойчивом равновесии (рис. 137). Объясните это явление.

§ 84. Простые машины. Уже в древности появились первые приспособления, при помощи которых поднимали и передвигали большие тяжести, приводили в действие осадные орудия (тараны) и т. д. Все эти приспособления служили

для того, чтобы вызывать такие движения, при которых необходимо преодолевать большие силы (например, при подъеме тяжелого груза — его вес). Для этого силы, развиваемые приспособлениями, должны хотя бы в начале движения, превосходить силы, противодействующие движению. Но если движения, вызываемые приспособлениями, происходят медленно и если силы трения достаточно малы, то можно считать, что роль этих приспособлений сводится к тому, чтобы уравновесить большие силы, противодействующие движению. Иными словами, можно считать, что силы, развиваемые приспособлениями, должны быть равны по модулю и противоположны по направлению силам, противодействующим движению. Все такие приспособления называют *простыми машинами*. Таким образом, вопрос о действии простых машин сводится к определению условий, при которых простая машина находится в равновесии.

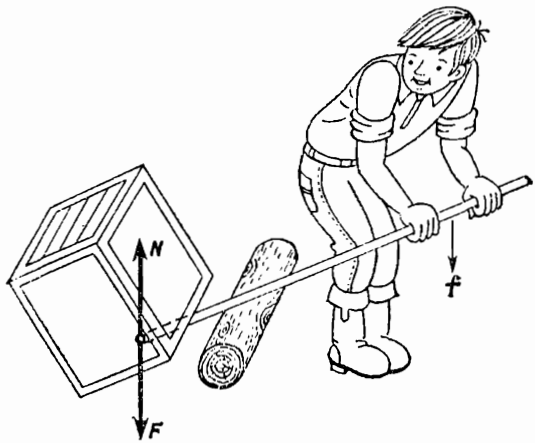


Рис. 138. Применение рычага. Сила f, приложенная человеком, меньше силы N, действующей со стороны рычага на груз

Одной из наиболее распространенных простых машин является уже рассмотренный нами *рычаг*; рычаги часто применяются во всевозможных машинах и механизмах. Равновесие рычага наступает при условии, что отношение приложенных к его концам параллельных сил обратно отношению плеч и моменты этих сил противоположны по знаку. Поэтому, прикладывая небольшую силу к длинному концу рычага, можно уравновесить гораздо бо́льшую силу, приложенную к короткому концу рычага. Подложив под тяжелое тело рычаг с очень длинным вторым плечом (рис. 138),

можно приподнять тело, приложив силу, во много раз меньшую, чем вес тела. Можно сказать, что рычаг — это «преобразователь» силы: малая сила f, приложенная к концу длинного плеча, вызывает большую силу F на конце короткого плеча. Мы получаем «выигрыш в силе».

Тачка — это тоже рычаг (рис. 139). Сила тяжести P, действующая на груз, приложена гораздо ближе к оси колеса тачки (которая в этом случае играет роль оси рычага),

Рис. 139. Тачка как рычаг

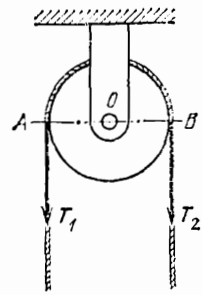


Рис. 140. Простой блок

чем сила, действующая со стороны рук человека. Поэтому человек может приподнять на тачке такой груз, которого он прямо руками поднять не в состоянии. Сила, действующая со стороны рук человека, должна быть направлена вверх, чтобы создаваемый ею момент относительно оси рычага был противоположен моменту силы P.

Другим распространенным типом простых машин являются различные комбинации блоков. Рассмотрим сначала *простой блок* (рис. 140). Будем считать, что он вращается в подшипниках без трения. Если веревка натянута и не скользит по блоку, то блок находится под действием двух сил натяжения веревки T_1 и T_2; точками приложения этих сил можно считать точки A и B на окружности блока. Условия равновесия блока, как и условия для рычага, определяются из условий равновесия моментов приложенных сил. Так как плечи сил T_1 и T_2 (радиусы блока OA и OB) одинаковы, то блок будет находиться в равновесии, если обе приложенные силы равны. Блок — это равноплечий рычаг. Изображенный на рис. 140 простой блок не дает никакого выигрыша в силе. Его роль заключается только в из-

менении направления, в котором нужно прикладывать силу. Тянуть за веревку, опускающуюся сверху, часто удобнее, чем за веревку, идущую снизу (рис. 141).

Вместо вращающегося блока можно применить какую-нибудь гладкую неподвижную опору, перекинув через нее веревку, которая сможет скользить по опоре; разница будет

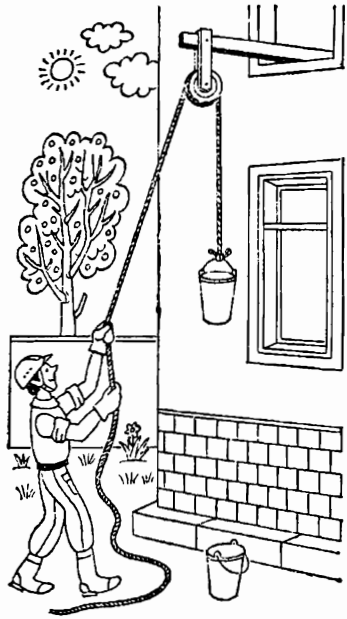


Рис. 141. Применение простого блока для подъема груза

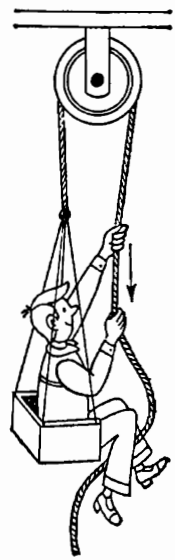


Рис. 142. К упражнению 84.1

только в силе трения (в этом случае она, как правило, будет больше, чем для блока, ось которого вращается в подшипниках).

? **84.1.** Пожарные, альпинисты, маляры иногда применяют неподвижный блок так, как показано на рис. 142, поднимая сами себя по веревке. Получается ли при этом выигрыш в силе по отношению к весу поднимаемого груза?

Для того чтобы получить выигрыш в силе, применяют разные комбинации блоков, например *двойной блок*. Он состоит из двух блоков разных радиусов, жестко скрепленных между собой и насаженных на общую ось (рис. 143). К каждому блоку прикреплена веревка так, что она может

наматываться на блок или сматываться с него, но не может скользить по блоку. Плечи сил (радиусы блоков r_1 и r_2) в этом случае различны, т. е. двойной блок действует как

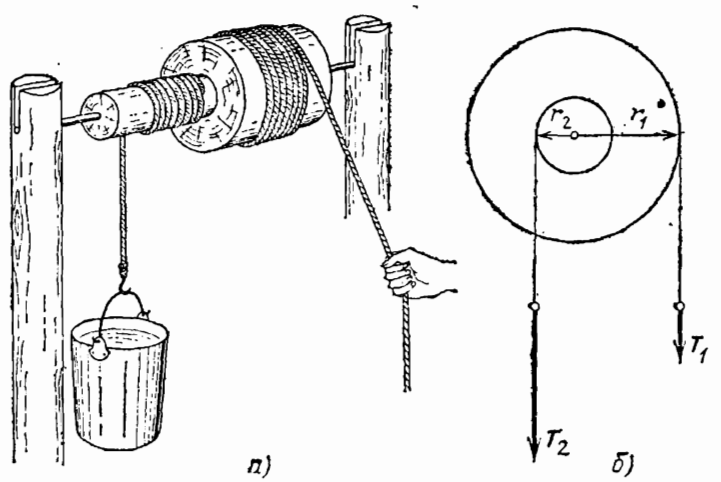


Рис. 143. *а*) Двойной блок. *б*) Схема двойного блока

неравноплечий рычаг. Условия равновесия двойного блока такие же, как и неравноплечего рычага:

$$T_1 r_1 = T_2 r_2, \quad \text{или} \quad T_1/T_2 = r_2/r_1.$$

Двойной блок также можно рассматривать как преобразователь силы. И здесь, прикладывая малую силу к веревке, навитой на блок большего радиуса, мы можем получить бóльшую силу, действующую со стороны веревки, навитой на блок малого радиуса.

Некоторым видоизменением двойного блока является *ворот*, который применяется, например, для подъема воды из колодцев, а также *кабестан* (вертикальный ворот), применявшийся для подъема якорей на судах раньше, когда этот подъем производился вручную (рис. 144). Спицы кабестана играют ту же роль, какую играет блок большего диаметра в двойном блоке. Следовательно, условия равновесия для ворота такие же, как и для двойного блока, но вместо радиусов меньшего и большего блоков должны быть взяты соответственно радиус барабана и длина спицы, считая от оси до места приложения силы. Так как длину спиц можно сделать во много раз большей радиуса барабана, то ворот

позволяет уравновешивать силы во много раз бо́льшие, чем те, которые приложены к спицам.

Широко используются в технике также различные типы сложных блоков — *полиспасты*. Принцип действия таких

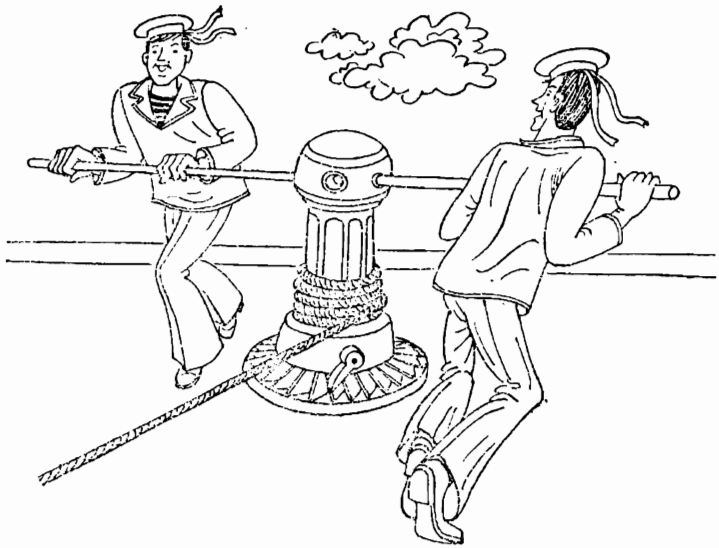


Рис. 144. Вертикальный ворот (кабестан)

сложных блоков следующий (рис. 145). Две группы блоков насажены каждая на общую ось так, что каждый из блоков может вращаться вокруг этой оси независимо от других блоков группы. Одна группа образует неподвижную, а другая — движущуюся часть сложного блока. Веревка пропускается поочередно через блоки одной и другой группы и закрепляется одним концом на обойме неподвижной группы. Если к свободному концу веревки приложить силу T, то сила натяжения всех частей веревки будет равна этой силе (трением во всех блоках мы, как и прежде, пренебрегаем). Каждый кусок веревки между блоками будет действовать на движущийся груз с силой T, а все куски веревки будут действовать с силой nT, где n — число отдельных участков веревки, соединяющих обе части блока, или, что то же самое, общее число блоков в движущейся и неподвижной частях. Поэтому сила T, приложенная к концу веревки, уравновесит приложенную к подвижной части блока силу nT, где n — общее число блоков.

Дифференциальный блок состоит из двойного блока и одного простого блока и использует бесконечную цепь (рис. 146, *а*). Чтобы цепь не скользила по блокам, в них делают углубления для звеньев цепи. На рис. 146, *б* показана схема сил для дифференциального блока. Условие равновесия есть

$$T_1R=T_2(R-r)/2.$$

Мы видим, что в условие равновесия входит разность радиусов

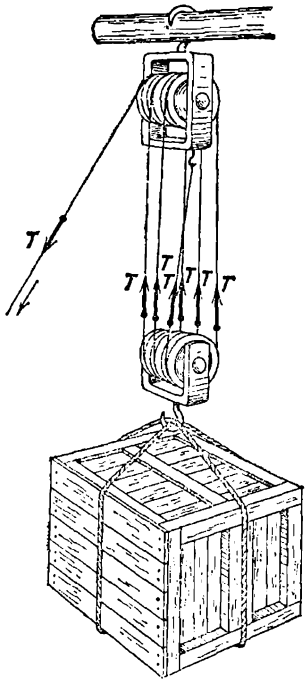


Рис. 145. Полиспаст

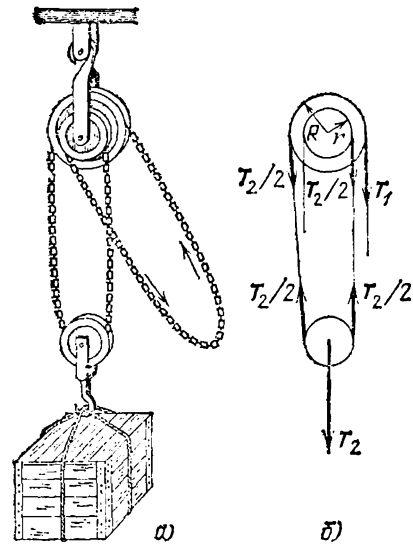


Рис. 146. *а*) Дифференциальный блок. *б*) Схема дифференциального блока

двух блоков. Поэтому система и названа дифференциальным (разностным) блоком.

Во всех рассмотренных случаях применения простых машин на первый план выдвигался вопрос, как при помощи небольших сил сообщить хотя бы медленное движение телу, несмотря на противодействие значительных сил (например, подъем вручную тяжелого якоря). Мы достигали этого «выигрыша в силе», действуя с некоторой силой на длинный конец рычага, на свободный конец веревки полиспаста и т. д. Нетрудно видеть, что при этом другой конец рычага или подвижная группа блоков в полиспасте продвигалась на соответственно меньший путь.

Если, например, применять при подъеме груза полиспаст с n блоками, то можно ограничиться силой, в n раз меньшей, чем вес груза, но зато свободный конец веревки должен быть за время подъема перемещен на путь, в n раз больший, чем путь поднимаемого груза (так как каждый из участков веревки между блоками укорачивается на длину этого пути), т. е. груз движется со скоростью, в n раз меньшей, чем скорость рук тянущего человека.

В современной технике, однако, нередко встает вопрос о получении значительной скорости перемещения. В этих случаях надо применять простые машины так, чтобы перемещаемая часть была связана с длинным концом рычага, свободным концом веревки полиспаста и т. д. При этом, конечно, требуется применять силу, в соответственное число раз *бóльшую*, чем сила, противодействующая движению. Например, шатун паровой машины паровоза давит с большой силой на короткое плечо кривошипа, сообщая точкам обода колеса большую скорость (рис. 147).

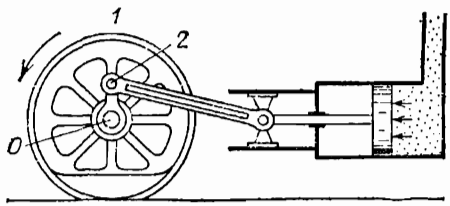


Рис. 147. Кривошипный механизм паровоза. Скорости точек обода *1* больше скорости, сообщаемой подшипнику *2* шатуном, соединенным с поршнем

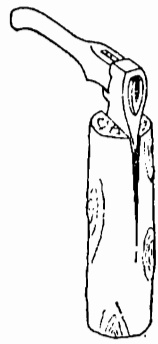


Рис. 148. Раскалывание полена колуном

§ 85. Клин и винт. К числу простых машин относится также *клин*, имеющий многообразные применения. Рассмотрим действие клина (лезвия колуна) при колке дров (рис. 148). На тыльную поверхность клина, например при ударах кувалды, действует сила $\boldsymbol{F}$, вгоняющая клин в трещину (рис. 149); на боковые поверхности клина действуют силы реакции $\boldsymbol{R}$ со стороны раскалываемого полена. При равновесии клина сумма проекций всех приложенных к нему сил на любое направление, например на ось клина, должна равняться нулю, т. е. сила $\boldsymbol{F}$ должна уравновешивать сумму составляющих сил $\boldsymbol{R}$, направленных вдоль оси клина. Проекция силы $\boldsymbol{R}$ на направление AB равна $R \sin \alpha$. На

рис. 149 изображен клин, симметричный относительно плоскости AB: стороны клина составляют с направлением AB одинаковые углы α, и обе проекции сил равны. В таком случае условие равновесия клина есть $F=2R\sin\alpha$. При малом α сила F может быть значительно меньше $2R$. Например, для топора-колуна, представляющего собой стальной клин на рукоятке, угол лезвия равен около 25° ($2\alpha=25°$); в соответствии с этим F примерно в пять раз меньше, чем $2R$.

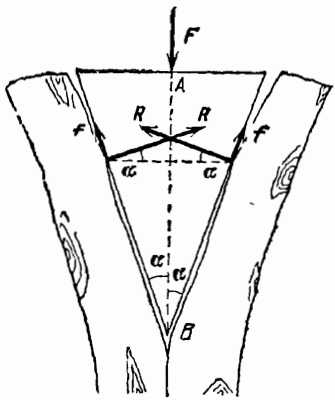


Рис. 149. Силы, действующие на клин (лезвие колуна)

На рис. 150 изображено применение клина для приподнимания тяжести. Чем острее клин, тем меньшую силу F надо приложить, чтобы приподнять данный груз.

Но клин, как и всякую простую машину, требуется не уравновесить, а заставить двигаться в нужном направлении. Только тогда он выполнит свою роль, например расколет полено. В отличие от рычагов и блоков, при работе клина большую роль играет сила трения. В блоке и рычаге силы трения сравнительно малы. Для клина же силы трения между боковыми гранями и телом, в которое вгоняется клин (силы f на рис. 149), обычно очень велики, так как велики и силы реакции R, и коэффициент трения между сталью и деревом, и исключать их из расчета нельзя.

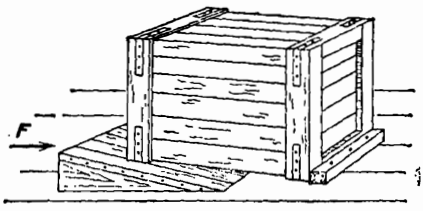


Рис. 150. Применение клина для приподнимания тяжести

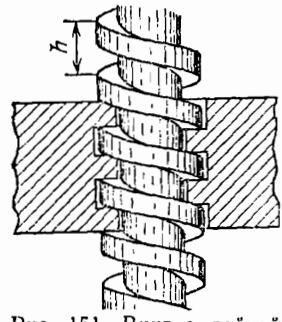


Рис. 151. Винт с гайкой (h — шаг винта)

Типом простой машины, сходным с клином по принципу действия, является *винт* (рис. 151). Винт и навинченная на него гайка имеют винтовую резьбу; при вращении винта гайка перемещается вдоль него. Чтобы наглядно представить себе один виток резьбы винта, надо вообразить прямоугольный треугольник, навитый на цилиндр (рис. 152). Катет AB равен шагу h винта, т. е. расстоянию, на которое

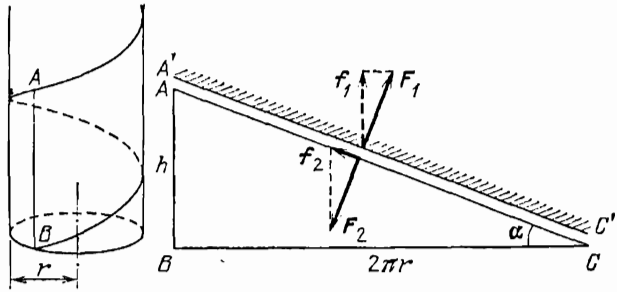


Рис. 152. Винт может быть представлен как прямоугольный треугольник, навитый на цилиндр

переместится гайка при полном обороте винта, а катет BC представляет собой длину окружности основания того цилиндра, на который нанесена резьба винта. Гипотенуза AC представляет собой край одного витка резьбы винта; к ней прилегает край одного витка резьбы гайки $A'C'$. Длина окружности $BC=2\pi r$, где r — радиус цилиндра.

При вращении винта резьба его нажимает на резьбу гайки и заставляет ее двигаться вдоль оси винта. Силами трения между винтом и гайкой часто можно пренебречь (так как их поверхности тщательно шлифуются и густо смазываются). Поэтому силы давления между нарезками винта и гайки направлены практически перпендикулярно к плоскости их соприкосновения. Со стороны винта на гайку действует сила $\boldsymbol{F}_1$, а со стороны гайки на винт — равная ей по модулю сила $\boldsymbol{F}_2$. Вращая винт, нужно преодолевать составляющую силы $\boldsymbol{F}_2$, направленную против движения винта, т. е. силу $\boldsymbol{f}_2$. При этом в направлении оси винта на гайку действует составляющая силы $\boldsymbol{F}_1$, т. е. сила $\boldsymbol{f}_1$; при заданном значении f_1 значение f_2 тем меньше, чем меньше угол α. Соотношение между силами получается таким же, как для клина с углом при основании, равным α.

Таким образом, угол клина, эквивалентного винту, определяется шагом винта и его диаметром. Винты, эквивалентные острому клину, делаются толстыми (большое r)

и с малым шагом (малое h). Таковы, например, винты у домкрата — простого приспособления для подъема тяжестей, действие которого понятно из рис. 153. Винты применяются во всевозможных приспособлениях для сдавливания (пресс, рис. 154) или крепления (болты, шурупы для дерева и т. д.). Во всех этих случаях сравнительно небольшой внешней силой можно создать большую силу давления.

При рассмотрении действия винтов для крепления надо учитывать силу трения: чтобы сдвинуть одно твердое тело вдоль другого, надо приложить некоторую минимальную силу, определяемую трением покоя (§ 64). Сила трения покоя, действующая между головкой винта и поверхностью, в которую винт завинчен, в случае туго затянутого винта может быть довольно значительна, так как она пропорциональна силам давления. Кроме того, она направлена вдоль резьбы винта. Так как большинство толчков и усилий

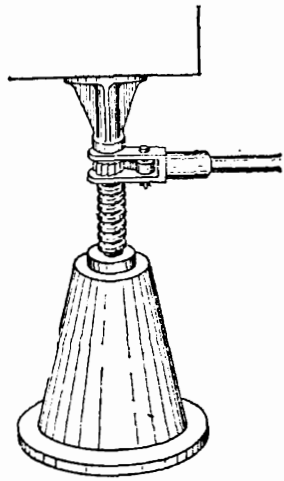


Рис. 153. Домкрат

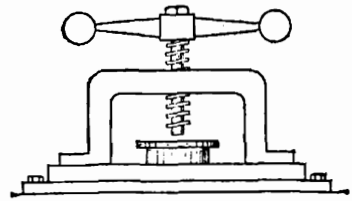


Рис. 154. Винтовой пресс

направлено по оси винта, то составляющая их вдоль резьбы винта незначительна и тем меньше, чем меньше шаг винта. Поэтому скрепляющее действие винтов и шурупов обычно бывает очень велико, т. е. требуются большие и повторные толчки вдоль оси, чтобы повернуть винт и расслабить винтовое крепление.

В большинстве случаев винт поворачивается при помощи более или менее длинной ручки, приделанной к нему (пресс) или рукоятки ключа, надеваемого на головку винта. В таком случае мы имеем соединение двух простых машин — ворота и винта (клина).

? **85.1.** Рассмотрите простые машины, принципы которых использованы в велосипеде (руль, педаль, передача). В каких из них добиваются выигрыша в силе, а в каких — выигрыша в скорости?

§ 86. «Золотое правило» механики. Еще в древности при применении простых машин (рычаг, блок, ворот и т. д.) была обнаружена замечательная особенность всех этих машин: оказалось, что в простых машинах перемещения вполне определенным образом связаны с силами, развиваемыми машиной. Именно, *отношение перемещений двух концов простой машины, к которым приложены силы, всегда*

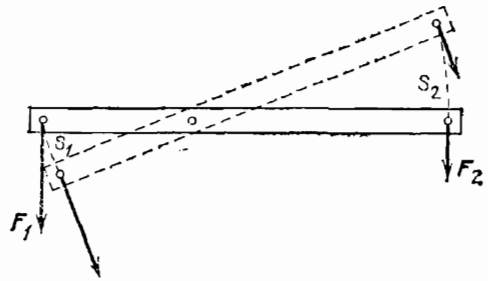


Рис. 155. Сила, действующая на левое плечо рычага, в n раз больше силы, действующей на правое плечо. Путь s_1, пройденный точкой приложения силы F_1, будет в n раз меньше пути s_2, пройденного точкой приложения силы F_2

обратно отношению сил, приложенных к этим концам. Например, если для равновесия рычага сила F_1 должна быть в n раз больше по модулю силы F_2 (рис. 155), то при вращении рычага путь s_1, пройденный точкой приложения силы F_1, будет в n раз меньше пути s_2, пройденного точкой приложения силы F_2.

Для двойного блока такое же соотношение получается между силами, приложенными к веревкам, намотанным на оба блока и удерживающим его в равновесии, и перемещениями концов веревок при вращении блока. Это обстоятельство было сформулировано еще в древности следующим образом: «то, что мы выигрываем в силе, мы проигрываем

в пути». Положение это имеет столь общее и вместе с тем столь важное значение, что оно получило название *«золотого правила» механики.*

Пользуясь введенными обозначениями, можно выразить «золотое правило» формулой

$$F_2/F_1=s_1/s_2, \quad \text{или} \quad F_1s_1=F_2s_2.$$

В дальнейшем типы движений и устройство машин, с которыми приходилось иметь дело в механике, все более и более усложнялись, и оказалось, что в таком простом виде «золотое правило» механики не всегда справедливо. Но попутно с усложнением видов движений и типов машин постепенно дополнялось и усложнялось «золотое правило» механики так, чтобы оно охватывало и более сложные случаи. При этом из «золотого правила» возникли важнейшие физические представления о работе и энергии. Вместе с тем «золотое правило» механики явилось первой простейшей формулировкой одного из основных законов природы — *закона сохранения энергии*, который оказался справедливым для всех без исключения явлений в природе.

Для выяснения понятий работы и энергии мы рассмотрим «золотое правило» механики более подробно. Чтобы упростить рассмотрение, мы сначала будем предполагать, что силы трения отсутствуют. Затем мы выясним, как изменится вся картина при учете сил трения.

§ 87. Применения «золотого правила». «Золотое правило» механики практически соблюдается только в тех случаях, когда движение простых машин происходит равномерно или с малыми ускорениями *). Например, при вращении двойного блока концы веревок, навитых на скрепленные между собой блоки радиусов r_1 и r_2, переместятся на расстояния s_1 и s_2, пропорциональные этим радиусам:

$$s_1/s_2=r_1/r_2.$$

Значит, для того чтобы «золотое правило» было справедливо для двойного блока, должно быть выполнено условие

$$F_1/F_2=r_2/r_1.$$

Тогда силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ уравновесятся и, значит, блок должен либо покоиться, либо двигаться равномерно.

---

*) «Золотое правило» было установлено древними механиками именно потому, что им приходилось иметь дело как раз с такими слу-

Для того чтобы привести в движение двойной блок, нужно нарушить равновесие, прибавив к одной из сил, например к F_1, некоторую силу f (рис. 156). Возникающее движение будет ускоренным (напомним, что, по предположению, трения нет). При этом $(F_1+f)s_1 > F_2 s_2$ — при движении двойного блока с ускорением «золотое правило» не соблюдается. Но чем меньше сила f по сравнению с F_1, тем ближе друг к другу произведения силы на путь для обеих веревок блока и тем меньше отклонение от «золотого правила». При очень малых f движение будет происходить с очень малым ускорением, т. е. будет близко к равномерному.

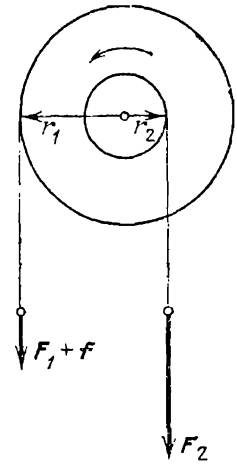


Рис. 156. Увеличив силу F_1 на малую величину f, заставим блок вращаться с ускорением

Итак, «золотое правило» механики соблюдается *вполне точно при равномерном движении* (без трения) и *приближенно при движении с малым ускорением*. Ни одна машина не движется всегда равномерно: вначале она должна прийти в движение, а в конце должна остановиться. Но если пуск в ход и остановка двойного блока происходят с малым ускорением, то «золотое правило» механики практически справедливо во все время действия этой машины.

Таким же образом, как и для двойного блока, мы могли бы убедиться, что «золотое правило» механики справедливо и для всех простых машин при условии, что направления приложенных к машине сил и направления перемещений точек приложения сил совпадают. Для всех таких машин «золотое правило» механики справедливо, как для двойного блока: при равномерном движении машины (а практически также при движении с очень малыми ускорениями) произведения силы на перемещение точки приложения для обеих сил равны.

? 87.1. Покажите, что «золотое правило» механики справедливо для полиспаста и для ворота *).

§ 88. Работа силы. В предыдущем параграфе мы установили, что в простой машине при равномерном движении всегда

*) См. рис. 145. *(Примеч. ред.)*

существует вполне определенная связь между силами и перемещениями: если направления силы и перемещения совпадают, то произведения силы на перемещение для обеих точек приложения сил оказываются одинаковыми. Таким образом, это произведение играет особую роль: с его помощью можно характеризовать действие простых машин. В дальнейшем выяснится, что оно исключительно важно и для многих иных явлений. Ввиду его важности это произведение рассматривается как самостоятельная физическая величина, получившая название *работы* силы.

В частном случае, *когда направления силы и перемещения совпадают, работа A равна произведению модуля силы* F *на модуль перемещения* s:

$$A=Fs. \tag{88.1}$$

Общее выражение для работы будет выведено в § 90. Таким образом, когда точка приложения силы перемещается, то сила совершает работу. Если же, несмотря на действие силы, перемещение точки приложения силы не происходит, то сила никакой работы не совершает. Например, если груз неподвижно висит на подвесе, то действующая на него сила тяжести не совершает работы; но при опускании или падении груза эта сила совершает работу, равную Ph (P — сила тяжести, действующая на груз, h — расстояние, на которое опустился груз).

Точно так же и в простых машинах (в рычаге, блоке и т. д.) приложенные силы не совершают работы, пока машина не движется. Но если блок начинает вращаться и конец веревки, к которому приложена сила, начинает перемещаться в направлении действия силы, то эта сила совершает работу, равную произведению силы на перемещение.

Во всех движущих механизмах (паровой машине, двигателе внутреннего сгорания, электрическом моторе и т. д.) действуют силы, которые совершают работу при движении механизма. Так, в паровой машине сила давления пара на поршень совершает работу при движении поршня; силы давления газов сгоревшего заряда пороха совершают работу при движении снаряда. Силы взаимодействия электрических токов, текущих в обмотках электромотора, совершают работу при вращении мотора.

Понятие работы как физической величины, введенное в механике, только до известной степени согласуется с представлением о работе в житейском смысле. Действительно, например, работа грузчика по подъему грузов считается тем большей, чем больше вес поднимаемого груза и

чем на бо́льшую высоту он должен быть поднят. Однако с той же житейской точки зрения мы склонны называть «физической работой» всякую деятельность человека, при которой он совершает известные мускульные усилия. Но, согласно даваемому в механике определению, эта деятельность может и не сопровождаться работой. В известном мифе об Атланте, поддерживающем на своих плечах небесный свод, люди имели в виду усилия, необходимые для поддержания огромной тяжести, и расценивали эти усилия как колоссальную работу. С точки же зрения механики здесь нет работы, и мышцы Атланта могли бы быть попросту заменены прочной колонной.

§ 89. Работа при перемещении, перпендикулярном к направлению силы. Когда перемещение происходит в направлении, перпендикулярном к направлению силы, то сила не влияет на перемещение в этом направлении; поэтому мы считаем, что в этом случае сила не производит никакой работы: *если сила и перемещение перпендикулярны друг к другу, то работа силы равна нулю.* Так, например, при перемещении по горизонтальной плоскости работа силы тяжести равна нулю (рис. 157).

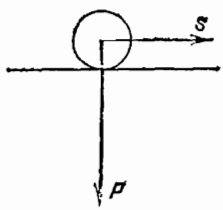


Рис. 157. При качении шара по горизонтальному столу сила тяжести P перпендикулярна к перемещению s и ее работа равна нулю

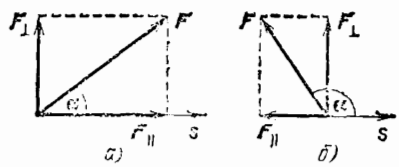


Рис. 158. Разложение силы F на составляющие $F_{\parallel}$ и $F_{\perp}$

§ 90. Работа силы, направленной под любым углом к перемещению. Мы определили работу силы в двух специальных случаях: когда перемещение точки приложения силы совпадает по направлению с силой и когда оно перпендикулярно к силе. В первом случае работа равна произведению силы на перемещение, во втором — равна нулю. Теперь найдем выражение для работы при произвольной взаимной ориентации силы и перемещения. Для простоты будем считать, что сила F постоянна (постоянство F означает постоянство как модуля силы, так и ее направления), а точка приложения силы движется прямолинейно (рис. 158).

Разложим силу F на две составляющие: $F_{\parallel}$, направленную вдоль перемещения s, и $F_{\perp}$, перпендикулярную к пере-

мещению $\boldsymbol{s}$. Пусть угол α между векторами $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{s}$ острый (рис. 158, *а*). Тогда сила $\boldsymbol{F}_{\parallel}$ совпадает по направлению с перемещением и ее работа, согласно формуле (88.1), равна $F_{\parallel}s$. Сила $\boldsymbol{F}_{\perp}$ перпендикулярна к перемещению и поэтому работы не совершает. Считая работу равнодействующей силы равной сумме работ составляющих сил, получим, что работа силы $\boldsymbol{F}$ на перемещении $\boldsymbol{s}$ равна $A=F_{\parallel}s$. Если угол α острый, то $F_{\parallel}$ равняется проекции силы $\boldsymbol{F}$ на направление $\boldsymbol{s}$. Обозначив эту проекцию через F_s, можно написать, что

$$A=F_s s. \tag{90.1}$$

Мы пришли к выводу, что *работа равна проекции силы на направление перемещения, умноженной на модуль перемещения точки приложения силы.*

Если $\alpha<\pi/2$, то проекция $F_s=F\cos\alpha$ (§ 24). Следовательно, выражение (90.1) можно представить в виде *)

$$A=Fs\cos\alpha. \tag{90.2}$$

Произведение $s\cos\alpha$ равно проекции перемещения на направление силы. Обозначив эту проекцию через s_F, получим еще одно выражение для работы:

$$A=Fs_F, \tag{90.3}$$

согласно которому *работа равна проекции перемещения точки приложения силы на направление силы, умноженной на модуль силы.*

До сих пор мы считали, что угол α острый. Однако определение работы, выражаемое формулой (90.2), распространяется и на случай тупых углов ($\alpha>\pi/2$, рис. 158, *б*). В этом случае $\cos\alpha<0$ и работа получается *отрицательной* (проекция F_s силы $\boldsymbol{F}$ на направление перемещения $\boldsymbol{s}$ отрицательна и равна $F\cos\alpha$). Следовательно, выражение (90.2) определяет работу при любых значениях угла α в пределах от 0 до π. (То же относится к формулам (90.1) и (90.3).)

Таким образом, работа является алгебраической величиной: если угол α между направлениями силы и перемеще-

---

*) Произведение модулей двух векторов на косинус угла между ними называется *скалярным произведением* векторов. При самой простой записи скалярного произведения символы перемножаемых векторов пишутся рядом без какого-либо знака между ними (встречаются и другие формы записи). Следовательно, $\boldsymbol{ab}=ab\cos\alpha$. Таким образом, работу можно представить как скалярное произведение силы $\boldsymbol{F}$ и перемещения $\boldsymbol{s}$: $A=\boldsymbol{Fs}$. (*Примеч. ред.*)

ния острый, работа положительна; если этот угол тупой, работа отрицательна. В частном случае, когда $\alpha=0$, работа $A=Fs$; если $\alpha=\pi$, то $A=-Fs$; при $\alpha=\pi/2$ работа равна нулю.

§ 91. Положительная и отрицательная работа. Если сила, приложенная к телу, совершает положительную работу, то скорость тела увеличивается. Действительно, в этом случае сила, а значит, и ускорение, направлены по скорости, увеличивая ее. Если же сила совершает отрицательную работу, то ускорение направлено против скорости и скорость тела убывает.

Допустим, что мы бросили тело в вертикальном направлении. Пока тело летит вверх, сила тяжести совершает над телом отрицательную работу и скорость тела уменьшается до нуля. Достигнув верхней точки, тело начинает двигаться ускоренно вниз. Сила тяжести совершает при этом положительную работу.

Если на движущееся тело действуют две противоположно направленные силы, то одна из них совершает положительную, а другая — отрицательную работу. Например, если на нерастянутую пружину подвесить груз (рис. 159) и дать ему возможность опускаться, то сила тяжести $\boldsymbol{P}$, действующая на груз, будет совершать положительную работу, так как груз будет двигаться в направлении этой силы. В то же время сила $\boldsymbol{F}$, с которой пружина действует на груз, будет совершать отрицательную работу.

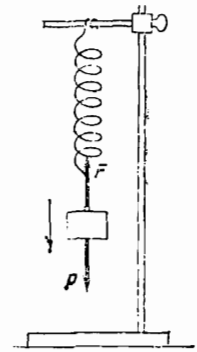


Рис. 159. При опускании груза работа силы $\boldsymbol{P}$ положительна, а силы $\boldsymbol{F}$ отрицательна

Когда мы поднимаем некоторый груз, нам приходится преодолевать действие силы тяжести, притягивающей груз к Земле. В этом случае работа силы тяжести отрицательна. Положительна работа, которую мы затрачиваем на преодоление силы тяжести. Иногда эту работу называют работой, совершаемой *против* силы тяжести. Аналогично, в случае, когда на тело действуют две противоположно направленные силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$, то работа одной из них, скажем $\boldsymbol{F}_1$, будет положительна, а работа другой, т. е. силы $\boldsymbol{F}_2$, будет отрицательна. Можно сказать, что работа силы $\boldsymbol{F}_1$ совершается против силы $\boldsymbol{F}_2$. Подчеркнем, что в случае, когда работа некоторой силы $\boldsymbol{F}$ отрицательна, работа, совершаемая

какой-то другой силой против силы F, будет положительна.

§ 92. Единица работы. Так как работа определяется произведением силы на перемещение, то за единицу работы следует принять работу, совершаемую силой, равной единице, при перемещении точки ее приложения в направлении действия силы на расстояние, равное единице.

В СИ единицей работы служит работа силы, равной одному ньютону, при перемещении один метр. Эта единица носит название *джоуль* (Дж) *).

В системе СГС, в которой единицей силы служит дина, а единицей перемещения — сантиметр, за единицу работы принимают *эрг* (эрг) — работу силы, равной 1 дин, при перемещении 1 см.

? 92.1. Найдите работу, которая совершается в течение 3 мин насосом, подающим за 1 с 50 л воды на высоту 20 м.
92.2. Мальчик тянет санки по горизонтальному пути, натягивая привязанную к ним веревку под углом 37° к горизонту с силой 20 Н. Какую работу он произведет, протащив санки на 600 м?

§ 93. О движении по горизонтальной плоскости. В § 89 было отмечено, что при перемещении тела в горизонтальной плоскости сила тяжести не совершает работы. Вся работа, которую приходится затрачивать при таком перемещении,— это работа на преодоление трения и сопротивления среды. Когда велосипедист едет по горизонтальному пути, он не совершает работы против силы тяжести; только поднимаясь в гору, он совершает работу против этой силы.

Несколько иначе обстоит дело с пешеходом. При ходьбе по горизонтальному пути центр тяжести тела человека не остается на одной и той же высоте, а при каждом шаге поднимается и затем снова опускается. Когда центр тяжести поднимается вверх, человек затрачивает работу. Поэтому при ходьбе даже по горизонтальному пути совершается работа не только против силы сопротивления среды, но и против силы тяжести. Считая, что при каждом шаге центр тяжести поднимается на 5 см, а масса человека равна 70 кг, найдем, что при каждом шаге совершается довольно значительная работа 35 Дж на поднятие центра тяжести. Отрицательная же работа при опускании центра тяжести не используется. Правильная походка уменьшает затрату работы при ходьбе и поэтому меньше утомляет.

*) Название введено в честь английского физика Джеймса Джоуля (1818—1889).

§ 94. Работа силы тяжести при движении по наклонной плоскости. Применим результат, полученный в § 90, для определения работы, которую совершает сила тяжести $\boldsymbol{P}$ при движении тела вниз по наклонной плоскости (рис. 160).

Проекция NO перемещения $s=\overrightarrow{NM_1}$ на направление силы тяжести, т. е. на вертикаль, равна высоте h наклонной

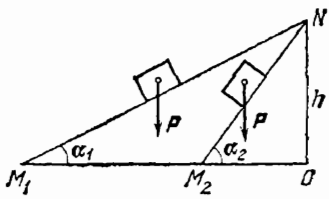


Рис. 160. При скольжении по наклонным плоскостям работа силы тяжести определяется высотой h, на которую опускается груз, и не зависит от угла наклона плоскости

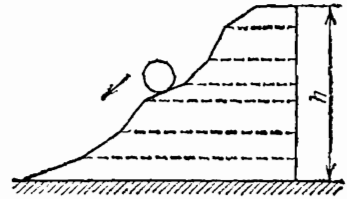


Рис. 161. Любой путь можно представить как совокупность большого числа малых участков наклонных плоскостей

плоскости. Значит, согласно формуле (90.3) работа силы тяжести при перемещении тела вдоль наклонной плоскости из точки N в точку M_1 будет равна силе тяжести, умноженной на высоту наклонной плоскости:

$$A=Ph. \qquad (94.1)$$

Тот же результат получится и для наклонной плоскости NM_2. Таким образом, работа силы тяжести не зависит от угла наклона; она зависит только от высоты наклонной плоскости; сила тяжести совершила бы такую же работу и в том случае, если бы груз опустился на такое же расстояние прямо по вертикали.

Отсюда мы можем сделать и более общий вывод: по какому бы пути ни опускался груз, сила тяжести совершает работу $A=Ph$, где h — высота, на которую опустился груз. Действительно, любой путь мы можем представить себе состоящим из большого числа участков различных наклонных плоскостей (рис. 161). Работа на каждом из участков определяется высотой, на которую опустился груз при перемещении по этому участку. Работа же на всем пути равна действующей на груз силе тяжести, умноженной на полную высоту, на которую опустился груз.

Аналогичный вывод можно сделать и для случая подъема данного тела по наклонной плоскости или какому-либо другому пути. В этом случае работа *против* силы тяжести также

не зависит от формы пути; она зависит только от высоты, на которую поднято тело.

§ 95. Принцип сохранения работы. Понятие работы позволяет по-новому подойти к «золотому правилу» механики. Обратимся снова к двойному блоку и предположим, что при помощи силы, прикладываемой к концу одной из веревок, поднимают некоторый груз, подвешенный к концу второй веревки. Как мы видели, для концов обеих веревок произведения силы на перемещение равны. С другой стороны, сила, действующая на первую веревку, и перемещение конца этой веревки совпадают по направлению. Точно так же совпадают направления перемещения груза и силы, действующей на него со стороны второй веревки. Значит, работа, совершаемая силой, приложенной к первой веревке, равна работе, совершаемой над грузом со стороны простой машины. Таким образом, двойной блок не создает работы и не приводит к исчезновению работы, а лишь *передает* ее. В то же время суммарная работа, совершаемая над простой машиной, оказывается равной нулю: действительно, для сил, приложенных к веревкам, направления силы и перемещения совпадают для одной веревки и противоположны для другой.

Это положение оказывается справедливым для всех простых машин как для случаев, когда направления сил и перемещений совпадают, т. е. для случаев, когда применимо «золотое правило», так и для случаев, когда они не совпадают и «золотое правило» неприменимо.

Итак, мы приходим к принципу более общему, чем «золотое правило»: *во всякой простой машине, движущейся равномерно, работа передается без изменения*, т. е. работа, которую совершает машина, равна работе силы, приводящей машину в движение. Это положение получило название *принцип сохранения работы.*

Необходимо иметь в виду, что принцип сохранения работы не будет выполнен, если простая машина деформируется при передаче работы, например, если рычаг сгибается или веревки полиспаста растягиваются. В самом деле, если попытаться поднять большую тяжесть, применив в качестве рычага гибкий прутик, то, совершив на длинном конце рычага определенную работу, мы даже не сдвинем с места груз, лежащий на коротком плече, на котором, следовательно, произведенная работа будет равна нулю: единственным результатом будет то, что рычаг согнется. Подобно этому, заменив в блоке веревку легко растягивающейся резинкой

и попытавшись поднять с земли большой груз, мы произведем работу, растягивая резинку с одного конца, но второй конец резинки, привязанный к грузу, который так и останется лежать на месте, никакой работы не произведет. И здесь единственным результатом будет деформация механизма. Если взять более жесткий рычаг или более толстую резинку, то приподнять груз, может быть, и удастся. Однако работа, произведенная на втором конце нашей машины, будет в этом случае меньше, чем работа, производимая приложенной силой,— «золотое правило» и принцип сохранения работы будут нарушены. Поэтому в дальнейшем будем считать, что все простые машины изготовлены из несгибаемых рычагов, имеют нерастяжимые веревки и т. д. Тогда, если пренебрегать трением, принцип сохранения работы будет выполнен.

Принцип сохранения работы дает возможность удобного расчета сил в простых машинах. Например, в полиспасте с n витками веревки (рис. 145) конец веревки, за который тянут рукой, перемещается больше, чем крюк, тянущий груз. Действительно, при перемещении руки на длину s подвижная часть блока поднимается на высоту, в n раз меньшую, так как изменение длины веревки распределяется на n ее участков между блоками. Следовательно, на основании принципа сохранения работы мы можем утверждать, что сила, приложенная к концу веревки, должна быть в n раз меньше, чем сила, приложенная к крюку (массой подвижной группы блоков мы пренебрегаем). Этот результат мы получили выше (§ 84) непосредственно из рассмотрения сил.

?

95.1. Поршень массы 200 кг поднимают при помощи вдвигаемого под него прямоугольного клина, катеты которого равны 10 см и 1 м. Найдите силу, которую нужно приложить к тыльной стороне клина (рис. 162). Трением пренебречь.

95.2. В винтовом прессе (рис. 154) винт имеет резьбу с шагом 5 мм. В головку винта вделана рукоятка, имеющая длину 40 см. Какую силу нужно приложить к рукоятке, чтобы пресс давил с силой, равной 10^4 Н? Трением пренебречь.

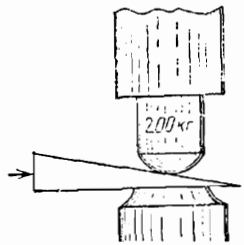


Рис. 162. К упражнению 95.1

§ 96. Энергия. Простые машины обладают способностью совершать работу, но не могут «запасать» эту способность, так как одновременно с тем, как они получают ее на одном конце, они отдают ее на другом. Однако во многих случаях

тела могут накоплять «про запас» способность совершать работу. Можно строить специальные механизмы, способные запасти работу, а затем отдать ее. Типичным примером является гиревой завод стенных часов (рис. 163). Подтягивая гирю вверх, мы совершаем некоторую работу. В результате часовой механизм получает способность совершать в течение длительного времени работу, необходимую для хода часов, т. е. для поддержания движения всех колес, стрелок и маятника, испытывающих сопротивление движению, вызванное трением. По мере хода часов гиря постепенно опускается и запас работоспособности механизма уменьшается. Через некоторое время понадобится снова завести часы, т. е. вновь сделать их способными к совершению работы, требующейся для их хода. При заводе часов гиревой механизм накапливает способность производить работу; по мере хода часов способность производить работу расходуется. Поднимая груз, мы запасаем работу; опускаясь, груз способен производить работу.

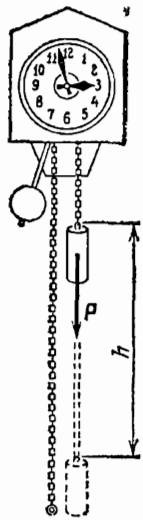


Рис. 163. Поднятая гиря обладает запасом работы, который постепенно расходуется на поддержание хода часов

В теле можно «запасать работу» не только путем поднятия тела на некоторую высоту. Деформируя тело, например сжимая или растягивая пружину, мы производим работу; в результате деформированное тело получает способность совершать работу. Работу совершает «заведенная», т. е. деформированная, пружина ручных или карманных часов, «пружинный двигатель» заводных игрушек и т. д.

Сообщая скорость какому-либо телу, также приходится затрачивать работу; в результате тело приобретает способность совершать работу, уменьшая свою скорость. Например, при составлении поездов маневровый тепловоз толкает вагон к составу; останавливаясь, вагон сжимает пружины буферов; пуля, попадающая в препятствие, производит работу, разрушая материал, и т. д.

Во всех разобранных случаях работа производится при изменении состояния тела: при *опускании* груза, при *раскручивании* пружины, при *остановке* движущегося тела. Пока эти изменения еще не наступили, работа не произве-

дена; в теле имеется некоторый запас еще не совершенной работы. При совершении работы этот запас расходуется. Производя же работу *над телом*: поднимая его вверх, деформируя его, сообщая ему скорость,— мы сообщаем ему запас работы, который в дальнейшем можно использовать, возвращая тело в исходное состояние.

Запас работы, которую может совершить тело, изменяя свое состояние, называют *энергией* *).

К механическим видам энергии относятся: энергия, связанная с поднятием тела над землей (и вообще энергия, связанная с силами всемирного тяготения), энергия, связанная с деформациями тела, и энергия, связанная с движением тела.

Изменение энергии определяется той работой, которую надо совершить, чтобы вызвать это изменение. Следовательно, измерять энергию следует в тех же единицах, в которых измеряют работу, т. е. в джоулях.

§ 97. Потенциальная энергия. Найдем, чему равна работа A, совершаемая некоторой силой $\boldsymbol{F}$ при подъеме тела массы m на высоту h. Будем считать, что движение тела происходит медленно и что силами трения можно пренебречь. Мы знаем (§ 94), что работа против силы тяжести не зависит от того, как мы поднимаем тело: по вертикали (как гирю в часах), по наклонной плоскости (как при втаскивании санок в гору) или еще каким-либо способом. Во всех случаях работа $A=mgh$. При опускании тела на первоначальный уровень сила тяжести произведет такую же работу, какая была затрачена силой $\boldsymbol{F}$ на подъем тела.

Значит, поднимая тело, мы запасли работу, равную mgh, т. е. *поднятое тело обладает энергией, равной произведению силы тяжести, действующей на это тело, и высоты, на которую оно поднято*. Эта энергия не зависит от того, по какому пути происходил подъем, а определяется лишь положением тела (высотой на которую оно поднято) и называется *потенциальной энергией*. Итак, потенциальная энергия $E_п$ тела, поднятого на некоторую высоту, выражается формулой

$$E_п = mgh. \qquad (97.1)$$

При данном исходном положении тела работа, которую может совершить тело, т. е. его потенциальная энергия,

*) Это определение является упрощенным. Более строго, энергия есть физическая величина, характеризующая способность тела (или системы взаимодействующих тел) совершать работу. *(Примеч. ред.)*

зависит от того, насколько тело может опуститься. В гиревом механизме часов это определяется длиной цепочки, на которой висит гиря, в примере с наклонной плоскостью — высотой наивысшей точки наклонной плоскости над ее наинизшей точкой. В других случаях наинизший уровень не может быть так естественно определен. Например, если тело лежит на столе, то можно определять его потенциальную энергию той работой, которую оно совершило бы, опускаясь до пола, до уровня земли или до дна погреба и т. д. Поэтому нужно *условиться* заранее, от какого уровня отсчитывать высоту, а вместе с тем и потенциальную энергию тела. Выбрать этот уровень можно совершенно произвольно, так как *во всех физических явлениях всегда бывает важна не сама потенциальная энергия, а ее изменение*, которым определяется совершаемая работа. Изменение же потенциальной энергии будет, очевидно, одним и тем же, какой бы мы ни выбрали исходный уровень.

Если не оговорено противное, мы будем считать потенциальную энергию тела, лежащего на поверхности земли, равной нулю. Тогда в формуле (97.1) в качестве h следует брать высоту тела над поверхностью земли. Если тело имеет

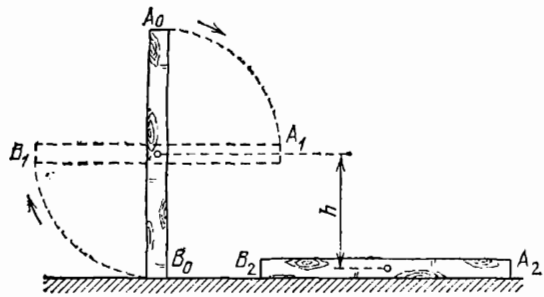


Рис. 164. При переходе столба из положения A_0B_0 в положение A_1B_1 сила тяжести не совершает работы, так как центр тяжести тела остается на месте. При переходе из положения A_1B_1 в положение A_2B_2 совершается работа mgh

значительные размеры, то под h в формуле (97.1) нужно понимать расстояние от поверхности земли (или от иного нулевого уровня) до центра тяжести тела.

Определим, например, на сколько потенциальная энергия вертикально стоящего столба (рис. 164, положение A_0B_0) больше потенциальной энергии того же столба, лежащего на земле (положение A_2B_2). Представим себе, что столб переходит из положения A_0B_0 в положение A_2B_2

в два приема. Сначала он поворачивается вокруг центра тяжести (в данном случае около средней точки) в положение A_1B_1. При этом верхняя часть столба опускается, а нижняя поднимается, и сила тяжести совершает над верхней частью столба положительную, а над нижней — равную ей отрицательную работу, и полная работа силы тяжести равна нулю. Только при переходе из положения A_1B_1 в положение A_2B_2 сила тяжести совершает положительную работу. Следовательно, потенциальная энергия стоящего на земле столба больше потенциальной энергии столба, лежащего на земле, на величину mgh, где m — масса столба и h — разность высот центра тяжести в положениях A_0B_0 и A_2B_2.

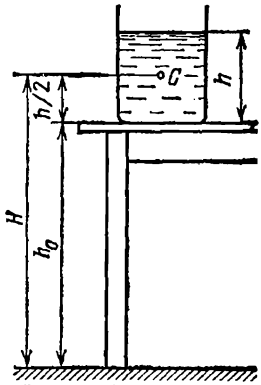


Рис. 165. К расчету потенциальной энергии жидкости в сосуде.

При подсчете потенциальной энергии жидкости массы m, находящейся в цилиндрическом сосуде (рис. 165), следует взять высоту H центра тяжести жидкости C над нулевым уровнем, т. е. высоту h_0 дна сосуда над нулевым уровнем, плюс половину высоты уровня жидкости в сосуде $h/2$, так что потенциальная энергия

$$E_п = mg\,(h_0 + h/2).$$

? **97.1.** Ящик массы 40 кг, размеры которого показаны на рис. 166, переведен из положения *а*) в положение *б*). Определите приращение потенциальной энергии ящика, считая, что его центр тяжести лежит на пересечении диагоналей.

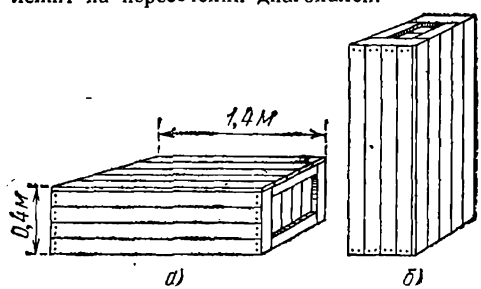


Рис. 166. К упражнению 97.1

97.2. Водохранилище при гидростанции имеет цилиндрическую форму: его площадь равна 2 км^2, глубина равна 6 м. Дно водохранилища лежит на высоте 12 м над уровнем воды в отводном канале за гидростанцией. Какова потенциальная энергия воды в хранилище?

§ 98. Потенциальная энергия упругой деформации. Деформированное упругое тело (например, растянутая или сжатая пружина) способно, возвращаясь в недеформированное состояние, совершить работу над соприкасающимися с ним телами. Следовательно, упруго деформированное тело обладает потенциальной энергией. Она зависит от взаимного положения частей тела, например витков пружины. Работа, которую может совершить растянутая пружина, зависит от начального и конечного растяжений пружины. Найдем работу, которую может совершить растянутая пружина, возвращаясь к нерастянутому состоянию, т. е. найдем потенциальную энергию растянутой пружины.

Пусть растянутая пружина закреплена одним концом, а второй конец, перемещаясь, совершает работу. Нужно учитывать, что сила, с которой действует пружина, не остается постоянной, а изменяется пропорционально растяжению. Если первоначальное растяжение пружины, считая от нерастянутого состояния, равнялось l, то первоначальное значение силы упругости составляло $F=kl$, где k — коэффициент пропорциональности, который называют *жесткостью* пружины. По мере сокращения пружины эта сила линейно убывает от значения kl до нуля. Значит, среднее значение силы равно $F_{ср}=kl/2$. Можно показать, что работа A равна этому среднему, умноженному на перемещение точки приложения силы:

$$A=\frac{kl}{2}\cdot l=\frac{kl^2}{2}.$$

Таким образом, потенциальная энергия растянутой пружины

$$E_п=\frac{kl^2}{2}. \qquad (98.1)$$

Такое же выражение получается для сжатой пружины.

В формуле (98.1) потенциальная энергия выражена через жесткость пружины и через ее растяжение l. Заменив l на F/k, где F — упругая сила, соответствующая растяжению (или сжатию) пружины l, получим выражение

$$E_п=F^2/2k, \qquad (98.2)$$

которое определяет потенциальную энергию пружины, растянутой (или сжатой) силой F. Из этой формулы видно, что, растягивая *с одной и той же силой* разные пружины, мы сообщим им различный запас потенциальной энергии: чем жестче пружина, т. е. чем больше ее упругость, тем меньше

потенциальная энергия; и наоборот: чем мягче пружина, тем больше энергия, которую она запасет при данной растягивающей силе. Это можно уяснить себе наглядно, если учесть, что при одинаковых действующих силах растяжение мягкой пружины больше, чем жесткой, а потому больше и произведение силы на перемещение точки приложения силы, т. е. работа.

Эта закономерность имеет большое значение, например, при устройстве различных рессор и амортизаторов: при посадке на землю самолета амортизатор шасси, сжимаясь, должен произвести большую работу, гася вертикальную скорость самолета. В амортизаторе с малой жесткостью сжатие будет больше, зато возникающие силы упругости будут меньше и самолет будет лучше предохранен от повреждений. По той же причине при тугой накачке шин велосипеда дорожные толчки ощущаются резче, чем при слабой накачке.

§ 99. Кинетическая энергия. Тела могут обладать запасом работы, т. е. обладать энергией, не только потому, что они занимают определенное положение или деформированы, но и потому, что они обладают скоростью. Так, вагон может въехать на гору, если он вначале обладает некоторой скоростью; пуля или снаряд могут подняться на значительную высоту, если они вылетают из дула с большой скоростью. В этих случаях движущееся тело, поднимаясь вверх, совершает работу против силы тяжести. Движущееся тело может

Рис. 167. Быстро летящий бумажный шарик растягивает резиновую нить

также совершать работу против сил упругости. Бумажный шарик, привязанный к тонкой резиновой нити, может сильно растянуть эту нить, если шарику сообщить толчком большую скорость (рис. 167). Когда один катящийся вагон ударяется своими буферами о буфера другого вагона, то пружины буферов сильно сжимаются, т. е. совершается работа сжатия пружины.

Во всех перечисленных примерах тело совершает работу не потому, что оно занимает определенное *положение*, а потому, что оно обладает определенной *скоростью*. Покоящийся вагон не может «сам» въехать на гору, не может

сжать буферные пружины. Между тем движущийся вагон способен это сделать.

Всякий раз, когда тело совершает работу благодаря тому, что оно движется, скорость его движения уменьшается. Если скорость тела уменьшится до нуля, то запас способности совершать работу за счет движения тела будет исчерпан. Значит, всякое движущееся тело обладает некоторым определенным запасом способности совершать работу, т. е. определенной энергией, обусловленной тем, что оно движется. Энергию, которой тело обладает потому, что оно движется, называют *кинетической энергией*.

Сумма кинетической и потенциальной энергий образует *полную механическую энергию* тела.

§ 100. Выражение кинетической энергии через массу и скорость тела. В §§ 97 и 98 мы видели, что можно создать запас потенциальной энергии, заставляя какую-либо силу совершать работу, поднимая груз или сжимая пружину. Точно так же можно создать и запас кинетической энергии в результате работы какой-либо силы. Действительно, если тело под действием внешней силы получает ускорение и перемещается, то эта сила совершает работу, а тело приобретает скорость, т. е. приобретает кинетическую энергию. Например, сила давления пороховых газов в стволе ружья, выталкивая пулю, совершает работу, за счет которой и создается запас кинетической энергии пули. Обратно, если вследствие движения пули совершается работа (например, пуля поднимается вверх или, попадая в препятствие, производит разрушения), то кинетическая энергия пули уменьшается.

Переход работы в кинетическую энергию проследим на примере, когда на тело действует только одна сила (в случае многих сил это — равнодействующая всех сил, действующих на тело). Предположим, что на тело массы m, находившееся в покое, начала действовать постоянная сила F; под действием силы F тело будет двигаться равноускоренно с ускорением $a=F/m$. Пройдя расстояние s в направлении действия силы, тело приобретет скорость v, связанную с пройденным расстоянием формулой $s=v^2/2a$ (§ 22). Отсюда находим работу A силы F:

$$A = Fs = F\frac{v^2}{2a} = \frac{mv^2}{2}.$$

Точно так же, если на тело, движущееся со скоростью v, начнет действовать сила, направленная против его движе-

ния, то оно будет замедлять свое движение и остановится, произведя до остановки работу против действующей силы, также равную $mv^2/2$. Значит, кинетическая энергия $E_к$ движущегося тела равна половине произведения его массы на квадрат скорости:

$$E_к = \frac{mv^2}{2}. \qquad (100.1)$$

Поскольку изменение кинетической энергии, так же как и изменение потенциальной энергии, равно работе (положительной или отрицательной), произведенной при этом изменении, то кинетическая энергия также измеряется в единицах работы, т. е. в джоулях.

? **100.1.** Тело массы m движется со скоростью v_0 по инерции. На тело начинает действовать вдоль направления движения тела сила, в результате чего через некоторое время скорость тела становится равной v. Покажите, что приращение кинетической энергии тела равно работе, произведенной силой, для случая, когда скорость: а) растет; б) убывает; в) меняет знак.

100.2. На что затрачивается бóльшая работа: на сообщение покоящемуся поезду скорости 5 м/с или на разгон его от скорости 5 м/с до скорости 10 м/с? Силами сопротивления движению пренебречь.

§ 101. Полная энергия тела. Рассмотрим, как изменяется кинетическая и потенциальная энергия тела, брошенного вверх.

При подъеме тела скорость его убывает по закону $v = v_0 - gt$, где v_0 — начальная скорость, t — время. Кинетическая энергия при этом также убывает, изменяясь по закону

$$E_к = \frac{m(v_0 - gt)^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mv_0 gt + \frac{mg^2t^2}{2}.$$

Так как начальная кинетическая энергия тела равна $mv_0^2/2$, то к моменту t *убыль* *) кинетической энергии

$$-\Delta E_к = mv_0 gt - \frac{mg^2t^2}{2}. \qquad (101.1)$$

С другой стороны, высота тела в момент t есть

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

*) Убылью некоторой величины, в отличие от приращения, называется разность начального и конечного значений этой величины: $A_{\text{начальн}} - A_{\text{конечн}}$. Сравнение показывает, что при одном и том же изменении величины приращение и убыль отличаются только знаком. Поэтому, обозначив приращение символом ΔA, убыль нужно обозначать символом $-\Delta A$. *(Примеч. ред.)*

Следовательно, приращение потенциальной энергии за время t равно*)

$$\Delta E_{\text{п}} = mv_0 gt - \frac{mg^2t^2}{2}. \qquad (101.2)$$

Сравнивая это выражение с (101.1), видим, что приращение потенциальной энергии за время t равно убыли кинетической энергии за то же время. Таким образом, при движении тела вверх его кинетическая энергия постепенно превращается в потенциальную. Когда движение вверх прекратилось (наивысшая точка подъема), вся кинетическая энергия полностью превратилась в потенциальную. При движении тела вниз происходит обратный процесс: потенциальная энергия тела превращается в кинетическую.

При этих превращениях *полная механическая энергия (т. е. сумма кинетической и потенциальной энергий) остается неизменной*, так как при подъеме убыль кинетической энергии полностью покрывается приращением потенциальной (а при падении — наоборот). Если потенциальную энергию тела у поверхности земли считать равной нулю (§ 97), то сумма кинетической и потенциальной энергий тела на любой высоте во время подъема или падения будет равна

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{mv_0^2}{2}, \qquad (101.3)$$

т. е. остается равной начальной кинетической энергии тела.

Этот вывод представляет собой частный случай одного из важнейших законов природы — *закона сохранения энергии*.

? **101.1.** С башни высоты 20 м брошен камень со скоростью 15 м/с. Найдите скорость камня при падении его на землю и сравните ее со скоростью падения с той же высоты, но без начальной скорости. Сопротивлением воздуха пренебречь.

101.2. Считая известными формулу (101.2) и зависимость потенциальной энергии от высоты, выведите закон движения тела, брошенного по вертикали.

§ 102. Закон сохранения энергии. В примере, разобранном в предыдущем параграфе, выяснилось, что приращение потенциальной энергии брошенного вверх тела происходит за

*) Согласно (101.1) и (101.2)

$$-\Delta E_{\text{к}} = \Delta E_{\text{п}}, \quad \text{откуда} \quad \Delta E_{\text{к}} + \Delta E_{\text{п}} = \Delta (E_{\text{к}} + E_{\text{п}}) = \Delta E = 0$$

(сумма приращений кинетической и потенциальной энергий равна приращению полной энергии E). Если приращение некоторой величины за любой промежуток времени равно нулю, то эта величина остается все время постоянной. *(Примеч. ред.)*

счет убыли его кинетической энергии; при падении тела приращение кинетической энергии происходит за счет убыли потенциальной энергии, так что полная механическая энергия тела не меняется. Аналогично, если на тело действует сжатая пружина, то она может сообщить телу некоторую скорость, т. е. кинетическую энергию, но при этом пружина будет распрямляться и ее потенциальная энергия будет соответственно уменьшаться; сумма потенциальной и кинетической энергий останется постоянной. Если на тело, кроме пружины, действует еще и сила тяжести, то хотя при движении тела энергия каждого вида будет изменяться, но сумма потенциальной энергии тяготения, потенциальной энергии пружины и кинетической энергии тела опять-таки будет оставаться постоянной.

Энергия может переходить из одного вида в другой, может переходить от одного тела к другому, но общий запас механической энергии остается неизменным. Опыты и теоретические расчеты показывают, что при отсутствии сил трения и при воздействии только сил упругости и тяготения *суммарная потенциальная и кинетическая энергия тела или системы тел остается во всех случаях постоянной*. В этом и заключается *закон сохранения механической энергии*.

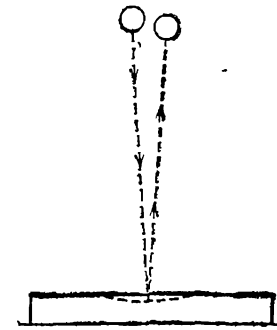


Рис. 168. Отразившись от стальной плиты, стальной шарик подскакивает снова почти на ту же высоту, с которой он был брошен

Проиллюстрируем закон сохранения энергии на следующем опыте. Стальной шарик, упавший с некоторой высоты на стальную или стеклянную плиту и ударившийся об нее, подскакивает почти на ту же высоту, с которой упал (рис. 168) *). Во время движения шарика происходит целый ряд превращений энергии. При падении потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию шарика. Когда шарик прикоснется к плите, и он и плита начинают деформироваться. Кинетическая энергия превращается в потенциальную энергию упругой деформации шарика и плиты, причем этот процесс продолжается до тех пор, пока шарик не остановится, т. е. пока вся его кинетическая энергия не

*) В § 103 будет пояснено, почему шарик не поднимается *в точности* на ту же высоту, с которой начал падать.

перейдет в потенциальную энергию упругой деформации. Затем под действием сил упругости деформированной плиты шарик приобретает скорость, направленную вверх: энергия упругой деформации плиты и шарика превращается в кинетическую энергию шарика. При дальнейшем движении вверх скорость шарика под действием силы тяжести уменьшается и кинетическая энергия превращается в потенциальную энергию тяготения. В наивысшей точке шарик обладает снова только потенциальной энергией тяготения.

Поскольку можно считать, что шарик поднялся на ту же высоту, с которой он начал падать, потенциальная энергия шарика в начале и в конце описанного процесса одна и та же. Более того, в любой момент времени при всех превращениях энергии сумма потенциальной энергии тяготения, потенциальной энергии упругой деформации и кинетической энергии все время остается одной и той же. Для процесса превращения потенциальной энергии, обусловленной силой тяжести, в кинетическую и обратно при падении и подъеме шарика это было показано простым расчетом в § 101. Можно было бы убедиться, что и при превращении кинетической энергии в потенциальную энергию упругой деформации плиты и шарика и затем при обратном процессе превращения этой энергии в кинетическую энергию отскакивающего шарика сумма потенциальной энергии тяготения, энергии упругой деформации и кинетической энергии также остается неизменной, т. е. закон сохранения механической энергии выполнен.

Теперь мы можем объяснить, почему нарушался закон сохранения работы в простой машине, которая деформировалась при передаче работы (§ 95): дело в том, что работа, затраченная на одном конце машины, частично или полностью затрачивалась на деформацию самой простой машины (рычага, веревки и т. д.), создавая в ней некоторую потенциальную энергию деформации, и лишь остаток работы передавался на другой конец машины. В сумме же переданная работа вместе с энергией деформации оказывается равной затраченной работе. В случае абсолютной жесткости рычага, нерастяжимости веревки и т. д. простая машина не может накопить в себе энергию, и вся работа, произведенная на одном ее конце, полностью передается на другой конец.

Пользуясь двумя законами сохранения: законом сохранения импульса и законом сохранения энергии, можно решить *задачу о соударении идеально упругих шаров*, т. е. шаров, которые после соударения отскакивают друг от друга, сохраняя суммарную кинетическую энергию.

Пусть два шара движутся по одной прямой (по линии центров). Предположим, что, кроме сил взаимодействия при их соприкосновении, на шары не действуют никакие силы со стороны каких-либо других тел. После соударения (соударение произойдет, если шары движутся навстречу друг другу или если один из них догоняет второй) они будут двигаться по той же прямой, но с измененными скоростями. Будем считать, что нам известны массы шаров m_1 и m_2 и их скорости $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ до соударения. Требуется найти их скорости $\boldsymbol{u}_1$ и $\boldsymbol{u}_2$ после соударения.

Из закона сохранения импульса следует, что ввиду того, что на шары не действуют никакие силы, кроме сил их взаимодействия, суммарный импульс должен сохраняться, т. е. импульс до соударения должен равняться импульсу после соударения:

$$m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2=m_1\boldsymbol{u}_1+m_2\boldsymbol{u}_2. \tag{102.1}$$

Скорости $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ направлены вдоль линии центров (в одну и ту же либо в противоположные стороны). Из соображений симметрии следует, что скорости $\boldsymbol{u}_1$ и $\boldsymbol{u}_2$ также будут направлены вдоль линии центров. Примем эту линию за ось x и спроектируем векторы, входящие в уравнение (102.1), на эту ось. В результате получим уравнение

$$m_1v_{1x}+m_2v_{2x}=m_1u_{1x}+m_2u_{2x}. \tag{102.2}$$

Далее, из условия идеальной упругости шаров следует, что сохраняется также кинетическая энергия шаров, т. е. должно выполняться равенство

$$m_1v_{1x}^2+m_2v_{2x}^2=m_1u_{1x}^2+m_2u_{2x}^2 \tag{102.3}$$

(в данном случае $v_{1x}^2=v_1^2$ и т. д.).

Из уравнений (102.2) и (102.3) можно найти неизвестные величины u_{1x} и u_{2x}. Для этого перепишем эти уравнения в виде

$$m_1(v_{1x}-u_{1x})=-m_2(v_{2x}-u_{2x}),$$
$$m_1(v_{1x}^2-u_{1x}^2)=-m_2(v_{2x}^2-u_{2x}^2).$$

Деля почленно второе уравнение на первое, получим

$$v_{1x}+u_{1x}=v_{2x}+u_{2x}. \tag{102.4}$$

Умножив (102.4) на m_2 и вычтя из (102.2), придем к соотношению

$$m_1(v_{1x}-u_{1x})-m_2(v_{1x}+u_{1x})=-2m_2v_{2x},$$

откуда

$$u_{1x}=\frac{(m_1-m_2)v_{1x}+2m_2v_{2x}}{m_1+m_2}. \tag{102.5}$$

Подобным же образом, умножив (102.4) на m_1 и сложив с (102.2), найдем

$$u_{2x}=\frac{(m_2-m_1)v_{2x}+2m_1v_{1x}}{m_1+m_2}. \tag{102.6}$$

Если, например, первый шар движется в направлении оси x, а второй — ему навстречу, то v_{1x} равна модулю скорости $\boldsymbol{v}_1$, т. е. v_1, а v_{2x} равна модулю скорости $\boldsymbol{v}_2$, взятому со знаком минус, т. е. $-v_2$. Подставив эти значения в формулы (102.5) и (102.6), получим

$$u_{1x}=\frac{(m_1-m_2)v_1-2m_2v_2}{m_1+m_2},$$

$$u_{2x}=\frac{-(m_2-m_1)v_2+2m_1v_1}{m_1+m_2}.$$

Знак получившихся значений u_{1x} и u_{2x} укажет направления соответствующих скоростей относительно оси x, а абсолютные значения u_{1x} и u_{2x} дадут модули скоростей.

Особенно упрощается соотношение скоростей при соударении шаров одинаковой массы ($m_1=m_2$). В этом случае $u_{1x}=v_{2x}$, $u_{2x}=v_{1x}$, т. е. шары обмениваются скоростями. В частности, если шар соударяется с неподвижным шаром той же массы, то он сообщает ему свою скорость, а сам останавливается.

Если масса одного шара гораздо больше массы другого, например m_1 много больше m_2, то в знаменателе и в числителе формулы (102.5) можно пренебречь членами, содержащими m_2. Если, кроме того, массивный шар покоится, то получаем $u_{2x}=-v_{2x}$, т. е. шар отскакивает, как от неподвижной стенки. Действительно, как видно из (102.5), большой шар получит при этом малую скорость, равную приблизительно $u_1=2v_2m_2/m_1$.

§ 103. Силы трения и закон сохранения механической энергии. Присматриваясь к движению шарика, подпрыгивающего на плите (§ 102), можно обнаружить, что после каждого удара шарик поднимается на несколько меньшую высоту, чем раньше (рис. 169), т. е. полная энергия не остается в точности постоянной, а понемногу убывает; это значит, что закон сохранения энергии в таком виде, как мы его сформулировали, соблюдается в этом случае *только приближенно*. Причина заключается в том, что в этом опыте возникают силы трения: сопротивление воздуха, в котором движется шарик, и внутреннее трение в самом материале шарика и плиты. Вообще, при наличии трения закон сохранения механической энергии всегда нарушается и полная энергия тел уменьшается. За счет этой убыли энергии и совершается работа против сил трения *).

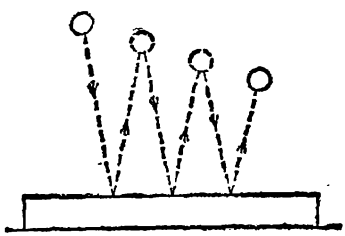


Рис. 169. Уменьшение высоты отскока шарика после многих ударов о плиту

Например, при падении тела с большой высоты скорость тела, вследствие действия возрастающих сил сопротивления среды, вскоре становится постоянной (§ 68); кинетическая энергия тела перестает меняться, но его потенциальная энергия уменьшается. Работу против силы сопротивления воздуха совершает сила тяжести за счет потенциальной энергии тела. Хотя при этом и сообщается некоторая кинетическая энергия окружающему воздуху, но она меньше,

*) Исключение составляет сила трения покоя: так как точка ее приложения неподвижна, то ее работа равна нулю.

чем убыль потенциальной энергии тела, и, значит, суммарная механическая энергия убывает.

Работа против сил трения может совершаться и за счет кинетической энергии. Например, при движении лодки, которую оттолкнули от берега пруда, потенциальная энергия лодки остается постоянной, но вследствие сопротивления воды уменьшается скорость движения лодки, т. е. ее кинетическая энергия, и приращение кинетической энергии воды, наблюдающееся при этом, меньше, чем убыль кинетической энергии лодки.

Подобно этому действуют и силы трения между твердыми телами. Например, скорость, которую приобретает груз, соскальзывающий с наклонной плоскости, а следовательно и его кинетическая энергия, меньше той, которую он приобрел бы в отсутствие трения. Можно так подобрать угол наклона плоскости, что груз будет скользить равномерно. При этом его потенциальная энергия будет убывать, а кинетическая — оставаться постоянной, и работа против сил трения будет совершаться за счет потенциальной энергии.

В природе все движения (за исключением движений в вакууме, например движений небесных тел) сопровождаются трением. Поэтому при таких движениях закон сохранения механической энергии нарушается, и это нарушение происходит всегда в одну сторону — в сторону уменьшения полной энергии.

? **103.1.** Автомобиль массы 1000 кг едет со скоростью 18 км/ч. После выключения двигателя автомобиль проезжает 20 м и останавливается. Какова сила трения, действующая на автомобиль? Силу трения считать постоянной.

103.2. Электровоз тянет поезд по горизонтальному пути и развивает постоянную силу тяги 50 кН; на участке пути длины 1 км скорость поезда возросла от 30 до 40 км/ч. Масса поезда равна 800 т. Определите силу сопротивления, которую испытывает поезд при движении. Силу сопротивления считать постоянной.

103.3. Пуля массы 10 г, вылетевшая из винтовки со скоростью 800 м/с, упала на землю со скоростью 40 м/с. Какая работа против силы сопротивления воздуха совершена при движении пули?

§ 104. Превращение механической энергии во внутреннюю энергию. Особенность сил трения состоит, как мы видели, в том, что работа, совершенная против сил трения, не переходит полностью в кинетическую или потенциальную энергию тел; вследствие этого суммарная механическая энергия тел уменьшается. Однако работа против сил трения не исчезает бесследно. Прежде всего, движение тел при наличии

трения ведет к их нагреванию. Мы можем легко обнаружить это, крепко потирая руки или протягивая металлическую полоску между сжимающими ее двумя кусками дерева; полоска даже на ощупь заметно нагревается. Первобытные люди, как известно, добывали огонь быстрым трением сухих кусков дерева друг о друга (рис. 170). Нагревание происходит также при совершении работы против сил внутреннего трения, например при многократном изгибании проволоки.

Рис. 170. Добывание огня трением двух сухих кусков дерева.

Нагревание при движении, связанном с преодолением сил трения, часто бывает очень сильным. Например, при торможении поезда тормозные колодки сильно нагреваются. При спуске корабля со стапелей на воду для уменьшения трения стапеля обильно смазываются, и все же нагревание так велико, что смазка дымится, а иногда даже загорается.

При движении тел в воздухе с небольшими скоростями, например при движении брошенного камня, сопротивление воздуха невелико, на преодоление сил трения затрачивается небольшая работа, и камень практически не нагревается. Но быстро летящая пуля разогревается значительно сильнее. При больших скоростях реактивных самолетов приходится уже принимать специальные меры для уменьшения нагревания обшивки самолета. Мелкие метеориты, влетающие с огромными скоростями (десятки километров в секунду) в атмосферу Земли, испытывают такую большую силу сопротивления среды, что полностью сгорают в атмо-

сфере (рис. 1) *). Нагревание в атмосфере искусственного спутника Земли, возвращающегося на Землю, так велико, что на нем приходится устанавливать специальную тепловую защиту.

Кроме нагревания, трущиеся тела могут испытывать и другие изменения. Например, они могут измельчаться, растираться в пыль, может происходить плавление, т. е. переход тел из твердого в жидкое состояние: кусок льда может расплавиться в результате трения о другой кусок льда или о какое-либо иное тело.

Итак, если движение тел связано с преодолением сил трения, то оно сопровождается двумя явлениями: а) сумма кинетической и потенциальной энергий всех участвующих в движении тел уменьшается; б) происходит изменение состояния тел, в частности может происходить нагревание. Это изменение состояния тел происходит всегда таким образом, что в новом состоянии тела могут производить бо́льшую работу, чем в исходном. Так, например, если налить в закрытую с одного конца металлическую трубку немного эфира и, заткнув трубку пробкой, зажать ее между двумя пластинками и привести в быстрое вращение, то эфир испарится и вытолкнет пробку. Значит, в результате работы по преодолению сил трения трубки о пластинки трубка с эфиром пришла в новое состояние, в котором она смогла совершить работу, требующуюся для выталкивания пробки, т. е. работу против сил трения, удерживающих пробку в трубке, и работу, идущую на сообщение пробке кинетической энергии. В исходном состоянии трубка с эфиром не могла совершить эту работу.

Таким образом, нагревание тел, равно как и другие изменения их состояния, сопровождается изменением «запаса» способности этих тел совершать работу. Мы видим, что «запас работоспособности» зависит, помимо положения тел относительно Земли, помимо их деформации и их скорости, еще и от состояния тел. Значит, помимо потенциальной энергии тяготения и упругости и кинетической энергии, тело обладает и энергией, зависящей от его *состояния*. Будем называть ее *внутренней энергией*. Внутренняя энергия тела зависит от его температуры, от того, является ли тело твердым, жидким или газообразным, как велика его поверхность, является ли оно сплошным или мелко раз-

---

*) Крупные метеориты достигают Земли, обгорая лишь по поверхности.

дробленным и т. д. В частности, чем температура тела выше, тем больше его внутренняя энергия.

Таким образом, хотя при движениях, связанных с преодолением сил трения, механическая энергия системы движущихся тел уменьшается, но зато возрастает их внутренняя энергия. Например, при торможении поезда уменьшение его кинетической энергии сопровождается увеличением внутренней энергии тормозных колодок, бандажей колес, рельсов, окружающего воздуха и т. д. в результате нагревания этих тел.

Все сказанное относится также и к тем случаям, когда силы трения возникают внутри тела, например при разминании куска воска, при неупругом ударе свинцовых шаров, при перегибании куска проволоки и т. д.

? **104.1.** Пользуясь формулой (51.2), найдите потерю механической энергии при неупругом соударении тел, движущихся по одной прямой.

§ 105. Всеобщий характер закона сохранения энергии. Силы трения занимают особое положение в вопросе о законе сохранения механической энергии. Если сил трения нет, то закон сохранения механической энергии соблюдается: полная механическая энергия системы остается постоянной. Если же действуют силы трения, то энергия уже не остается постоянной, а убывает при движении. Но при этом всегда растет внутренняя энергия. С развитием физики обнаруживались все новые виды энергии (мы будем изучать их в следующих разделах учебника): была обнаружена световая энергия, энергия электромагнитных волн, химическая энергия, проявляющаяся при химических реакциях (в качестве примера достаточно указать хотя бы на химическую энергию, запасенную во взрывчатых веществах и превращающуюся в механическую и тепловую энергию при взрыве); наконец, была открыта ядерная энергия. Оказалось, что совершаемая над телом работа равна приращению суммы всех видов энергии тела; работа же, совершаемая некоторым телом над другими телами, равна убыли суммарной энергии данного тела. Для всех видов энергии оказалось, что возможен переход энергии из одного вида в другой, переход энергии от одного тела к другому, но что при всех таких переходах *общая энергия всех видов остается* все время строго *постоянной*. В этом заключается *всеобщность* закона сохранения энергии.

Хотя общее количество энергии остается постоянным, количество *полезной* для нас энергии может уменьшаться

и в действительности постоянно уменьшается. Переход энергии в другую форму может означать переход ее в бесполезную для нас форму. В механике чаще всего это — нагревание окружающей среды, трущихся поверхностей и т. п. Такие потери не только невыгодны, но и вредно отзываются на самих механизмах; так, во избежание перегревания приходится специально охлаждать трущиеся части механизмов.

§ 106. Мощность. Для характеристики действия различных машин важно не только количество работы, которую может совершить данная машина, но и время, в течение которого эта работа может быть совершена. Этим определяется в конечном счете производительность всякой машины. Отношение произведенной работы A ко времени t, в течение которого эта работа произведена, называют *мощностью* и обозначают обычно буквой N:

$$N=A/t.$$

Мощность можно назвать скоростью совершения работы.

За единицу мощности принимают такую мощность, при которой за единицу времени совершается работа, равная единице. Поэтому в СИ единицей мощности служит *джоуль в секунду*. Эта единица имеет название *ватт* (Вт) *).

В системе СГС единицей мощности служит *эрг в секунду* (эрг/с): 1 эрг/с$=10^{-7}$ Вт. Наконец, до сих пор еще в ходу старинная единица мощности — *лошадиная сила* (л. с.): 1 л. с.$=736$ Вт.

Человек создает двигатели как очень малой, так и очень большой мощности. Пружинный двигатель часов имеет мощность порядка 10^{-7} Вт. Двигатели же, установленные на океанском пароходе или на большой электростанции, имеют иногда мощности в сотни тысяч киловатт, т. е. в 10^{15} раз больше. Средняя мощность лошади — около 400 Вт. Средняя мощность человека при длительной физической работе составляет примерно 50—100 Вт. В течение очень короткого времени спортсмен может развивать мощность в несколько киловатт. Способность развивать большую мощность, хотя бы на короткий промежуток времени,— это одно из основных качеств, которыми должен обладать организм спортсмена. Это особенно важно при беге на короткую дистанцию, при прыжках и т. д., когда за очень короткое время человек должен сообщить своему телу большую

*) Название введено в честь Джеймса Уатта (1736—1819), английского физика и инженера.

скорость, т. е. большую кинетическую энергию, а также при поднятии тяжестей, когда необходимо за короткое время сообщить, например, штанге большую потенциальную энергию. Наоборот, при медленном поднятии на большую высоту (по лестнице) можно, развивая незначительную мощность, совершить бо́льшую работу; однако это потребует большего времени.

? **106.1.** Гиря часового механизма массы 5 кг в течение суток опускается на 120 см. Какова мощность механизма?
106.2. Какую силу тяги развивает тепловоз, если его мощность «на крюке» (т. е. мощность, расходуемая на движение состава) равна 1200 кВт и он прошел с постоянной скоростью 200 м за 10 с?
106.3. Какую мощность должен развивать в начале бега спортсмен массы 70 кг, если за 2 с он должен сообщить своему телу скорость 9 м/с?

§ 107. Расчет мощности механизмов. Если какой-либо механизм действует с силой F и точка приложения этой силы за время t перемещается в направлении действия силы на расстояние s, то механизм совершает за это время работу

$$A=Fs.$$

Мощность, развиваемая при этом механизмом, есть $N=Fs/t$. Так как s/t есть скорость v перемещения точки приложения силы, то мощность, развиваемая механизмом, равна

$$N=Fv, \qquad (107.1)$$

т. е. при условии, что направление скорости совпадает с направлением силы, *мощность, развиваемая механизмом, равна силе, с которой этот механизм действует, умноженной на скорость перемещения точки приложения силы.* Если скорость направлена противоположно силе, то произведенная работа и мощность отрицательны: механизм потребляет мощность. Если, например, подъемник поднимает груз массы 400 кг с постоянной скоростью 0,7 м/с, то машина подъемника развивает мощность $N=3924$ Н$\cdot 0{,}7$ м/с$=2{,}75$ кВт.

Аналогично можно выразить мощность и в том случае, когда механизм совершает вращательное движение. Пусть, например, мотор при помощи приводного ремня вращает станок; сила натяжения ведущей части ремня равна F, мотор вращается с частотой n *), радиус шкива мотора равен R. Какова мощность N, отдаваемая мотором?

*) Частота n есть число оборотов, совершаемых шкивом мотора в единицу времени. Единицей n служит секунда в минус первой степени ($с^{-1}$). *(Примеч. ред.)*

Ремень действует на шкив станка с силой F. При этом ремень движется со скоростью $v=2\pi Rn$ (предполагается, что ремень по шкиву не скользит и, значит, движется с той же скоростью, что и точки на окружности шкива). Значит, мотор развивает мощность $N=F\cdot 2\pi Rn$. Но $FR=M$ (где M — вращающий момент силы, R — плечо силы). Таким образом, мощность мотора *)

$$N=2\pi nM. \qquad (107.2)$$

? **107.1.** Во сколько раз бóльшую мощность должны развить машины парохода, чтобы увеличить его скорость вдвое, если сопротивление воды движению парохода растет пропорционально квадрату скорости?

107.2. Буксирный пароход тянет за собой на буксире баржу со скоростью 12 км/ч. При этом сила натяжения буксирного каната равна 90 кН. Какую мощность должна развивать машина буксира, если известно, что для движения с той же скоростью без баржи машина буксира должна развивать мощность 100 кВт?

§ 108. Мощность, быстроходность и размеры механизма. Из полученной нами формулы (107.1) видно, что для увеличения мощности механизма надо увеличивать либо силу, развиваемую механизмом, либо скорость его движения. При определенном материале и при заданных допустимых деформациях движущихся частей механизма силы, с которыми эти части действуют друг на друга, могут быть тем больше, чем больше размеры движущихся частей. Поэтому сила, которую способен развивать какой-либо механизм, в конечном счете всегда связана с размерами движущихся частей механизма: чем больше размеры механизма, тем бóльшую силу способен развивать механизм.

Например, зубчатая передача может развивать тем бóльшую силу, чем больше размеры зубцов; приводной ремень может развивать тем бóльшую силу, чем он толще и шире, и т. п. Но с увеличением размеров ремня должны увеличиваться и размеры шкивов, так как толстый ремень на шкиве малого диаметра не будет лежать плотно и будет скользить. Таким образом, и зубчатая передача, и ременный приводной механизм будут по своим размерам тем больше, чем бóльшую силу они должны передавать.

---

*) Отметим, что $2\pi n$ есть угол, на который поворачивается шкив за единицу времени, т. е. угловая скорость ω вращения шкива (§ 115). Таким образом, выражение (107.2) можно представить в виде $N=M\omega$. Эта формула сходна с формулой (107.1). Роль силы в ней играет момент силы, а роль линейной скорости v — угловая скорость ω. *(Примеч. ред.)*

Это относится не только к простейшим приводным механизмам, но и к различным двигателям. Например, поршень паровой машины может развивать тем бóльшую силу, чем больше его диаметр (при данном давлении пара). Таким образом, в общем, для всех механизмов справедливо следующее положение: *чем больше сила, которую должен развивать механизм, тем больше должны быть его размеры.*

Но так как мощность механизма зависит не только от развиваемой силы, но и от скорости движущихся частей, то из двух механизмов, способных развивать одну и ту же мощность, быстроходный механизм можно сделать меньших размеров. При том же типе и размере быстроходный механизм будет всегда мощнее тихоходного.

Например, быстроходный редуктор (зубчатая передача), служащий для изменения числа оборотов авиационного винта, обладает сравнительно небольшими размерами, хотя он служит для передачи от мотора к винту (когда последний делает большое число оборотов) очень большой мощности (тысячи киловатт). Рассчитанная на ту же мощность зубчатая передача тихоходной водяной турбины имеет размеры примерно в десять раз бóльшие, а весит в тысячу раз больше.

§ 109. Коэффициент полезного действия механизмов. Всякий механизм, совершающий работу, должен откуда-то получать энергию, за счет которой эта работа производится. В простейших случаях механизм лишь передает механическую работу от источника энергии к потребителю. Так действуют простые машины и все передаточные или приводные механизмы, представляющие собой различные комбинации простых машин; например, ременный привод передает работу от двигателя, вращающего ведущий шкив, через ведомый шкив потребителю (станку).

Такой приводной механизм лишь передает определенную мощность от источника к потребителю. Однако при этом *не вся* работа, а значит и не вся мощность, получаемая механизмом от источника, передается потребителю.

Дело в том, что во всяком механизме действуют силы трения, на преодоление которых затрачивается часть работы, потребляемой механизмом. Эта работа превращается в тепло и обычно является бесполезной. Отношение мощности, которую механизм передает потребителю, ко всей мощности, подводимой к механизму, называется *коэффициентом полезного действия* данного механизма (сокращенно: к. п. д.).

Если подводимую к механизму мощность обозначить через N_1, а отдаваемую механизмом потребителю — через N_2, то к. п. д. η механизма будет равен

$$\eta = \frac{N_2}{N_1}.$$

При этом часть мощности, равная $N_1 - N_2$, теряется в самом механизме. Отношение этих потерь мощности в механизме ко всей мощности, подводимой к механизму, связано с к. п. д. простым выражением:

$$\frac{N_1 - N_2}{N_1} = 1 - \eta.$$

Так как потери мощности неизбежны во всяком механизме, то всегда $N_2 < N_1$, и к. п. д. всякого механизма всегда меньше единицы; его обычно выражают в процентах. Всякий механизм стремятся сделать таким, чтобы бесполезные потери энергии в нем были по возможности малы, т. е. чтобы к. п. д. был возможно ближе к единице. Для этого уменьшают насколько возможно силы трения и всякие вредные сопротивления в механизме. В наиболее совершенных механизмах эти потери удается снизить настолько, что к. п. д. оказывается лишь на несколько процентов меньше единицы.

Многие машины получают или отдают энергию не в виде механической энергии, а в каком-либо другом виде. Например, паровая машина использует энергию, которой обладает нагретый и сжатый пар; двигатель внутреннего сгорания — энергию, которой обладают горячие и сжатые газы, образовавшиеся при сгорании горючей смеси. Электрический двигатель использует работу, совершаемую электромагнитными силами. Наоборот, генератор электрического тока получает энергию в виде механической, а отдает в виде электромагнитной энергии. Во всех этих случаях, помимо потерь на трение, могут возникать и другие потери, например нагревание проводников протекающим по ним электрическим током. Понятие к. п. д. и в этих случаях сохраняет прежний смысл: к. п. д. машины называют отношение мощности, отдаваемой машиной, к мощности, потребляемой машиной, независимо от того, в виде какой энергии эта мощность потребляется и отдается.

? **109.1.** В двойном блоке, имеющем радиусы 40 и 5 см, к веревке, навитой на меньший блок, приложена сила 1000 Н. Для того чтобы преодолеть силы трения в блоке и поддерживать постоянной скорость его движения, ко второму концу блока приложена сила 130 Н. Каков к. п. д. блока?

109.2. Какую работу нужно произвести, чтобы, пользуясь полиспастом, к. п. д. которого равен 65 %, поднять груз массы 250 кг на высоту 120 см?

109.3. Найдите к. п. д. установки, состоящей из электрического мотора, приводящего в движение водяной насос, который подает на высоту 4,7 м 75 л воды в секунду, если электромотор потребляет мощность 5 кВт.

109.4. Электромотор, имеющий к. п. д. 90 %, приводит в действие насос, к. п. д. которого равен 60 %. Каков к. п. д. всей установки?

109.5. Электропоезд движется равномерно со скоростью 60 км/ч. Двигатели электропоезда потребляют при этом мощность 900 кВт. Определите силу сопротивления, испытываемого всем поездом при движении, если известно, что общий к. п. д двигателей и передающих механизмов составляет 80 %.

109.6. Можно ли поднимать груз массы 50 кг со скоростью 3 м/с при помощи электромотора, потребляющего электрическую мощность 1,4 кВт?

§ 110. Возникновение криволинейного движения. Мы видели, что в отсутствие сил тело движется прямолинейно (и равномерно); оно движется прямолинейно (но не равномерно) и тогда, когда направления силы и скорости совпадают либо противоположны, т. е. векторы $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{v}$ коллинеарны *). Но если сила направлена *под углом* к скорости тела, то траектория движения тела *искривляется*. Криволинейно движется камень, брошенный под углом к горизонту (сила тяжести, направленная вертикально, не коллинеарна скорости тела), груз, вращающийся по кругу на веревке (сила

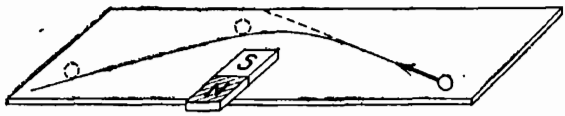


Рис. 171. Магнит искривляет траекторию катящегося стального шарика

натяжения веревки не коллинеарна скорости груза), планета, обращающаяся вокруг Солнца, Луна или искусственный спутник, обращающиеся вокруг Земли (сила тяготения, направленная к притягивающему телу, не коллинеарна скорости движущегося тела).

Толкнем стальной шарик, лежащий на горизонтальном стекле. Так как в этом случае трение ничтожно, то после толчка шарик покатится по стеклу практически с неизменной скоростью, равномерно и прямолинейно. Расположим магнит так, чтобы один из его полюсов оказался вблизи продолжения траектории шарика, но не на самой траектории (рис. 171). Мы увидим, что, проходя мимо магнита,

*) Коллинеарными называются векторы, направленные вдоль параллельных прямых в одну и ту же либо в противоположные стороны. В частном случае коллинеарные векторы могут быть направлены вдоль одной и той же прямой. *(Примеч. ред.)*

шарик будет двигаться криволинейно. Миновав магнит, шарик снова будет двигаться практически прямолинейно, но уже по другому направлению, чем первоначально. Сила, искривляющая путь шарика,— это сила притяжения, направленная от шарика к магниту. Сила магнитного притяжения быстро убывает с расстоянием, поэтому она оказывает заметное действие только вблизи от магнита.

В приведенных примерах на тело действует сила, направленная под углом к направлению движения, и в результате действия этой силы траектория тела искривляется. Если бы сила была направлена вдоль траектории, то искривления траектории не получилось бы: так, при вертикальном бросании тела оно опишет прямолинейную вертикальную траекторию; если полюс магнита расположен на продолжении траектории шарика, то его траектория не искривится, и т. п.

§ 111. Ускорение при криволинейном движении. Второй закон Ньютона устанавливает соотношение между силой, а также массой и ускорением тела:

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{F}/m. \qquad (111.1)$$

Здесь m — масса тела, $\boldsymbol{a}$ — его ускорение, $\boldsymbol{F}$ — равнодействующая всех сил, приложенных к телу (см. формулу (44.1)). В случае прямолинейного движения векторы можно заменить их модулями (точнее, проекциями на прямую, вдоль которой движется тело). В таком упрощенном виде мы применяли второй закон Ньютона до сих пор. Однако при изучении криволинейного движения нужно пользоваться векторным уравнением (111.1).

При криволинейном движении скорость изменяется, вообще говоря, и по модулю, и по направлению. Чтобы охарактеризовать оба изменения отдельно, разложим векторы, стоящие слева и справа в уравнении (111.1) на *тангенциальные* (касательные) и *нормальные* (центростремительные) составляющие. Обозначим тангенциальную и нормальную составляющие ускорения через $\boldsymbol{a}_\tau$ и $\boldsymbol{a}_n$, а тангенциальную и нормальную составляющие силы через $\boldsymbol{F}_\tau$ и $\boldsymbol{F}_n$. Тогда второй закон Ньютона можно написать отдельно для тангенциальных и нормальных составляющих:

$$\boldsymbol{a}_\tau=\boldsymbol{F}_\tau/m, \quad \boldsymbol{a}_n=\boldsymbol{F}_n/m.$$

Тангенциальная составляющая силы вызывает *тангенциальное ускорение* тела, характеризующее изменение *модуля* скорости, а нормальная составляющая силы вызывает

нормальное ускорение тела, характеризующее изменение *направления* скорости (рис. 172).

Если сила все время нормальна к траектории, то тело движется равномерно, т. е. с постоянной по модулю скоростью, и наоборот, если известно, что тело движется равномерно, то отсюда следует, что тангенциальная составляющая силы равна нулю и тело имеет только нормальную составляющую ускорения.

В тех случаях, когда нас интересует движение проекций тела на определенные оси, например на вертикальное и горизонтальное направления, можно спроектировать векторы

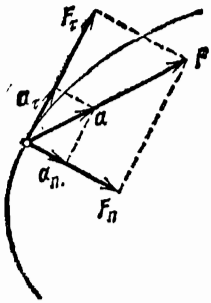


Рис. 172. Тангенциальные и нормальные составляющие силы и ускорения

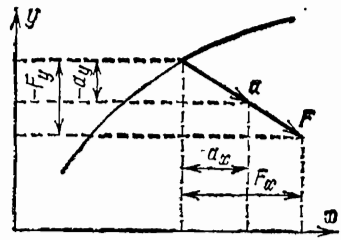


Рис. 173. Проекции на оси x и y ускорения и силы, действующей на тело

$\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{F}$ в уравнении (111.1) на эти оси. Обозначив проекцию какого-либо вектора на ось соответственным значком (рис. 173), найдем

$$a_x = F_x/m, \quad a_y = F_y/m.$$

Эти уравнения определяют ускорения, с которыми будут двигаться проекции движущейся точки на выбранные оси. Такими уравнениями удобно пользоваться, например, если сила имеет постоянное направление, которое можно выбрать за направление одной из осей (§ 112).

С помощью второго закона Ньютона можно, зная массу тела и измеряя его ускорение, вычислить результирующую всех сил, действующих на тело. Можно также, зная массу тела, модуль и направление результирующей всех действующих на него сил, найти модуль и направление ускорения тела.

? **111.1.** Отдельные участки приводного ремня движутся на участке между шкивами прямолинейно. Взойдя на шкив, эти участки

начинают двигаться криволинейно (по окружности шкива). Укажите силы, заставляющие участки ремня на шкиве двигаться криволинейно.

§ 112. Движение тела, брошенного в горизонтальном направлении. Рассмотрим движение тела, брошенного горизонтально и движущегося под действием одной только силы тяжести (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Например, представим себе, что шару, лежащему на столе, сообщают толчок и он докатывается до края стола и начинает свободно падать, имея начальную скорость v_0, направленную горизонтально (рис. 174).

Спроектируем движение шара на вертикальную ось y и на горизонтальную ось x. Движение проекции шара на ось x — это движение без ускорения со скоростью $v_x=v_0$;

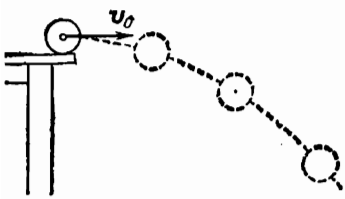


Рис. 174. Движение шара, скатившегося со стола

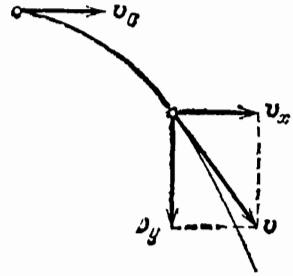


Рис. 175. Шар, брошенный горизонтально со скоростью v_0, имеет в момент t скорость v

движение проекции шара на ось y — это свободное падение с ускорением $a_y=g$ без начальной скорости под действием силы тяжести. Законы обоих движений нам известны. Компонента скорости v_x остается постоянной и равной v_0. Компонента v_y растет пропорционально времени: $v_y=gt$. Результирующую скорость легко найти по правилу параллелограмма, как показано на рис. 175. Она будет наклонена вниз, и ее наклон будет расти с течением времени.

Найдем *траекторию* тела, брошенного горизонтально. Координаты тела в момент времени t имеют значения

$$x=v_0t, \qquad (112.1)$$

$$y=gt^2/2. \qquad (112.2)$$

Чтобы найти уравнение траектории, выразим из (112.1) время t через x и подставим это выражение в (112.2). В ре-

зультате получим

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2. \qquad (112.3)$$

График этой функции показан на рис. 176. Ординаты точек траектории оказываются пропорциональными квадратам абсцисс. Мы знаем, что такие кривые называются параболами. Параболой изображался график пути равноускоренного движения (§ 22). Таким образом, *свободно падающее тело, начальная скорость которого горизонтальна, движется по параболе.*

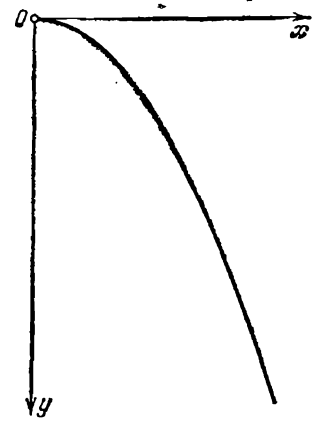


Рис. 176. Траектория тела, брошенного горизонтально

Путь, проходимый в вертикальном направлении, не зависит от начальной скорости. Но путь, проходимый в горизонтальном направлении пропорционален начальной скорости. Поэтому при большой горизонтальной начальной скорости парабола, по которой падает тело, более вытянута в горизонтальном направлении. Если из расположенной горизонтально трубки выпускать струю воды (рис. 177), то отдельные частицы воды будут, так же как и шарик, двигаться по параболе. Чем больше открыт кран, через который поступает вода в трубку, тем больше начальная скорость воды и тем дальше от крана попадает струя на дно кюветы. Поставив позади струи экран с заранее начер-

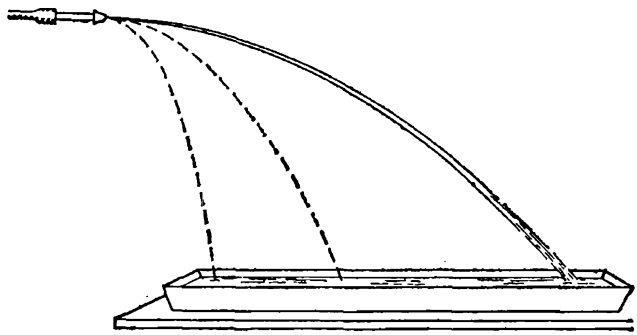


Рис. 177. Струя имеет форму параболы, тем более вытянутой, чем больше начальная скорость воды

ченными на нем параболами, можно убедиться, что струя воды действительно имеет форму параболы.

Зная начальную скорость v_0 и высоту падения h, можно найти расстояние s по горизонтали до места падения. Действительно, положив в формуле (112.3) $y=h$ и $x=s$, получим

$$s = v_0\sqrt{2h/g}.$$

? **112.1.** Какова будет через 2 с полета скорость тела, брошенного горизонтально со скоростью 15 м/с? В какой момент скорость будет направлена под углом 45° к горизонту? Сопротивлением воздуха пренебречь.

112.2. Шарик, скатившийся со стола высоты 1 м, упал на расстоянии 2 м от края стола. Какова была горизонтальная скорость шарика? Сопротивлением воздуха пренебречь.

§ 113. Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Если начальная скорость брошенного тела направлена вверх под некоторым углом к горизонту, то в начальный момент тело имеет составляющие начальной скорости как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях (рис. 178).

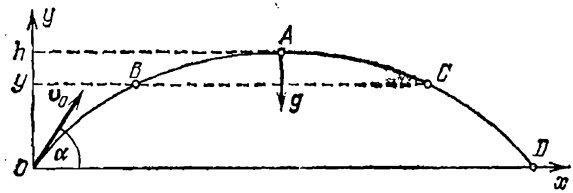


Рис. 178. Траектория тела, брошенного под углом α к горизонту (в отсутствие сопротивления воздуха)

Задача отличается от рассмотренной в предыдущем параграфе тем, что начальная скорость не равна нулю и для движения по вертикали. Для горизонтальной же составляющей все сказанное остается в силе.

Введем координатные оси: ось y, направленную по вертикали вверх, и горизонтальную ось x, расположенную в одной вертикальной плоскости с начальной скоростью $\boldsymbol{v}_0$. Проекция начальной скорости на ось x равна $v_0\cos\alpha$, а на ось y равна $v_0\sin\alpha$ (при показанном на рис. 178 направление осей x и y обе проекции положительны). Ускорение тела равно $\boldsymbol{g}$ и, следовательно, все время направлено по вертикали вниз. Поэтому проекция ускорения на ось y равна $-g$, а на ось x — нулю.

Поскольку составляющая ускорения в направлении оси x отсутствует, проекция скорости на ось x остается постоянной и равной своему начальному значению $v_0\cos\alpha$. Следо-

вательно, движение проекции тела на ось x будет равномерным. Движение проекции тела на ось y происходит в обоих направлениях — вверх и вниз — с одинаковым ускорением $\boldsymbol{g}$. Поэтому на прохождение пути вверх от произвольной высоты y до высоты подъема h затрачивается такое же время Δt, как и на прохождение пути вниз от высоты h до y. Отсюда следует, что симметричные относительно вершины A точки (например, точки B и C) лежат на одинаковой высоте. А это означает, что траектория симметрична относительно точки A. Но характер траектории тела после точки A мы уже выяснили в § 112. Это — парабола, которую описывает тело, летящее с горизонтальной начальной скоростью. Следовательно, все то, что мы говорили относительно траектории тела в предыдущем параграфе, в равной мере относится и к рассматриваемому случаю, только вместо «половины параболы» ACD тело описывает «полную параболу» $OBACD$, симметричную относительно точки A.

Проверить полученный результат можно также при помощи струи воды, вытекающей из наклонно поставленной трубки (рис. 179). Если позади струи поместить экран с

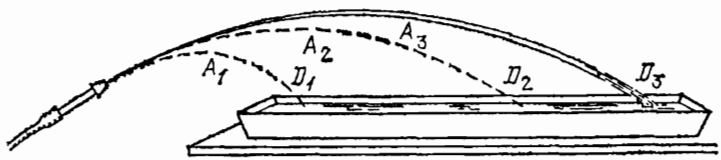


Рис. 179. Струя имеет форму параболы, тем более вытянутой, чем больше начальная скорость струи

заранее начерченными параболами, то можно увидеть, что струи воды также представляют собой параболы.

Высота подъема и расстояние, которое пройдет брошенное тело в горизонтальном направлении до возвращения на ту высоту, с которой тело начало свое движение, т. е. расстояние OD на рис. 178, зависят от модуля и направления начальной скорости $\boldsymbol{v}_0$. Прежде всего, при данном направлении начальной скорости и высота и горизонтальное расстояние тем больше, чем больше модуль начальной скорости (рис. 179).

Для одинаковых по модулю начальных скоростей расстояние, которое проходит тело в горизонтальном направлении до возвращения на первоначальную высоту, зависит от направления начальной скорости (рис. 180). При увеличении угла между скоростью и горизонтом это расстояние

сначала увеличивается, при угле в 45° достигает наибольшего значения, а затем снова начинает уменьшаться.

Проведем расчет движения тела, брошенного вверх под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 (рис. 178). Напомним, что проекция скорости тела на ось x постоянна

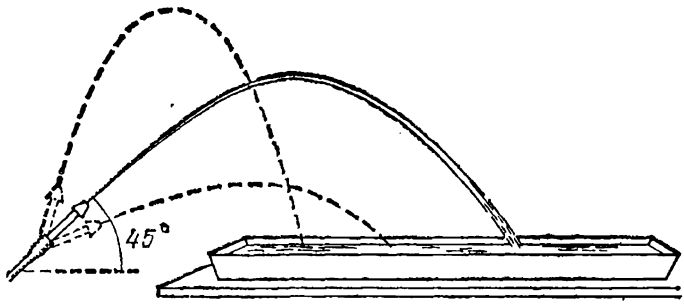


Рис. 180. При увеличении наклона струи, вытекающей с данной скоростью, расстояние, на которое она бьет, сначала увеличивается, достигает наибольшего значения при наклоне в 45°, а затем уменьшается

и равна $v_0 \cos \alpha$. Поэтому координата x тела в момент времени t равна

$$x=(v_0 \cos \alpha)t. \qquad (113.1)$$

Движение проекции тела на ось y будет сначала равнозамедленным. После того как тело достигнет вершины траектории A, проекция скорости v_y станет отрицательной, т. е. одного знака с проекцией ускорения, вследствие чего начнется равноускоренное движение тела вниз. Проекция скорости на ось y изменяется со временем по закону

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt. \qquad (113.2)$$

В вершине траектории A скорость тела имеет только горизонтальную составляющую, а v_y обращается в нуль. Чтобы найти момент времени t_A, в который тело достигнет вершины траектории, подставим в формулу (113.2) t_A вместо t и приравняем получившееся выражение нулю:

$$v_0 \sin \alpha - gt_A = 0; \quad \text{отсюда} \quad t_A = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}. \qquad (113.3)$$

Определяемое формулой (113.3) значение t_A дает время, за которое брошенное тело достигает вершины траектории. Если точка бросания и точка падения тела лежат на одном уровне, то все время полета $t_{\text{пол}}$ будет равно $2t_A$:

$$t_{\text{пол}} = 2\frac{v_0 \sin \alpha}{g}. \qquad (113.4)$$

Умножив v_x на время полета $t_{\text{пол}}$, найдем координату x точки падения тела, т. е. дальность полета:

$$s = x_D = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \qquad (113.5)$$

Из этой формулы видно, что дальность полета будет максимальной в случае, когда $2\alpha = 90°$, т. е. при $\alpha = 45°$ (что уже указывалось выше).

Согласно формулам (22.1) и (113.2) координата y изменяется со временем по закону

$$y = (v_0 \sin\alpha)\, t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (113.6)$$

Подставив в эту формулу t_A вместо t, найдем координату y, отвечающую вершине траектории A, т. е. высоту подъема тела h:

$$h = y_A = v_0 \sin\alpha \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2.$$

Приведя подобные члены, получим

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}. \qquad (113.7)$$

Высота растет с увеличением α и достигает наибольшего значения, равного $v_0^2/2g$, при $\alpha = 90°$, т. е. при бросании тела вертикально вверх.

? **113.1.** Камень, брошенный с земли вверх под углом к горизонту, падает обратно на землю на расстоянии 14 м. Найти горизонтальную и вертикальную составляющие начальной скорости камня, если весь полет продолжался 2 с. Найти наибольшую высоту подъема камня над землей. Сопротивлением воздуха пренебречь.

113.2. Пожарный направляет струю воды на крышу дома высоты 15 м. Над крышей дома струя поднимается на 5 м. На каком расстоянии от пожарного (считая по горизонтали) струя упадет на крышу, если она вырывается из шланга со скоростью 25 м/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

§ 114. Полет пуль и снарядов. Вследствие большой скорости полета пуль и снарядов сопротивление воздуха сильно изменяет их движение по сравнению с результатами расчетов, проведенных в предыдущем параграфе. Если бы сопротивление воздуха отсутствовало, то наибольшая дальность полета пули или снаряда наблюдалась бы, как указано выше, при угле наклона ствола винтовки или орудия, равном 45°. Как можно показать, сопротивление воздуха приводит к такому изменению траектории пули, что угол наклона, соот-

ветствующий максимальной дальности, оказывается меньше 45° (для разных начальных скоростей пули он различен). Вместе с тем и дальность полета (а также и наибольшая высота подъема) оказывается гораздо меньшей. Например, при начальной скорости 870 м/с и угле 45° в отсутствие сопротивления среды дальность полета пули составляла бы около 77 км. Между тем в воздухе при этой начальной скорости наибольшая дальность полета не превышает 3,5 км, т. е. уменьшается более чем в двадцать раз; во много раз уменьшается также и наибольшая высота подъема пули.

Влияние сопротивления воздуха на полет снарядов уменьшается с увеличением размеров снарядов по той же причине, что и в случае свободного падения тела (§ 68): масса снаряда растет, как куб размера, а сила сопротивления воздуха — как квадрат размера снаряда. Таким образом, отношение силы сопротивления воздуха к массе снаряда, т. е. влияние сопротивления среды, уменьшается с увеличением размера снарядов. Поэтому при тех же самых начальных скоростях вылета снаряда дальнобойность артиллерии растет с увеличением калибра снарядов. Вместе с тем и наивыгоднейший угол с горизонтом приближается к 45°. Дальнобойные тяжелые орудия стреляют под углом, близким к 45°. Так как при этом снаряды поднимаются на большую высоту, где плотность атмосферы мала, то влияние сопротивления воздуха становится еще менее заметным. Минометы, выбрасывающие тяжелую мину с небольшой начальной скоростью (что также уменьшает роль сопротивления воздуха), стреляют на наибольшее расстояние также под углом, близким к 45°.

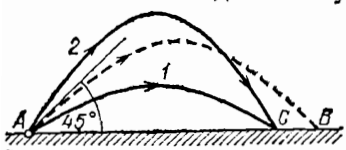


Рис. 181. Настильная (*1*) и навесная (*2*) стрельба

Если цель C находится на расстоянии, меньшем чем наибольшая дальность выстрела AB (рис. 181), то снаряд может попасть в цель двумя путями: при угле наклона либо меньшем 45° (настильная стрельба), либо большем 45° (навесная стрельба).

§ 115. Угловая скорость. Движение точки по окружности можно характеризовать углом поворота радиуса, соединяющего движущуюся точку с центром окружности *). Измене-

*) Иными словами, углом поворота радиус-вектора движущейся точки. (*Примеч. ред.*)

ние этого угла с течением времени характеризуют *угловой скоростью*. Угловой скоростью точки называют отношение угла поворота радиус-вектора точки к промежутку времени, за который произошел этот поворот. Угловая скорость численно равна углу поворота радиус-вектора точки за единицу времени.

Угол поворота обычно измеряют в радианах (рад). Единицей угловой скорости служит *радиан в секунду* (рад/с) — угловая скорость, при которой точка описывает дугу, опирающуюся на угол, равный одному радиану, за одну секунду.

Полный оборот по окружности составляет 2π рад. Значит, если точка вращается с частотой n, то ее *угловая скорость* есть

$$\omega = 2\pi n \text{ рад/с}.$$

Если движение точки по окружности неравномерно, то можно ввести понятие *средней угловой скорости* и *мгновенной угловой скорости*, как это делалось для обычной скорости в случае неравномерного движения. В дальнейшем, однако, будем рассматривать только равномерное движение по окружности.

«Обычную» скорость будем, в отличие от угловой скорости, называть *линейной скоростью*. Легко найти связь между линейной скоростью точки v, ее угловой скоростью ω и радиусом r окружности, по которой она движется. Так как, описав угол, равный одному радиану, точка пройдет по окружности расстояние, равное радиусу, то

$$v = \omega r, \qquad (115.1)$$

т. е. *линейная скорость при движении по окружности равна угловой скорости, умноженной на радиус окружности*.

Пользуясь (115.1), можно выразить центростремительное ускорение точки при движении по окружности через угловую скорость. Подставляя выражение для скорости (115.1) в (27.1), найдем формулу, выражающую центростремительное ускорение через угловую скорость:

$$a = \omega^2 r. \qquad (115.2)$$

При рассмотрении вращения твердого тела вокруг оси также используется понятие угловой скорости: в этом случае угловая скорость у всех точек тела одинакова, так как все они поворачиваются на один и тот же угол. Таким образом, вращение твердого тела вокруг оси можно охаракте-

ризовать угловой скоростью, с которой движутся все его точки. Поэтому будем называть ее *угловой скоростью тела.*

Из формул (115.1) и (115.2) видно, что при вращении твердого тела линейные скорости его точек и их центростремительные ускорения пропорциональны расстоянию от этих точек до оси вращения.

? **115.1.** Две точки движутся с одинаковыми угловыми скоростями по окружностям, радиусы которых относятся, как 1 : 2. Найдите отношение ускорений этих точек.
115.2. Что больше: угловая скорость вращения часовой стрелки часов или угловая скорость вращения Земли?

§ 116. Силы при равномерном движении по окружности. В § 27 мы показали, что равномерное движение по окружности есть движение с постоянным по модулю ускорением, направленным к центру окружности. Но ускорение тела всегда обусловлено наличием силы, действующей в направлении ускорения. Значит, для того чтобы тело равномерно двигалось по окружности, на него должна действовать сила, постоянная по модулю на всей окружности и меняющая свое направление так, что она все время остается направленной к центру окружности.

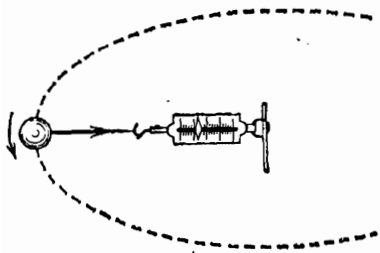


Рис. 182. Динамометр показывает силу, с которой нить действует на шарик, движущийся по окружности

В самом деле, во всех случаях равномерного движения тела по окружности мы можем обнаружить такую силу, действующую со стороны какого-либо другого тела. При вращении шарика на нити — это сила натяжения, действующая со стороны растянутой нити на шарик; ее легко обнаружить, привязав нить другим концом к динамометру (рис. 182); при движении шарика по круговому желобу или при движении поезда по закруглению пути — это сила реакции, действующая со стороны деформированного желоба на шарик или деформированного рельса на колеса поезда, направленная к центру дуги окружности, по которой движется шарик или поезд; в случае движения планет вокруг Солнца — это сила притяжения к Солнцу.

Если действие силы прекращается (например, обрывается нить, к которой привязан шарик), то исчезает и центростремительное ускорение: дальше шарик полетит по каса-

тельной к окружности (т. е. по направлению скорости, которой обладает шарик в момент исчезновения силы).

Сила, необходимая для того, чтобы тело массы m равномерно двигалось со скоростью v по окружности радиуса r, может быть найдена на основании второго закона Ньютона. Так как ускорение тела $a=v^2/r$, то требуемая сила

$$F = ma = \frac{mv^2}{r}. \qquad (116.1)$$

Итак, *для того чтобы тело равномерно двигалось по окружности, на него должна действовать сила, равная произведению массы тела на квадрат скорости, деленному на радиус окружности.* Отсюда видно, что чем меньше радиус, тем большая сила требуется при заданной линейной скорости движения тела. Например, для заданной скорости автомобиля при повороте на закруглении дороги на колеса автомобиля со стороны грунта должна действовать тем большая сила, чем меньше радиус закругления, т. е. чем круче поворот. Обратим внимание еще на то, что скорость входит в формулу силы во второй степени; значит, при увеличении скорости движения по окружности данного радиуса сила, требующаяся для поддержания такого движения, растет очень быстро. В этом можно убедиться, разгоняя по окружности грузик, привязанный нитью к динамометру: показания динамометра будут быстро расти с увеличением скорости грузика.

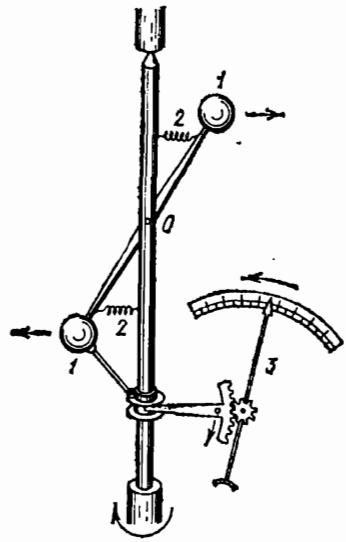


Рис. 183. Устройство тахометра. При увеличении частоты вращения вала стержень, соединяющий грузы, поворачивается на больший угол

Силы при вращательном движении можно выражать через угловую скорость. При помощи формулы (115.2) найдем, что для поддержания равномерного движения по окружности на тело массы m должна действовать сила

$$F = ma = m\omega^2 r. \qquad (116.2)$$

Таким образом, с возрастанием угловой скорости сила, необходимая для поддержания вращения, быстро возраста-

ет. Это обстоятельство используется для устройства некоторых типов *тахометров* — приборов для определения частоты вращения машины.

Принцип устройства тахометра виден из рис. 183. На валу укреплены на легком стержне грузы *1*. Стержень может свободно вращаться вокруг точки *О*. Пружинки *2* удерживают стержень с массами вблизи вала. Чтобы при вращении вала шарики двигались по окружностям, необходима сила тем большая, чем быстрее вращается вал. Так как эту силу создают пружинки *2*, притягивающие шарики к оси вращения, то чем больше частота вращения вала, тем сильнее должны быть растянуты пружинки. Значит, с увеличением частоты вращения вала возрастает угол, на который стержень отклоняется от вала. Со стержнем скреплена стрелка *3*, движущаяся вдоль шкалы, на которой наносят деления, соответствующие разным частотам вращения вала.

? **116.1.** Велосипедист, масса которого вместе с велосипедом равна 80 кг, движется со скоростью 9 км/ч по окружности радиуса 15 м. Определите действующую на него силу.

116.2. На пружинке, имеющей длину 50 см, подвешен груз, который растягивает пружинку на 1 см. Возьмем второй конец пружинки в руку и раскрутим груз в горизонтальной плоскости так, чтобы пружинка растянулась на 10 см. Какова при этом скорость груза? Сила, с которой действует растянутая пружинка, пропорциональна растяжению. Действием силы тяжести при вращении груза пренебречь.

§ 117. Возникновение силы, действующей на тело, движущееся по окружности. Из того, что при криволинейном движении тело испытывает ускорение, следует, что на него должны действовать силы. Например, грузик, привязанный к нити, может двигаться по окружности только в том случае, если нить тянет его с некоторой силой. Но нить может тянуть грузик, только если она деформирована (растянута). Следовательно, для того чтобы объяснить происхождение сил, обусловливающих движение грузика по окружности, мы должны объяснить, почему при рассматриваемом движении нить оказалась растянутой.

Как уже указывалось (§ 58), деформация тела есть результат того, что его разные части в течение некоторого времени двигались по-разному. В нашем примере картину возникновения деформаций сделаем наглядной, полагая, что применена легко растяжимая нить, например тонкая резиновая нить. Закрепим один ее конец неподвижно в точке *О*, а к другому концу прикрепим грузик (рис. 184). Вызвать вращение грузика вокруг точки *О* можно, сообщив ему

некоторую скорость v_0 в направлении, перпендикулярном к нити. В первый момент после начала движения сила со стороны нити на грузик не действует — резина не растянута. Поэтому он начнет двигаться прямолинейно и расстояние между ним и точкой O будет увеличиваться (расстояние OA больше, чем расстояние OA_0), резина начнет растягиваться, в результате чего появится сила, действующая

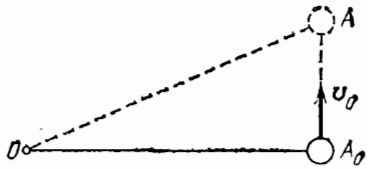


Рис. 184. В первый момент после толчка грузик движется по прямой A_0A и его расстояние от точки O увеличивается

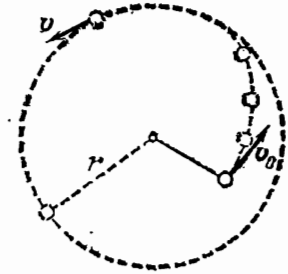


Рис. 185. Движение грузика после начального толчка

на грузик со стороны нити, он получит ускорение, направленное к точке O, и его траектория начнет искривляться.

Однако пока нить мало растянута, это искривление траектории будет недостаточным для того, чтобы грузик двигался по окружности, и он будет продолжать удаляться от точки O, увеличивая растяжение нити, а значит, и силу, действующую на грузик (рис. 185). В результате кривизна траектории будет продолжать увеличиваться, пока траектория не превратится в окружность. Тогда нить перестанет растягиваться. Следовательно, установится как раз такое растяжение нити, при котором она будет действовать на грузик с силой упругости, сообщающей ему ускорение, необходимое для равномерного движения по окружности, радиус которой равен длине растянувшейся нити. Эта сила, как мы знаем (см. формулу (1.16.1)), должна быть равна mv^2/r, где m — масса грузика, v — его скорость и r — радиус траектории. Если нить жесткая или если вместо нити взять стержень, то практически растяжение, создающее требуемую силу, будет очень мало и в качестве r можно взять длину нерастянутой нити или исходную длину стержня, а за установившуюся скорость принять начальную скорость v_0.

Примерно так же возникает и деформация искривленного желоба, по которому катится шарик; желоб искривляет

траекторию шарика. Если бы желоба не было, шарик двигался бы прямолинейно. В искривленном желобе шарик тоже будет двигаться прямолинейно до тех пор, пока на него не подействует сила со стороны желоба. Если бы желоб был очень мягкий, то, двигаясь в нем, шарик заставил бы желоб выпрямиться. Жесткий искривленный желоб при движении шарика тоже немного выпрямляется. Но в жестком желобе упругая сила, которая сообщает шарику ускорение, необходимое для того, чтобы он двигался криволинейно, следуя за кривизной желоба, возникает уже при ничтожной деформации.

Если нить и желоб мало деформируются под действием грузика или катящегося шарика, можно считать нить и желоб жесткими *связями* (§ 75). В этом случае можно предсказать траекторию тела: она определится формой связи. Так, для мало растяжимой нити можно заранее сказать, что траектория привязанного к ней грузика будет близка к окружности с радиусом, равным длине нерастянутой нити; для жесткого желоба можно заранее сказать, что траектория шарика будет близка к исходной форме желоба.

§ 118. Разрыв маховиков. При вращении колес, дисков и т. п. возникают деформации того же типа, что и деформации связей, заставляющих тело двигаться по окружности. Именно силы, обусловленные такими деформациями, и сообщают частям вращающегося тела центростремительные ускорения, необходимые для того, чтобы эти части двигались по окружностям. Если тела жесткие, то деформации очень малы и их непосредственное наблюдение затруднительно. Однако эти деформации могут привести к разрушению вращающегося тела: были случаи, когда маховики и другие вращающиеся части машин разрывались при движении. Разрушение связано обычно с превышением допустимой скорости вращения.

Выясним картину разрушения вращающегося тела. Начнем с движения грузика, закрепленного на резиновой нити, по окружности. Если скорость грузика, движущегося по окружности, увеличить, то установившееся растяжение нити окажется недостаточным для поддержания движения грузика с увеличенной скоростью по той же окружности. Грузик опять начнет удаляться от центра, и растяжение нити будет возрастать до тех пор, пока снова не установится растяжение, соответствующее новой скорости и новому, слегка увеличенному радиусу окружности. Если мы будем все более и более увеличивать скорость грузика, то растя-

жение нити будет продолжаться. Но резиновая нить, как и всякое тело, не может удлиняться беспредельно. При некотором удлинении должен наступить разрыв. Поэтому, если мы будем продолжать увеличивать скорость грузика, то в конце концов нить оборвется. Как мы уже знаем, после обрыва нити грузик полетит по касательной к траектории в точке, в которой произошел обрыв нити.

Подобно этому происходит и разрыв махового колеса при слишком быстром вращении. Если скорость вращения настолько велика, что даже при наибольшем растяжении, которое могут выдержать спицы, они не могут сообщить частям обода необходимое центростремительное ускорение, то удлинение спиц продолжается, и когда оно превосходит допустимый предел, наступает разрыв. Части колеса разлетаются по касательным к окружности колеса. Так как центростремительное ускорение быстро растет с увеличением радиуса траектории и особенно угловой скорости вращающегося тела (см. формулу (116.2)), то крупногабаритные

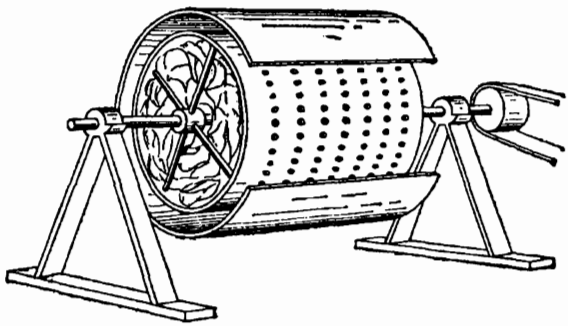


Рис. 186. Сушильная машина

и быстро вращающиеся части машин, например роторы быстроходных турбин, приходится делать исключительно прочными. Невозможность обеспечить требуемую прочность вращающихся частей часто ставит предел увеличению быстроходности машины.

Явления, по существу сходные с теми, которые происходят при разрыве маховика, наблюдаются в сушильной машине (рис. 186). Мокрая ткань закладывается в решетчатый барабан, который приводят в быстрое вращение. При большой скорости вращения силы сцепления между каплями влаги и тканью оказываются недостаточными для того, чтобы сообщить каплям центростремительное ускорение,

необходимое для движения по окружности. Капли влаги отрываются от ткани и улетают через отверстия в решетке.

Таким образом, в рассмотренных случаях (разрушение быстро вращающихся тел, отрыв капель от высушиваемой ткани и т. п.) причиной оказывается недостаточность тех сил, которые могут возникнуть без разрушения тела, по сравнению с теми силами, которые необходимы для сообщения частям вращающегося тела или каплям воды центростремительного ускорения, требуемого при данной скорости движения. Здесь ярко проявляется различие между равномерным прямолинейным и равномерным криволинейным движением: при равномерном прямолинейном движении ускорение отсутствует, для поддержания движения никакие силы не требуются, и поэтому, как бы велика ни была постоянная скорость этого движения, никаких разрушений она вызвать не может.

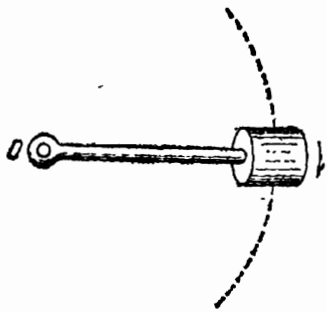


Рис. 187. К упражнению 118.1

? 118.1. На конце стержня, имеющего длину 30 см и вращающегося вокруг точки O (рис. 187), закреплен груз массы 50 кг. Найдите частоту вращения, при которой произойдет разрыв стержня, если, для того чтобы разорвать стержень неподвижной нагрузкой, к его концу нужно подвесить массу, равную 1 т?

§ 119. Деформация тела, движущегося по окружности. До сих пор мы рассматривали только те силы, которые действуют на тело, движущееся по окружности, со стороны связей, т. е. тел, искривляющих траекторию данного тела. Такова, например, сила, действующая на грузик со стороны нити, к которой он привязан. Но сразу видно, что грузик в свою очередь должен действовать на нить с такой же по модулю силой. Это вытекает из третьего закона Ньютона, гласящего, что силы, с которыми действуют друг на друга два тела (в нашем примере грузик и нить), всегда равны по модулю и направлены в противоположные стороны. Следовательно, шарик действует на нить с силой, также равной mv^2/r, но направленной *от центра*. Эта силы приложена к нити (а не к шарику), и поэтому мы не принимали ее во внимание, когда рассматривали движение шарика. Но при изучении поведения нити нам нужно знать силы, действующие именно на нить.

Так обстоит дело при всяком движении по окружности, если это движение происходит под действием сил, обусловленных непосредственным соприкосновением тел. При движении по окружности должна существовать связь — *какое-то другое тело*, удерживающее движущееся тело на окружности. Со стороны этой связи на вращающееся тело действует сила, направленная *к центру* вращения. В свою очередь движущееся тело должно действовать на эту связь с такой же по модулю силой, но направленной *от центра*.

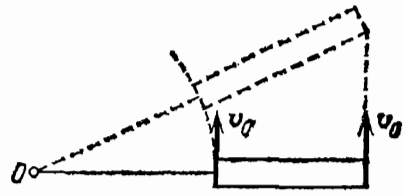


Рис. 188. Возникновение деформации в теле, движущемся по окружности

Мы уже видели (§ 117), что сила, действующая со стороны нити на движущийся по окружности грузик, обусловлена деформацией этой нити. Так же и сила, с которой грузик действует на нить, вызвана соответственной деформацией грузика. Легко объяснить, почему грузик также оказывается в деформированном состоянии.

Для наглядности возьмем в качестве грузика тело удлиненной формы (рис. 188). Представим себе, что мы сообщили всем точкам тела одновременно одинаковую скорость v_0, перпендикулярную к нити. Как мы знаем, в нити при этом возникнет сила натяжения и она сообщает ускорение тем точкам тела, к которым она прикреплена (на рис. 188 — левому концу тела). Путь левого конца тела начнет искривляться, в то время как правый конец тела будет еще продолжать двигаться прямолинейно, так как вначале никакие силы на правый конец тела не действуют. Поэтому увеличится расстояние между левым и правым концами тела — тело начнет деформироваться. Деформация прекратится только тогда, когда возникшие при деформации силы обеспечат всем частям тела ускорения, необходимые для вращения по окружностям.

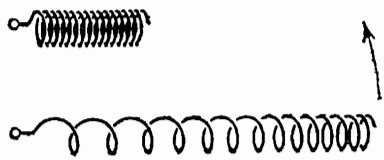


Рис. 189. Наглядное представление деформации вращающегося тела на примере пружины. Для сравнения вверху показана нерастянутая пружина

Таким образом, тело, движущееся по окружности под действием сил, обусловленных непосредственным соприкос-

новением с другими телами, всегда окажется деформированным. Если тело жесткое, то деформации будут малы, но, даже не наблюдая их непосредственно, мы обнаружим их наличие по силе, с которой тело будет действовать на нить. Но если взять легко деформирующееся тело, например слабую цилиндрическую пружину, то деформацию можно сделать заметной и на глаз (рис. 189). Деформации пружины распределятся так, что на каждый виток со стороны соседних витков будет действовать результирующая сила, направленная к центру, обусловливающая необходимое ускорение этого витка; растяжение будет наименьшим для крайнего витка и будет расти к центру.

Деформированная нить действует также и на ось вращения, к которой она прикреплена другим концом. В свою очередь ось изгибается и благодаря этой деформации действует с равной по модулю и противоположной по направлению силой на прикрепленную к ней нить. Сила, действующая на тело со стороны связи (оси и нити), направлена к центру (она сообщает телу центростремительное ускорение). Наоборот, сила, с которой вращающееся деформированное тело действует на нить и на ось, т. е. на связь, направлена от центра.

?

119.1. Два тела массы m_1 и m_2 привязаны на нитях длины r_1 и r_2 и вращаются вокруг точки O с одинаковой угловой скоростью (рис. 190). При каких условиях силы, действующие на точку O со стороны нитей, уравновесят друг друга?

119.2. Барабан сушильной машины диаметра 80 см вращается с частотой 25 $с^{-1}$. С какой силой давит на стенку барабана кусок ткани массы 1,5 г?

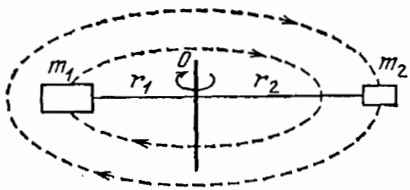


Рис. 190. К упражнению 119.1

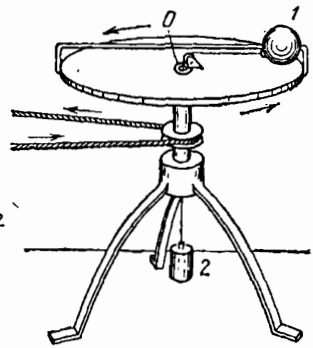


Рис. 191. К упражнению 119.3

119.3. К телу *1* массы m прикреплена нить, которая пропущена через отверстие O (рис. 191). К другому концу нити прикреплено тело *2* такой же массы m. Тело *1* вращается в горизонтальной плоскости около точки O, причем радиус траектории равен 20 см. С какой угловой скоростью должно вращаться тело *1*, чтобы тело *2* находилось в равновесии?

119.4. Что произойдет в случае, описанном в предыдущей задаче, если мы: а) немного подтолкнем тело *2* вверх или вниз; б) положим на тело *2* небольшой добавочный груз?

§ 120. «Американские горки». При криволинейном движении вагонетки по так называемым «американским горкам» (рис. 192, *а*) ускорение возникает в результате действия как

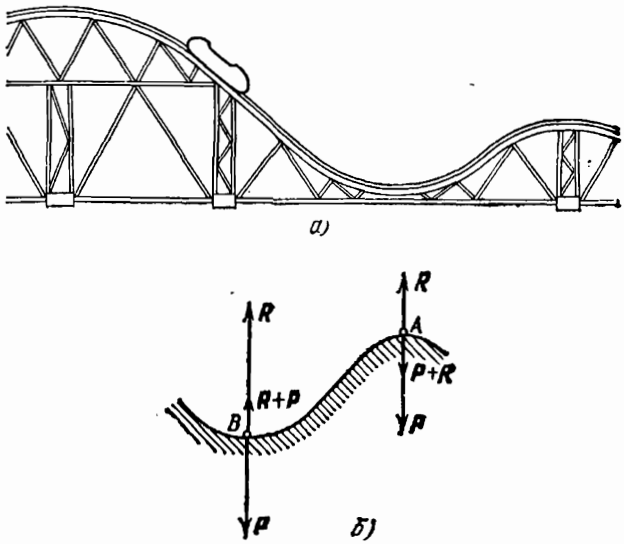


Рис. 192. *а*) Аттракцион «американские горки». *б*) Силы, действующие в нижней и верхней точках «американских горок»

силы притяжения Земли, так и силы, обусловленной непосредственным соприкосновением. Первая — это сила тяжести $\boldsymbol{P}$, действующая на вагонетку, вторая — сила реакции $\boldsymbol{R}$. В этом примере связь — это рельсовый путь, по которому движется вагонетка.

Посмотрим, с какой силой рельсы действуют на вагонетку в самой верхней (A) и самой нижней (B) точках пути (рис. 192, *б*). Так как при криволинейном движении ускорение всегда направлено в сторону вогнутости траектории, то в точке A оно направлено вниз, а в точке B — вверх. Значит, равнодействующая сил $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{R}$ в верхней точке пути направлена вниз, а в нижней точке — вверх. Отсюда следует, что по модулю сила реакции $\boldsymbol{R}$ в точке A меньше, а в точке B больше, чем сила тяжести $\boldsymbol{P}$. В точке A избыток силы тяжести над силой реакции сообщает ваго-

нетке центростремительное ускорение, направленное вниз. В точке B, наоборот, сила реакции не только уравновешивает силу тяжести, но и сообщает вагонетке центростремительное ускорение, направленное вверх. Центростремительное ускорение $a=v^2/r$. Значит, разность между модулями сил $\boldsymbol{R}$ и $\boldsymbol{P}$ равна mv^2/r.

Различие реакции опоры в разных точках пути обусловлено тем, что рельсы в нижней и верхней точках пути оказываются по-разному деформированными. В этом можно было бы убедиться рассуждениями, подобными тем, которыми мы воспользовались при рассмотрении деформаций желоба в § 117. По третьему закону Ньютона вагонетка в свою очередь давит на рельсы с силой $\boldsymbol{N}$, равной по модулю силе $\boldsymbol{R}$, но направленной от вагонетки к рельсам. Значит, в верхней точке пути вагонетка давит на рельсы с меньшей силой, чем в нижней.

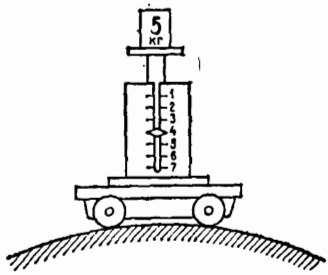


Рис. 193. При движении через вершину «американской горки» показание пружинных весов меньше силы тяжести, действующей на груз

Итак, сила, с которой тело действует на подставку (вагонетка на рельсы) при движении по криволинейному пути, лежащему в вертикальной плоскости, не остается постоянной, а зависит от скорости движения и от формы пути. Мы могли бы обнаружить эти изменения, поместив на тележку, движущуюся по «американским горкам», груз, лежащий на пружинных весах (рис. 193). Если тележка неподвижна, то сила тяжести $\boldsymbol{P}$, действующая на груз, уравновешивается упругой силой сжатой пружины весов $\boldsymbol{R}$, т. е. $R=P$. Но если тележка движется криволинейно, то R будет либо меньше, либо больше P, следовательно, вес груза будет либо меньше, либо больше его веса в случае, когда тележка неподвижна.

Этот опыт еще раз иллюстрирует то обстоятельство, которое мы подчеркивали в § 55. При измерении на пружинных весах вес тела оказывается равным силе тяжести только в том случае, если весы и взвешиваемое тело покоятся (либо движутся без ускорения). Если весы и тело обладают ускорением, направленным вниз, то вес тела оказывается меньше силы тяжести. Наоборот, если ускорение весов и тела направлено вверх, то вес тела оказывается больше силы тяжести.

? **120.1.** Найдите соотношение между радиусом кривизны r моста и скоростью v движения автомашины, при котором нагрузка на выгнутый мост будет вдвое меньше, чем на плоский. При какой скорости автомашина оторвется от моста, имеющего радиус кривизны r, в его наивысшей точке?

§ 121. Движение на закруглениях пути. Движения конькобежца, велосипедиста, поезда и т. д. на закруглениях пути обычно представляют собой движение по дуге окружности, но, в отличие от «американских горок», в этих случаях криволинейная траектория лежит в горизонтальной плоскости. Движущееся тело находится под действием двух сил: силы тяжести $\boldsymbol{P}$ и силы реакции $\boldsymbol{R}$ со стороны опоры (лед, земля, рельсы). Если тело неподвижно или движется прямолинейно, эти силы направлены вертикально и уравновешивают

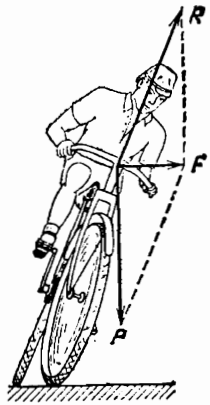


Рис. 194. Велосипедист наклоняется в сторону поворота. Сила тяжести $\boldsymbol{P}$ и сила реакции $\boldsymbol{R}$ со стороны земли дают равнодействующую силу $\boldsymbol{F}$, сообщающую центростремительное ускорение, необходимое для движения по окружности

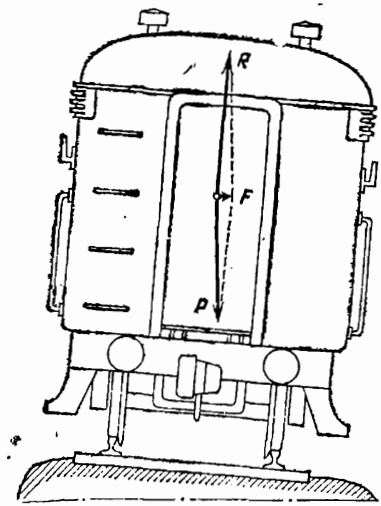


Рис. 195. Наклон железнодорожного пути на закруглении. Сила тяжести $\boldsymbol{P}$, действующая на вагон, и сила реакции $\boldsymbol{R}$ рельсов дают результирующую силу $\boldsymbol{F}$, обусловливающую центростремительное ускорение вагона

друг друга. На поворотах же необходимо, чтобы их равнодействующая была направлена в сторону вогнутости траектории. Для этого движущемуся телу придают наклон в эту сторону. При этом появляется сила реакции опоры, направленная в сторону наклона, к центру описываемой

окружности, и создающая требуемое центростремительное ускорение.

Как осуществляется наклон? Конькобежец и велосипедист вызывают его сознательно (или инстинктивно), перемещая центр тяжести своего тела движением корпуса или рук. В результате возникает сила трения между коньком и льдом или шиной велосипеда и землей, которая создает центростремительное ускорение. Сила трения, направлена в ту сторону, куда наклонен велосипед. В результате сила $\boldsymbol{R}$, действующая со стороны земли, отклонится в ту же сторону (рис. 194). Если сила трения недостаточно велика (например, конек тупой или дорога скользкая), то конек или колесо скользнут по льду или земле и произойдет падение.

Для поезда наклон создается устройством пути. На закруглениях наружный рельс кладется несколько выше внутреннего (рис. 195). Наклон железнодорожного пути рассчитан на некоторую среднюю скорость. Значительное превышение этой скорости может привести к крушению поезда.

? **121.1.** Если поезд идет по закруглению пути с той скоростью, на которую рассчитан наклон пути, то пассажирам кажется, что вагон не наклонился. При большей скорости пассажирам кажется, что вагон наклонился наружу, а при меньшей — внутрь закругления. Объясните эти явления.

§ 122. Движение подвешенного тела по окружности. Рассмотрим еще некоторые примеры равномерного движения по окружности. Укрепим несколько отвесов на диске электрофона (рис. 196). При неподвижном диске все отвесы висят вертикально, при вращающемся — отклоняются, причем это отклонение тем больше, чем дальше от центра расположен

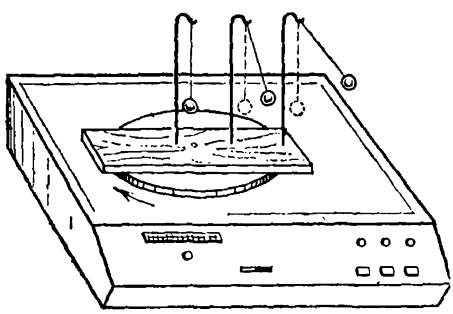


Рис. 196. На диск электрофона положена дощечка с укрепленными на ней отвесами. При вращении диска отвесы отклоняются наружу тем сильнее, чем больше скорость вращения и чем дальше от оси расположен отвес

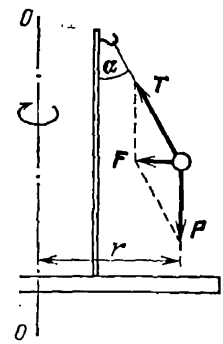


Рис. 197. Силы, действующие на грузик отвеса, укрепленного на вращающемся диске

отвес. С увеличением угловой скорости вращения отклонения отвесов возрастают.

Не рассматривая, *как* возникает отклонение нити отвеса, найдем положение, которое займет нить при данной угловой скорости вращения (рис. 197). При равномерном вращении диска сила натяжения нити T и сила тяжести P, действующая на грузик, дают направленную горизонтально результирующую силу F, которая сообщает грузику центростремительное ускорение. Заметим, что сила натяжения нити T по модулю больше, чем она была бы в случае покоящегося диска, так как силу P уравновешивает вертикальная составляющая силы T.

Модуль силы F равен произведению массы грузика m на его центростремительное ускорение $\omega^2 r$ (ω — угловая скорость диска): $F = m\omega^2 r$. Из рис. 197 следует, что

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F}{P} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}. \qquad (122.1)$$

Отсюда видно, что отклонение нити тем больше, чем больше угловая

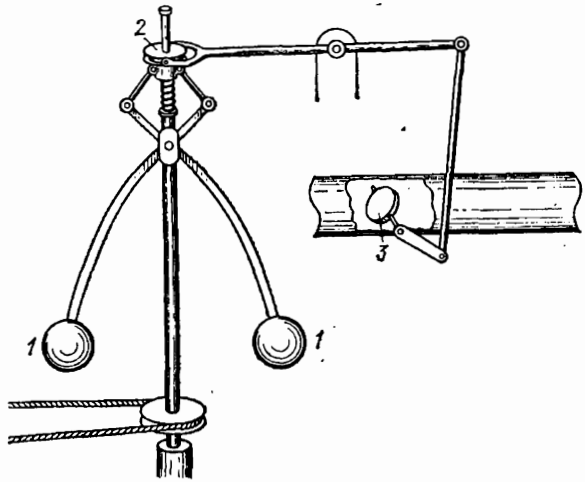


Рис. 198. Модель центробежного регулятора Уатта

скорость и расстояние от оси; оно не зависит от массы грузика. Аналогичную картину — отклонение штанги, на которой висит конь со всадником,— можно наблюдать и на карусели. В этом случае формула (122.1) дает угол отклонения штанги.

Рассмотренная картина поясняет также принцип действия так называемых *центробежных регуляторов*, применяемых для регулировки частоты вращения различных машин. Первый такой регулятор был построен Уаттом для регулировки частоты вращения паровой машины. При вращении вала регулятора (рис. 198) грузы *1*, укрепленные на шарнирах, отклоняются и передвигают муфту *2*, с которой они соединены тягами. Муфта соединена с заслонкой *3*, регулирующей подачу пара в цилиндры паровой машины. Когда частота вращения машины возрастает выше нормальной, муфта опускается и уменьшает доступ пара в цилиндры. Наоборот, при уменьшении частоты вращения ниже нормы муфта поднимается и увеличивает доступ пара.

§ 123. Движение планет. Изучение видимого движения планет на неизменном фоне звездного неба позволило дать полное кинематическое описание движения планет относительно инерциальной системы отсчета Солнце — звезды *). Траектории планет оказались замкнутыми кривыми, получившими название *орбит*. Орбиты близки к окружностям с центром в Солнце **), а движение планет по орбитам оказалось близким к равномерному. Исключение составляют только кометы и некоторые астероиды, расстояние от которых до Солнца и скорость движения которых меняются в широких пределах, а орбиты сильно вытянуты. Расстояния

Таблица 2. **Сведения о планетах**

Название и обозначение планеты	Расстояние от Солнца		Время обращения в земных годах
	в радиусах земной орбиты	в млн. км	
Меркурий ☿	0,387	58	0,241
Венера ♀	0,723	108	0,615
Земля ♁ (или ⊕)	1,000	149	1,000
Марс ♂	1,524	228	1,881
Юпитер ♃	5,203	778	11,862
Сатурн ♄	9,938	1426	29,457
Уран ♅	19,191	2868	84,013
Нептун ♆	30,071	4494	164,783
Плутон ♇	39,6	6000	248

от планет до Солнца (радиусы орбит) и времена обращения этих планет вокруг Солнца весьма различны (табл. 2). Обозначения первых шести планет, приведенные в таблице, сохранились еще со времен астрологов.

В действительности орбиты планет не вполне круговые, а их скорости не вполне постоянны. Точное описание движений всех планет было дано немецким астрономом Иоганном Кеплером (1571—1630) — в его время были известны только первые шесть планет — в виде трех законов (рис. 199).

1. Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

*) Напомним, что эта система отсчета называется *гелиоцентрической*. (*Примеч. ред.*)

**) Расстояния между небесными телами громадны даже по сравнению с огромными размерами самих небесных тел, поэтому при изучении движения планет можно считать их точками.

2. Радиус-вектор планеты (вектор, проведенный от Солнца к планете) в равные времена описывает равные площади.

3. Квадраты времен обращения любых двух планет относятся как кубы больших полуосей их орбит.

Из этих законов можно сделать ряд выводов о силах, под действием которых движутся планеты. Рассмотрим

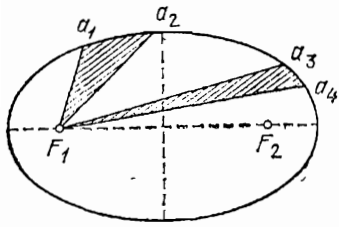


Рис. 199. Если из точки a_1 в точку a_2 планета перемещается за то же время, что из точки a_3 в точку a_4, то площади, заштрихованные на рисунке, равны

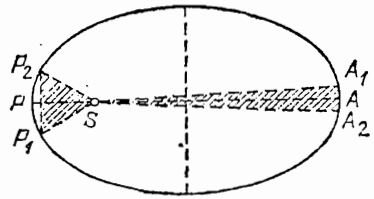


Рис. 200. К определению отношения скоростей планеты в перигелии и афелии

вначале движение какой-либо одной планеты. Ближайший к Солнцу (S) конец P большой оси орбиты называют *перигелием*; другой конец A называют *афелием* (рис. 200). Так как эллипс симметричен относительно обеих своих осей, то радиусы кривизны в перигелии и афелии равны. Значит, согласно сказанному в § 27, нормальные ускорения a_P и a_A в этих точках относятся как квадраты скоростей планеты v_P и v_A:

$$a_P/a_A = v_P^2/v_A^2. \qquad (123.1)$$

Рассмотрим малые пути P_1P_2 и A_1A_2, симметричные относительно перигелия и афелия и совершаемые за одинаковые промежутки времени t. Согласно второму закону Кеплера площади секторов SA_1A_2 и SP_1P_2 должны быть равны. Дуги эллипса A_1A_2 и P_1P_2 равны v_At и v_Pt. На рис. 200 для наглядности дуги сделаны довольно большими. Если же взять эти дуги крайне малыми (для чего промежуток времени t должен быть малым), то отличием дуги от хорды можно пренебречь и рассматривать описанные радиус-вектором секторы как равнобедренные треугольники SA_1A_2 и SP_1P_2. Их площади равны соответственно $v_At r_A/2$ и $v_Pt r_P/2$, где r_A и r_P — расстояния от афелия и перигелия до Солнца. Значит, $v_Ar_A = v_Pr_P$, откуда $v_A/v_P = r_P/r_A$. Наконец, подстав-

ляя это соотношение в (123.1), найдем

$$a_P/a_A = r_A^2/r_P^2. \qquad (123.2)$$

Так как в перигелии и афелии тангенциальные ускорения равны нулю, то a_P и a_A представляют собой ускорения планеты в этих точках. Они направлены к Солнцу (вдоль большой оси орбиты).

Расчет показывает, что и во всех других точках траектории ускорение направлено к Солнцу и изменяется по тому же закону, т. е. обратно пропорционально квадрату расстояния планеты от Солнца; поэтому для любой точки орбиты

$$a_P/a = r^2/r_P^2, \qquad (123.3)$$

где a — ускорение планеты, r — расстояние от нее до Солнца. Таким образом, ускорение планеты обратно пропорционально квадрату расстояния между Солнцем и планетой.

Рассматривая угол, составляемый радиус-вектором планеты с касательной к траектории, видим (рис. 201), что при движении планеты от афелия к перигелию тангенциальная составляющая ускорения a_τ положительна и скорость планеты растет; наоборот, при движении от перигелия к афелию скорость планеты уменьшается. В перигелии планета достигает наибольшей скорости, в афелии — наименьшей скорости движения.

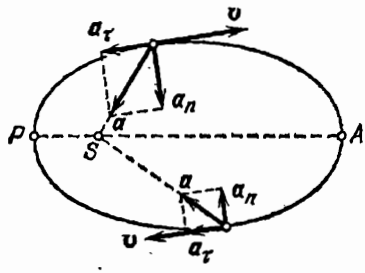


Рис. 201. При движении планеты от перигелия к афелию сила притяжения уменьшает скорость планеты, при движении от афелия к перигелию — увеличивает скорость планеты

Для выяснения зависимости ускорения планеты от расстояния ее до Солнца мы воспользовались первыми двумя законами Кеплера. Эту зависимость удалось найти потому, что планеты движутся по эллипсам, изменяя свое расстояние от Солнца. Если бы планеты двигались по окружностям, расстояние от планеты до Солнца и ее ускорение не менялись бы, и мы не смогли бы найти эту зависимость.

Но при сравнении между собой ускорений *различных* планет можно удовлетвориться приближенным описанием движения планет, считая, что они движутся равномерно по

окружностям. Обозначим радиусы орбит двух каких-нибудь планет через r_1 и r_2, а периоды их обращения — через T_1 и T_2. Тогда их скорости выразятся формулами

$$v_1=2\pi r_1/T_1,\quad v_2=2\pi r_2/T_2,$$

а центростремительные ускорения, согласно (27.1), — формулами.

$$a_1=v_1^2/r_1=4\pi^2 r_1/T_1^2,\quad a_2=v_2^2/r_2=4\pi^2 r_2/T_2^2.$$

Так как движение по окружности мы считаем равномерным, то a_1 и a_2 можно считать ускорениями, направленными к центру орбиты — к Солнцу. Отношение ускорений планет

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{r_1}{r_2}\frac{T_2^2}{T_1^2}. \qquad (123.4)$$

Но, согласно третьему закону Кеплера,

$$T_2^2/T_1^2=r_2^3/r_1^3.$$

Подставляя отношение квадратов времен обращения в формулу (123.4), найдем

$$a_1/a_2=r_2^2/r_1^2.$$

Этот вывод можно переписать в таком виде: для любой планеты, находящейся на расстоянии r от Солнца, ее ускорение

$$a=C/r^2, \qquad (123.5)$$

где C — одна и та же постоянная для всех планет солнечной системы. Таким образом, ускорения планет обратно пропорциональны квадратам их расстояний от Солнца и направлены к Солнцу.

§ 124. Закон всемирного тяготения. И. Ньютон сумел вывести из законов Кеплера один из фундаментальных законов природы — *закон всемирного тяготения*. Ньютон знал, что для всех планет Солнечной системы ускорение обратно пропорционально квадрату расстояния от планеты до Солнца и коэффициент пропорциональности — один и тот же для всех планет.

Отсюда следует прежде всего, что сила притяжения, действующая со стороны Солнца на планету, должна быть пропорциональна массе этой планеты. В самом деле, если ускорение планеты дается формулой (123.5), то сила, вызывающая ускорение,

$$F=ma=m\frac{C}{r^2},$$

где m — масса этой планеты. С другой стороны, Ньютону было известно ускорение, которое Земля сообщает Луне; оно было определено из наблюдений движения Луны, обращающейся вокруг Земли. Это ускорение примерно в 3600 раз меньше ускорения g, сообщаемого Землей телам, находящимся вблизи земной поверхности. Расстояние же от Земли до Луны равно приблизительно 60 земным радиусам. Иными словами, Луна отстоит от центра Земли в 60 раз дальше, чем тела, находящиеся на поверхности Земли, а ускорение ее в $3600=60^2$ раз меньше.

Если принять, что Луна движется под действием притяжения Земли, то отсюда следует, что сила земного притяжения, так же как и сила притяжения Солнца, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра Земли. Наконец, сила притяжения Земли прямо пропорциональна массе притягиваемого тела. Этот факт Ньютон установил на опытах с маятниками. Он обнаружил, что период качаний маятника не зависит от его массы. Значит, маятникам разной массы Земля сообщает одинаковое ускорение, и, следовательно, сила притяжения Земли пропорциональна массе тела, на которое она действует. То же, конечно, следует из одинаковости ускорения свободного падения g для тел разных масс, но опыты с маятниками позволяют проверить этот факт с большей точностью.

Эти сходные черты сил притяжения Солнца и Земли и привели Ньютона к заключению о том, что природа этих сил едина и что существуют силы всемирного тяготения, действующие между всеми телами и убывающие обратно пропорционально квадрату расстояния между телами. При этом сила тяготения, действующая на данное тело массы m, должна быть пропорциональна массе m.

Исходя из этих фактов и соображений, Ньютон сформулировал закон всемирного тяготения таким образом: *любые два тела притягиваются друг к другу с силой, которая направлена по линии, их соединяющей, прямо пропорциональна массам обоих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними*, т. е. сила взаимного тяготения

$$F = G\frac{Mm}{r^2}, \qquad (124.1)$$

где M и m — массы тел, r — расстояние между ними, а G — коэффициент пропорциональности, называемый *гравитационной постоянной* (способ ее измерения будет описан ниже). Сравнивая эту формулу с формулой (123.4), видим,

что $C=GM$, где M — масса Солнца.. Силы всемирного тяготения удовлетворяют третьему закону Ньютона. Это подтвердилось всеми астрономическими наблюдениями над движением небесных тел.

В такой формулировке закон всемирного тяготения применим к телам, которые можно считать материальными точками, т. е. к телам, расстояние между которыми очень велико по сравнению с их размерами, иначе следовало бы учитывать, что разные точки тел отстоят друг от друга на разные расстояния. Для однородных шарообразных тел формула верна при любом расстоянии между телами, если в качестве r взять расстояние между их центрами. В частности, в случае притяжения тела Землей расстояние нужно отсчитывать от центра Земли. Это объясняет тот факт, что сила тяжести почти не убывает по мере увеличения высоты над Землей (§ 54): так как радиус Земли равен примерно 6400 км, то при изменении положения тела над поверхностью Земли в пределах даже десятков километров сила притяжения Земли остается практически неизменной *).

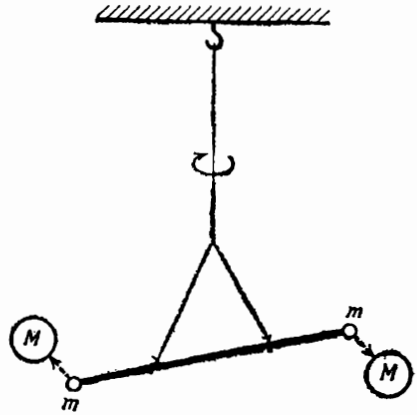


Рис. 202. Схема крутильных весов для измерения гравитационной постоянной

Гравитационную постоянную можно определить, измерив все остальные величины, входящие в закон всемирного тяготения, для какого-либо конкретного случая.

Определить значение гравитационной постоянной впервые удалось при помощи *крутильных весов*, устройство которых схематически изображено на рис. 202. Легкое коромысло, на концах которого закреплены два одинаковых шара массы m, повешено на длинной и тонкой нити. Коромысло снабжено зеркальцем, которое позволяет оптическим способом измерять малые повороты коромысла вокруг вертикальной оси. К шарам m с разных сторон могут быть приближены два шара значительно большей массы M.

*) На высоте 10 км сила притяжения меньше, чем на поверхности Земли, на 0,3%. *(Примеч. ред.)*

Силы притяжения малых шаров к большим создают пару сил, вращающую коромысло по часовой стрелке (если смотреть сверху). Измерив угол, на который поворачивается коромысло при приближении к шарам m шаров M, и зная упругие свойства нити, на которой подвешено коромысло, можно определить момент пары сил, с которыми притягиваются массы m к массам M. Так как массы шаров m и M и расстояние между их центрами (при данном положении коромысла) известны, то из формулы (124.1) может быть найдено значение G. Оно оказалось равным *)

$$G=6{,}7\cdot10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2.$$

После того как было определено значение G, оказалось возможным из закона всемирного тяготения определить *массу Земли*. Действительно, в соответствии с этим законом, тело массы m, находящееся у поверхности Земли, притягивается к Земле с силой

$$P=G\frac{mM_3}{R_3^2},$$

где M_3 — масса Земли, а R_3 — ее радиус. С другой стороны, мы знаем, что $P=mg$. Приравняв эти величины, найдем

$$M_3=\frac{gR_3^2}{G}. \qquad (124.2)$$

Значения всех величин, стоящих в правой части равенства, известны. Их подстановка дает

$$M_3=5{,}96\cdot10^{24}\ \text{кг}.$$

Отметим, что, согласно формуле (124.2), ускорение свободного падения

$$g=G\frac{M_3}{R_3^2}. \qquad (124.3)$$

Из закона всемирного тяготения следует, что ускорения, сообщаемые друг другу телами с массами m_1 и m_2, находящимися на расстоянии r друг от друга, равны

$$a_1=G\frac{m_2}{r^2},\quad a_2=G\frac{m_1}{r^2}.$$

Эти формулы отражают уже отмеченную выше черту сил тяготения: ускорение данного тела, вызванное тяготением

*) В соответствии с международной таблицей рекомендованных значений фундаментальных физических констант гравитационная постоянная $G=6{,}6720\cdot10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$. *(Примеч. ред.)*

другого тела, не зависит от массы данного тела. Далее, из (124.3) следует, что

$$a_1/a_2=m_2/m_1.$$

Таким образом, хотя силы всемирного тяготения, действующие между телами различной массы, равны, значительное ускорение получает тело малой массы, а тело большой массы испытывает малое ускорение.

Так как суммарная масса всех планет Солнечной системы составляет немногим больше 1/1000 массы Солнца, ускорение, которое испытывает Солнце в результате действия на него сил тяготения со стороны планет, ничтожно мало по сравнению с теми ускорениями, которые сила тяготения Солнца сообщает планетам. Относительно малы и силы тяготения, действующие между планетами. Поэтому при рассмотрении законов движения планет (законов Кеплера) мы не учитывали движения самого Солнца и приближенно считали, что траектории планет — эллиптические орбиты, в одном из фокусов которых находится Солнце. Однако в точных расчетах приходится принимать во внимание те «возмущения», которые вносят в движение самого Солнца или какой-либо планеты силы тяготения со стороны других планет.

? **124.1.** Насколько уменьшится сила земного притяжения, действующая на ракетный снаряд, когда он поднимется на 600 км над поверхностью Земли? Радиус Земли принять равным 6400 км.
124.2. Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли, а радиус Луны приблизительно в 3,7 раза меньше радиуса Земли. Найдите вес человека на Луне, если его вес на Земле равен 600 Н.
124.3. Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли. Найдите на линии, соединяющей центры Земли и Луны, точку, в которой равны друг другу силы притяжения Земли и Луны, действующие на помещенное в этой точке тело.

§ 125. Искусственные спутники Земли. На тело, выведенное за пределы земной атмосферы, действуют, как и на всякое небесное тело, только силы тяготения со стороны Земли, Солнца и других небесных тел. В зависимости от начальной скорости, сообщенной телу при его взлете с поверхности Земли, дальнейшая судьба тела может быть различной: при малой начальной скорости тело падает обратно на Землю; при большей скорости тело может превратиться в искусственный спутник и начать вращаться вокруг Земли, подобно ее естественному спутнику — Луне; при еще большей скорости тело может уйти от Земли так далеко, что сила земного притяжения практически не будет влиять на его движение и оно обратится в искусственную планету,

т. е. начнет вращаться вокруг Солнца; наконец, при еще большей скорости тело может навсегда уйти из Солнечной системы в мировое пространство.

Мы рассмотрим только случай, когда тело превращается в искусственный спутник Земли. Изучая его движение относительно Земли, будем учитывать только силу притяжения его Землей. Мы увидим, что тело может стать спутником Земли только в том случае, если его скорость лежит в сравнительно узких пределах: от 7,91 до 11,19 км/с. При скорости, меньшей 7,91 км/с, тело упадет обратно на Землю; при скорости, большей 11,19 км/с, тело уйдет от Земли безвозвратно.

Для запуска искусственных спутников применяют специальные ракеты, поднимающие спутник на заданную высоту и разгоняющие его до требуемой скорости; после этого спутник отделяется от ракеты-носителя и продолжает свое движение под действием только сил тяготения. Двигатели ракет должны совершить работу против сил тяжести и против сил сопротивления воздуха, а также сообщить спутнику большую скорость. Для этого двигатели ракеты должны развивать огромную мощность (миллионы киловатт).

Если расстояние от спутника до поверхности Земли меняется незначительно по сравнению с расстоянием до центра Земли, то силу притяжения спутника Землей можно (для грубых расчетов) считать постоянной по модулю, как это мы делали в § 113 при изучении полета тела, брошенного под углом к горизонту. Но направление силы тяжести уже нельзя будет считать постоянным, как для коротких траекторий пуль и снарядов; теперь мы должны учитывать, что сила тяжести направлена в любой точке по радиусу к центру Земли.

Мы рассмотрим только движение искусственных спутников по круговым орбитам. Сила притяжения Земли создает центростремительное ускорение спутника, равное v_1^2/r, где r — радиус орбиты, а v_1 — неизвестная пока скорость спутника. Предположим, что орбита проходит вблизи поверхности Земли, так что r практически равен радиусу Земли $R_З$. Тогда, если пренебречь сопротивлением атмосферы, спутник будет двигаться с ускорением g, направленным к центру Земли. Следовательно,

$$g = v_1^2/R_З, \qquad (125.1)$$

где $R_З$ — радиус Земли. Отсюда находим, что скорость v_1 спутника, описывающего круговую орбиту вблизи поверх-

ности Земли, должна быть равна

$$v_1 = \sqrt{gR_3}. \qquad (125.2)$$

Подставив g=9,81 м/с² и R_3=6378 км, найдем

$$v_1 = 7{,}91 \text{ км/с}.$$

Эту скорость называют *первой космической скоростью.* Двигаясь с такой скоростью, спутник облетал бы Землю за 84 мин 12 с.

Спутник, вращающийся вокруг Земли вблизи земной поверхности, имеет ускорение g, направленное к центру Земли, т. е. такое же ускорение свободного падения, как и тело, свободно летящее по параболической траектории или падающее по вертикали вблизи земной поверхности. Значит, движение спутника есть просто *свободное падение,*

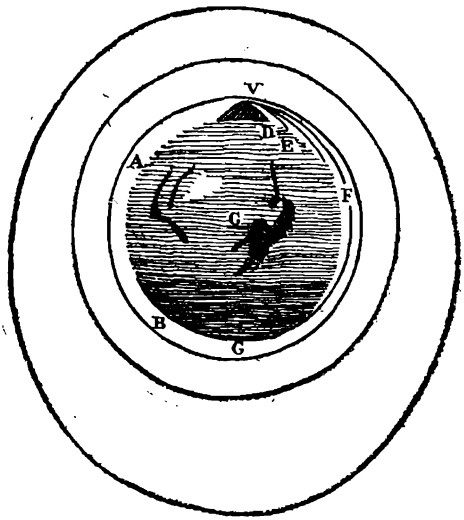


Рис. 203. Рисунок из трудов Ньютона: траектории тела, бросаемого с вершины высокой горы с различными горизонтальными скоростями. Еще Ньютон понимал, что для запуска тела на орбиту вокруг Земли тело должно иметь достаточно большую скорость. *D*, *E*, *F*, *G* — пункты, в которых оканчиваются траектории при увеличении скорости

подобное движению пуль и снарядов или баллистических ракет. Различие заключается только в том, что скорость спутника настолько велика, что радиус кривизны его траектории равен радиусу Земли: падение (т. е. движение с ускорением g, направленным к центру Земли) сводится к огибанию земного шара.

Из формулы (125.1) ясно, что если скорость тела будет меньше первой космической, то сила тяжести заставит его двигаться по траектории с радиусом кривизны, меньшим радиуса Земли $R_З$. Значит, при такой скорости тело упадет на Землю. При большей скорости радиус кривизны траектории будет больше $R_З$ и тело опишет эллиптическую траекторию (рис. 203).

В действительности спутник не может быть запущен по орбите радиуса $R_З$ из-за огромного сопротивления воздуха вблизи поверхности Земли. Найдем, какова должна быть скорость v движения по круговой орбите любого радиуса r, большего $R_З$. Для этого воспользуемся формулой, аналогичной (125.2), учитывая, что ускорение свободного падения убывает при удалении от центра Земли в отношении, обратном отношению квадратов расстояний от центра. Ускорение g_r на расстоянии r от центра Земли найдем по формуле $g_r = gR_З^2/r^2$. Скорость v движения спутника по круговой орбите радиуса r получается из равенства

$$g_r = g\frac{R_З^2}{r^2} = \frac{v^2}{r},$$

откуда

$$v = \sqrt{g\frac{R_З^2}{r}} = v_1\sqrt{\frac{R_З}{r}}. \qquad (125.3)$$

Таким образом, по мере увеличения радиуса орбиты скорость искусственного спутника уменьшается *).

Это не означает, однако, что для запуска спутника на орбиту большего радиуса двигатели ракеты должны совершить меньшую работу. Уменьшается только доля работы, необходимая для сообщения спутнику кинетической энергии. Но при этом спутник надо поднять на бóльшую высоту над Землей; значит, потребуется совершить бóльшую работу против силы земного притяжения, т. е. сообщить спутнику бóльшую потенциальную энергию. В итоге оказывается, что по мере увеличения радиуса орбиты суммарная работа, необходимая для запуска спутника, растет.

В самом деле, рассчитаем, как меняется в зависимости от радиуса орбиты работа, необходимая на подъем спутника с земной поверхности до орбиты и на сообщение ему ско-

---

*) Наименьшая высота над уровнем Земли, на которой сопротивление воздуха так мало, что им можно пренебречь, составляет около 300 км. Радиус соответственной орбиты равен (округленно) 6700 км. Из формулы (125.3) найдем, что скорость движения спутника по такой орбите будет равна примерно 7,8 км/с.

рости, необходимой для движения по орбите. Согласно формуле (125.3) кинетическая энергия спутника массы m, движущегося по орбите радиуса r, равна

$$E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}\frac{R_3}{r},$$

где v_1 — первая космическая скорость. Подставив вместо v_1 ее значение, определяемое формулой (125.2), выражению для кинетической энергии можно придать вид

$$E_к = \frac{mg}{2}\frac{R_3^2}{r}. \qquad (125.4)$$

Рассмотрим полет спутника массы m по орбите радиуса r и по орбите радиуса $r+\Delta r$, где Δr — положительное приращение радиуса r, много меньшее самого радиуса r ($\Delta r \ll r$). Согласно (125.4) кинетическая энергия спутника при полете по этим орбитам равна соответственно

$$E_к = \frac{mg}{2}\frac{R_3^2}{r}, \quad E_к + \Delta E_к = \frac{mg}{2}\frac{R_3^2}{r+\Delta r},$$

где $\Delta E_к$ — приращение кинетической энергии спутника при переходе с первой орбиты на вторую. Это приращение равно

$$\Delta E_к = \frac{mg}{2}R_3^2\left(\frac{1}{r+\Delta r}-\frac{1}{r}\right) = \frac{mg}{2}R_3^2\frac{-\Delta r}{r(r+\Delta r)} \approx$$

$$\approx -\frac{mg}{2}\frac{R_3^2}{r^2}\Delta r. \qquad (125.5)$$

В соответствии с тем, что при переходе с первой орбиты на вторую скорость спутника уменьшается, $\Delta E_к$ получилось отрицательным.

С другой стороны, работа против силы тяжести при переходе с первой орбиты на вторую равна силе тяжести, действующей на спутник, умноженной на Δr. Так как Δr мало, изменением силы тяжести при переходе можно пренебречь и считать ее равной $mg\,R_3^2/r^2$. Следовательно, работа против силы тяжести при переходе с первой орбиты на вторую

$$A = mg\frac{R_3^2}{r^2}\Delta r.$$

Эта работа затрачивается на приращение потенциальной энергии спутника при переходе с первой орбиты на вторую. Таким образом,

$$\Delta E_п = mg\frac{R_3^2}{r^2}\Delta r. \qquad (125.6)$$

Сравнение выражений (125.5) и (125.6) показывает, что приращение потенциальной энергии в два раза превышает убыль кинетической энергии спутника:

$$\Delta E_{\text{п}} = -2\Delta E_{\text{к}}. \qquad (125.7)$$

Представим переход спутника с орбиты радиуса r_1 на орбиту радиуса r_2, сильно отличающегося от r_1, как ряд последовательных переходов, при каждом из которых радиус орбиты увеличивается на малую величину Δr. При каждом таком переходе выполняется соотношение (125.7). Следовательно, это соотношение имеет место и при переходе с орбиты радиуса r_1 на орбиту радиуса r_2:

$$E_{\text{п}2} - E_{\text{п}1} = -2(E_{\text{к}2} - E_{\text{к}1}) = \left(-mg\frac{R_3^2}{r_2}\right) - \left(-mg\frac{R_3^2}{r_1}\right)$$

(см. формулу (125.4)). Полученное равенство будет выполняться, если положить $E_{\text{п}}$ на расстоянии r от центра Земли равной

$$E_{\text{п}} = -\frac{mgR_3^2}{r} + C, \qquad (125.8)$$

где C — произвольная константа. Напомним, что потенциальная энергия всегда бывает определена с точностью до произвольной аддитивной постоянной, значение которой зависит от выбора положения тела, в котором его потенциальная энергия принимается равной нулю.

Проще всего считать константу C равной нулю. Тогда

$$E_{\text{п}} = -\frac{mgR_3^2}{r}. \qquad (125.9)$$

В этом случае $E_{\text{п}}=0$ при $r=\infty$. На любом конечном расстоянии от центра Земли потенциальная энергия отрицательна. Выражению (125.9) можно придать другой вид, заменив, согласно (124.3), gR_3^2 на GM_3:

$$E_{\text{п}} = -G\frac{mM_3}{r}. \qquad (125.10)$$

Мы получили выражение (125.8) для спутника, движущегося по орбите радиуса r. Однако оно не содержит скорости и, следовательно, справедливо для любого тела массы m независимо от того, движется это тело или покоится.

Если принять $E_{\text{п}}$ равной нулю, когда тело находится на поверхности Земли (т. е. $r=R_3$), то $C=mgR_3$, и выражение для потенциальной энергии примет вид

$$E_{\text{п}} = mgR_3\left(1 - \frac{R_3}{r}\right). \qquad (125.11)$$

Пусть $r=R_3+h$, где h — очень малая по сравнению с R_3 величина. Тогда выражение (125.11) упрощается следующим образом:

$$E_п = mgR_3\left(1-\frac{R_3}{R_3+h}\right)=mgR_3\frac{h}{R_3+h}\approx mgh.$$

Мы пришли к известному выражению для потенциальной энергии тела, поднятого над Землей на высоту h.

Напомним, что потенциальная энергия определяет работу, которая совершается силами тяготения над телом при переходе его из положения с энергией $E_п$ в положение, в котором потенциальная энергия равна нулю. Следовательно, выражение (125.11) определяет работу, которую совершают силы тяготения при переходе из точки, находящейся на расстоянии r от центра Земли, в точку на поверхности Земли. Из формулы (125.11) следует, что при перемещении тела массы m из бесконечности на поверхность Земли силы тяготения совершают над телом работу, равную mgR_3. Соответственно работа, которую нужно совершить против сил тяготения, чтобы удалить тело с поверхности Земли на бесконечность, также равна mgR_3. Эта работа конечна, несмотря на то, что путь, на котором она совершается, бесконечно велик. Это объясняется тем, что силы тяготения быстро убывают с увеличением расстояния от Земли — обратно пропорционально квадрату расстояния.

С помощью выражений для кинетической и потенциальной энергий можно определить работу, которую нужно совершить, чтобы вывести спутник массы m на орбиту радиуса r. Перед запуском полная энергия спутника (кинетическая плюс потенциальная) равна нулю. Двигаясь по орбите, спутник обладает кинетической энергией, определяемой выражением (125.4), и потенциальной энергией, определяемой выражением (125.11). Интересующая нас работа A_r равна полной энергии спутника, движущегося по орбите:

$$A_r = E_к + E_п = \frac{mg}{2}\frac{R_3^2}{r}+mgR_3\left(1-\frac{R_3}{r}\right)= \\ =mgR_3\left(1-\frac{R_3}{2r}\right). \quad (125.12)$$

Это выражение не учитывает работу, которую нужно совершить при запуске спутника против сил сопротивления атмосферы. Из (125.12) видно, что с увеличением радиуса орбиты r растет работа, которую нужно затратить для выведения спутника на орбиту.

Положив в формуле (125.12) $r=\infty$, найдем работу A_∞, необходимую для того, чтобы тело, начав двигаться с поверхности Земли, удалилось на бесконечно большое расстояние:

$$A_\infty = mg R_3. \qquad (125.13)$$

Эта работа идет на приращение потенциальной энергии тела. Действительно, согласно (125.11) приращение $E_п$ в случае, когда r изменяется от R_3 до бесконечности, равно

$$mg R_3 \left\{\left(1-\frac{R_3}{\infty}\right)-\left(1-\frac{R_3}{R_3}\right)\right\} = mg R_3.$$

Работа (125.13) совершается за счет запаса кинетической энергии, которая сообщается спутнику при запуске. Минимальная скорость v_2, с которой должен быть запущен спутник, чтобы он удалился на бесконечность, определяется условием

$$\frac{mv_2^2}{2} = mg R_3,$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2gR_3}. \qquad (125.14)$$

Эту скорость называют *второй космической скоростью*. Сравнение с (125.2) показывает, что вторая космическая скорость в $\sqrt{2}$ раз больше первой:

$$v_2 = \sqrt{2}\, v_1 = \sqrt{2}\cdot 7{,}91 \text{ км/с} = 11{,}19 \text{ км/с}.$$

При запуске тела со скоростью, большей второй космической скорости, оно также не возвратится на Землю, но в этом случае по мере удаления тела от Земли его скорость не будет стремиться к нулю.

? **125.1.** С какой скоростью нужно подбросить тело вертикально вверх, чтобы оно достигло высоты над поверхностью Земли, равной радиусу Земли? При расчете пренебречь сопротивлением воздуха, но учесть измененне силы тяжести.

125.2. На каком расстоянии от центра Земли период обращения искусственного спутника будет равен 24 часам, так что спутник сможет занимать относительно вращающейся Земли неизменное положение («синхронные спутники»)?

Глава VI. ДВИЖЕНИЕ В НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА И СИЛЫ ИНЕРЦИИ

§ 126. Роль системы отсчета. До сих пор мы рассматривали движение тел только относительно инерциальных систем отсчета. Мы установили, что каждый раз, когда тело получает ускорение относительно такой системы, можно указать другие тела, действия которых на данное тело вызывают это ускорение. Эти действия — силы; закономерности, связывающие ускорение тела относительно инерциальных систем отсчета с силами, действующими на тело,— это закон инерции и второй закон Ньютона. Мы видели, кроме того, что силы носят взаимный характер, что они являются взаимодействиями тел. Это свойство сил выражается третьим законом Ньютона.

В настоящей главе мы будем рассматривать движения тел относительно неинерциальных систем отсчета. Относительно таких систем тела могут получать ускорения, которые нельзя объяснить действием каких-либо определенных тел. Например, когда в резко затормозившем поезде чемодан слетает с полки, т. е. получает ускорение относительно поезда, мы не можем указать никакого определенного тела, которое это ускорение вызвало. Если же чемодан был бы привязан, то в затормозившем поезде он остался бы в покое на полке и не получил бы ускорения относительно вагона, хотя веревка, которой он привязан, оказалась бы натянутой и действовала бы на него с определенной силой. Рассматривая движения относительно инерциальной системы отсчета (например, Земли), мы можем объяснить наблюдаемые движения силами, действующими со стороны других тел. В самом деле, натянувшаяся веревка сообщает чемодану ускорение, равное ускорению затормозившего поезда; поэтому он и остается в покое относительно вагона. Если же веревки нет, то никакие силы со стороны вагона на чемодан не действуют, он продолжает двигаться по инерции с

прежней скоростью, а вагон, на который подействовала сила трения заторможенных колес о рельсы, уменьшает свою скорость, и вагонная полка выскальзывает из-под чемодана.

Мы видим, что движение относительно неинерциальных систем отсчета подчиняется другим закономерностям, нежели движение относительно инерциальных систем. С точки зрения наблюдателя, находящегося в неинерциальной системе отсчета, причины движения не те, что с точки зрения наблюдателя, находящегося в инерциальной системе.

Если наблюдатель находится в неинерциальной системе отсчета, например внутри ускоренно движущегося автомобиля, самолета, спутника, то ему гораздо проще относить наблюдаемые движения к самим неинерциально движущимся системам отсчета, чем каждый раз выяснять, как движется тело относительно какой-либо инерциальной системы отсчета. Но тогда необходимо разобраться в различиях между закономерностями движений относительно инерциальных и неинерциальных систем отсчета. Для этого прежде всего рассмотрим подробнее сами движения относительно разных систем отсчета.

Выражение «с точки зрения наблюдателя, находящегося в той или иной системе отсчета», подчеркивает, что все измерения положения, скорости и ускорения тела выполняются относительно именно данной системы отсчета, как бы она ни двигалась относительно привычных нам систем (Земля, Солнце и звезды), т. е. так, как их пришлось бы выполнять жителю Земли (относительно Земли), пассажиру автомашины (относительно автомашины), космонавту (относительно космического корабля) и т. д.

§ 127. Движение относительно разных инерциальных систем отсчета. Прежде всего сравним движения относительно двух разных инерциальных систем. Характер движения в разных системах может быть различным. Примем, например, за одну из инерциальных систем Землю, а за другую — вагон поезда, равномерно движущегося по прямому участку пути. Пусть в вагоне на нити подвешено какое-либо тело. При отвесном положении нити тело будет находиться в равновесии: сумма сил, на него действующих (сил притяжения Земли и натяжения нити), будет равна нулю. Перережем нить; тело начнет падать с ускорением $\boldsymbol{g}$, и его траектория относительно вагона окажется вертикальной прямой, что можно установить, например, фотографируя падение кинокамерой, установленной в самом вагоне. Если же движение

тела рассматривать относительно Земли, например фотографируя его с полотна железной дороги, то траектория тела окажется параболой (рис. 204). Наоборот, подвешивая тело на Земле и фотографируя его падение после пережигания нити, получим траекторию в виде вертикальной прямой на снимке, сделанном с земной поверхности, и параболу — на снимке, сделанном из вагона.

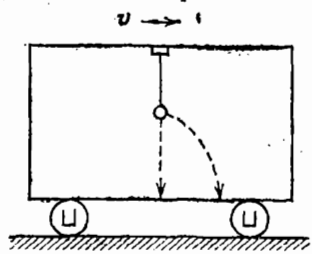


Рис. 204. Вертикальная прямая — траектория движения тела относительно вагона после пережигания нити. Парабола — траектория относительно Земли

Все это легко объяснить. Различие в движениях относительно разных систем вызвано только разными начальными скоростями тела относительно одной и другой инерциальных систем. В первом примере тело первоначально покоилось относительно поезда, а относительно Земли двигалось в горизонтальном направлении со скоростью поезда. Значит, после пережигания нити относительно вагона происходило свободное падение тела без начальной скорости, а относительно Земли — также свободное падение, но с начальной скоростью. Во втором примере падение без начальной скорости происходило относительно Земли, а с начальной скоростью — относительно вагона.

Однако в обеих системах ускорение тела одно и то же. Первоначально сумма сил, действующих на тело, равна нулю и выполняется закон инерции: тело в каждой системе либо покоится, либо движется с постоянной скоростью прямолинейно, т. е. не имеет ускорения. После пережигания нити на тело действует только сила тяжести и для обеих систем справедлив второй закон Ньютона: по отношению к каждой системе отсчета тело падает с ускорением g, вызванным тяготением Земли.

Аналогичная картина будет наблюдаться и во всех других случаях движений тел относительно разных инерциальных систем отсчета.

§ 128. Движение относительно инерциальной и неинерциальной систем отсчета. Иная картина получается при сравнении данного движения относительно какой-либо инерциальной и какой-либо неинерциальной систем отсчета. Силы, действующие на тело со стороны других тел: силы упругости, трения, тяготения и т. д., не зависят от того,

по отношению к какой системе отсчета изучается движение тела. Но ускорения тел относительно инерциальной и неинерциальной систем различны. Поэтому по отношению к неинерциальным системам отсчета нельзя будет объяснить данное движение тела силами, действующими на него со стороны каких-то определенных других тел.

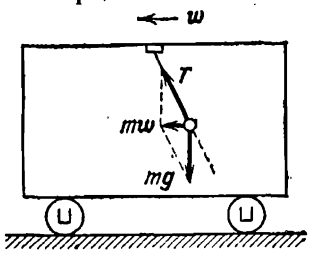


Рис. 205. Отклонение отвеса в ускоренно движущемся вагоне

Проиллюстрируем это снова на примере подвешенного груза, считая теперь, что вагон, принимаемый за систему отсчета, движется по горизонтальному прямому участку пути ускоренно. Ускорение поезда обозначим через w. В этом случае нить, на которой подвешено тело, установится при равновесии не по отвесу, как в равномерно движущемся вагоне, а под некоторым углом к вертикали, отклоняясь в сторону, противоположную ускорению вагона (рис. 205) *). Отклонение тем больше, чем больше ускорение. Таким образом, тело относительно вагона находится в равновесии, в то время как силы, действующие на тело (сила тяжести mg и сила натяжения нити T), направлены под углом друг к другу и поэтому уравновешивать друг друга не могут: тело покоится относительно системы отсчета, в то время как результирующая действующих на него сил не равна нулю. Эту результирующую силу легко найти, рассмотрев движение тела относительно Земли. Так как тело относительно вагона неподвижно, то его ускорение a относительно Земли равно ускорению вагона w (т. е. $a=w$). Следовательно, результирующая сила равна mw и направлена горизонтально (рис. 205).

Если нить, на которой висит тело, пережечь, то оно начнет ускоренно падать, причем, как показывает опыт, его траектория относительно вагона окажется наклонной прямой, лежащей на продолжении нити до того, как она была пережжена (рис. 205). Но после пережигания нити на тело действует только одна сила — сила притяжения Земли, направленная вертикально вниз. Ускорение же относительно вагона направлено под углом к вертикали.

*) При этом безразлично, как направлена скорость вагона, по ускорению или противоположно. Безразличен и модуль скорости. Существенно только ускорение.

Что же касается движения тела относительно Земли, то оно легко объясняется действующими силами: до пережигания нити равнодействующая сил, действующих на тело, равнялась ma, поэтому тело и двигалось с тем же ускорением, что и поезд; после пережигания нити тело падает по параболе с начальной скоростью, равной скорости поезда в момент пережигания нити; действительно, после того как нить пережжена, движение поезда уже никак не влияет на движение не связанного с ним тела.

? **128.1.** Найдите угол α отклонения от вертикали нити с подвешенным на ней грузом массы m в вагоне, движущемся по горизонтальному пути с ускорением w. Зависит ли этот угол от массы груза? Найдите силу натяжения нити T.

128.2. Какая сила должна действовать на тело массы m, чтобы оно двигалось равномерно и прямолинейно относительно вагона, движущегося поступательно с ускорением w?

§ 129. Поступательно движущиеся неинерциальные системы. Различие в закономерностях движения в неинерциальных и инерциальных системах отсчета заключается в том, что при учете всех сил, действующих со стороны других тел на данное тело (сил тяготения, упругости, трения и т. д.), второй закон Ньютона выполняется для инерциальных систем и не выполняется для неинерциальных. Проще всего это различие выражается для неинерциальных систем, движущихся относительно инерциальных поступательно. Выберем, например, в качестве неинерциальной системы ускоренно движущийся по прямому участку пути вагон, а в качестве инерциальной системы — Землю.

Если тело относительно вагона покоится, то, как мы видели в предыдущем параграфе, сила, действующая на тело, есть

$$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{w},$$

где m — масса тела, $\boldsymbol{w}$ — ускорение неинерциальной системы отсчета. Если тело движется вдоль вагона с ускорением $\boldsymbol{a}'$, а сам вагон по-прежнему движется с ускорением $\boldsymbol{w}$, то результирующее ускорение тела относительно Земли

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{w}+\boldsymbol{a}'.$$

Значит, согласно второму закону Ньютона, результирующая сила $\boldsymbol{F}$, действующая на данное тело со стороны других тел, должна равняться

$$m\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{w}+m\boldsymbol{a}'.$$

Таким образом, и тогда, когда тело покоится, и тогда, когда оно имеет ускорение относительно вагона, результ-

тирующая сил, действующих на него со стороны других тел, не равна массе тела, умноженной на его ускорение относительно вагона, т. е. для неинерциальной системы второй закон Ньютона нарушается.

§ 130. Силы инерции. Естественно возникает вопрос: как должны отличаться друг от друга силы, действующие на данное тело в инерциальной и неинерциальной системах отсчета, чтобы второй закон Ньютона был справедлив для этого тела в обеих системах? Полученные в предыдущем параграфе формулы дают на это ответ: необходимо, чтобы, кроме сил, действующих на данное тело со стороны других тел, результирующую которых мы обозначили через $\boldsymbol{F}$, действовала еще добавочная сила $\boldsymbol{f}_и = -m\boldsymbol{w}$, равная массе тела, умноженной на ускорение неинерциальной системы, взятое с обратным знаком.

В самом деле, тогда в случае тела, покоящегося относительно вагона, найдем, что результирующая всех сил вместе с этой добавочной силой будет равна нулю, так что окажется выполненным закон инерции относительно неинерциальной системы. Для тела же, движущегося ускоренно, найдем, что результирующая всех сил вместе с этой добавочной силой будет равна

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{f}_и = m\boldsymbol{a} - m\boldsymbol{w} = m\boldsymbol{a}',$$

так что окажется выполненным второй закон Ньютона относительно неинерциальной системы. Такие добавочные силы называют *силами инерции*. Если учитывать силы инерции, то для неинерциальной системы отсчета первый и второй законы Ньютона выполняются так же, как и для инерциальных систем: масса тела, умноженная на его ускорение относительно неинерциальной системы отсчета, будет равна по модулю и направлению равнодействующей всех сил, приложенных к телу, *включая и силы инерции*.

Мы получили этот результат для движения тела вдоль прямолинейно движущегося вагона. Однако можно показать, что всякий раз, учитывая силу инерции, равную массе тела, умноженной на ускорение системы отсчета, взятое с обратным знаком, мы сможем применять первый и второй законы Ньютона при любом поступательном движении неинерциальной системы отсчета (как прямолинейном, так и криволинейном) и при произвольном движении тела (например, поперек вагона или по произвольной траектории).

Силы инерции принципиально отличаются от всех сил, с которыми мы имели дело раньше. Эти силы обусловлены не

действием каких-либо тел на данное тело, а *наличием ускорения* неинерциальной системы отсчета относительно любой инерциальной, в частности относительно системы «Солнце — звезды».

Для сил, действующих со стороны одного тела на другое, мы всегда можем указать тело, *со стороны которого* действует данная сила. Для сил инерции мы можем указать тело, *на которое* сила действует, но не можем указать никакого тела, со стороны которого эта сила действует. Поэтому третьим законом Ньютона в неинерциальных системах нельзя пользоваться даже при учете сил инерции. Действительно, эти силы появляются «в одиночку», а не «парой». Нет никаких сил противодействия, приложенных к другому телу со стороны данного, да нет и «другого» тела. Нельзя, конечно, пользоваться и следствиями из третьего закона Ньютона. Так, закон сохранения импульса для движений, рассматриваемых относительно неинерциальных систем отсчета, несправедлив.

Итак, до сих пор первый и второй законы Ньютона позволяли нам находить движения только относительно инерциальных систем отсчета, так что найти движение относительно неинерциальной системы мы могли только путем пересчета. Учитывая же силы инерции, мы можем пользоваться теми же законами движения как для инерциальных, так и для неинерциальных систем. Законы оказываются одинаковыми, но в неинерциальных системах, помимо обычных сил, появляются силы инерции. В частности, для тела, покоящегося относительно неинерциальной системы, сила инерции уравновешивает все остальные силы, действующие на тело.

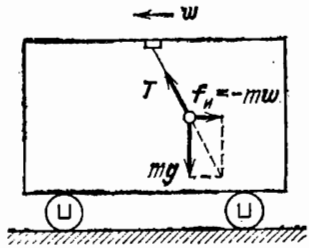


Рис. 206. Равновесие сил для груза, покоящегося в ускоренно движущемся вагоне. На груз действует сила тяжести, сила натяжения нити и сила инерции

Задачу о положении отвеса в ускоренно движущемся вагоне (§ 128) мы можем теперь рассмотреть с точки зрения неинерциального наблюдателя. Учитывая силы инерции, мы приходим к задаче о равновесии по отношению к вагону подвешенного на нити груза под действием силы тяжести, силы натяжения нити и силы инерции. На рис. 206 показаны все эти силы. Легко проверить, что, как и должно быть, расчет даст те же значения для угла отклонения

отвеса и для силы натяжения нити, что и в упражнении 128.1.

Точно так же, учитывая силы инерции, мы можем рассмотреть движения, описанные в § 31, относя движение к ускоренной системе отсчета и пользуясь законами Ньютона: мы можем описать движение «с точки зрения наблюдателя в неинерциальной системе». При резком торможении вагона, т. е. при сообщении вагону ускорения, направленного назад, на тело стоящего человека подействует сила инерции, направленная вперед: под действием силы инерции человек наклонится вперед и может упасть. При увеличении скорости вагона, наоборот, сила инерции будет направлена назад и отклонит тело человека в сторону, обратную движению.

§ 131. Эквивалентность сил инерции и сил тяготения. Силы инерции и силы тяготения схожи друг с другом: и те и другие пропорциональны массе тела, на которое они действуют, и поэтому ускорения, сообщаемые данному телу как силами тяготения, так и силами инерции, не зависят от массы данного тела. Поэтому, наблюдая в данной системе отсчета за движением тела под действием сил и не зная, является ли данная система инерциальной, нельзя различить, имеем ли мы дело с силой тяготения или с силой инерции.

Будем, например, наблюдать подвешенный или падающий груз в вагоне. Без наблюдений за какими-либо телами, расположенными вне вагона, мы не сможем определить, чем вызвано отклонение отвеса или траектории падающего груза от перпендикуляра к полу вагона. В самом деле, представим себе, что окна вагона закрыты шторами и мы не можем определить направление вертикали, например, глядя на стены домов. Как в этом случае мы можем объяснить наблюдающееся отклонение отвеса от перпендикуляра к полу вагона? Отвес отклонится, если вагон неподвижен, но стоит на наклонном пути (рис. 207, *а*). Тогда отклонение нити объяснится действием силы тяготения: отвес перпендикулярен к поверхности Земли, а пол вагона к ней наклонен. Но такое же отклонение может возникнуть и на горизонтальном пути, если вагон движется с ускорением в сторону, противоположную отклонению отвеса от перпендикуляра к полу (рис. 207, *б*). В этом случае отклонение объяснится тем, что вагон движется ускоренно.

То же относится и к наблюдению траектории падения груза при пережигании нити. Если принять, что направле-

ние отвеса или направление свободного падения дает направление силы тяготения, то в первом случае это направление будет определено правильно, а во втором — неправильно. Однако в закрытом вагоне нет никакого способа выяснить направление именно силы тяготения. Опыты, производимые внутри вагона, всегда дают результирующую

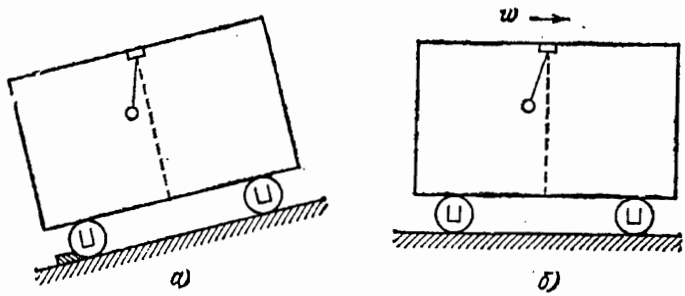


Рис. 207. Эквивалентность сил тяготения и сил инерции. Отклонение отвеса может быть вызвано как наклонным положением вагона, так и его ускоренным движением

силу тяготения и силы инерции, а так как обе силы одинаковым образом зависят от массы ускоряемых тел, то мы и не можем их разделить.

Рассмотрим еще пример одновременного действия силы тяготения и силы инерции. Представим себе кабину лифта, движущегося по вертикали с ускорением, которое может быть направлено как вверх, так и вниз (направление вниз будем считать положительным). Будем считать, что мы не можем выглянуть наружу, чтобы установить, как движется кабина относительно Земли. Отвес с грузом в таком лифте всегда расположится по перпендикуляру к полу кабины, так как и сила тяготения, и сила инерции направлены по перпендикуляру к полу. Но сила натяжения нити отвеса (ее можно измерять, например, подвешивая нить к динамометру) будет зависеть от ускорения лифта.

В самом деле, пусть ускорение лифта направлено вверх и равно $-w$. Тогда сила инерции направлена вниз и равна mw. Так как подвешенный груз находится в покое под действием силы тяготения, силы инерции и силы натяжения нити, то сила натяжения нити

$$T=mg+mw=m(g+w);$$

это значение и покажет динамометр. Но, оставаясь внутри лифта, мы не можем выяснить, вызвано ли это растяжение

ускоренным движением лифта или повышенной силой тяготения, равной $m(g+w)$. Ведь на планете с большей силой тяготения, чем на Земле, данная гиря в покоящемся лифте также растягивала бы динамометр с силой, превышающей mg.

Если теперь представим себе, что лифт движется с ускорением, направленным вниз, то сила инерции будет направлена вверх и сила натяжения нити

$$T=m(g-w).$$

Эта сила также могла бы наблюдаться в неподвижном лифте, если бы опыты делались на меньшей планете,— различить эти два случая по описанному опыту снова нельзя. Если ускорение лифта направлено вниз и по модулю превосходит g (это можно получить, например, располагая лебедку под лифтом так, чтобы трос тянул кабину лифта вниз), то результирующая силы тяготения и силы инерции окажется направленной вверх и по модулю будет равна $m(w-g)$. Под действием этой силы груз, прикрепленный нитью к полу, поднимется к потолку: «верх» и «низ» поменяются местами. При пережигании нити груз упадет на потолок. Находясь внутри лифта и не имея представления о том, что происходит снаружи лифта, мы сможем истолковать такие опыты либо как появление сил инерции вследствие ускоренного движения лифта, либо как изменения модуля (и направления относительно кабины) силы тяготения, либо как наличие обеих причин вместе. Наконец, наблюдая деформации покоящихся тел, также нельзя различить, действует ли на тело сила тяжести или движется ускоренно система отсчета: в обоих случаях картина деформации тела будет одинаковой (§ 61).

Из всего сказанного следует, что при поступательном ускоренном движении системы отсчета относительно инерциальных систем силы инерции в ускоренной системе таковы, как если бы все тела притягивались в сторону, противоположную ускорению системы, с силами, пропорциональными массе тел. «Ускорение свободного падения», вызванное этой «силой тяготения», равно ускорению системы отсчета относительно инерциальных систем, взятому с обратным знаком. Ускоренное поступательное движение системы отсчета по своему действию на движение тел эквивалентно появлению соответственных сил тяготения. Это положение называют *эквивалентностью сил тяготения и сил инерции*. Так как силы тяготения зависят от расстояния до притягивающего тела, то эквивалентность будет иметь

место только в ограниченных областях, в пределах которых различием в расстояниях можно пренебречь. Мы вернемся к этому вопросу в § 137.

§ 132. Невесомость и перегрузки. Рассмотрим системы отсчета, связанные с телами, на которые действуют только силы тяготения. Такой системой является, например, корпус искусственного спутника. Вначале, однако, рассмотрим более простой пример. Представим себе, что трос, на котором висит кабина лифта, оборвался и кабина начала падать с ускорением g, направленным вниз. Сила инерции, действующая на тело массы m, находящееся в кабине, будет равна $-mg$. Знак минус показывает, что сила направлена вверх, противоположно силе тяжести. Но сила тяжести, действующая на данное тело, равна mg и направлена вниз. Значит, вместе с силой инерции эти силы взаимно уравновесятся. Если тело висело на нити, то сила натяжения нити исчезнет; если пережечь нить, то тело останется на месте относительно кабины. Если сообщить незакрепленному телу некоторую скорость, то оно будет двигаться прямолинейно и равномерно, пока не ударится о стенку кабины. Отвес не будет иметь никакого определенного положения равновесия: если толкнуть грузик отвеса вбок, то, вместо того чтобы начать колебаться вблизи начального положения, он будет равномерно вращаться вокруг точки подвеса. Чтобы тело покоилось относительно падающего лифта, не нужно ни опоры, ни подвеса, а покоящиеся тела не будут деформированы. Вместе с этим исчезнет сила, с которой покоящееся тело, находящееся под действием силы тяготения, давит на подставку или растягивает подвес; словом, исчезнет вес. Поэтому условия, имеющие место в падающем лифте, называют *состоянием невесомости*.

Совершенно такая же картина невесомости будет наблюдаться и в искусственном спутнике, движущемся по орбите. Ведь движение спутника, как мы видели (§ 125), есть также свободное падение с ускорением, создаваемым силой тяжести; поэтому для любого тела в спутнике, с точки зрения находящегося в нем наблюдателя, сумма сил тяготения и сил инерции будет равна нулю. Внутри кабины нельзя определить, где «верх» и где «низ»; тела не падают на пол, а «плавают» в воздухе; для того чтобы удерживать в руке тело даже большой массы, не требуется никаких усилий, и т. д. С точки же зрения наблюдателя, находящегося в инерциальной системе отсчета, космонавт не обнаруживает ускорений тел, находящихся в кабине, в том числе и своего тела,

относительно стенок кабины, потому, что как кабина, так и все тела в ней, и он сам в том числе, «падают», т. е. имеют одинаковое ускорение g. Как видно из сказанного, состояние невесомости наступает не потому, что сила земного притяжения «перестает действовать», но именно потому, что она «делает свое дело» — сообщает всем телам одинаковое ускорение.

Если космонавт попытается массивному телу, которое «плавает» в воздухе, сообщить толчком большую скорость, то он убедится, что для этого нужно приложить вполне ощутимую силу. Эту силу можно вычислить по второму закону Ньютона как произведение массы тела на его ускорение относительно кабины. В состоянии невесомости массивное тело перестает давить на руку, которая удерживает его в определенном положении, но вовсе не перестает давить на руку, сообщающую ему ускорение. Если массивному телу сообщена значительная начальная скорость, то оно будет продолжать двигаться с той же скоростью прямолинейно, пока не наткнется на стенку кабины, и если стенка выдержит этот удар, то тело отразится от стенки и начнет двигаться в обратном направлении с той же скоростью. Словом, космонавт не обнаружит никаких отклонений от законов механики, но обнаружит отсутствие тех явлений, которые обусловлены действием сил земного тяготения. Поэтому в состоянии невесомости у космонавта отсутствуют привычные явления, вызываемые силой тяжести (например, постоянное напряжение некоторых мышц, деформации внутренних органов и т. п.), к которым организм приспособился в процессе эволюции.

Все сказанное о состоянии невесомости относится к тому случаю, когда на космический корабль действуют только силы тяготения. Если же на него действует еще и сила тяги реактивных двигателей, то состояние невесомости нарушается. Например, на «активном участке» траектории, когда двигатели работают, разгоняя ракету до требуемой скорости, поднимая ее вертикально вверх, сила инерции направлена вертикально вниз и для тела массы m равна ma, где a — ускорение ракеты. Таким образом, космонавт, рассматривающий движение окружающих его тел относительно стенок кабины, обнаружит, что, кроме силы тяжести mg, на тела действует еще в том же направлении сила инерции ma. Точнее говоря, так как он не сможет различить эти силы, он обнаружит, что на тело действует сила $m(g+a)$ — результирующая силы тяготения и силы инерции. Картина будет такова, как если бы сила тяготения Земли увеличилась в

$(g+a)/g$ раз. Ускорение при взлете ракеты может значительно превышать ускорение свободного падения, так что результирующие силы, действующие на покоящиеся тела в кабине, могут в несколько раз превышать силу тяжести для этих тел. Соответственно увеличатся и деформации, вызванные этой возросшей силой, и силы, с которыми действуют друг на друга деформированные тела и части деформированных тел. Это явление называют *перегрузкой*. Говорят о двукратной, трехкратной и т. д. перегрузке, когда результирующая сил тяжести и сил инерции превышает в два, три и т. д. раза силу тяжести, действующую на тело.

Состояние перегрузки действует на организм космонавта значительно сильнее, чем состояние невесомости, но при полетах в космосе оно длится гораздо меньшее время — время работы двигателей. Для того чтобы космонавт легче переносил перегрузки, принимают специальные меры: космонавт располагается лежа в специальном кресле так, чтобы его возросший вес распределялся по возможно большей площади и не изменял условий кровообращения.

Перегрузки легко объяснить и с точки зрения «инерциального наблюдателя». С этой точки зрения силы инерции отсутствуют, но, помимо сил тяготения, к космическому кораблю и к каждому из тел, в нем находящихся, приложены силы, действующие при непосредственном соприкосновении и сообщающие всем этим телам данное ускорение. Мы видели (§ 119), что в этом случае ускоряемые тела оказываются деформированными, и, значит, между их частями действуют силы упругости такие же, какие действовали бы между ними, если бы тела покоились и на них действовала бы увеличенная сила тяготения.

§ 133. Является ли Земля инерциальной системой отсчета? Мы пользовались до сих пор в качестве инерциальных систем как Землей, так и системой отсчета Солнце — звезды (гелиоцентрической системой). Однако обе они инерциальными быть не могут: если рассматривать движение относительно Солнца и звезд, то Земля вращается вокруг своей оси и движется вокруг Солнца по криволинейной траектории, т. е. с ускорением относительно Солнца и звезд.

Центростремительное ускорение точек Земли относительно Солнца и звезд, вызванное ее вращением вокруг своей оси, будет наибольшим на экваторе. Для точек на экваторе это ускорение можно найти по формуле

$$a=\omega^2 r,$$

подставляя вместо ω угловую скорость вращения Земли, равную 2π рад/сут, или примерно $7{,}5 \cdot 10^{-5}$ рад/с, а вместо r — радиус Земли, равный $6{,}4 \cdot 10^6$ м. Расчет дает $a \approx$ $\approx 0{,}034$ м/с^2. Ускорение точек Земли при ее годовом обращении вокруг Солнца получим из той же формулы, подставляя в нее вместо ω величину 2π рад/год, или примерно $2 \times$ $\times 10^{-7}$ рад/с, и вместо r — радиус земной орбиты, равный $1{,}5 \cdot 10^{13}$ м. Ускорение оказывается равным $a \approx 0{,}0006$ м/с^2.

Как видим, ускорения Земли в ее космических движениях очень малы по сравнению с теми, с которыми приходится практически встречаться в движениях у поверхности Земли, например с ускорением свободного падения $g \approx$ ≈ 10 м/с^2. Поэтому во всех сравнительно грубых опытах, которые мы рассматривали до сих пор, эти ускорения не играли никакой роли, так что, если одна из применявшихся систем отсчета (Земля и Солнце — звезды) инерциальна, то практически инерциальной для грубых опытов оказывалась и вторая система отсчета. Однако более точные опыты должны обнаружить различие между этими двумя системами отсчета и установить, какая из этих систем является инерциальной.

В действительности удалось установить, что инерциальной системой отсчета является система Солнце — звезды, а Земля — неинерциальная система. Но, как мы видели, отличие Земли от инерциальной системы невелико, и им обычно можно пренебрегать. Случаи, когда неинерциальность Земли нужно учитывать, будем разбирать специально (§§ 136 и 137).

§ 134. Вращающиеся системы отсчета. Теперь рассмотрим движение тел по отношению к системам отсчета, *вращающимся* относительно инерциальных систем. Выясним, какие силы инерции действуют в этом случае. Ясно, что это будет более сложно, так как разные точки таких систем имеют разные ускорения относительно инерциальных систем отсчета.

Начнем со случая, когда тело покоится относительно вращающейся системы отсчета. В этом случае сила инерции должна уравновешивать все силы, действующие на тело со стороны других тел. Пусть система вращается с угловой скоростью ω, а тело расположено на расстоянии r от оси вращения и находится в равновесии в этой точке. Для того чтобы найти результирующую сил, действующих на тело со стороны других тел, можно, как и в § 128, рассмотреть движение тела относительно инерциальной системы. Это

движение есть вращение с угловой скоростью ω по окружности радиуса r. Согласно § 119 результирующая сила направлена к оси по радиусу и равна $m\omega^2 r$, где m — масса тела. Эта сила может быть вызвана натяжением нити (вращение грузика на нити), силой тяготения (движение планет вокруг Солнца), упругостью других тел (упругость рельсов при движении вагона по закруглению) и т. п.

Результирующая сила не зависит от того, в какой системе отсчета рассматривается данное движение. Но относительно нашей неинерциальной системы тело покоится. Значит, сила инерции уравновешивает эту результирующую, т. е. равна массе тела, умноженной на ускорение той точки системы, где находится тело, и направлена противоположно этому ускорению. Таким образом, сила инерции также равна $m\omega^2 r$, но направлена по радиусу от оси вращения. Эту силу называют *центробежной силой инерции* *). Силы, действующие со стороны других тел на тело, покоящееся относительно вращающейся системы отсчета, уравновешиваются центробежной силой инерции.

В отличие от сил инерции в поступательно движущихся системах, центробежная сила инерции для тела данной массы зависит от точки, в которой расположено тело, и по модулю и по направлению: центробежная сила инерции направлена по радиусу, проходящему через тело, и для заданной угловой скорости пропорциональна расстоянию от тела до оси вращения.

Вследствие вращения Земли на ней также должна наблюдаться центробежная сила инерции (которой мы до сих пор пренебрегали). В § 133 мы нашли, что центростремительное ускорение на экваторе равно 0,034 м/с^2. Это составляет примерно 1/300 часть ускорения свободного падения g. Значит, на тело массы m, находящееся на экваторе, действует центробежная сила инерции, равная $mg/300$ и направленная от центра, т. е. по вертикали вверх. Эта сила уменьшает вес тела по сравнению с силой притяжения Земли на 1/300 часть. Так как на полюсе центробежная сила инерции равна нулю, то при перенесении тела с полюса на экватор оно «потеряет» вследствие вращения Земли 1/300 часть своего веса. На других широтах центробежная сила инерции будет меньше, изменяясь пропорционально радиусу параллели, на которой расположено тело (рис. 208). Из-

*) Подчеркнем, что центробежная сила инерции появляется только во вращающихся системах отсчета. В инерциальных системах отсчета никаких центробежных сил нет. *(Примеч. ред.)*

рисунка видно, что всюду, кроме экватора и полюсов, центробежная сила инерции направлена под углом к направлению на центр Земли, отклоняясь от него в сторону экватора. В результате сила тяжести mg, представляющая собой результирующую силы притяжения к Земле и центробежной силы инерции, оказывается отклоненной от направления на центр Земли в сторону экватора.

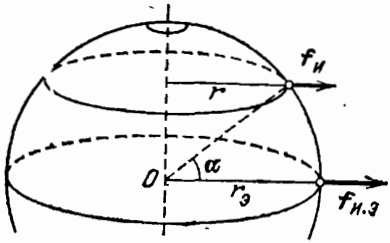


Рис. 208. Центробежная сила инерции на разных широтах

В действительности, как показал опыт, потеря веса тела при перенесении его с полюса на экватор составляет не 1/300 часть его веса, а больше: около 1/190 части. Это объясняется тем, что Земля не шар, а слегка сплюснутое тело, и поэтому сила тяжести на полюсе оказывается несколько больше, чем на экваторе. Влияние силы инерции и различия в силе притяжения к Земле на разных широтах, приводит к зависимости ускорения свободного падения от широты местности и к различию в ускорении свободного падения в разных точках земного шара, о котором говорилось в § 53.

Мы видим, что существует эквивалентность центробежной силы инерции и сил тяготения. Если бы Земля не вращалась, та же потеря в весе вызывалась бы немного большей сплюснутостью Земли, а если бы Земля не была сплюснута, та же потеря в весе вызывалась бы несколько большей скоростью вращения Земли. Отклонение отвеса также вызывалось бы не вращением Земли, а неравномерным распределением масс внутри Земли.

Таким образом, различие в весе тел и отклонения отвеса в разных точках земного шара еще нельзя считать доказательством вращения Земли относительно инерциальной системы отсчета. С опытами, доказывающими вращение Земли относительно системы отсчета Солнце — звезды, мы познакомимся в § 136.

Сама сплюснутость Земли объясняется ее вращением: с точки зрения земного наблюдателя она вызвана центробежными силами инерции, направленными от оси и имеющими наибольшее значение на экваторе. С точки зрения «инерциального наблюдателя» деформация Земли возникает так же, как деформация всякого вращающегося тела

(§ 119). Подобным же образом сплюснуты и другие вращающиеся небесные тела. Юпитер, например, сплюснут очень сильно вследствие большой скорости его вращения (один оборот за 10 часов). Напротив, Луна, совершающая один оборот вокруг своей оси за один месяц, практически не сплюснута и имеет форму шара.

? **134.1.** Рассмотрите задачи §§ 119 и 122 с точки зрения наблюдателя, находящегося во вращающейся системе отсчета.

134.2. При каком периоде вращения Земли вокруг своей оси центробежная сила инерции на экваторе полностью уравновешивала бы силу притяжения Земли, так что вес тела на экваторе равнялся бы нулю?

134.3. Покажите, что уменьшение веса тела, обусловленное вращением Земли, меняется, как квадрат косинуса широтного угла, а составляющая центробежной силы инерции, направленная к экватору, меняется, как синус двойного широтного угла.

§ 135. Силы инерции при движении тела относительно вращающейся системы отсчета. Если тело движется относительно вращающейся системы отсчета, то, даже учитывая помимо сил, действующих со стороны других тел, центробежную силу инерции, мы не достигнем того, чтобы законы Ньютона соблюдались относительно вращающейся системы. В этом случае имеется еще некоторая добавочная сила инерции, зависящая от скорости тела.

Чтобы показать это, рассмотрим такой пример. Будем двигать кусок мела вдоль неподвижной линейки. Если под

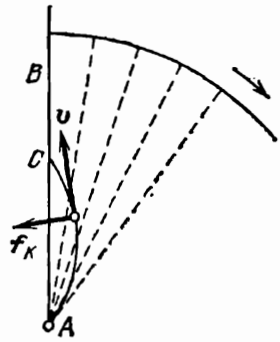


Рис. 209. Кусок мела, равномерно движущийся вдоль неподвижной линейки *AB*, описывает на доске, вращающейся в направлении стрелки, криволинейную траекторию *AC*: v — скорость тела относительно вращающейся доски

линейкой расположена неподвижная доска, то мел прочертит на ней прямую линию. Если же доска под линейкой вращается, то мел прочертит на ней некоторую кривую (рис. 209). Значит, траектория мела относительно вращающейся системы отсчета окажется криволинейной, а потому мел будет иметь ускорение, нормальное к траектории. Но

по отношению к инерциальной системе (неподвижной линейке) мел двигался прямолинейно. Значит, никаких сил, действующих со стороны других тел и перпендикулярных к траектории, нет. Следовательно, во вращающейся системе действует еще сила инерции, перпендикулярная к траектории, описываемой телом во вращающейся системе отсчета. Эту добавочную силу инерции называют *кориолисовой силой* по имени французского механика Густава Гаспара Кориолиса (1792—1843), который дал расчет этой силы.

Расчет показывает *), что для движений тела, происходящих в плоскости, перпендикулярной к оси вращения, кориолисова сила инерции $f_К$ равна удвоенному произведению угловой скорости ω вращающейся системы отсчета на скорость v тела относительно этой системы и на массу тела: $f_К = 2m\omega v$. Направление силы перпендикулярно к скорости и обращено в такую сторону, что для совмещения с направлением скорости тела ее нужно было бы повернуть на прямой угол в сторону вращения системы отсчета. Следовательно, при перемене направления движения тела на обратное или при перемене направления вращения системы на обратное (например, по часовой стрелке и против часовой стрелки) направление кориолисовой силы инерции меняется на обратное.

Сила Кориолиса отличается от всех встречавшихся нам до сих пор сил инерции тем, что она зависит от скорости движения тела относительно неинерциальной системы отсчета.

Кроме кориолисовой силы, во вращающейся системе отсчета на движущееся тело действует и центробежная сила инерции, так же как она действовала бы на тело, если бы оно покоилось относительно вращающейся системы отсчета.

§ 136. Доказательство вращения Земли. Вернемся теперь к вопросу о том, является ли Земля инерциальной системой отсчета или нет. Для того чтобы выяснить, является ли та или иная система отсчета инерциальной, достаточно сопоставить ускорения тел относительно этой системы отсчета с силами, действующими на эти тела со стороны других тел. Если эти силы объясняют наблюдаемые движения тел, т. е. силы и ускорения во всех случаях удовлетворяют второму закону Ньютона, то система инерциальна. Если же оказы-

*) Ввиду сложности этот расчет не приводится.

вается, что имеются ускорения, которые нельзя объяснить действием других тел, это значит, что система неинерциальна, а ускорения вызываются соответственными силами инерции.

Опыт, доказывающий таким способом неинерциальность Земли (а именно — ее вращение относительно инерциальных систем отсчета), произвел в 1851 г. в Париже французский физик Жан Бернар Леон Фуко (1819—1868). В опыте Фуко производились наблюдения за качаниями маятника, запущенного в определенной плоскости (маятник Фуко). Для того чтобы можно было в течение достаточно долгого времени наблюдать качания, Фуко применил в качестве маятника груз, подвешенный на очень длинной (67 м) тонкой проволоке. Период маятника составлял 16 с. Чтобы проволока не могла закручиваться, ее верхний конец был укреплен в подшипнике, который мог свободно вращаться вокруг вертикальной оси. На груз маятника действовали только две силы: сила тяжести, направленная вертикально вниз, и сила натяжения проволоки, направленная вдоль проволоки вверх. Таким образом, результирующая сил, действующих на маятник, лежала в вертикальной плоскости, проходящей через проволоку, т. е. в плоскости качаний маятника. При запуске маятника принимались меры для устранения толчков в направлении, перпендикулярном к начальной плоскости качаний: для запуска груз оттягивался в сторону от положения равновесия нитью, которая затем пережигалась. В результате маятник начинал двигаться в той вертикальной плоскости, в которой лежала проволока до пережигания нити.

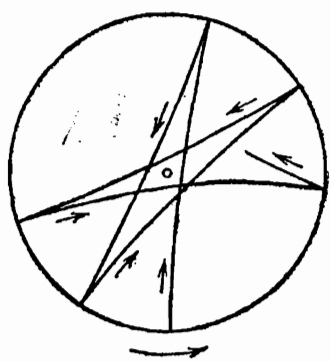


Рис. 210. Траектория груза маятника Фуко (в северном полушарии)

Если бы Земля была инерциальной системой отсчета, то при таком способе запуска маятник и при последующих колебаниях оставался бы в той же самой вертикальной плоскости. Оказалось, однако, что плоскость качаний маятника не оставалась неподвижной по отношению к Земле, а поворачивалась по часовой стрелке (если смотреть на маятник сверху). Траектория движения груза маятника относительно Земли показана на рис. 210. На рисунке

для наглядности сильно преувеличен угол поворота плоскости качаний при каждом колебании маятника.

Опыт Фуко производился и в других местах земного шара (в том числе и в южном полушарии, где плоскость качаний поворачивалась против часовой стрелки). Выяснилось, что при приближении к полюсу — северному или южному — угловая скорость поворота плоскости качаний увеличивается и на самом полюсе достигает 2π рад/сут. Значит, плоскость качаний маятника на полюсе поворачивается относительно Земли с той же скоростью, что и Земля относительно системы отсчета Солнце — звезды, но в обратном направлении. Следовательно, плоскость качаний маятника неизменна в системе отсчета Солнце — звезды. Таким образом, в системе отсчета Солнце — звезды мы наблюдаем только такие ускорения груза маятника, которые сообщают ему другие тела. Это доказывает, что система отсчета Солнце — звезды является инерциальной. Одновременно это доказывает, что Земля — не инерциальная система отсчета, а система, вращающаяся относительно инерциальной с угловой скоростью 2π рад/сут.

Теперь, исходя из того, что Земля — вращающаяся система отсчета, мы можем объяснить движение маятника Фуко и с точки зрения земного наблюдателя. Так как траектория груза маятника криволинейна, то на него должны действовать силы, перпендикулярные к траектории. Кривизна траектории направлена то в одну, то в другую сторону в зависимости от того, куда движется маятник, вперед или назад. Значит, сила должна менять направление на противоположное при перемене направления движения груза. Эта сила — сила инерции Кориолиса. Действительно, как мы видели в предыдущем параграфе, она направлена перпендикулярно к скорости движущегося тела и при перемене направления движения (качание вперед и назад) направление ее меняется на обратное. Под действием силы Кориолиса траектория груза и оказывается «звездочкой», показанной на рисунке.

Кроме опыта с маятником Фуко, на Земле наблюдаются еще и другие явления, также связанные с силой Кориолиса. На тела, движущиеся в северном полушарии с юга на север, действует сила Кориолиса, направленная на восток, т. е. вправо от направления движения, а на тела, движущиеся с севера на юг,— сила Кориолиса, направленная на запад, т. е. снова вправо от направления движения. Такая сила действует, например, на воду в реках, текущих в северном полушарии. Под действием этой силы вода в реках

подмывает правый берег, который поэтому бывает более крутым и обрывистым, чем левый берег. Эту закономерность называют законом Бэра по имени обратившего на нее внимание русского ученого Карла Максимовича Бэра (1792—1876). По той же причине правые рельсы двухпутных железных дорог на каждой колее изнашиваются немного сильнее левых. В южном полушарии, наоборот, более круты левые берега и быстрее изнашиваются левые рельсы.

Силой Кориолиса объясняется также то, что ветры на Земле образуют огромные вихри — циклоны и антициклоны. Более подробно об этом сказано в § 312.

§ 137. Приливы. Если бы Земля была удалена от всех других небесных тел на расстояния во много раз бóльшие, чем теперь, так, чтобы притяжение других небесных тел совсем не сказывалось, то отличие Земли от инерциальной системы отсчета заключалось бы только в том, что она вращается вокруг своей оси. Но фактически небесные тела Солнечной системы действуют на Землю, сообщая ей некоторое ускорение относительно Солнца и звезд; поэтому, помимо сил инерции, обусловленных вращением Земли вокруг своей оси, нужно учитывать силы инерции, соответствующие ускоренному движению Земли в целом. Важнейшее проявление этих сил в системе отсчета «Земля» — это морские приливы.

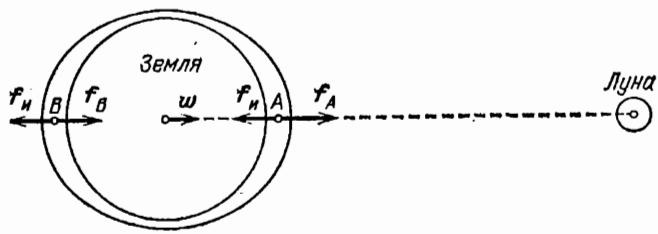


Рис. 211. Возникновение приливов: $f_и$ — сила инерции, f_A и f_B — силы притяжения частиц воды Луной, w — ускорение Земли, вызванное притяжением Луны

Главную роль в морских приливах играют Луна (как ближайшее небесное тело) и Солнце (как самое массивное небесное тело Солнечной системы).

Рассмотрим сначала приливы, вызываемые Луной. Сила тяготения, действующая со стороны Луны на Землю, вызывает ускорение w в направлении прямой, соединяющей центры Земли и Луны (рис. 211). Следовательно, на все тела на Земле действует сила инерции, равная произведению массы тела на это ускорение, взятое с обратным знаком. Для Земли в целом эта сила инерции в точности равна силе притяжения Земли Луной и направлена противоположно. Напомним, что вследствие шарообразности этих небесных тел Луна притягивает Землю так, как если бы вся масса Земли была сосредоточена в ее центре. Но сила тяготения убывает с расстоянием. Значит, тела, находящиеся на поверхности Земли со стороны Луны, т. е. ближе к Луне, чем центр Земли, будут притягиваться Луной с силой, превышающей силу инерции, и

разность этих сил направлена от центра Земли. Поэтому в точках «под Луной» тела «теряют в весе».

В диаметрально противоположных точках сила тяготения Луны снова не уравновешивает силу инерции, так как тело расположено от Луны дальше, чем центр Земли. Разность силы инерции и силы притяжения Луной направлена снова от центра Земли. Значит, в этих местах земной поверхности тела тоже «теряют в весе». Сила инерции равна силе притяжения Луной и уравновешивается ею только для точек, лежащих посередине между точками прямо «под Луной» и диаметрально противоположными точками. Итак, и «под Луной», и с противоположной стороны тела немного «теряют в весе» вследствие того, что сила тяготения убывает с расстоянием. Благодаря этому действию Луны с двух сторон Земли возникает плавное поднятие уровня океана на несколько десятков сантиметров. Между местами поднятия происходит соответственное опускание уровня океана. Вследствие вращения Земли эти места поднятия и опускания перемещаются по поверхности Земли. Посреди моря это небольшое поднятие практически незаметно, но вблизи берегов оно выражается в том, что вода заливает берег (прилив), а примерно через 6 часов — отступает от берега (отлив).

Подобно Луне, Солнце также вызывает на Земле приливы и отливы. Вследствие огромной массы Солнца и сила притяжения Солнца, и соответственные силы инерции гораздо больше, чем эти же величины для Луны. Но мы видели, что приливы вызывает не одна сила притяжения или сила инерции, а разность между силой инерции и силой тяготения для одной и другой сторон Земли. Сила инерции для всей Земли одна и та же: она равна силе притяжения Земли Солнцем. Сила же притяжения, как и в случае притяжения Луной, уменьшается при переходе от стороны, освещенной Солнцем, к теневой стороне. Но чем дальше находится притягиваемое тело (Земля) от притягивающего (Луна и Солнце), тем медленнее меняется сила тяготения при удалении. Так как Солнце во много раз дальше от Земли, чем Луна, то оказывается, что приливное действие, т. е. разность между силой инерции и силой тяготения, для Солнца меньше, чем для Луны (почти в три раза). Все же действие приливов, вызванных Солнцем, заметно: когда Луна, Земля и Солнце находятся на одной прямой (новолуние и полнолуние), приливы усиливаются, а когда направления на Солнце и на Луну образуют прямой угол (первая четверть или третья четверть Луны), то приливы ослабевают.

Как ясно из рассмотрения происхождения приливов, они вызываются нарушением эквивалентности сил инерции и сил тяготения, уже упоминавшимся в § 131. Делается ясной и причина нарушения эквивалентности: в то время как сила инерции, возникающая в системе отсчета «Земля» вследствие ускорения, сообщаемого Земле Луной, не зависит от положения тела на Земле, сила притяжения тела Луной от этого положения зависит.

§ 138. Подвижность жидкости. Основным отличием жидкостей от твердых (упругих) тел является подвижность (текучесть). Благодаря своей подвижности жидкости, в отличие от упругих тел, не обнаруживают сопротивления изменению формы. Части жидкости могут свободно сдвигаться, скользя одна относительно другой. Поэтому, если к поверхности жидкости прилагаются силы, не перпендикулярные к поверхности, то равновесие жидкости всегда нарушается и она приходит в движение, как бы малы эти силы ни были. Достаточно, например, подуть на поверхность воды в тазу, чтобы вызвать ее движение. Море рябит при малейшем ветерке. Мы видели, что ничтожная сила со стороны стеклянной нити приводит в движение плавающий на воде кусок дерева (§ 44).

Подвижностью жидкости объясняется то, что свободная поверхность жидкости, находящейся в равновесии под действием силы тяжести, всегда горизонтальна. В самом деле, если бы, например, поверхность покоящейся жидкости была расположена под углом к горизонту, то частицы жидкости вблизи поверхности соскальзывали бы вдоль нее вниз под действием силы тяжести, как по наклонной плоскости. Такое движение продолжалось бы, пока поверхность жидкости не сделалась бы горизонтальной.

Заметим, однако, что свободная поверхность жидкости, налитой в сосуд, несколько искривлена вблизи стенок. Это легко обнаружить, рассматривая отражение предметов от поверхности воды, налитой в чашку. Это искривление вызывается силами, действующими между жидкостью и стенками, и сказывается лишь в их непосредственной близости. Влияние стенок будет разобрано в § 253.

Для жидкости, занимающей большое пространство (моря, океаны), нужно учитывать, что направление силы тяжести в разных точках земной поверхности различно. Так как сила тяжести направлена всюду к центру Земли по

радиусу, то и поверхность моря принимает в целом форму приблизительно шаровой поверхности, нарушаемую лишь посторонними местными причинами (например, под действием ветра появляются волны).

§ 139. Силы давления. Повседневный опыт учит нас, что жидкости действуют с известными силами на поверхность твердых тел, соприкасающихся с ними. Эти силы мы называем силами давления жидкости.

Прикрывая пальцем отверстие открытого водопроводного крана, мы ощущаем силу давления жидкости на палец. Боль в ушах, которую испытывает пловец, нырнувший на большую глубину, вызвана силами давления воды на барабанную перепонку уха. Термометры для измерения температуры в глубине моря должны быть очень прочными, чтобы давление воды не раздавило их. Ввиду огромных сил давления на большой глубине корпус подводной лодки должен иметь гораздо большую прочность, чем корпус надводного корабля. Силы давления воды на днище судна поддерживают судно на поверхности, уравновешивая действующую на него силу тяжести. Силы давления действуют на дно и на стенки сосудов, наполненных жидкостью: налив в резиновый баллон ртуть, мы видим, что его дно и

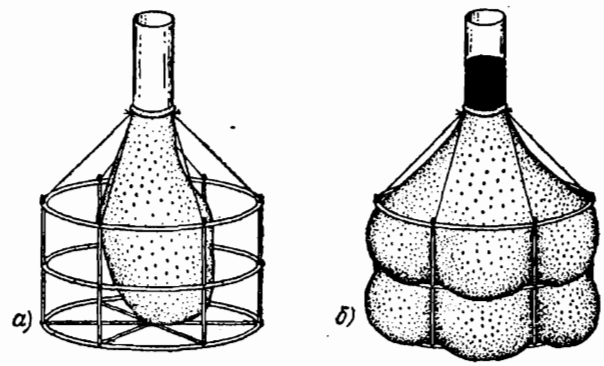


Рис. 212. Стенки и дно резинового баллона, вложенного в проволочный каркас (*а*), выгнуты силами давления налитой ртути (*б*).

стенки выгибаются наружу (рис. 212). Наконец, силы давления действуют со стороны одних частей жидкости на другие. Это значит, что если бы мы удалили какую-либо часть жидкости, то для сохранения равновесия оставшейся части нужно было бы приложить к образовавшейся по-

верхности определенные силы (рис. 213). Необходимые для поддержания равновесия силы равны силам давления, с которыми удаленная часть жидкости действовала на оставшуюся.

В § 34 мы видели, что силы, действующие при непосредственном соприкосновении тел,— упругие силы — возникают в результате деформации тел. В твердых телах силы

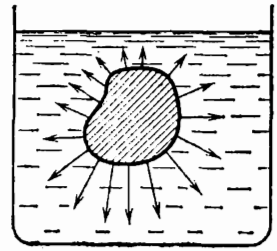


Рис. 213. Часть жидкости (заштрихованный объем) удалена. Для удержания оставшейся жидкости в равновесии нужно приложить силы, распределенные по образовавшейся поверхности

упругости возникают как при изменении формы, так и при изменении объема тела. В жидкостях при изменении *формы* силы упругости не возникают. Подвижность жидкости обусловлена именно отсутствием упругости по отношению к изменению формы. При изменении же *объема* (при сжатии жидкости) силы упругости возникают — по отношению к изменению объема жидкости обладают упругостью. Силы упругости в жидкости — это и есть силы давления. Таким образом, если жидкость действует с силами давления на соприкасающиеся с ней тела, то, значит, она сжата. Чем

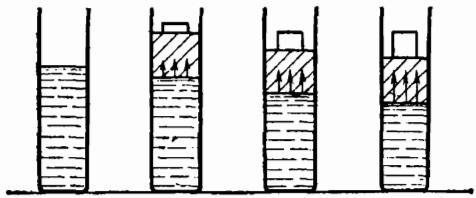


Рис. 214. Чем больший груз лежит на поршне, тем сильнее сжата жидкость

больше сжата жидкость, тем больше и возникающие в результате этого сжатия силы давления.

Так как при сжатии плотность вещества растет, то можно сказать, что жидкости обладают упругостью по отношению к изменению их плотности.

Качественно зависимость сил давления от сжатия жидкости можно представить себе на следующем примере.

Пусть прочный цилиндр, заполненный жидкостью, закрыт плотно притертым (во избежание просачивания жидкости) поршнем, на котором помещен груз (рис. 214). Под действием груза поршень начнет опускаться, сжимая жидкость. При сжатии жидкости в ней возникнут силы давления, которые, действуя на поршень, уравновесят вес поршня с грузом. При увеличении нагрузки жидкость сожмется в большей степени, настолько, чтобы возросшие силы давления уравновесили увеличенную нагрузку.

Эта картина вполне аналогична разобранной в § 60 картине равновесия груза, лежащего на подставке. Подставка прогибается, и равновесие наступает тогда, когда силы упругости, возникшие при прогибе, уравновешивают силу тяжести, действующую на груз.

Для наглядности на рисунке сжатие жидкости под поршнем сильно преувеличено. В действительности в подобном опыте перемещение поршня и сжатие жидкости настолько малы, что на глаз их обнаружить нельзя. Однако *в большей или меньшей степени все жидкости сжимаемы*, и степень их сжатия, соответствующая тем или иным силам давления, может быть измерена.

§ 140. Измерение сжимаемости жидкости. Хотя изменение объема жидкости под действием внешних сил и невелико, его все же можно обнаружить и измерить без особого труда. Однако при измерении сжимаемости жидкости нужно учесть, что жидкость, сильно сжимаемая в сосуде, действует изнутри на его стенки с большими силами давления и расширяет сосуд. В результате получается преувеличенное значение сжимаемости жидкости. Поэтому нужно устранить возможность расширения сосуда; это достигается тем, что к сосуду снаружи прилагают такое же давление, какое на него оказывает жидкость изнутри.

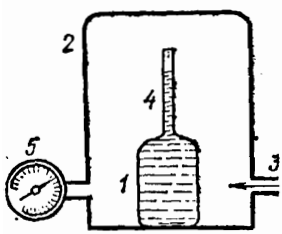


Рис. 215. Схема пьезометра

Схема прибора для измерения сжимаемости жидкости (пьезометра) изображена на рис. 215. Стеклянный сосуд *1*, наполненный испытуемой жидкостью, помещен в стеклянный сосуд *2*, в который по трубке *3* накачивают воздух. Воздух оказывает давление на наружные стенки сосуда и через открытый сверху отросток *4* на жидкость в сосуде. Сосуд *1* подвергаясь одинаковому давлению как снаружи, так и изнутри, практически не меняет своего объема. Жидкость, однако, сжимается, и уровень ее в отростке *4* понижается; отросток делают очень узким, благодаря чему уже малое изменение объема жидкости хорошо заметно. Измеряя понижение уровня жидкости в отростке, найдем уменьшение ее объема; показания манометра *5* дадут силу давления, приходящуюся на единицу площади. Таким образом, можно определить уменьшение объема, соответствующее, например, увеличению давления на одну атмосферу (§ 147). Для воды такое увеличение давления ведет к уменьше-

нию объёма примерно на 1/20000 долю, для ртути — всего на 1/250000. Для сравнения укажем, что при таком же увеличении давления кусок стали сжался бы всего на 1/1700000 долю первоначального объема.

? **140.1.** Испытания паровых котлов на прочность производят, нагнетая в них под большим давлением воду. Какое количество воды вытечет из котла вместимости 1,5 м^3, заполненного водой, при давлении 12 атм, если котел даст трещину в верхней своей части?

§ 141. «Несжимаемая» жидкость. Мы выяснили, что силы давления возникают вследствие сжатия жидкости. Однако сжатие жидкости весьма незначительно даже при очень больших силах давления. Так как нас обычно интересует не сжатие жидкости само по себе, а только те силы давления, которые возникают в результате этого сжатия, то можно ввести представление о «несжимаемой» жидкости, подобно тому как было введено представление об абсолютно твердом теле (§ 70). Различие будет заключаться в том, что абсолютно твердое тело сохраняет неизменными и форму и объем, а «несжимаемая» жидкость — только объем, форма же ее может меняться как угодно (текучесть жидкости). Таким образом, можно считать, что плотность жидкости также не зависит от давления.

Мы увидим, однако, что иногда все же приходится учитывать изменение плотности жидкости (случай большого давления, § 158).

§ 142. Силы давления в жидкости передаются во все стороны. На рис. 214 для наглядности в сильно преувеличенном виде было показано сжатие жидкости при различных нагрузках на поршень. Аналогичную картину мы получили бы, помещая под поршень сильную пружину: как пружина, так и жидкость действуют с определенными силами («оказывают давление») только тогда, когда они сжаты (рис. 216).

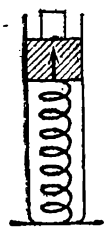


Рис. 216. Сжатая пружина уравновешивает поршень так же, как и сжатая жидкость на рис. 214

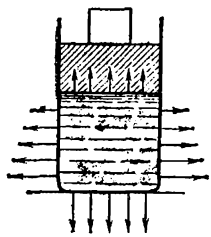


Рис. 217. Силы давления жидкости действуют не только на дно и поршень, но и на стенки сосуда

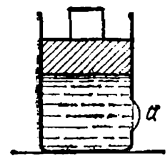


Рис. 218. Резиновая пленка *a*, затягивающая отверстие в стенке сосуда, заметно выгнута силами давления воды

Однако, в то время как сжатая пружина действует только на поршень и на дно цилиндра, силы давления жидкости действуют и на дно, и на поршень, и на стенки (рис. 217).

В свою очередь на жидкость действует не только поршень, но и упругость стенок цилиндра, которые выгибаются тем сильнее, чем больше сжата жидкость. Разумеется, если цилиндр сделан из металла или стекла, то этот прогиб так ничтожен, что может быть обнаружен лишь с помощью точных измерений, однако силы, действующие со стороны деформированных стенок, вполне ощутимы. Если проделать в стенке отверстие и затянуть его резиновой пленкой, то прогиб пленки делается заметным (рис. 218).

§ 143. Направление сил давления. Силы давления, действующие со стороны покоящейся жидкости на данный участок поверхности твердого тела, направлены всегда перпендикулярно к поверхности. В самом деле, в противном случае противодействующие силы, т. е. силы, с которыми данный участок поверхности твердого тела действует на жидкость, по закону действия и противодействия также не были бы перпендикулярны к поверхности. Но тогда, как мы видели (§ 138), жидкость не могла бы оставаться в равновесии. Следовательно, силы давления, действующие на поршень, сжимающий жидкость, направлены перпендикулярно к его поверхности, силы давления, действующие на дно и на стенки сосуда,— перпендикулярно к дну и стенкам, и т. д. (рис. 217).

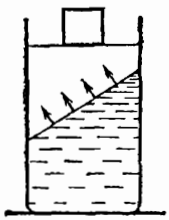


Рис. 219. Силы давления всегда перпендикулярны к поверхности, на которую они действуют

Если взять поршень со скошенной нижней поверхностью (рис. 219), то силы давления будут прижимать его к стенке цилиндра (на нашем рисунке — влево).

§ 144. Давление. Силы давления на стенки сосуда, заключающего жидкость, или на поверхность твердого тела, погруженного в жидкость, не приложены в какой-либо определенной точке поверхности. Они *распределены по всей поверхности соприкосновения* твердого тела с жидкостью. Поэтому сила давления на данную поверхность зависит не только от степени сжатия соприкасающейся с ней жидкости, но и от размеров этой поверхности. Для того чтобы охарактеризовать распределение сил давления независимо

от размеров поверхности, на которую они действуют, вводят понятие *давления*.

Давлением на участке поверхности называют отношение силы давления, действующей на этот участок, к площади участка. Очевидно, давление численно равно силе давления, приходящейся на участок поверхности, площадь которого равна единице. Будем обозначать давление буквой p. Если сила давления на данный участок равна F, а площадь участка равна S, то давление выразится формулой

$$p=F/S.$$

Если силы давления распределены равномерно по некоторой поверхности, то давление одно и то же в каждой ее точке. Таково, например, давление на поверхности поршня, сжимающего жидкость. Это иллюстрируется опытом, показанным на рис. 220, в котором вместо сплошного поршня взят поршень с отверстиями, закрываемыми втулками, которые могут двигаться в отверстиях без трения. Силы,

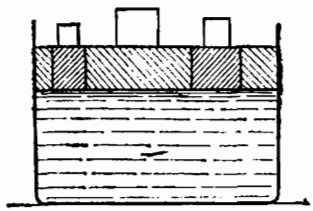


Рис. 220. Массы грузов, удерживающих втулки в равновесии, пропорциональны площадям втулок

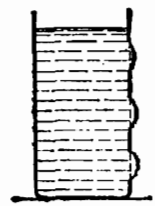


Рис. 221. Чем ниже расположена пленка, тем сильнее она выгнута.

которые необходимо приложить к втулкам для удержания их в равновесии, прямо пропорциональны площадям поперечных сечений втулок; на втулки с одинаковыми сечениями действуют равные силы.

Нередко, однако, встречаются случаи, когда силы давления распределены по поверхности неравномерно. Это значит, что на одинаковые площади в разных местах поверхности действуют разные силы. Нальем воду в сосуд, в боковой стенке которого сделаны одинаковые отверстия, затянутые резиновыми пленками; мы увидим, что пленки в отверстиях, расположенных ниже, сильнее выгнуты наружу (рис. 221). Это значит, что в нижней части сосуда давление больше, чем в верхней.

§ 145. Мембранный манометр. Как измерить давление жидкости на поверхность твердого тела, например давление воды на дно стакана? Конечно, дно стакана деформируется под действием сил давления, и, зная деформацию, мы могли бы определить вызвавшую ее силу и рассчитать давление; но эта деформация настолько мала, что измерить ее непосредственно практически невозможно. Так как судить по деформации данного тела о давлении, оказываемом на него жидкостью, удобно лишь в том случае, когда деформации достаточно велики, то для практического определения давления жидкости пользуются специальными приборами — *манометрами*, у которых деформации сравнительно велики и легко измеримы *).

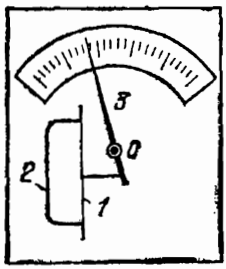


Рис. 222. Схема устройства мембранного манометра

Простейший *мембранный манометр* устроен следующим образом (рис. 222). Тонкая упругая пластинка *1* — мембрана — герметически закрывает пустую коробку *2*. К мембране присоединен указатель *3*, вращающийся около оси *O*. При погружении прибора в жидкость мембрана прогибается под действием сил давления, и ее прогиб передается в увеличенном виде указателю, передвигающемуся по шкале. Каждому положению указателя соответствует определенный прогиб мембраны, а следовательно, и определенная сила давления на мембрану. Зная площадь мембраны, можно от сил давления перейти к самим давлениям. Можно непосредственно измерять давление, если заранее проградуировать манометр, т. е. определить, какому давлению соответствует то или иное положение указателя на шкале. Для этого нужно подвергнуть манометр действию известных давлений и, замечая положение стрелки указателя, проставить соответственные цифры на шкале прибора. В дальнейшем мы познакомимся и с другими типами манометров.

§ 146. Независимость давления от ориентации площадки. Манометр, погруженный в жидкость, показывает давление в той области жидкости, где расположена его мембрана. Чтобы по показаниям манометра можно было судить о давле-

*) С помощью таких манометров измеряют и давление газов. *(Примеч. ред.)*

нии в избранном месте, размеры мембраны должны быть достаточно малыми. Иначе, если давление в разных точках мембраны различно, показания манометра дадут лишь некоторое *среднее* значение давления.

Поместив манометр с достаточно малой мембраной внутрь жидкости, мы увидим, что при поворачивании манометра его показания не меняются. Таким образом, мы обнаруживаем, что *давление в данном месте жидкости не зависит от ориентации площадки, на которой оно измеряется.* Вспомним, что по самому своему определению давление не зависит и от размеров площадки, на которую оно действует, так как оно всегда относится к единице площади поверхности. Таким образом, введенное нами понятие давления представляет собой такую характеристику состояния жидкости в данном месте, которая не зависит ни от размеров, ни от ориентации площадки, по которой давление измеряется. *Давление зависит лишь от степени сжатия жидкости в данном месте.*

Подчеркнем, что гибкая мембрана манометра служит лишь для удобного обнаружения и измерения сил давления жидкости, а силы эти обусловлены упругими свойствами самой жидкости. Те же самые силы давления действовали бы со стороны жидкости на поверхность любого другого тела, например сплошного куска металла, помещенного на место мембраны.

Мы можем также мысленно выделить внутри жидкости какой-либо объем. Во всех точках поверхности, ограничивающей этот объем, будут существовать некоторые давления, совершенно такие же, какие существовали бы на поверхности твердого тела, имеющего тот же объем. Это же давление действует и на мембрану измеряющего манометра, погруженного в жидкость.

§ 147. Единицы давления. Единицей давления называют такое давление, при котором на единицу площади действует сила, равная единице. В СИ единицей давления служит давление, при котором на один квадратный метр приходится сила, равная одному ньютону. Эта единица названа в честь Б. Паскаля (§ 150) *паскалем* (Па):

$$1\ \text{Па} = 1\ \text{Н/м}^2.$$

Широко применяется внесистемная единица давления, называемая *атмосферой.* Она равна давлению, оказываемому столбом ртути высоты 760 мм (или водяным столбом

высоты 10,332 м) *):

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101\,325 \text{ Па}. \qquad (147.1)$$

§ 148. Определение сил давления по давлению. Зная давление в каждой точке данной поверхности, нетрудно определить равнодействующую сил давления на всю эту поверхность. Рассмотрим сначала плоскую поверхность. Если давление p одно и то же по всей поверхности, то равнодействующая сила

$$F = pS,$$

где S — площадь поверхности. Эта равнодействующая имеет, как следует из § 143, направление, перпендикулярное к поверхности.

Если давление различно в разных точках плоской поверхности, то для вычисления равнодействующей силы поступают следующим образом. Поверхность разбивают на столь малые участки, чтобы во всех точках участка можно было считать давление практически одинаковым (хотя и различным для разных участков). Силу давления на отдельный участок вычисляют как произведение давления на данном участке на его площадь; равнодействующая сил давления на всю поверхность равна сумме найденных таким образом сил, приходящихся на отдельные участки и параллельных между собой. Направление равнодействующей силы перпендикулярно к плоской поверхности.

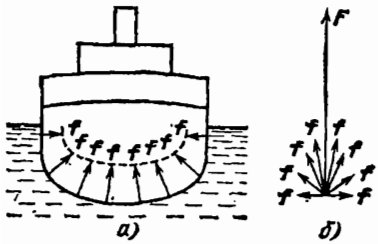


Рис. 223. Сила F — равнодействующая сил давления f, действующих на криволинейную погруженную поверхность судна.

Рис. 224. К упражнению 148.1

Если поверхность не плоская, ее разбивают на столь малые участки, что каждый из них практически можно счи-

*) Это — так называемая *физическая атмосфера* (обозначается атм), которую мы будем называть просто атмосферой. Кроме физической, существует *техническая атмосфера* (обозначается ат), равная давлению, оказываемому водяным столбом высоты 10,000 м. Техническая атмосфера равна 0,968 физической атмосферы. В дальнейшем в этой книге техническая атмосфера не используется.

тать плоским. Тогда силу, действующую на каждый участок, можно найти так же, как и для плоского участка. Каждая из этих сил имеет направление, перпендикулярное к участку, на который она действует. Силы эти не параллельны между собой, а имеют различные направления. Для определения равнодействующей сил давления на всю поверхность надо сложить силы, приходящиеся на отдельные участки, по правилу сложения векторов. Так, например, силы давления f воды на погруженную поверхность плавающего судна имеют разные направления в разных точках его корпуса, как показано на рис. 223. Равнодействующая F этих сил будет направлена вертикально вверх, уравновешивая силу тяжести, действующую на судно.

? **148.1.** В трубе находится поршень, форма которого в сечении показана на рис. 224. Давление жидкости по обе стороны поршня одно и то же. Находится ли поршень в равновесии? Для простоты рассуждений принять, что сечение трубы имеет форму прямоугольника.

§ 149. Распределение давления внутри жидкости. В предыдущих параграфах мы выяснили, что давление внутри жидкости зависит от степени ее сжатия. Жидкость может быть сжата действующей на нее силой тяжести или какими-либо внешними силами, приложенными к поверхности жидкости (поверхностные силы). Например, давление в глубине моря вызвано давлением вышележащих слоев воды и силой давления со стороны воздушной атмосферы, действующей на свободную поверхность моря. При этом давление внутри жидкости оказывается неравномерным, так как верхние слои воды сжаты в основном давлением атмосферы, а глубоководные слои сжаты гораздо сильнее давлением вышележащей части воды. Наоборот, почти равномерное распределение давления наблюдается в паровом котле, где давление создано в основном давлением пара на поверхность воды, так как глубина воды в котле невелика. В следующих параграфах мы выясним подробно картину распределения давления внутри жидкости для разных случаев воздействия сил на жидкость.

§ 150. Закон Паскаля. Сначала найдем распределение давления внутри жидкости для случая, когда жидкость сжата только поверхностными силами. Вес жидкости можно не учитывать, если обусловленное им давление мало по сравнению с давлением, вызванным поверхностными силами. На искусственных спутниках, в условиях невесомости, жидкость действительно будет сжата только поверхност-

ными силами. Мы покажем, что при действии только поверхностных сил давление во всех точках жидкости одинаково.

Поместим жидкость в произвольной формы замкнутый сосуд, к которому присоединен цилиндр с поршнем (рис. 225). Вдвигая поршень в цилиндр, создадим внутри жидкости давление, обусловленное поверхностными силами. Опыт показывает, что если в различных местах в сосуде поместить манометры, то их показания окажутся практически одинаковыми.

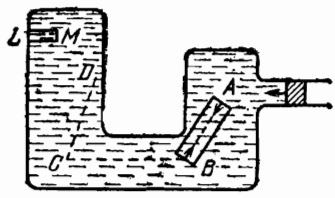


Рис. 225. К выводу закона Паскаля

Можно и теоретически показать, что в рассматриваемом случае давления в любых двух точках, например в точках A и B, должны быть равны между собой. Для этого мысленно выделим внутри жидкости тонкий цилиндр, осью которого служит линия AB и основания которого, имеющие площадь S, перпендикулярны к линии AB. Выделенный объем составляет часть покоящейся жидкости, и, следовательно, сам находится в покое, хотя на его поверхность действуют силы давления. Другие силы на цилиндр не действуют (силой тяжести мы пренебрегли). Для равновесия необходимо, чтобы сумма проекций всех сил давления на любое направление равнялась нулю (§ 74). Рассмотрим сумму проекций сил давления на ось AB.

Силы давления, действующие на боковую поверхность цилиндра, перпендикулярны к оси AB, и, следовательно, их проекции на ось равны нулю. Остаются лишь силы, действующие на основания цилиндра. Они равны соответственно $p_A S$ и $p_B S$, где p_A и p_B — давления в точках A и B. Так как эти силы перпендикулярны к основаниям, то они направлены вдоль AB, и притом в противоположные стороны. Поскольку цилиндр находится в равновесии, эти силы должны уравновешивать друг друга, т. е. должно быть $p_A S = p_B S$; отсюда

$$p_A = p_B,$$

т. е. давления в точках A и B равны между собой.

Это рассуждение можно повторить для любых двух точек внутри жидкости. Если какие-нибудь две точки нельзя соединить прямой, не задевая стенок сосуда, как, например, точки A и D, то доказательство ведется последователь-

но для ряда промежуточных точек (например, точек B и C): доказываем, что $p_A=p_B$, затем, что $p_B=p_C$, затем, что $p_C=p_D$. Отсюда следует доказываемое равенство $p_A=p_D$.

Итак, при действии лишь поверхностных сил *давление во всех точках внутри жидкости одинаково*. Этот закон был установлен французским физиком и математиком Блэзом Паскалем (1623—1662) и носит его имя.

Рассматривая цилиндры, одно из оснований которых лежит на стенке сосуда (например, цилиндр LM), убедимся, что давление на стенки равно давлению внутри жидкости. Это же давление будет и на поверхности поршня. Таким образом, если давление поршня на поверхность жидкости равно p, то это же давление p будет существовать в каждой точке внутри жидкости и на стенках сосуда. Поэтому иногда формулируют закон Паскаля следующим образом: *давление, создаваемое поверхностными силами, передается без изменения в каждую точку жидкости.*

В этой формулировке закон Паскаля остается верным и для общего случая, т. е. для случая, когда мы учитываем и силу тяжести. Если сила тяжести создает внутри покоящейся жидкости определенное давление (вообще говоря, различное в различных точках), то приложенные поверхностные силы увеличивают давление в каждой точке жидкости на одну и ту же величину.

§ 151. Гидравлический пресс. Закон Паскаля позволяет объяснить действие распространенного в технике устройства — *гидравлического пресса*. Гидравлический пресс состоит из двух цилиндров разных диаметров, снабженных

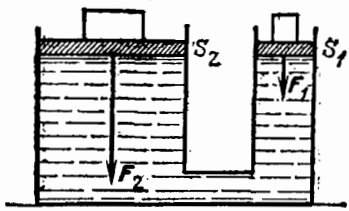


Рис. 226. Схема гидравлического пресса

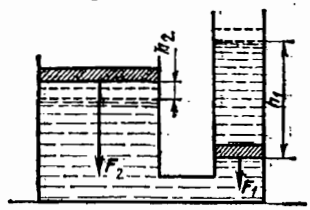


Рис. 227. Перемещения поршней обратно пропорциональны их площадям, а значит, и силам, на них действующим

поршнями и соединенных трубкой (рис. 226). Пространство под поршнями и трубка заполняются жидкостью. Обозначим площадь малого поршня через S_1, а большого поршня — через S_2. Пусть к малому поршню приложена сила F_1;

найдем, какую силу F_2 необходимо приложить ко второму поршню, чтобы сохранить равновесие, т. е. для того, чтобы жидкость не была вытеснена из первого цилиндра во второй или обратно через соединяющую их трубку.

Будем пренебрегать силой тяжести, действующей на жидкость; тогда давление во всех точках жидкости должно быть одним и тем же. Но давление под первым поршнем равно F_1/S_1, а под вторым — F_2/S_2; следовательно, $F_1/S_1 = F_2/S_2$, откуда находим

$$F_2 = F_1 S_2/S_1,$$

т. е. сила F_2 во столько раз больше силы F_1, во сколько раз площадь второго поршня больше площади первого. Таким образом, при помощи гидравлического пресса можно малой силой уравновесить большую силу.

Предположим теперь, что первый поршень переместился (например, опустился) на расстояние h_1 (рис. 227); тогда часть жидкости поступает из первого цилиндра во второй и поднимет второй поршень на расстояние h_2. Поскольку сжимаемость жидкостей незначительна, объем жидкости, вытесненный из первого цилиндра, можно считать равным объему, поступившему во второй, т. е. $h_1 S_1 = h_2 S_2$, откуда находим

$$h_2 = h_1 S_1/S_2.$$

Сравнивая эту формулу с формулой, полученной нами для силы F_2, видим, что путь, проходимый большим поршнем, во столько раз меньше пути, проходимого меньшим поршнем, во сколько раз сила, действующая на большой поршень, больше силы, действующей на меньший. Итак, при перемещении поршней гидравлического пресса имеется полная аналогия с соотношением между путями, проходимыми концами рычага, и силами, к ним приложенными. И здесь соблюдается «золотое правило» механики (§ 86), т. е. «сколько выигрывается в силе, столько теряется в пути». Требование, чтобы жидкость не изменяла свой объем, соответствует условию, чтобы рычаг не сгибался.

Гидравлический пресс является преобразователем силы, подобно рассмотренным ранее простым машинам; его можно назвать гидравлической простой машиной.

Для получения больших сил гидравлический пресс конструктивно удобнее рычажного или винтового пресса. Поэтому мощные прессы (например, для штамповки металла, для выжимания масла из семян растений и пр.) делаются гидравлическими. В качестве жидкости употребляются вода или масло.

Гидравлический пресс с горизонтально расположенным большим поршнем применяют для сдвигания с места (сообщения начального толчка) судна, спускаемого со стапелей в воду.

§ 152. Жидкость под действием силы тяжести. Рассмотрим теперь равновесие жидкости с учетом действия силы тяжести. Повторяя рассуждения § 150, убедимся, что давление во всех точках горизонтальной плоскости одно и то же, но возрастает при переходе от одной горизонтальной плоскости к другой, лежащей ниже.

Действительно, если точки A и B (рис. 228) лежат в одной горизонтальной плоскости, то ось AB мысленно выделенного тонкого цилиндра горизонтальна. Условие равновесия цилиндра вдоль оси будет, как и прежде, $p_A S = p_B S$,

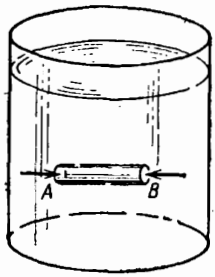


Рис. 228. Так как горизонтальный цилиндр AB находится в равновесии, то давления в точках A и B равны

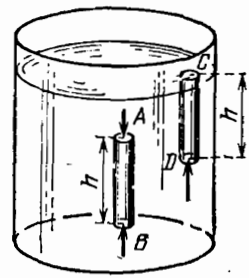


Рис. 229. Разность сил давления в точках B и A уравновешивает силу тяжести, действующую на цилиндр AB

поскольку проекция силы тяжести на горизонтальное направление равна нулю, так что вдоль горизонтальной оси действуют только силы давления на основания цилиндра. Итак, $p_A = p_B$, т. е. для всех точек одной и той же горизонтальной плоскости давления равны между собой; горизонтальные плоскости — это *поверхности равного давления*. Их иногда называют *поверхностями уровня*. Свободная поверхность жидкости есть одна из поверхностей уровня. Давление во всех ее точках одинаково. В открытом сосуде оно равно атмосферному давлению.

Сказанное выше легко проверяется при помощи манометра: передвигая внутри жидкости манометр так, чтобы мембрана его все время оставалась в одной горизонтальной плоскости, т. е. на одной и той же поверхности уровня, мы увидим, что его показание не изменяется. При изменении же глубины погружения манометра (при переходе на другие поверхности уровня) обнаруживается изменение давления:

при погружении на бо́льшую глубину давление увеличивается. Например, в море давление растет от поверхности ко дну. Это объясняется тем, что на большей глубине вода оказывается сжатой силой давления на нее более толстого слоя вышележащей жидкости.

Для расчета изменения давления с глубиной найдем разность давлений в точках A и B, лежащих на одной вертикали (рис. 229). Выделив мысленно тонкий вертикальный цилиндр с сечением S, рассмотрим условия равновесия его вдоль вертикали. Силы давления, действующие на боковую поверхность, дают вдоль вертикали проекцию, равную нулю. Вдоль вертикали действуют три силы: сила давления на верхнее основание, равная $p_A S$ и направленная вниз, сила давления на нижнее основание, равная $p_B S$ и направленная вверх, и сила тяжести, действующая на жидкость в объеме цилиндра, направленная вниз. Если расстояние между точками A и B равно h, то объем цилиндра равен Sh и его вес равен $\rho g S h$, где ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения. Условие равновесия цилиндра выразится равенством $p_A S + \rho g S h = p_B S$, откуда находим

$$p_B - p_A = \rho g h.$$

Величина $\rho g h$ равна весу столба жидкости высоты h с поперечным сечением, равным единице. Таким образом, найденная формула говорит, что *разность давлений в двух точках жидкости равна весу столба жидкости с площадью поперечного сечения, равной единице, и с высотой, равной разности глубин погружения точек.*

Если давление на свободной поверхности жидкости равно нулю, то, рассматривая вертикальный цилиндр DC, верхнее основание которого лежит на поверхности, найдем тем же способом, что и выше, что давление p в точке, лежащей на глубине под поверхностью жидкости, определяется формулой

$$p = \rho g h. \qquad (152.1)$$

Если давление на свободной поверхности не равно нулю, то величина $\rho g h$ даст разность давлений на глубине h и на свободной поверхности.

Давление, вызванное силой тяжести, действующей на жидкость, называют *гидростатическим давлением.* Таким образом, *гидростатическое давление равно произведению плотности жидкости на ускорение свободного падения и на глубину погружения.*

При выводе соотношений между давлениями в разных точках мы пользовались тем, что рассматриваемые точки можно соединить друг с другом цилиндром с горизонтальной осью или цилиндром с вертикальной осью, целиком лежащим в жидкости. Если этого сделать нельзя, как, например, в наклонном сосуде (рис. 230) или в U-образном сосуде (рис. 231), то для сравнения давлений в каких-либо

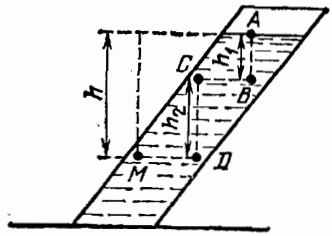


Рис. 230. Давление в точке M определяется глубиной h, отсчитанной по вертикали

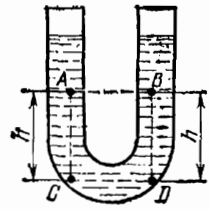


Рис. 231. Давления в точках A и B равны

двух точках достаточно соединить эти точки ломаной, которая целиком лежит в жидкости и звенья которой попеременно вертикальны и горизонтальны. Например, для сосуда с наклонными стенками можно взять ломаную $ABCDM$, для U-образного сосуда — ломаную $ACDB$. Для каждого горизонтального звена давления на его концах будут равны; для каждого вертикального звена можно применить выведенную выше формулу.

Таким образом, переходя от звена к звену, найдем, например, для сосуда с наклонными стенками:

$$p_B = \rho g h_1, \quad p_C = p_B, \quad p_D = p_C + \rho g h_2, \quad p_M = p_D,$$

откуда

$$p_M = \rho g (h_1 + h_2) = \rho g h,$$

где $h = h_1 + h_2$ — глубина погружения данной точки. Эта формула справедлива также и в случаях, когда перпендикуляр, проведенный из данной точки к свободной поверхности, не лежит целиком в жидкости. Рассматривая U-образный сосуд, найдем для точек A и B, лежащих в одной горизонтальной плоскости,

$$p_C = p_A + \rho g h, \quad p_D = p_C, \quad p_D = p_B + \rho g h,$$

откуда

$$p_A = p_B.$$

Мы видим, что *поверхность уровня всегда есть горизонтальная плоскость*, даже если отдельные участки этой плоскости разделены стенками сосуда. Таким образом, *распределение давления по глубине совершенно не зависит от формы сосуда.*

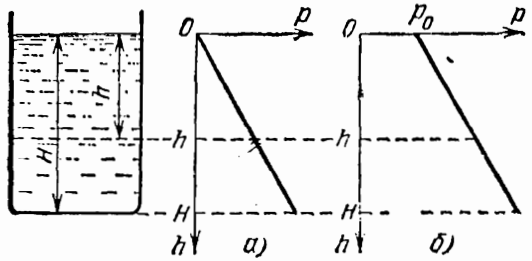


Рис. 232. Графики зависимости давления от глубины погружения: *а*) атмосферное давление равно нулю; *б*) атмосферное давление равно p_0

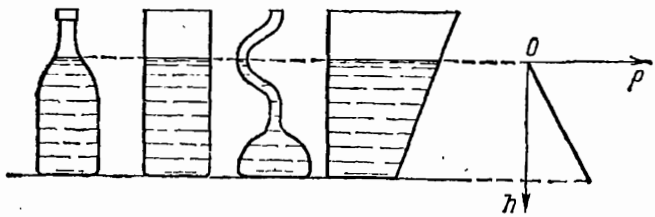


Рис. 233. График давления одинаков для сосудов различной формы

Построим график распределения давления жидкости в сосуде по глубине. По вертикальной оси, направленной вниз, отложим глубину погружения h, по горизонтальной оси — давление p. Так как гидростатическое давление пропорционально глубине, то график изобразится прямой линией (рис. 232, *а*). Если на свободную поверхность жидкости оказывается давление, равное p_0, то давление p на данной глубине увеличивается на p_0 (рис. 232, *б*). В открытом сосуде давление p_0 есть атмосферное давление.

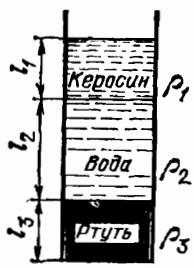


Рис. 234. К упражнению 152.2

Так как давление жидкости не зависит от формы сосуда, то график зависимости давления от глубины всегда изображается прямой линией (рис. 233).

? **152.1.** Давление атмосферы на свободную поверхность воды составляет 10^5 Па. На какой глубине давление удвоится? На какой глубине давление воды равно $5 \cdot 10^5$ Па?

152.2. Постройте график распределения давления в мензурк заполненной различными жидкостями, как показано на рис. 23 Найдите давление на дно мензурки, если $l_1=6$ см, $l_2=10$ с $l_3=6$ см, а плотности $\rho_1=0{,}81\cdot10^3$ кг/м^3, $\rho_2=1\cdot10^3$ кг/м^3, $\rho_3=13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3.

§ 153. Сообщающиеся сосуды. Возьмем ряд сосудов разли ной формы, соединенных в нижней части трубками (сооб щающиеся сосуды). Если наливать жидкость в один и них, жидкость перетечет по трубкам в остальные сосуд и установится во всех сосудах на одном уровне (рис. 235

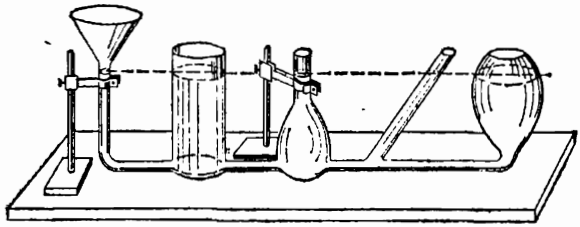


Рис. 235. Во всех сообщающихся сосудах вода стоит на одном уров

Объяснение заключается в следующем. Давление на свобо ных поверхностях жидкости в сосудах одно и то же; он равно атмосферному давлению. Таким образом, все свобо ные поверхности принадлежат одной и той же поверхн сти уровня и, следовательно, должны находиться в одной горизонтальной плоскости (§ 152).

Чайник и его носик представляют собой сообщающиеся сосуды: вода стоит в них на одном уровне. Значит, носик чайника должен доходить до той же высоты, что и верхняя кромка сосуд иначе чайник нельзя будет налить доверху. Когда мы н клоняем чайник, уровень воды остается прежним, а носи

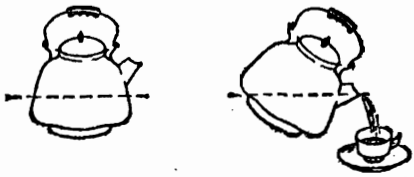


Рис. 236. Чайник и его носик — сообщающиеся сосуды

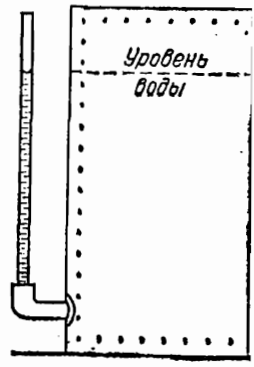


Рис. 237. Вода в водоме ной трубке стоит на т же уровне, что и в ба

опускается; когда он опустится до уровня воды, вода начнет выливаться (рис. 236).

На принципе сообщающихся сосудов устроены водомерные трубки для баков с водой (рис. 237). Такие трубки имеются, например, на умывальных баках в железнодорожных вагонах. В открытой стеклянной трубке, присоединенной к баку, вода стоит всегда на том же уровне, что и в самом баке. Если водомерная трубка устанавливается на паровом котле (рис. 238), то верхний конец трубки соединяется с верхней частью котла, наполненной паром. Это делается для того, чтобы давление на свободной поверхности воды в котле и в водомерной трубке было одинаковым. Тогда уровень воды в трубке находится на той же высоте, что и уровень воды в котле.

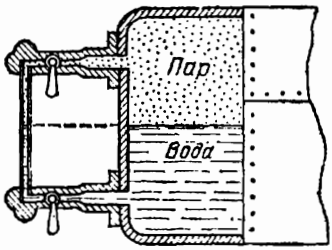


Рис. 238. Водомерная трубка парового котла. Краны служат для отключения трубки от котла

Шлюзы рек и каналов также работают по принципу сообщающихся сосудов. В смежных шлюзовых камерах, отделенных друг от друга шлюзовыми воротами, вода стоит на разных уровнях. Под воротами проходит канал, соединяющий обе камеры; его можно открывать и закрывать. При открывании канала обе камеры превращаются в сообщающиеся сосуды и вода, перетекая из камеры с более высоким уровнем в камеру с более низким, устанавливается на одном уровне в обеих камерах. Тогда можно открыть шлюзовые ворота и перевести судно из одной камеры в другую. Таким образом при помощи шлюзов перемещают судно из одного водоема в другой, находящийся на другом уровне. В случае большой разницы в уровнях водоемов устраивают целый ряд шлюзовых камер, работающих одна за другой последовательно.

Нальем в сообщающиеся сосуды в виде U-образный трубки (рис. 239) какую-нибудь жидкость, например воду. Уровень свободной поверхности в обоих коленах трубки будет один и тот же. Теперь будем доливать в одно из колен трубки жидкость другой плотности, не смешивающуюся с первой, например керосин. Уровень в каждом сосуде будет при этом подниматься, но уже не одинаково, как это было бы, если бы мы наливали ту же самую жидкость. Поверхность же раздела между жидкостями по мере доливания второй жидкости будет опускаться. Определим соотношение между высотами столбов жидкости в каждом сосуде над уровнем AB поверхности раздела жидкостей. Высоты столбов обозначим через h_1 и h_2, а плотности жидкостей — соответственно через ρ_1 и ρ_2. Ниже плоскости AB в сосудах находится лишь одна жидкость, по-

этому давления p_A и p_B в точках A и B, лежащих на одной высоте, должны быть одинаковыми. Но эти давления равны

$$p_A = \rho_1 g h_1, \quad p_B = \rho_2 g h_2.$$

Приравнивая p_A и p_B, найдем $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$, откуда

$$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1,$$

т. е. в сообщающихся сосудах высоты столбов жидкостей над уровнем раздела обратно пропорциональны плотностям жидкостей.

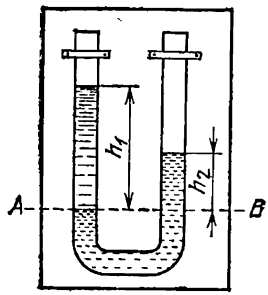


Рис. 239. Жидкости разных плотностей стоят в сообщающихся сосудах на разной высоте

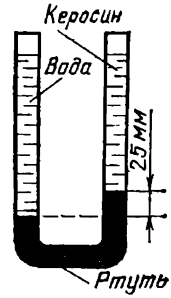


Рис. 240. К упражнению 153.1

? **153.1.** U-образная трубка заполнена ртутью, водой и керосином, как показано на рис. 240. Верхние уровни воды и керосина лежат на одной горизонтали. Зная, что разность уровней ртути равна 25 мм, найдите высоту столба воды. Плотность ртути равна $13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность керосина равна $0{,}81 \cdot 10^3$ кг/м^3.

§ 154. Жидкостный манометр. Нальем в U-образную трубку воду и, взяв в рот левый конец трубки, будем дуть в нее (рис. 241). Мы увидим, что уровни воды в коленах трубки сместятся, так что в открытом конце трубки вода будет стоять на более высоком уровне. Это объясняется тем, что воздух, сжимаемый нашими легкими над поверхностью жидкости, оказывает на нее давление, большее атмосферного давления в открытом конце трубки. Так как давления в точках A и B, лежащих в одной горизонтальной плоскости, одинаковы, то давление вдуваемого воздуха превышает атмосферное на величину давления столба воды, высота которого равна создавшейся разности уровней в коленах трубки. Конечно, воду можно заменить какой-нибудь другой жидкостью, например ртутью; измеряя разность уровней жидкости в коленах трубки, можно определить давление, оказываемое на жидкость в одном из колен, или, точнее говоря, разность давлений на поверхность жидкости в

обоих коленах. Этот принцип и использован в жидкостном манометре.

Жидкостный манометр делают в виде U-образной трубки, одно колено которой присоединяется к сосуду, давление в котором нужно измерить (рис. 242). Если образующаяся разность уровней жидкости равна h, то давление со

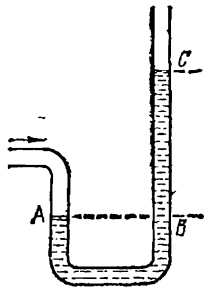


Рис. 241. Давление воздуха в левом колене уравновешивает атмосферное давление и давление столба воды BC в правом колене

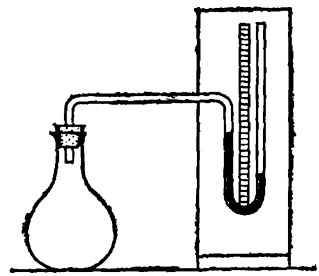


Рис. 242. Жидкостный манометр. Манометр показывает, что давление в сосуде меньше атмосферного

стороны колена, где жидкость стоит на меньшем уровне, превосходит давление во втором колене на ρgh, где ρ — плотность жидкости в манометрической трубке.

Обычно пользуются манометром, наполненным водой или ртутью, и измеряют давление по наблюдаемой разности уровней, выражая его непосредственно в единицах длины. В качестве единиц давления принимают давления, создаваемые столбом воды или ртути, имеющим высоту 1 мм. Эти единицы называют «миллиметр водяного столба» и «миллиметр ртутного столба» и обозначают «мм вод. ст.» и «мм рт. ст.».

Плотность воды $\rho=1\cdot10^3$ кг/м^3. Подставив в формулу (152.1) это значение ρ и $h=10^{-3}$ м, найдем, что

$$1 \text{ мм вод. ст.}=1\cdot10^3\cdot9{,}81\cdot10^{-3}=9{,}81 \text{ Па}. \quad (154.1)$$

Аналогичный расчет дает, что

$$1 \text{ мм рт. ст.}=13{,}6\cdot10^3\cdot9{,}81\cdot10^{-3}=133{,}3 \text{ Па}. \quad (154.2)$$

Напомним, что *)

$$1 \text{ атм}=760 \text{ мм рт. ст.}=101\,325 \text{ Па}\approx1{,}013\cdot10^5 \text{ Па}.$$

*) Строго говоря, давление, равное одной атмосфере, определяется как давление, оказываемое 760-миллиметровым столбом ртути, имеющей

? **154.1.** Давление в сосуде изменилось на 2 мм рт. ст. На сколько переместился уровень в открытом колене присоединенного к сосуду водяного манометра?

§ 155. Устройство водопровода. Нагнетательный насос. Схема устройства водопровода показана на рис. 243. На башне устанавливается большой бак с водой (водонапорная башня). От бака идут трубы с целым рядом ответвлений,

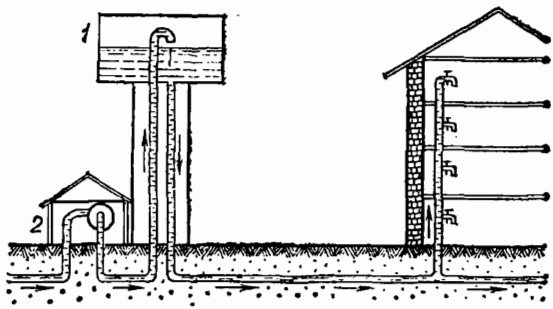


Рис. 243. Схема устройства водопровода. Вода в водонапорную башню *1* накачивается насосом *2*

вводимых в дома. Концы ответвлений закрываются кранами. У крана давление воды равно давлению столба воды, имеющего высоту, равную разности высот между краном и свободной поверхностью воды в баке. Это давление достигает обычно нескольких атмосфер, ибо бак устанавливается на высоте нескольких десятков метров. Благодаря этому при открывании крана вода вытекает быстрой струей. Очевидно, давление в верхних этажах домов меньше, чем в нижних. Ясно также, что водопровод не может подавать воду на высоту бóльшую, чем высота свободного уровня воды в баке.

Вода в бак водонапорной башни подается насосами. Нагнетательный поршневой насос состоит из цилиндра с поршнем, снабженным клапаном *1* (рис. 244). В дне цилиндра имеется клапан *2*. Оба клапана могут открываться только в одну сторону. За вторым клапаном начинается трубка *3*, ведущая к верхнему резервуару. Предположим, что цилиндр и трубка заполнены водой, и рассмотрим, что произойдет при движении поршня сверху вниз и снизу вверх.

температуру 0 °С. При этой температуре плотность ртути $\rho_0 = 13{,}596 \cdot 10^3$ кг/м^3, а при температуре 20 °С плотность ртути $\rho = 13{,}546 \cdot 10^3$ кг/м^3. *(Примеч. ред.)*

Начнем опускать поршень. Он будет сжимать воду, и возникшие силы давления закроют клапан *1* и откроют клапан *2*. Клапан *2* откроется, когда давление сжимаемой в цилиндре воды превзойдет давление, создаваемое столбом воды, имеющим высоту от клапана *2* до уровня воды в верхнем резервуаре. При дальнейшем опускании поршня вода будет вытесняться из цилиндра через трубку *3* и будет втекать в верхний резурвуар. В то же время пространство над поршнем будет заполняться водой из нижнего резервуара через трубку *4*. Теперь начнем поднимать поршень. Давление под поршнем сразу упадет, и давление воды в трубке *3* закроет клапан *2*. С другой стороны, давление воды над поршнем откроет клапан *1*, так как на него не действуют теперь силы давления снизу. При поднимании поршня вода будет перетекать через открытый клапан *1* из верхней в нижнюю часть цилиндра. При следующих опусканиях и поднятиях поршня процесс повторяется, и вода перекачивается из нижнего резервуара в верхний.

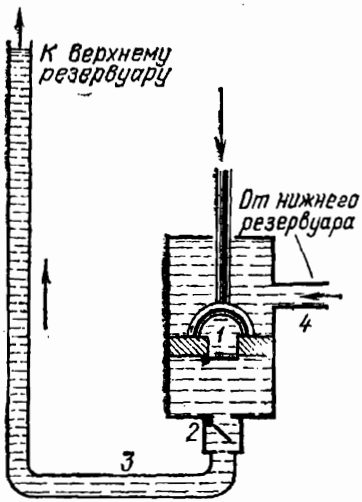


Рис. 244. Водяной нагнетательный насос

? **155.1.** Какое минимальное давление должен развивать насос, подающий воду на высоту 55 м?
155.2. Давление воды в кранах водопровода на втором этаже шестиэтажного дома равно 2,5 атм. Найдите высоту уровня воды в баке водонапорной башни над уровнем земли, а также давление воды у крана шестого этажа. Высоту одного этажа принять равной 4 м.

§ 156. Сифон. Рассмотрим два сосуда с одной и той же жидкостью, расположенные на разных уровнях (рис. 245). Наполним изогнутую трубку той же жидкостью, погрузим концы трубки в жидкость, содержащуюся в сосудах, после чего удалим пробки, закрывающие оба конца трубки. Если жидкость заполняет полностью (без разрывов) всю трубку, начнется перетекание ее из верхнего сосуда в нижний. Такое устройство называют сифоном. Сифон широко при-

меняется на практике для выливания жидкости из сосудов, которые нельзя опрокинуть, например бензина из автомобильного бака.

Действие сифона объясняется следующим образом. Выделим мысленно в верхней части трубки объем жидкости, ограниченный сечениями A и B. Давление на открытую поверхность жидкости в обоих сосудах одинаково и равно атмосферному давлению p_0. Давление p_A в сечении A меньше p_0 на $\rho g h_1$; давление же p_B в сечении B меньше p_0 на $\rho g h_2$. Поскольку $h_1 < h_2$, давление p_A больше, чем p_B на $\Delta p = \rho g (h_2 - h_1)$. Поэтому жидкость будет перемещаться по трубке в направлении от A к B и, следовательно, перетекать из верхнего сосуда в нижний. Если убрать нижний сосуд, сифон все равно будет работать, причем скорость течения жидкости в трубке даже возрастет, так как расстояние h_2 в этом случае нужно отсчитывать до открытого конца трубки. Заметим, что при разрыве столба жидкости в трубке, если этот разрыв расположен выше уровня жидкости в верхнем сосуде, сифон перестает работать.

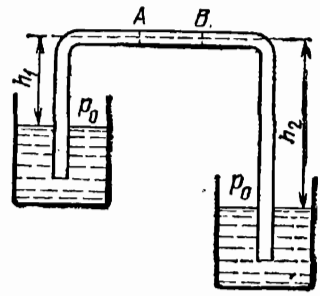


Рис. 245. К объяснению действия сифона

Высказанные соображения легко проверить на опыте при помощи резиновой трубки, конец которой можно рас-

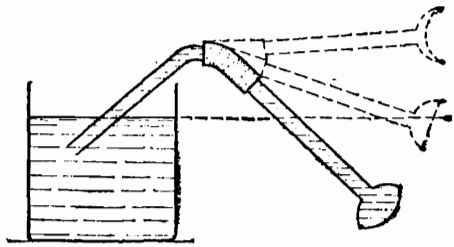


Рис. 246. Выгибание резиновой пленки при разных положениях трубки

полагать на разной высоте. Чем больше разница по высоте между концом трубки и свободной поверхностью жидкости, тем отчетливее выражено явление и тем быстрее вытекает жидкость. Если отверстие трубки, заполненной жидкостью, затянуть пленкой (рис. 246), то при опускании конца трубки видно, как меняется форма пленки, переходя от вогну-

той (конец трубки — выше уровня жидкости в сосуде) к плоской (конец трубки — на уровне жидкости) и ко все более выпуклой при дальнейшем опускании трубки.

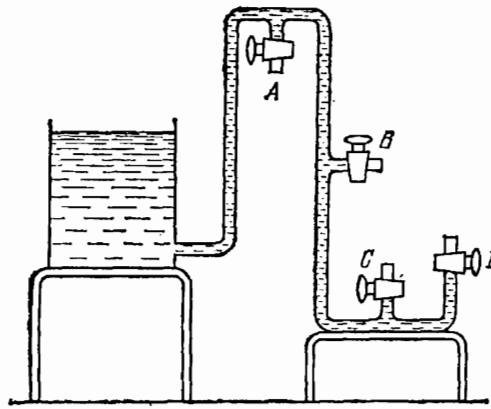


Рис. 247. К упражнению 156.1

? **156.1.** Сосуд и трубка заполнены одной и той же жидкостью (рис. 247). Как изменится уровень жидкости в сосуде при открывании крана A, крана B, крана C, крана D?

§ 157. Сила давления на дно сосуда. Возьмем цилиндрический сосуд с горизонтальным дном и вертикальными стенками, наполненный жидкостью до высоты h (рис. 248).

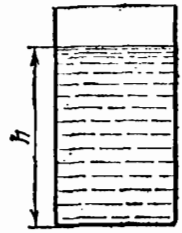


Рис. 248. В сосуде с вертикальными стенками сила давления на дно равна весу всей налитой жидкости

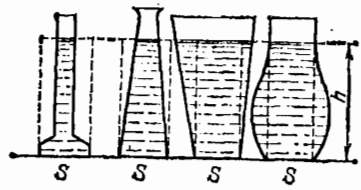


Рис. 249. Во всех изображенных сосудах сила давления на дно одинакова. В первых двух сосудах она больше веса налитой жидкости, в двух других — меньше

Гидростатическое давление в каждой точке дна сосуда будет одно и то же:

$$p=\rho gh.$$

Если дно сосуда имеет площадь S, то сила давления жидкости на дно сосуда $F=\rho ghS$, т. е. равна весу жидкости, налитой в сосуд.

Рассмотрим теперь сосуды, отличающиеся по форме, но с одинаковой площадью дна (рис. 249). Если жидкость в каждом из них налита до одной и той же высоты h, то давление на дно $p=\rho gh$ во всех сосудах одно и то же. Следовательно, сила давления на дно, равная

$$F=\rho ghS,$$

также одинакова *во всех* сосудах. *Она равна весу столба жидкости с основанием, равным площади дна сосуда, и высотой, равной высоте налитой жидкости.* На рис. 249 этот столб показан около каждого сосуда штриховыми линиями. Обратите внимание на то, что сила давления на дно не зависит от формы сосуда и может быть как больше, так и меньше веса налитой жидкости.

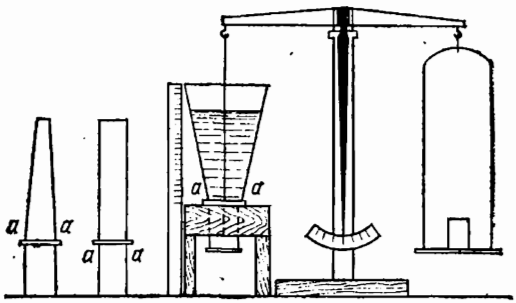


Рис. 250. Прибор Паскаля с набором сосудов. Сечения *aa* одинаковы у всех сосудов

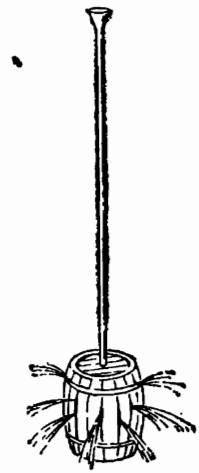


Рис. 251. Опыт с бочкой Паскаля

Этот вывод можно проверить на опыте при помощи прибора, предложенного Паскалем (рис. 250). На подставке можно закреплять сосуды различной формы, не имеющие дна. Вместо дна снизу к сосуду плотно прижимается подвешенная к коромыслу весов пластинка. При наличии жидкости в сосуде на пластинку действует сила давления, которая отрывает пластинку, когда сила давления начнет превосходить вес гири, стоящей на другой чашке весов.

У сосуда с вертикальными стенками (цилиндрический сосуд) дно открывается, когда вес налитой жидкости достигает веса гири. У сосудов другой формы дно открывается при той же самой высоте столба жидкости, хотя вес налитой воды может быть и больше (расширяющийся кверху сосуд), и меньше (суживающийся сосуд) веса гири.

Этот опыт приводит к мысли, что при надлежащей форме сосуда можно с помощью небольшого количества воды получить огромные силы давления на дно. Паскаль присоединил к плотно законопаченной бочке, налитой водой, длинную тонкую вертикальную трубку (рис. 251). Когда трубку заполняют водой, сила гидростатического давления на дно становится равной весу столба воды, площадь основания которого равна площади дна бочки, а высота равна высоте трубки. Соответственно увеличиваются и силы давления на стенки и верхнее днище бочки. Когда Паскаль заполнил трубку до высоты в несколько метров, для чего потребовалось лишь несколько кружек воды, возникшие силы давления разорвали бочку.

Как объяснить, что сила давления на дно сосуда может быть, в зависимости от формы сосуда, больше или меньше веса жидкости, содержащейся в сосуде? Ведь сила, действующая со стороны сосуда на жидкость, должна уравновешивать вес жидкости. Дело в том, что на жидкость в сосуде действует не только дно, но и стенки сосуда. В расширяющемся кверху сосуде силы, с которыми стенки действуют на жидкость, имеют составляющие, направленные *вверх*: таким образом, часть веса жидкости уравновешивается силами давления стенок и только часть должна быть уравновешена силами давления со стороны дна. Наоборот, в суживающемся кверху сосуде дно действует на жидкость вверх, а стенки — *вниз*; поэтому сила давления на дно оказывается больше веса жидкости. Сумма же сил, действующих на жидкость со стороны дна сосуда и его стенок,

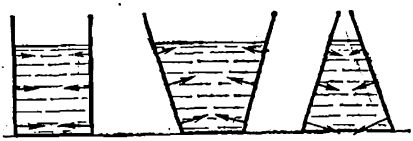


Рис. 252. Силы, действующие на жидкость со стороны стенок в сосудах различной формы

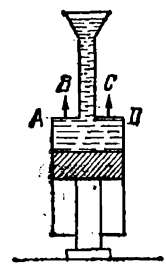


Рис. 253. При наливании воды в воронку цилиндр поднимается вверх.

всегда равна весу жидкости. Рис. 252 наглядно показывает распределение сил, действующих со стороны стенок на жидкость в сосудах различной формы.

В суживающемся кверху сосуде со стороны жидкости на стенки действует сила, направленная вверх. Если стенки такого сосуда сделать подвижными, то жидкость поднимет

их. Такой опыт можно произвести на следующем приборе: поршень неподвижно закреплен, и на него надет цилиндр, переходящий в вертикальную трубку (рис. 253). Когда пространство над поршнем заполняется водой, силы давления на участках AB и CD стенок цилиндра поднимают цилиндр вверх.

§ 158. Давление воды в морских глубинах. В § 147 было указано, что давление водяного столба высоты 10 метров равно одной атмосфере. Плотность морской соленой воды на 1—2% больше, чем плотность пресной воды. Поэтому можно с достаточной точностью считать, что погружение в море на каждые 10 метров дает увеличение гидростатического давления на одну атмосферу. Например, подводная лодка, погрузившаяся на 100 м под воду, испытывает давление, равное 10 атм (сверх атмосферного), что примерно соответствует давлению внутри парового котла паровоза. Таким образом, каждой глубине под поверхностью воды соответствует определенное гидростатическое давление. Подводные лодки снабжают манометрами, измеряющими давление забортной воды; это позволяет определять глубину погружения.

На очень больших глубинах уже начинает быть заметной сжимаемость воды: вследствие сжатия плотность воды в глубоких слоях больше, чем на поверхности, и поэтому давление растет с глубиной несколько быстрее, чем по линейному закону, и график давления несколько отклоняется от прямой линии. Добавка давления, обусловленная сжатием воды, нарастает пропорционально квадрату глубины. На наибольшей глубине океана, равной 11 км, она достигает почти 3% от полного давления на этой глубине.

Для исследования очень больших глубин применяют батисферы и батискафы. Батисфера — это стальной полый шар, способный выдержать огромное давление воды в морских глубинах. В стенке батисферы устраиваются иллюминаторы — отверстия, герметически закрытые прочными стеклами. Прожектор освещает слои воды, куда уже не может проникнуть солнечный свет. Батисферу, в которой помещается исследователь, опускают с корабля на стальном тросе. Таким образом удавалось достигнуть глубин около 1 км. Батискафы, состоящие из батисферы, которая укреплена внизу большой стальной цистерны, заполненной бензином (рис. 254) *), опускаются на еще бо́льшие глубины.

*) Прикрепить батисферу к пустой (наполненной воздухом) цистерне нельзя, так как внешнее давление раздавило бы цистерну.

Так как бензин легче воды, то такой батискаф может плавать в глубине моря подобно дирижаблю в воздухе. Роль легкого газа играет здесь бензин. Батискаф снабжается запасом балласта и двигателями, при помощи которых он, в отличие от батисферы, может самостоятельно передвигаться, не будучи связан с кораблем на поверхности воды.

Вначале батискаф плавает на поверхности воды, подобно всплывшей подводной лодке. Для погружения в пустые балластные отсеки впускается забортная вода, и батискаф уходит под воду, опускаясь все глубже и глубже, до самого

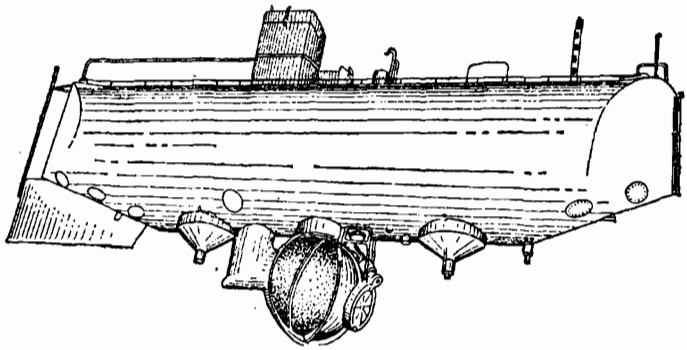


Рис. 254. Батискаф

дна. Для всплытия сбрасывают балласт и облегченный батискаф всплывает снова на поверхность. Наиболее глубокое погружение было совершено 23 января 1960 г., когда батискаф пролежал 20 минут на дне Марианской впадины в Тихом океане, на глубине 10 919 м под поверхностью воды, где давление воды (рассчитанное с учетом повышения плотности воды вследствие солености и вследствие сжатия) составляло свыше 1150 атм. Исследователями, опускавшимися в батискафе, были обнаружены живые существа даже на этой наибольшей глубине мирового океана.

Пловец или аквалангист, нырнувший под воду, испытывает на всей поверхности своего тела гидростатическое давление окружающей воды сверх действующего постоянно атмосферного давления. Хотя тело водолаза (рис. 255), работающего в резиновом костюме (скафандре), не соприкасается с водой непосредственно, оно испытывает такое же давление, как и тело пловца, так как воздух в скафандре должен быть сжат до давления окружающей воды. По этой же причине и воздух, подаваемый по шлангу водолазу для дыхания, должен накачиваться под давлением, равным

давлению воды на глубине погружения водолаза. Такое же давление должно быть у воздуха, поступающего из баллонов со сжатым воздухом в маску аквалангиста. Под водой приходится дышать воздухом повышенного давления.

Не спасает подводника от повышенного давления и водолазный колокол (рис. 256), или кессон, так как и в них

Рис. 255. Водолаз в резиновом костюме с металлическим шлемом. Воздух водолазу подается по трубке

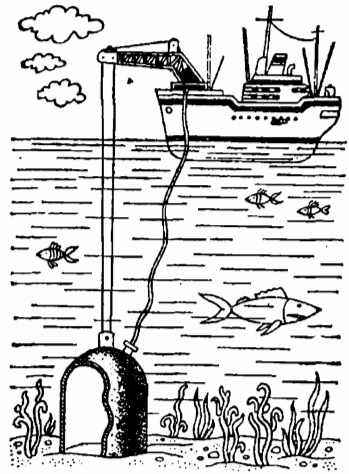


Рис. 256. Водолазный колокол

воздух должен быть сжат настолько, чтобы не допустить воду в колокол, т. е. до давления окружающей воды. Поэтому при постепенном погружении колокола в него все время подкачивают воздух с тем расчетом, чтобы давление воздуха было равно давлению воды на данной глубине. Повышенное давление вредно отражается на здоровье человека, и это ставит предел глубине, на которой возможна безопасная работа водолаза. Обычная глубина погружения водолаза в резиновом скафандре не превосходит 40 м: на этой глубине давление увеличено на 4 атм. Работа водолаза на большей глубине возможна только в жестком («панцирном») скафандре, принимающем на себя давление воды. В таком скафандре можно безопасно находиться на глубине до 200 м. Воздух в такой скафандр подается при атмосферном давлении.

При длительном пребывании под водой при давлении, значительно превышающем атмосферное, большое коли-

чество воздуха оказывается растворенным в крови и других жидкостях организма водолаза. Если водолаз быстро поднимается на поверхность, то воздух, растворенный под большим давлением, начинает выделяться из крови в виде пузырьков (так же, как выделяется в виде пузырьков воздух, растворенный в лимонаде, находящемся в закупоренной бутылке под повышенным давлением, при вытаскивании пробки). Выделяющиеся пузырьки причиняют резкую боль во всем теле и могут вызвать тяжелое заболевание («кессонная болезнь»). Поэтому водолаза, долго пробывшего на большой глубине, следует поднимать на поверхность медленно (часами!), чтобы растворенные газы успевали выделяться постепенно, не образуя пузырьков.

§ 159. Прочность подводной лодки. Погружаясь в глубину моря, подводная лодка испытывает всестороннее давление, сжимающее ее.

В технике часто встречаются конструкции, испытывающие всестороннее давление, но обычно давление это направлено изнутри наружу. В таких условиях, например, находятся паровые котлы с большим внутренним давлением, баллоны для сжатого воздуха и т. п. Интересным примером является герметически закрытая кабина искусственного спутника Земли: давление внутри нее может быть близко к атмосферному, в то время как наружное давление равно нулю.

На первый взгляд кажется, что случай наружного всестороннего давления вполне подобен случаю внутреннего давления. Однако сфера с определенной толщиной стенок может выдержать гораздо большее внутреннее давление, чем внешнее. Это объясняется тем, что, как бы точно ни была выполнена сфера, она всегда будет иметь хотя бы ничтожные неправильности поверхности; кроме того, качество материала в разных местах также не может быть совершенно одинаковым. Что же произойдет с какой-нибудь неровностью поверхности при увеличении давления? При давлении изнутри силы давления направлены так, что они стремятся выровнять неровность (рис. 257, *а*). Напротив, наружное давление может лишь увеличивать каждую вмятину (рис. 257, *б*). При достаточно большом наружном давлении всякая случайно образовавшаяся вмятина начнет увеличиваться и может достигнуть недопустимых пределов.

Таким образом, поверхность сферы оказывается устойчивой для внутреннего давления и неустойчивой для внешнего, подобно тому как тонкий стержень устойчив при рас-

тяжении и неустойчив при сжатии. Аналогичная картина наблюдается и для сигарообразной подводной лодки. Прочность стальных листов ее обшивки очень велика; но вся обшивка в целом может оказаться неустойчивой по отношению к большому внешнему давлению. Известны случаи,

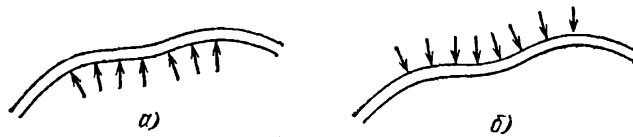


Рис. 257. *а*) При внутреннем давлении вмятина выправляется. *б*) При внешнем давлении вмятина углубляется

когда подводная лодка попадала на глубину, бóльшую безопасного предела; ее обшивка сминалась наружным давлением, хотя корпус лодки мог бы выдержать это давление, если бы оно было приложено изнутри.

§ 160. Закон Архимеда. На поверхность твердого тела, погруженного в жидкость, действуют, как мы знаем, силы давления. Так как давление увеличивается с глубиной погружения, то силы давления, действующие на нижнюю часть тела и направленные вверх, больше, чем силы, действующие на верхнюю его часть и направленные вниз, и мы можем ожидать, что равнодействующая сил давления будет направлена вверх. Опыт подтверждает это предположение.

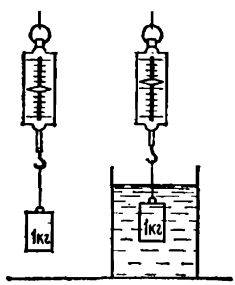


Рис. 258. Если груз погружен в воду, показание динамометра уменьшается

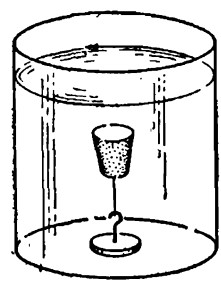


Рис. 259. Пробка, погруженная в воду, натягивает нитку

Если, например, гирю, подвешенную к крючку динамометра, опустить в воду, то показание динамометра уменьшится (рис. 258).

Равнодействующая сил давления на тело, погруженное в жидкость, называется *выталкивающей силой* *). Выталкивающая сила может быть больше силы тяжести, действующей на тело; например, кусок пробки, привязанный к дну сосуда, наполненного водой, стремясь всплыть, натягивает нитку (рис. 259). Выталкивающая сила возникает и в случае частичного погружения тела. Кусок дерева, плавающий на поверхности воды, не тонет именно благодаря наличию выталкивающей силы, направленной вверх.

Если тело, погруженное в жидкость, предоставить самому себе, то оно тонет, остается в равновесии или всплывает на поверхность жидкости в зависимости от того, меньше ли выталкивающая сила силы тяжести, действующей на тело, равна ей или больше ее. Выталкивающая сила зависит от рода жидкости, в которую погружено тело. Например, кусок железа тонет в воде, но плавает в ртути; значит, в воде выталкивающая сила, действующая на этот кусок меньше, а в ртути — больше силы тяжести.

Найдем выталкивающую силу, действующую на твердое тело, погруженное в жидкость.

Выталкивающая сила, действующая на тело (рис. 260 *а*), есть равнодействующая сил давления жидкости на его поверхность. Представим себе, что тело удалено и его место

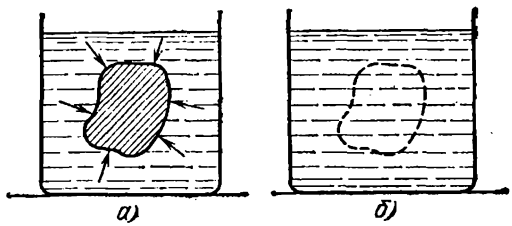
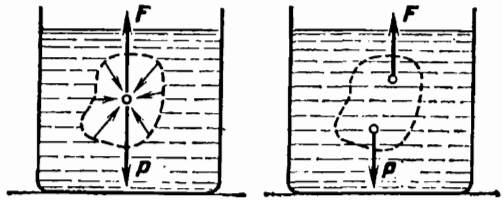


Рис. 260. *а*) Тело находится в жидкости. *б*) Тело заменено жидкостью

занято той же жидкостью (рис. 260, *б*). Давление на поверхность такого мысленно выделенного объема будет таким же, каким было давление на поверхность самого тела. Значит, и равнодействующая сила давления на тело (выталкивающая сила) равна равнодействующей сил давления на выделенный объем жидкости. Но выделенный объем жидкости находится в равновесии. Силы, действующие на него,— это сила тяжести P и выталкивающая сила F (рис. 261, *а*). Значит, *выталкивающая сила равна по модулю*

*) Употребляется также термин «поддерживающая сила». *(Примеч. ред.)*

силе тяжести, действующей на выделенный объем жидкости, и направлена вверх. Точкой приложения этой силы должен быть *центр тяжести выделенного объема.* В противном случае равновесие нарушилось бы, так как сила



а) *б)*

Рис. 261. *а*) Равнодействующая сил давления на поверхность погруженного тела равна силе тяжести, действующей на жидкость, объем которой равен объему тела. *б*) Если бы точка приложения равнодействующей силы не совпадала с центром тяжести вытесненного объема жидкости, то получилась бы пара сил и равновесие этого объема было бы невозможным

тяжести и выталкивающая сила образовали бы пару сил (рис. 261, *б*). Но, как уже сказано, выталкивающая сила для выделенного объема совпадает с выталкивающей силой тела. Мы приходим, таким образом, к закону Архимеда:

Выталкивающая сила, действующая на тело, погруженное в жидкость, равна по модулю силе тяжести, действующей на жидкость в объеме, занимаемом телом (вытесненный объем), направлена вертикально вверх и приложена в центре тяжести этого объема *). Центр тяжести вытесненного объема называют *центром давления.*

Для тела, имеющего простую форму, можно вычислить выталкивающую силу, рассмотрев силы давления на его поверхность. Пусть, например, тело, погруженное в жидкость, имеет форму прямого параллелепипеда и расположено так, что две его противолежащие грани горизонтальны (рис. 262). Площадь его основания обозначим через S, высоту — через H, а расстояние от поверхности до верхней грани — через h.

---

*) Поскольку сила тяжести, действующая на какое-либо тело, равна по модулю и направлению весу этого тела (предполагается, что тело не имеет ускорения в вертикальном направлении), закон Архимеда допускает следующую формулировку: *на всякое тело, погруженное в жидкость, действует со стороны этой жидкости выталкивающая сила, равная по модулю весу вытесненной телом жидкости, направленная по вертикали вверх и приложенная к центру тяжести вытесненного объема. (Примеч. ред.)*

Равнодействующая сил давления жидкости составляется из сил давления на боковую поверхность параллелепипеда и на его основания. Силы, действующие на боковые грани, взаимно уничтожаются, так как для противолежащих граней силы давления равны по модулю и противоположны по направлению. Давление на верхнее основание равно ρgh, на нижнее основание равно $\rho g(h+H)$. Следовательно, силы давления на верхнее и на нижнее основания равны соответственно

$$F_1=\rho ghS, \quad F_2=\rho g(h+H)S,$$

причем сила F_1 направлена вниз, а сила F_2 — вверх. Таким образом,

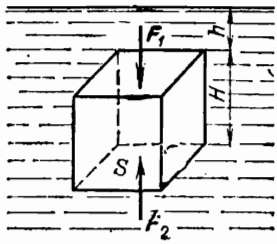


Рис. 262. К вычислению выталкивающей силы

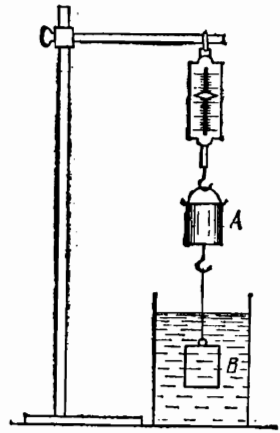


Рис. 263. Опытная проверка закона Архимеда при помощи «ведерка Архимеда»

равнодействующая F всех сил давления на поверхность параллелепипеда (выталкивающая сила) равна разности модулей сил F_2 и F_1:

$$F=F_2-F_1=\rho g(h+H)S-\rho ghS=\rho gHS,$$

и направлена вертикально вверх. Но HS — это объем параллелепипеда, а ρHS — масса вытесненной телом жидкости. Значит, выталкивающая сила действительно равна по модулю силе тяжести, действующей на вытесненный объем жидкости.

Если тело, подвешенное к чашке весов, погрузить в жидкость, то весы показывают разность между весом тела и выталкивающей силой, т. е. весом вытесненной жидкости. Поэтому закону Архимеда придают иногда следующую формулировку: *тело, погруженное в жидкость, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость.*

Для иллюстрации справедливости этого вывода сделаем следующий опыт (рис. 263): пустое ведерко A («ведерко Ар-

химеда») и сплошной цилиндр B, имеющий объем, в точности равный вместимости ведерка, подвесим к динамометру. Затем, подставив сосуд с водой, погрузим цилиндр в воду; равновесие нарушится, и растяжение динамометра уменьшится. Если теперь наполнить ведерко водой, то динамометр снова растянется до прежней длины. Потеря в весе цилиндра как раз равна весу воды в объеме цилиндра.

По закону равенства действия и противодействия выталкивающей силе, с которой жидкость действует на погруженное тело, соответствует сила, с которой тело действует

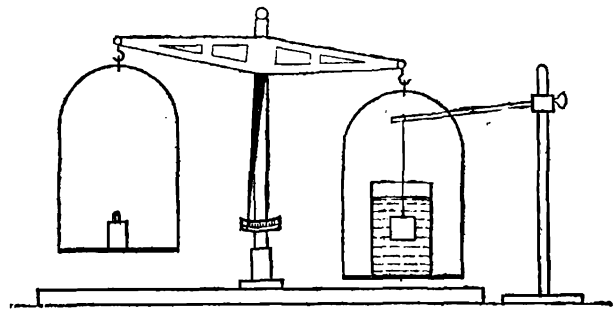


Рис. 264. Вес гири, которую нужно положить на левую чашку весов, равен весу воды, вытесненной телом

на жидкость. Эта сила направлена вертикально вниз и равна весу жидкости, вытесненной телом. Следующий опыт демонстрирует сказанное (рис. 264). Неполный стакан с водой уравновешивают на весах. Затем в стакан погружают тело, подвешенное на штативе; при этом чашка со стаканом опускается, и для восстановления равновесия приходится добавить на другую чашку гирю, вес которой равен весу воды, вытесненной телом.

? **160.1.** Найдите выталкивающую силу, действующую на погруженный в воду камень массы 3 кг, если его плотность равна $2{,}4 \cdot 10^3$ кг/м^3.

160.2. Куб с ребром 100 мм погружен в сосуд, наполненный водой, поверх которой налит керосин так, что линия раздела обеих жидкостей проходит посередине ребра куба. Найдите выталкивающую силу, действующую на куб. Плотность керосина равна $0{,}81 \cdot 10^3$ кг/м^3.

160.3. Кусок пробки массы 10 г, обмотанный медной проволокой с поперечным сечением 1 мм^2, остается в равновесии в воде, не погружаясь и не всплывая (*табл. 1*). Найдите длину проволоки.

160.4. Что произойдет с весами, находящимися в равновесии, если в стакан с водой, стоящий на чашке весов, погрузить палец, не прикасаясь пальцем ни к дну, ни к стенкам стакана?

160.5. К чашкам весов подвешены на нитках кусок меди и кусок железа массы 500 г каждый (табл. 1). Нарушится ли равновесие, если медь погрузить в воду, а железо — в керосин плотности $0{,}81 \cdot 10^3$ кг/м^3. Гирю какой массы и на какую чашку весов нужно поставить, чтобы восстановить равновесие?

§ 161. Измерение плотности тел на основании закона Архимеда. Для определения плотности ρ однородного тела неправильной формы, объем которого трудно найти при помощи измерения размеров тела, можно поступить следующим образом.

Тело дважды взвешивают на весах: один раз обычным способом, другой раз — погружая тело в жидкость, плотность ρ_0 которой известна. Первое взвешивание дает вес тела G, который равен $\rho g V$ (ρ — плотность тела, V — его объем). Результат второго взвешивания G' дает разность между весом тела G и выталкивающей силой F:

$$G' = G - F. \qquad (161.1)$$

Согласно закону Архимеда $F = \rho_0 g V$. Заменив в этом равенстве V на $G/\rho g$, получим $F = (\rho_0/\rho)G$. Подставив это выражение в формулу (161.1), придем к соотношению

$$G' = G - (\rho_0/\rho)G,$$

откуда

$$\rho = \rho_0 G/(G - G'). \qquad (161.2)$$

В случае неоднородного тела определяемая этой формулой величина ρ даст среднюю плотность тела.

? **161.1.** Определите плотность камня, если вес его в воздухе равен 3,2 Н, а вес в воде равен 1,8 Н.

161.2. Как определить плотность жидкости ρ, зная вес какого-нибудь тела в воздухе (G), в воде (G_1) и в исследуемой жидкости (G_2)?

161.3. Кусок меди весит в воздухе 4,00 Н, а при погружении в некоторую жидкость весит 3,59 Н. Найдите плотность жидкости, если плотность меди равна $8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

161.4. Кусок пробки весит в воздухе 0,15 Н, кусок свинца весит 1,14 Н. Если, связав их вместе, подвесить оба куска к чашке весов и опустить в керосин, то показание весов будет 0,70 Н. Найдите плотность пробки, полагая плотность свинца равной $11{,}4 \cdot 10^3$ кг/м^3, а плотность керосина равной $0{,}81 \cdot 10^3$ кг/м^3.

§ 162. Плавание тел. Закон Архимеда дает возможность разъяснить все вопросы, связанные с плаванием тел.

Пусть тело погружено в жидкость и предоставлено самому себе. Если вес тела больше веса вытесненной им жидкости, то оно будет тонуть — погружаться, пока не упадет на дно сосуда; если вес тела меньше веса вытесненной жид-

кости, то оно будет всплывать, поднимаясь к поверхности жидкости; только в том случае, если вес тела в точности равен весу вытесненной жидкости, оно будет находиться в равновесии внутри жидкости. Например, куриное яйцо тонет в пресной воде, но плавает в соленой. Можно сделать раствор соли, концентрация которого постепенно уменьшается кверху, так что выталкивающая сила внизу сосуда больше, а вверху меньше веса яйца. В таком растворе яйцо держится на такой глубине, где его вес в точности равен выталкивающей силе.

Если твердое тело однородно, т. е. во всех точках имеет одну и ту же плотность, то тело будет тонуть, всплывать или оставаться в равновесии внутри жидкости в зависимости от того, больше ли плотность тела плотности жидкости, меньше или равна ей. В случае неоднородных тел нужно сравнивать с плотностью жидкости среднюю плотность тела.

Если вес тела, погруженного в жидкость, меньше веса жидкости в объеме тела, то оно всплывает. Поднявшись на поверхность, оно плавает так, что часть его выступает из

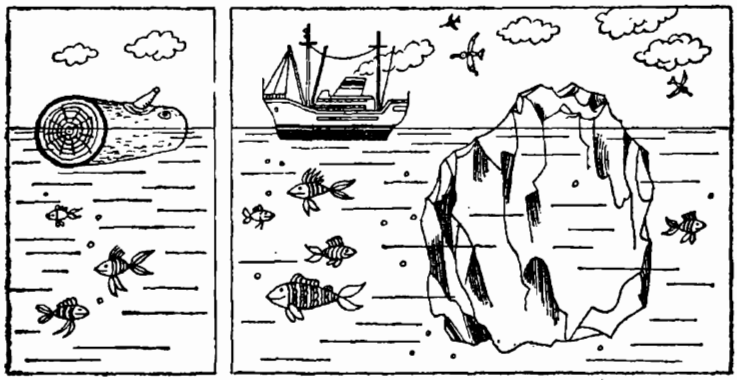


Рис. 265. Льдина плавает, погрузившись в воду глубоко. Сосновое полено погружается при плавании только наполовину

жидкости. Плавающие тела разных плотностей погружаются в жидкость на разную долю своего объема (рис. 265). Это объясняется тем, что при равновесии тела, плавающего на поверхности жидкости, вес вытесненного объема жидкости (в данном случае — объема части тела, находящейся под свободным уровнем жидкости) должен быть равен весу тела. Поэтому тело, плотность которого лишь незначительно меньше плотности жидкости (например, льдина в воде), погружается при плавании глубоко. У такого тела только

при глубоком погружении выталкивающая сила делается равной весу тела. Если же плотность тела значительно меньше плотности жидкости, то тело погружается неглубоко.

Сказанное можно проверить при помощи весов. Вместо одной из чашек подвесим ведерко, до краев наполненное водой, и уравновесим его гирями. Опустим в ведерко кусок дерева так, чтобы он свободно плавал, не касаясь дна ведерка. Из ведерка вытечет часть воды, вытесненная деревом, но равновесие не нарушится. Следовательно, вес вытекшей (вытесненной) воды равен весу плавающего куска дерева. В судостроении вес воды, вытесняемой судном, называется его *водоизмещением*. Очевидно, водоизмещение равно весу судна. При загрузке судно погружается глубже в воду и водоизмещение его возрастает на величину, равную весу груза.

Рис. 266. Ареометр (шкала в 10^3 кг/м^3)

Закон плавания тел положен в основу устройства *ареометра*. Ареометр представляет собой стеклянный сосуд с грузиком, снабженный длинным отростком, на котором нанесена шкала (рис. 266). При плавании в жидкости ареометр погружается на бóльшую или на меньшую глубину в зависимости от плотности жидкости. Чем больше плотность жидкости, тем меньше погружается ареометр. На шкале отмечаются непосредственно значения плотности жидкости, отвечающей погружению ареометра до данного деления. Таким образом, отметки на шкале растут сверху вниз.

Ареометр применяется обычно для точных измерений в жидкостях с близкими плотностями (например, в растворах разных концентраций). Точность измерения достигается благодаря тому, что отросток со шкалой делают тонким: тогда даже малым изменениям плотности отвечает заметное изменение глубины погружения.

? **162.1.** Где больше осадка судна при одной и той же нагрузке — в море или в реке?

162.2. В стакане с водой плавает кусок льда. Как изменится уровень воды, когда лед растает?

162.3. Ведро, доверху налитое водой, висит на пружинных весах. Если опустить в ведро кусок железа, подвешенный на нити, то часть воды выльется. Изменится ли показание весов?

162.4. Какая часть объема дубового полена находится под поверхностью воды, если плотность дуба равна $0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3?

162.5. Стальной шарик плавает в ртути. Какая часть его находится над ртутью? Изменится ли положение шарика, если сверху налить воду? Плотность стали равна $7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, ртути — $13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

162.6. Льдина, имеющая форму призмы, плавает в воде, высовываясь наружу на 2 см. Какова масса льдины, если площадь ее основания равна 2000 см^2? Плотность льда равна $0{,}92 \cdot 10^3$ кг/м^3.

162.7. Однородное тело плавает на поверхности спирта так, что объем погруженной части составляет 0,92 всего объема тела. Найдите объем погруженной части при плавании этого тела на поверхности: а) воды; б) ртути. Плотность спирта равна $0{,}80 \cdot 10^3$ кг/м^3.

§ 163. Плавание несплошных тел. Тело, имеющее полости, куда жидкость не проникает при плавании тела, вытесняет такой же объем, что и сплошное тело. Поэтому и выталкивающая сила для такого тела та же, что и для сплошного. Но масса тела с полостями меньше массы сплошного тела; поэтому при достаточно больших полостях такое тело может плавать даже в том случае, когда плотность вещества тела больше плотности жидкости. Вытесненный объем оказывается больше объема, занятого веществом тела. Железный корабль вытесняет объем воды во много раз больший, чем объем железа, из которого сделан корпус судна; поэтому он может плавать (имеет «плавучесть»), несмотря на то,

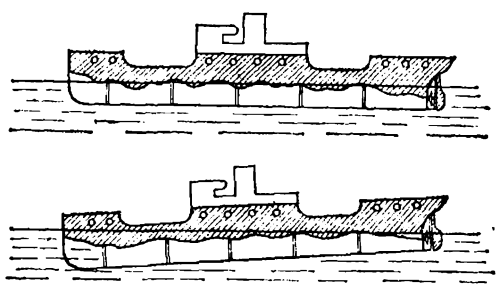


Рис. 267. При заполнении водой одного из отсеков судно не тонет, а только погружается глубже в воду

что плотность железа в 7,8 раза больше плотности воды. Если пространство внутри судна заполнится водой, например в случае течи, то вытесненный объем уменьшится, судно потеряет плавучесть и начнет тонуть.

Для обеспечения безопасности мореплавания следует предусматривать возможность пробоины в корпусе судна. Все внутреннее пространство разделяют рядом стальных переборок на водонепроницаемые отделения — «отсеки». В случае пробоины или течи заполняется водой только один из отсеков, и судно продолжает плавать, хотя и погружается несколько глубже в воду (рис. 267).

Особый вид кораблей представляют собой подводные лодки. Они должны иметь возможность всплывать и погружаться в воду, а также плыть под поверхностью воды. Так как объем лодки остается во всех случаях неизменным, то для выполнения этих маневров на лодке должно быть устройство для изменения ее массы. Это устройство состоит из ряда балластных отсеков в корпусе лодки (рис. 268),

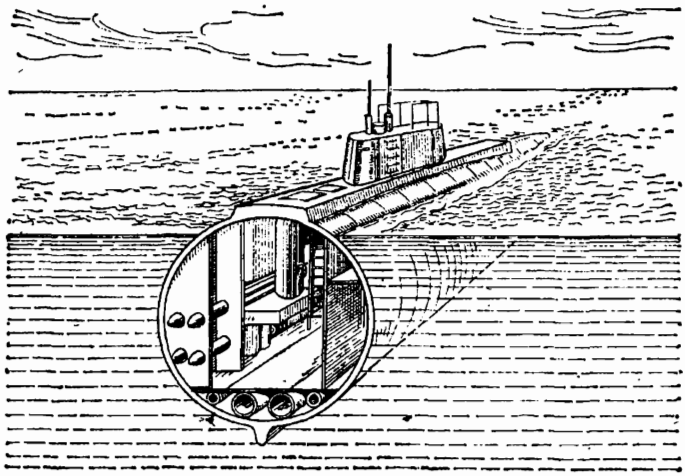


Рис. 268. Подводная лодка

которые при помощи специальных устройств можно заполнять забортной водой (при этом масса лодки увеличивается и она погружается) или освобождать от воды (при этом масса лодки уменьшается и она всплывает).

Заметим, что достаточно небольшого избытка или недостатка воды в балластных отсеках, чтобы лодка ушла на самое дно моря или всплыла на поверхность воды. Часто бывает, что в некотором слое плотность воды быстро меняется по глубине, возрастая сверху вниз. Вблизи уровня такого слоя равновесие лодки устойчиво. Действительно, если лодка, находясь на таком уровне, по какой-либо причине погрузится немного глубже, то она попадет в область

большей плотности воды. Выталкивающая сила увеличится, и лодка начнет всплывать, возвращаясь к первоначальной глубине. Если же лодка по какой-либо причине поднимется вверх, то она попадает в область меньшей плотности воды, выталкивающая сила уменьшится и лодка снова вернется к первоначальному уровню. Поэтому подводники называют такие слои «жидким грунтом»: лодка может «лежать» на нем, сохраняя равновесие неопределенно долгое время, в то время как в однородной среде это не удается и для сохранения заданной глубины лодка либо должна все время изменять количество балласта, принимая или вытесняя воду из балластных отсеков, либо должна все время двигаться, маневрируя рулями глубины.

§ 164. Устойчивость плавания кораблей. Для кораблей и подводных лодок чрезвычайно важен вопрос об устойчивости их равновесия при плавании («остойчивость» судов). Известно, что при неправильном распределении груза на судне оно может перевернуться. Вопрос об остойчивости является вопросом безопасности мореплавания.

Рассмотрим устойчивость равновесия тела, находящегося под водой, например подводной лодки. Пусть центр давления расположен выше центра тяжести лодки. В нормальном положении центр тяжести и центр давления лежат на одной вертикальной прямой, и лодка находится в

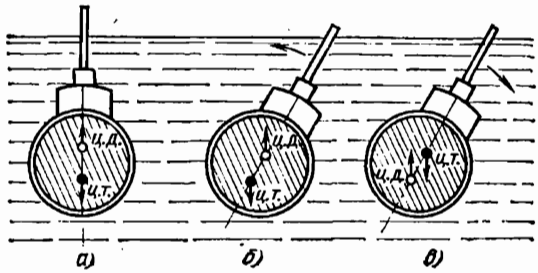


Рис. 269. Устойчивость плавания подводной лодки в погруженном положении: ц. т.— центр тяжести лодки, ц. д.— центр давления

равновесии (рис. 269, *а*). При наклонении лодки (рис. 269, *б*) сила тяжести и выталкивающая сила образуют пару сил, которая будет возвращать лодку в исходное положение. Таким образом, равновесие устойчиво. Если бы центр давления лежал ниже центра тяжести, то равновесие лодки было бы неустойчивым. В самом деле, в этом случае при отклонении от строго вертикального положения сила тяжести и выталкивающая сила образовали бы пару сил, поворачивающую лодку дальше от положения равновесия (рис. 269, *в*).

Наконец, в случае совпадения центра тяжести с центром давления равновесие безразличное. Эти случаи полностью аналогичны разным случаям равновесия твердого тела, подвешенного в одной точке. *Центр давления играет роль точки подвеса.*

Условия устойчивости равновесия тела, плавающего на поверхности жидкости (рис. 270), будут совершенно другие, так как при наклонении тела (например, корабля) изменяется форма вытесняемого объема, а следовательно, и положение центра давления относительно корабля. Например, при наклонении вправо бо́льшая часть вытесненной воды будет расположена справа от средней линии корабля, а следовательно, и центр давления сместится в ту же сторону. Как видно на

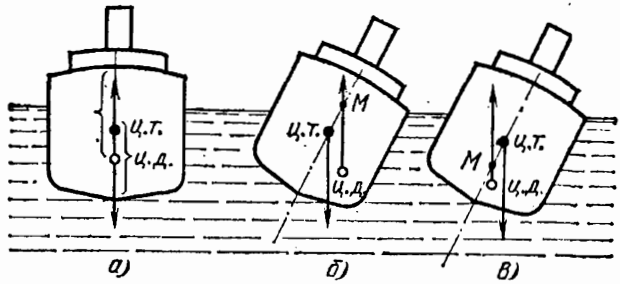


Рис. 270. Устойчивость плавания корабля; ц. т.— центр тяжести корабля, ц. д.— центр давления, M — метацентр

рисунке, здесь вопрос об устойчивости равновесия зависит от относительного положения центра давления и центра тяжести после наклонения судна. Если точка M пересечения вертикали, проведенной через центр давления, со средней линией судна (так называемый *метацентр*) лежит выше центра тяжести (рис. 270, *б*), то пара сил, образованная силой тяжести и выталкивающей силой, поворачивает судно обратно; следовательно, равновесие устойчиво. Если же метацентр лежит ниже центра тяжести (рис. 270, *в*), то равновесие неустойчиво. Здесь *роль точки подвеса играет метацентр*, и равновесие может быть устойчивым, несмотря на то, что центр давления лежит ниже центра тяжести корабля. Заметим, что положение метацентра меняется при изменении угла наклонения плавающего тела.

Расстояние между центром тяжести и метацентром называют *метацентрической высотой*. Чем больше метацентрическая высота, тем больше остойчивость судна, тем быстрее возвращается оно в прямое положение, будучи выведено из него внешними силами (порывом ветра, ударом волны). Для парусных судов особенно важно иметь достаточную метацентрическую высоту, так как силы, действующие на парус, создают большой опрокидывающий момент. Поэтому на некоторых типах парусных судов с высокими мачтами и большой поверхностью парусов (яхты) днище судна утяжеляют балластом, понижая таким образом центр тяжести и увеличивая метацентрическую высоту. В грузовые суда, идущие порожняком, часто кладут на дно балласт с целью понизить центр тяжести. Известно, что на верхнюю палубу торговых судов избегают класть тяжелые грузы: груз на верхней палубе повышает положение центра тяжести, т. е. уменьшает метацентрическую высоту, а вместе с тем и остойчивость судна.

§ 165. Всплывание пузырьков. Пузырек газа, оказавшийся в глубине моря (например, пузырек воздуха, выпущенный водолазом из-под шлема скафандра), начинает всплывать, так как выталкивающая сила, равная весу воды в объеме

пузырька, значительно больше веса газа в пузырьке. Поднимаясь кверху, пузырек переходит в слои воды с меньшим давлением; он расширяется, выталкивающая сила увеличивается, и скорость его всплывания растет.

Если по какой-либо причине вес водолаза в скафандре окажется меньше веса вытесненной воды (например, если водолаз не выпускал своевременно через клапан шлема воздух, нагнетаемый в скафандр, и объем скафандра увеличился), то водолаз начнет всплывать и его резиновый скафандр, заполненный сжатым воздухом, будет раздуваться, подобно всплывающему пузырьку, и вынесет водолаза на поверхность.

§ 166. Тела, лежащие на дне сосуда. Кажущимся противоречием закону Архимеда является следующий опыт (рис. 271). Дно стеклянного сосуда покрыто тонким слоем парафина. Положим на него кусок парафина с гладким основанием и осторожно нальем в сосуд воды. Кусок парафина не всплывает на поверхность воды, хотя плотность его меньше плотности воды. Слегка наклоняя сосуд, можно заставить кусок парафина передвигаться по дну, но он не всплывет.

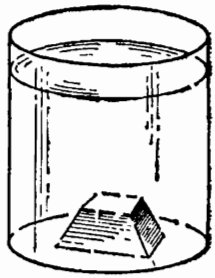


Рис. 271. Кусок парафина, лежащий на дне наполненного водой сосуда, не всплывает

Объяснение этого парадокса заключается в том, что вследствие несмачивания парафина водой (§ 253) вода не проникает между куском парафина и дном сосуда, и, следовательно, на нижнюю поверхность куска парафина не действуют силы давления воды. Силы же давления на его верхнюю поверхность прижимают его ко дну. Если наклонить кусок парафина так, чтобы вода проникла под его нижнюю поверхность, то поддерживающая сила возникнет и парафин всплывет. Известно, что подводная лодка, легшая на мягкий грунт моря, иногда не может оторваться от него, даже освободив свои цистерны от воды. Это также объясняется тем, что вода не может быстро проникнуть под корпус лодки, плотно прилегший к грунту.

§ 167. Механические свойства газов. Механические свойства газов во многом сходны со свойствами жидкости. Как и жидкости, газы чрезвычайно подвижны и совершенно не обладают упругостью по отношению к изменению формы; по отношению же к изменению объема газы упруги: силы давления газа — это силы его упругости. Чем сильнее сжат газ, тем с бо́льшими силами давления он действует на соприкасающиеся с ним тела. Силы давления покоящегося газа, как и жидкости, всегда перпендикулярны к поверхности соприкасающихся с ним тел.

Давлением газа называется, как и в случае жидкостей (§ 144), отношение силы давления, действующей со стороны газа на какой-нибудь участок поверхности соприкасающегося с ним тела, к площади этого участка. Как и в жидкостях, давление газа в данной точке не зависит от ориентации участка поверхности, на который оно действует. Для газов справедлив также закон Паскаля: *давление, создаваемое поверхностными силами, передается без изменения в каждую точку газа.*

Однако в механических свойствах газов и жидкостей имеются и существенные различия. Плотность газов в обычных условиях примерно в тысячу раз меньше плотности жидкостей. Например, масса кубического метра воздуха равна всего 1,3 кг, а масса кубического метра воды равна одной тонне.

Обычно недооценивают массу тех или иных объемов газа. Заметим, что масса воздуха, проходящего при дыхании через легкие человека, составляет примерно 20—30 кг за сутки. Воздух в небольшой комнате имеет массу 30—40 кг. Электровоз везет в вагонах пассажирского поезда примерно 2 тонны воздуха.

Очень важным отличием газов от жидкостей является отсутствие у газов определенного собственного объема. Водой можно заполнить сосуд до половины, но газ всегда целиком заполняет весь сосуд, в котором он находится. Нет

никакого предела для увеличения объема данной массы газа, если на него не действует сила тяжести или если его расширению не кладется предел стенками сосуда. Поэтому газы никогда не образуют свободной поверхности.

Далее, газы сжимаемы в тысячи раз более, чем жидкости. Плотность жидкости меняется ничтожно даже при очень большом давлении. Напротив, сильно сжать газ и тем самым сильно увеличить его плотность можно уже сравнительно малым давлением. Мы увидим (§ 229), что при сжатии или расширении газа его давление растет или убывает в том же отношении, что и плотность (при условии, что температура газа не изменилась).

Ручным насосом легко накачать в автомобильную шину воздух, занимавший в атмосфере вчетверо больший объем, т. е. увеличить плотность и давление воздуха в шине вчетверо по сравнению с атмосферным воздухом. В кислородных баллонах, применяемых при автогенной резке и сварке металлов, кислород сжат до давления 150 атм. Плотность газа при этом также оказывается увеличенной в 150 раз — примерно до плотности пробки. Если из такого баллона выпустить весь кислород в атмосферу, то он занял бы объем, в 150 раз бóльший объема баллона (рис. 272). В то же время вода, сжатая до давления 150 атм, увеличила бы свою плотность лишь на 0,75 % (и на такую же долю увеличила бы свой объем при выпуске из баллона).

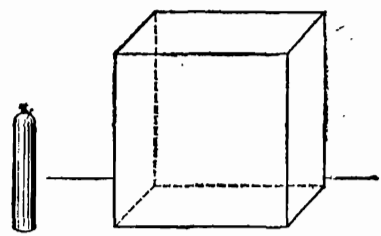


Рис. 272. Баллон со сжатым кислородом и объем, который займет кислород из баллона, если его выпустить в атмосферу.

Таким образом, в отличие от жидкостей, плотность газов нельзя считать независимой от давления.

§ 168. Атмосфера. Самый важный для нас газ — это воздух. Земля окружена атмосферой — слоем воздуха, представляющего собой смесь целого ряда газов (азота, кислорода, аргона, углекислого газа, пара воды и других газов). В дальнейшем мы, однако, не будем учитывать то, что воздух имеет сложный состав: в интересующих нас механических явлениях это не играет роли.

Атмосфера удерживается вблизи земной поверхности силой притяжения Земли. Если бы Земля не притягивала воздух, то вся атмосфера, расширяясь, рассеялась бы в

окружающем Землю пространстве. Масса всей атмосферы равна примерно $5 \cdot 10^{18}$ кг. Это — меньше одной миллионной массы Земли.

Плотность воздуха можно найти следующим образом. Выкачаем из колбы воздух и уравновесим ее на чувствительных весах (рис. 273). Затем впустим в колбу воздух. Мы увидим, что чашка весов, на которой находится колба,

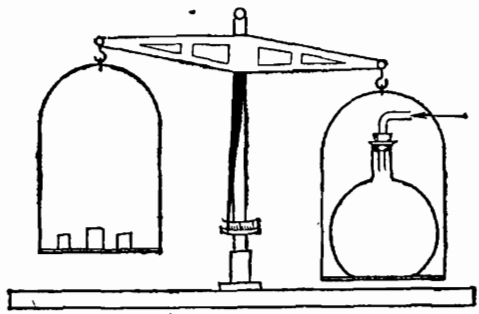


Рис. 273. Взвешивание воздуха

опустится; для восстановления равновесия на другую чашку необходимо добавить гири; их масса и будет равна массе вошедшего в колбу воздуха. Зная объем колбы, легко вычислить плотность воздуха: для этого нужно разделить массу добавленных гирь на объем колбы. При температуре 0 °С и давлении 760 мм рт. ст. плотность сухого воздуха равна 1,293 кг/м^3.

§ 169. Давление атмосферы. Давление воздуха вблизи поверхности Земли обусловлено его собственным весом; он сжат этим весом подобно тому, как сжата своим весом вода на дне океана. Давление воздуха вблизи поверхности Земли (точнее, на уровне моря) равно приблизительно одной атмосфере, т. е. 10^5 Па. Следовательно, на каждый квадратный метр поверхности Земли воздух давит с силой 10^5 Н. Поверхность Земли составляет примерно $5 \cdot 10^{14}$ м^2. Таким образом, воздух давит на поверхность Земли с силой, равной $5 \cdot 10^{19}$ Н. Если бы плотность воздуха на любой высоте была такая же, как вблизи поверхности Земли, то толщина атмосферы составила бы около 8 км. В действительности плотность воздуха быстро убывает с расстоянием от поверхности Земли (§ 175), так что атмосфера простирается на сотни километров от поверхности Земли (за орбиты ближайших искусственных спутников); на такой высоте плотность воздуха составляет ничтожную долю его плотности у Земли.

Естественно возникает вопрос: почему мы не ощущаем атмосферного давления?

Для выяснения этого вопросы разберем следующие простые опыты. Возьмем стеклянную банку и затянем ее горловину тонкой резиновой пленкой. Хотя на каждый квадратный сантиметр поверхности пленки действует снаружи сила, равная 10 Н, т. е. на всю пленку давит сила в сотни ньютонов, пленка совершенно не прогибается. Дело в том, что воздух внутри банки сжат до той же степени, что и наружный воздух: на внутреннюю поверхность пленки действует такая же сила, как и на наружную, так что обе силы взаимно уравновешиваются и пленка остается неизогнутой, как если бы на нее не действовали никакие силы. Но если через боковую трубку откачать часть воздуха из банки, уменьшая этим его давление, то пленка прогнется внутрь банки (рис. 274, *а*). Она прогнется настолько, что возникшие в пленке упругие силы вместе с силой давления воздуха, оставшегося внутри банки, как раз уравновесят силу давления внешнего воздуха. Наоборот, при

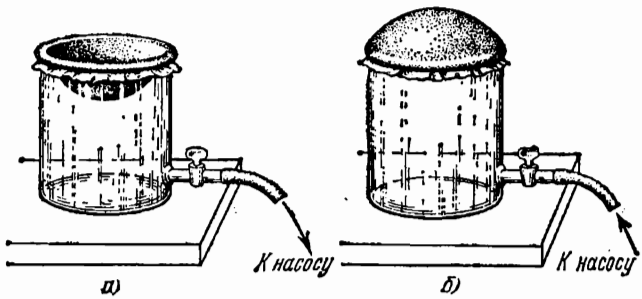


Рис. 274. *а*) Если из банки выкачивают воздух, пленка прогибается внутрь. *б*) Если в банку нагнетают воздух, пленка выгибается наружу

нагнетании воздуха в банку, пленка выгибается наружу (рис. 274, *б*).

Показательно следующее изменение описанного опыта: банка, из которой откачана часть воздуха, ставится под колокол воздушного насоса. Первоначально пленка, затягивающая отверстие банки, прогнута внутрь. Если теперь начать выкачивать воздух из-под колокола, то пленка сначала выпрямится, а при дальнейшей откачке выгнется наружу (рис. 275). Таким образом, деформация (прогиб пленки) наступает только тогда, когда с разных сторон воздух имеет разные давления; если давления одинаковы, то пленка остается плоской.

Теперь понятно, почему атмосферное давление не ощущается человеком и животными. Ткани, кровеносные сосуды и стенки других полостей тела подвергаются наружному давлению атмосферы, но кровь и другие жидкости и газы,

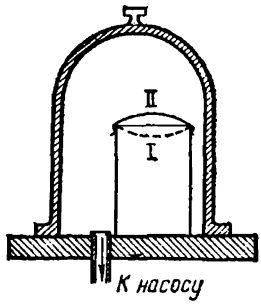


Рис. 275. При выкачивании воздуха из-под колокола пленка, затягивающая горловину банки с воздухом, переходит из положения I в положение II

заполняющие эти полости, сжаты до такого же давления. Поэтому упругая стенка какой-нибудь артерии подвергается одному и тому же давлению и изнутри, и снаружи и не деформируется.

Подобное же взаимное уравновешивание сил давления имеет место и в жидкости, что легко наблюдать на глубоководных рыбах. Известны рыбы, живущие на глубине нескольких километров от поверхности океана, где давление окружающей воды достигает сотен атмосфер. Но каждая клеточка их тканей содержит газы и жидкости, сжатые до того же давления, и потому ни одна часть их тела не испытывает односторонних сил, которые могли бы произвести разрушения. Иногда удается вылавливать этих рыб из глубины океана специальными сетями, подвешенными на длинном тросе. Внутренние полости этих рыб, вытащенных на поверхность, всегда оказываются разорванными изнутри: в слоях воды, близких к поверхности моря, где наружное давление меньше, газы, растворенные в крови и в протоплазме клеток рыбы, выделяются и разрывают своим большим давлением ткани рыбы (ср. § 158).

? **169.1.** Почему мы приписываем разрушение тканей газам, выделяющимся из жидкости, а не давлению самой жидкости?

§ 170. Другие опыты, показывающие существование атмосферного давления. Закроем стеклянную банку с отшлифованным краем тонкой стеклянной пластинкой и начнем откачивать воздух из банки (рис. 276) *). Стеклянная пластинка

*) Края банки следует смазать жиром, чтобы наружный воздух не мог просачиваться внутрь.

плотно прижмется внешним давлением к банке и, если продолжать откачку, будет раздавлена разностью давлений снаружи и изнутри банки.

— Одним из первых экспериментов, произведенных для доказательства существования давления воздуха, был знаменитый опыт с «магдебургскими полушариями», выполненный немецким физиком Отто фон Герике в 1654 г. (в г. Магдебурге). Он откачал воздух из двух сложенных вместе медных полушарий, и давление наружного воздуха прижало полушария друг к другу настолько сильно, что их не могли разорвать две упряжки лошадей (рис. 277). Конечно, роль второй упряжки мог бы играть прочный столб, к которому было бы прикреплено одно из полушарий. На рис. 278 представлено видоизменение опыта Герике с подвешенным грузом.

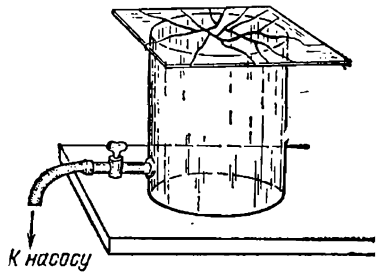


Рис. 276. Избыток наружного давления над внутренним продавливает стеклянную пластинку

Рис. 277. Гравюра из книги Герике «Новые магдебургские опыты». Разрывание полушарий лошадиными упряжками

В медицине иногда употребляют пневматические банки, состоящие из стаканчика с резиновым баллоном (рис. 279). Сжав рукой баллон, вытесним из него воздух, и приложим

Рис. 278. Гравюра из книги Герике «Новые магдебургские опыты». Разрывание полушарий подвешенным грузом

стаканчик к коже. Если теперь отпустить баллон, то вследствие своей упругости он снова примет шарообразную форму, внутренний объем банки увеличится и давление оставшегося в банке воздуха уменьшится. Банка плотно прижмется к коже давлением наружного воздуха. Кожа под банкой сильно краснеет; на ней остается синяк. Кровь, имеющая в теле атмосферное давление, притекает к месту с меньшим давлением. В этом местном притоке крови и состоит назначение банки. При этом воздух, растворенный в крови, расширяясь при уменьшении давления, разрывает мелкие кровеносные сосуды, образуя кровоподтек.

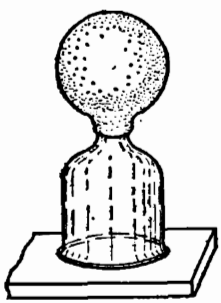


Рис. 279. Медицинская пневматическая банка

Если надавить кожу у края банки и дать доступ наружному воздуху, то давление изнутри и снаружи сравняется и банка сама отпадет.

§ 171. Разрежающие насосы. В физике и технике очень большое значение имеет возможно более полное удаление газа из замкнутых сосудов (вакуумная техника). Иными словами, физиков и техников интересует получение весьма разреженного газа, имеющего ничтожное по сравнению с атмосферным давление.

Для получения разрежения газа можно воспользоваться *поршневым насосом* с клапанами (рис. 280). Однако технически гораздо удобнее насосы, в которых понижение давления в отсасывающей камере

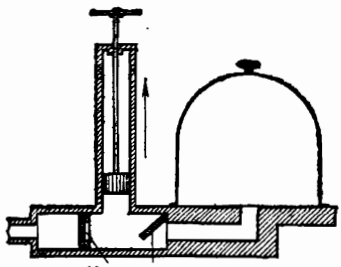


Рис. 280. Поршневой воздушный насос

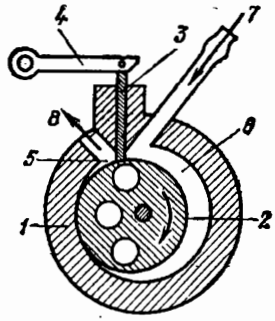


Рис. 281. Вращательный воздушный насос

осуществляется не путем поступательного движения поршня, а при вращении. Такое устройство имеют так называемые *вращательные (ротационные) насосы* (рис. 281).

В металлической круглой коробке *1* вращается вокруг оси, не совпадающей с его осью, цилиндр *2*. К цилиндру *2* плотно прижимается подвижная пластинка *3*, проходящая через прорезь в коробке *1* и соединенная с шатуном *4*. Пластинка *3* разделяет отсеки *5* и *6*, заключенные между пластинкой, внутренней стенкой коробки *1* и наружной поверхностью цилиндра *2*.

При вращении цилиндра по стрелке, как показано на рис. 281, объем отсека *6*, вначале равный нулю (когда цилиндр закрывает отверстие канала *7*), увеличивается, давление воздуха в нем уменьшается, и через канал *7*, соединенный с откачиваемым сосудом, в отсек засасывается некоторая порция воздуха. В то же время объем отсека *5*, соединенного с выходным каналом *8*, уменьшается, давление воздуха в нем увеличивается и воздух выходит наружу. Таким образом, при вращении цилиндра *2* все новые и новые порции воздуха засасываются через канал *7* и выталкиваются через канал *8*. Так как цилиндр делает несколько сот оборотов в минуту (его обычно вращают электромотором), то насос ведет откачку очень быстро. При хорошей пригонке частей он может понизить давление в откачиваемом сосуде до 0,001 мм рт. ст. Места соприкосновения внутренней поверхности коробки *1* с пластинкой *3* и цилиндром *2* должны хорошо смазываться. Качество масла и система подачи его в насос существенным образом определяют работу насоса. Поэтому насосы этого типа нередко называют вращательными масляными насосами. Для получения гораздо больших разрежений (около миллионной доли миллиметра ртутного столба в настоящее время применяются насосы, действующие по совершенно иному принципу (так называемые диффузионные насосы, § 305).

§ 172. Влияние атмосферного давления на уровень жидкости в трубке. Возьмем в рот соломинку или стеклянную трубочку и, погрузив ее конец в воду, начнем втягивать в себя воздух. Вода начнет подниматься по трубочке; легко можно напиться через соломинку.

Вместо того чтобы втягивать воздух легкими, можно поднимать в трубке плотно притертый поршень. Мы увидим, что вода будет подниматься вслед за поршнем, заполняя трубку (рис. 282). Наполним бутылку водой, заткнем ее пробкой и, опрокинув бутылку в воду горлышком книзу, откроем пробку (рис. 283). Вода не будет выливаться из бутылки. Вместо бутылки можно взять трубку с краном в

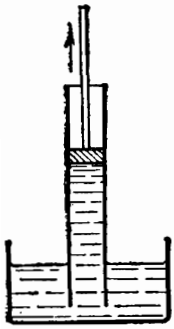


Рис. 282. Вода поднимается вслед за поршнем

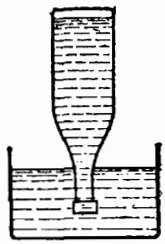


Рис. 283. Вода не выливается из открытой бутылки, опрокинутой горлышком в воду

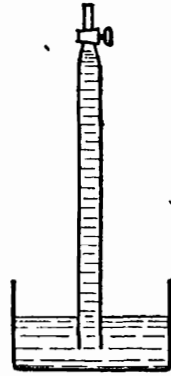


Рис. 284. Пока кран закрыт, вода из трубки не выливается. При открывании крана уровень воды в трубке падает до уровня воды в сосуде

верхней части: пока кран закрыт, вода из нее также не будет выливаться (рис. 284). Достаточно, однако, открыть кран трубки, чтобы столб воды упал до общего уровня воды в сосуде; место столба воды займет воздух, вошедший через кран.

Все эти опыты объясняются существованием атмосферного давления. В самом деле, что происходит, когда мы начинаем высасывать воздух из трубки, погруженной одним концом в чашку с водой? Воздух в трубке оказывается разреженным, вследствие чего давление производимое им на поверхность воды в трубке, становится меньше атмосферного. Но на поверхность воды в чашке продолжает действовать атмосферное давление; разность давлений и вгоняет воду в трубку. До какой высоты будет подниматься вода в

трубке? Поднявшийся столб воды создает дополнительное давление; когда это давление в сумме с давлением оставшегося в трубке воздуха станет равным атмосферному, вода перестанет подниматься. При этом давление внутри трубки внизу, на уровне свободной поверхности воды в чашке, будет как раз равно атмосферному давлению, т. е. будет выполнено известное нам условие равновесия жидкости: во всех точках, лежащих в одной горизонтальной плоскости, давление одно и то же (§ 152). Так как своими легкими мы не можем создать большое разрежение воздуха, то этим способом нам удастся поднять воду в трубке лишь на небольшую высоту — примерно на 30—50 см.

Так же ясно, почему не выливается вода из опрокинутой бутылки или трубки в описанных опытах: давлением воздуха на поверхность воды в сосуде вода прижата к дну бутылки или к крану трубки, так как сверху на воду в бутылке или в трубке давление воздуха не действует. Когда мы открываем кран трубки, атмосферное давление начинает действовать и на верхний конец столба воды в трубке — столб более не поддерживается разностью давлений и падает до уровня воды в сосуде.

? **172.1.** Разветвленная трубка присоединена к всасывающему насосу, а своими отростками погружена в чашки с различными жидкостями (рис. 285). В отростке, погруженном в керосин, высота столба жидкости равна 90 см. Определите высоту столба жидкости в других трубках. Плотность керосина равна 0,81 × $\times 10^3$ кг/м^3, ртути — 13,6·10^3 кг/м^3.

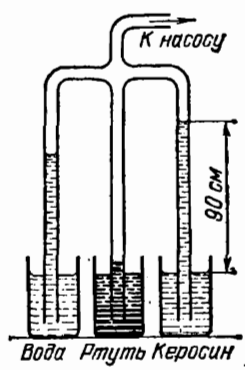


Рис. 285. К упражнению 172.1

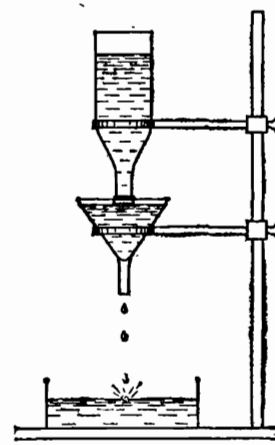


Рис. 286. К упражнению 172.2

172.2. В химических лабораториях для поддержания уровня жидкости в фильтровальной воронке на одной высоте употребляют устройство, изображенное на рис. 286. Уровень жидкости в фильтре все время держится на высоте около горлышка бутылки, и фильтр может работать без присмотра. Объясните действие прибора.

§ 173. Максимальная высота столба жидкости. Разберем подробнее опыт с поршнем, всасывающим воду в трубке. В начале опыта (рис. 287) вода в трубке и в чашке находится на одном уровне MM и поршень касается воды своей нижней поверхностью. Вода прижимается к поршню снизу атмосферным давлением, действующим на поверхность воды в чашке. Сверху на поршень (будем считать его невесомым) также действует атмосферное давление. Со своей стороны поршень по закону равенства действия и противодействия

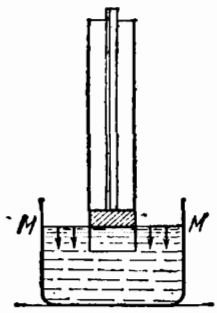


Рис. 287. Засасывание воды в трубку. Начало опыта: поршень находится на уровне воды в чашке

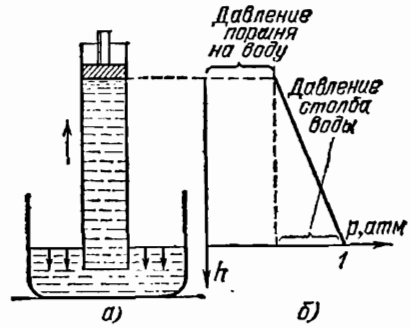


Рис. 288. *а*) То же, что и на рис. 287, но при поднятом поршне. *б*) График давления

действует на воду в трубке, оказывая на нее давление, равное атмосферному давлению, действующему на поверхность воды в чашке.

Поднимем теперь поршень на некоторую высоту; для этого к нему придется приложить силу, направленную вверх (рис. 288, *а*). Атмосферное давление вгонит воду в трубку вслед за поршнем; теперь столб воды будет касаться поршня, прижимаясь к нему с меньшей силой, т. е. оказывать на него меньшее давление, чем раньше. Соответственно и противодействующее давление поршня на воду в трубке будет меньше. Атмосферное давление, действующее на поверхность воды в чашке, будет при этом уравновешиваться

давлением поршня, сложенным с давлением, создаваемым водяным столбом в трубке.

На рис. 288, *б* показан график давления в поднявшемся столбе воды в трубке. Поднимем поршень на бóльшую высоту — вода тоже поднимется, следуя за поршнем, и водяной столб станет выше. Давление, вызванное весом столба, увеличится; следовательно, давление поршня на верхний конец столба уменьшится, так как оба эти давления в сумме по-прежнему должны давать атмосферное давление. Теперь вода будет с еще меньшей силой прижата к поршню. Для удержания поршня на месте придется теперь приложить бóльшую силу: при поднятии поршня давление воды на нижнюю поверхность поршня будет все в меньшей степени уравновешивать атмосферное давление на его верхнюю поверхность.

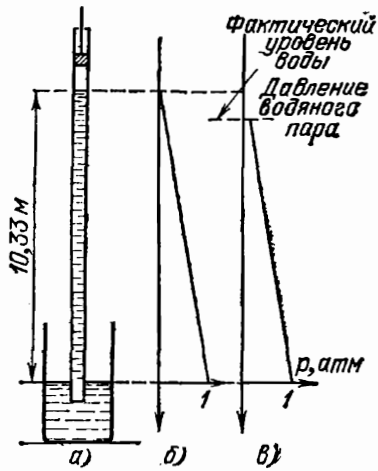


Рис. 289. *а*) То же, что на рис. 288, но при поднятии поршня выше предельной высоты (10,33 м). *б*) График давления для такого положения поршня. *в*) В действительности столб воды не достигает полной высоты, так как водяной пар имеет при комнатной температуре давление около 20 мм рт. ст. и соответственно понижает верхний уровень столба. Поэтому истинный график имеет срезанную верхушку. Для наглядности давление водяного пара преувеличено

Что произойдет, если, взяв трубку достаточной длины, поднимать поршень все выше и выше? Давление воды на поршень будет делаться все меньше и меньше; наконец давление воды на поршень и давление поршня на воду обратятся в нуль. При этой высоте столба давление, *вызванное весом воды в трубке*, будет равно атмосферному. Расчет, который мы приведем в следующем параграфе, показывает, что высота столба воды должна быть при этом равна 10,332 м (при нормальном атмосферном давлении). При дальнейшем подъеме поршня уровень водяного столба уже не будет повышаться, так как внешнее давление не в состоянии уравновесить более высокий столб: между водой и нижней поверхностью поршня будет оставаться пустое пространство (рис. 289, *а*).

В действительности это пространство не будет вполне пустым: оно будет заполнено воздухом, выделившимся из воды, в которой всегда есть немного растворенного воздуха; кроме того, в этом пространстве будет и водяной пар. Поэтому давление в пространстве между поршнем и водяным столбом не будет в точности равно нулю, и это давление будет несколько понижать высоту столба (рис. 289, *в*).

Описанный опыт очень громоздок из-за большой высоты столба воды. Если бы этот опыт повторить, заменив воду ртутью, то высота столба получилась бы значительно меньшей. Однако вместо трубки с поршнем гораздо удобнее пользоваться устройством, описанным в следующем параграфе.

? **173.1.** На какую максимальную высоту всасывающий насос может поднять ртуть в трубке, если атмосферное давление равно $0{,}93 \cdot 10^5$ Па?

§ 174. Опыт Торричелли. Ртутный барометр и барометр-анероид. В 1643 г. по предложению итальянского физика Эванджелисты Торричелли (1608—1647) был произведен следующий опыт. Стеклянную трубку длины около 1 м, запаянную с одного конца, наполняют ртутью. Отверстие трубки закрывают пальцем, чтобы ртуть не вылилась, и трубку опускают в вертикальном положении отверстием вниз в сосуд с ртутью. Если теперь отнять палец от отверстия трубки, то столб ртути упадет до высоты около 760 мм над уровнем ртути в сосуде (рис. 290).

Пользуясь рассуждениями предыдущего параграфа, легко объяснить этот опыт. На свободную поверхность ртути в сосуде действует атмосферное давление. Так как после опускания ртути в трубке над ртутью остается пустота, то давление столба ртути, создаваемое внутри трубки на уровне поверхности ртути в сосуде, должно равняться атмосферному давлению. Поэтому взятая в миллиметрах высота столба над свободной поверхностью ртути прямо измеряет давление атмосферы в миллиметрах ртутного столба. Таким образом, трубка Торричелли может служить для измерения давления атмосферы. Она играет роль «барометра». Практически конструкция ртутного барометра более сложна (рис. 291).

Итак, опыт показывает, что атмосферное давление составляет около 760 мм рт. ст. Так как 1 мм рт. ст. = = 13,6 мм вод. ст. (§ 154), то атмосферное давление равно $760 \cdot 13{,}6$ мм вод. ст. = 10 332 мм вод. ст. = $1{,}013 \cdot 10^5$ Па.

Таким образом, атмосферное давление равно давлению столба воды высоты больше 10 м.

Пространство над столбом ртути в трубке в опыте Торричелли называют *торричеллиевой пустотой*. Конечно, это не абсолютная пустота: в этом пространстве имеется пар ртути;

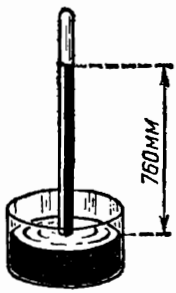


Рис. 290. Трубка Торричелли

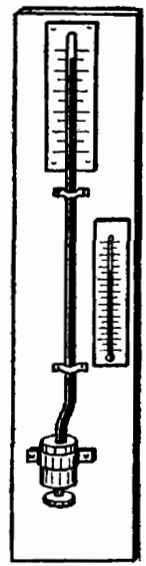


Рис. 291. Ртутный барометр

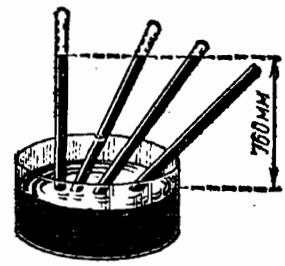


Рис. 292. При наклонении трубки Торричелли уровень ртути остается на одной и той же высоте

своим давлением он немного понижает столб ртути в трубке. Однако практически этим можно пренебречь, так как давление пара ртути при комнатной температуре ничтожно.

Будем придавать трубке в опыте Торричелли различные наклоны (рис. 292). Мы увидим, что конец столба ртути при изменении наклона остается на той же высоте над свободной поверхностью ртути, хотя длина столба становится при наклоне больше. Это объясняется тем, что, как мы уже знаем, давление зависит лишь от высоты столба жидкости, отсчитанной по вертикали. При достаточном наклоне трубки ртуть заполняет ее всю; это указывает на отсутствие воздуха в трубке. При изменении атмосферного давления меняется и высота столба ртути в трубке. При увеличении давления столбик удлиняется — «барометр поднимается». При

уменьшении давления «барометр падает» — столб ртути уменьшает свою высоту.

Давление атмосферы можно измерять таким же *мембранным манометром*, каким мы пользовались для жидкостей (рис. 293). Для повышения точности измерения из коробки *1* манометра выкачивается часть воздуха; мембрана *2* оттягивается наружу пружиной *3*. Мембрана обычно делается

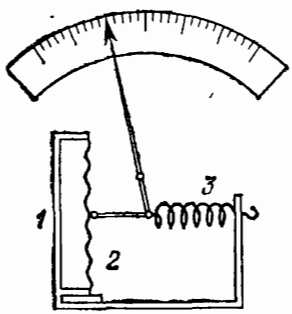


Рис. 293. Схема устройства мембранного манометра для газов

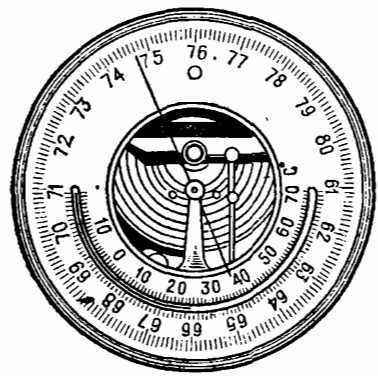


Рис. 294. Барометр-анероид

волнистой для повышения ее гибкости. Мембранные манометры для измерения атмосферного давления называют *барометрами-анероидами* (рис. 294). Анероиды градуируются и выверяются по ртутному барометру. Они менее надежны, чем ртутный барометр, так как имеют пружины и мембраны, которые с течением времени могут вытягиваться или изменять свою упругость. Зато анероид — прибор гораздо более удобный в обращении, чем ртутный барометр, содержащий жидкость. Поэтому анероиды получили очень большое распространение в тех случаях, когда не требуется очень большой точности. При достаточно частой сверке с ртутным барометром они дают надежные показания.

? **174.1.** Как нужно изменить шкалу барометрической трубки, наклоненной под углом 60° к вертикали, чтобы отсчет можно было производить в миллиметрах ртутного столба? Какой длины нужно взять трубку?

174.2. Цилиндрический сосуд массы 10 кг, площадь основания которого равна 80 см², накрывается крышкой. При выкачивании воздуха из сосуда крышка прижимается к сосуду атмосферным давлением. Если воздух откачан до давления 50 мм рт. ст., то какой массы груз нужно привесить к сосуду, чтобы оторвать его от крышки?

§ 175. Распределение атмосферного давления по высоте. Давление воздуха в одной и той же точке земной поверхности не остается постоянным, но меняется в зависимости от различных процессов, происходящих в атмосфере. «Нормальным» атмосферным давлением условно считается давление, равное 760 мм рт. ст., т. е. одной (физической) атмосфере (§ 154).

Давление воздуха на уровне моря во всех пунктах земного шара близко в среднем к одной атмосфере. Поднимаясь вверх от уровня моря, мы заметим, что давление воздуха уменьшается; соответственно убывает его плотность: воздух становится все более и более разреженным. Если открыть на вершине горы сосуд, который был плотно закупорен в долине, то часть воздуха из него выйдет. Наоборот, в сосуд, закупоренный на вершине, войдет некоторое количество воздуха, если его открыть у подножья горы. На высоте около 6 км давление и плотность воздуха уменьшаются примерно вдвое.

Каждой высоте соответствует определенное давление воздуха; поэтому, измеряя (например, при помощи анероида) давление в данной точке на вершине горы или в корзине аэростата и зная, как изменяется атмосферное давление с высотой, можно определить высоту горы или высоту подъема воздушного шара. Чувствительность обычного анероида

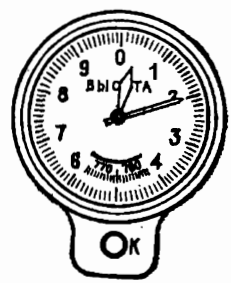


Рис. 295. Самолетный альтиметр. Длинная стрелка отсчитывает сотни метров, короткая — километры. Головка *К* позволяет подводить нуль циферблата под стрелку на поверхности Земли перед началом полета

настолько велика, что стрелка указателя заметно передвигается, если поднять анероид на 2—3 м. Поднимаясь или опускаясь по лестнице с анероидом в руках, легко заметить постепенное изменение давления. Такой опыт удобно производить на эскалаторе станции метро. Часто градуируют анероид непосредственно на высоту. Тогда положение стрелки указывает высоту, на которой находится прибор. Такие анероиды называют *альтиметрами* (рис. 295). Ими снабжают самолеты; они позволяют летчику определять высоту своего полета.

Убывание давления воздуха при подъеме объясняется так же, как и убывание давления в морских глубинах при подъеме от дна к поверхности. Воздух на уровне моря сжат весом всей атмосферы Земли, а более высокие слои атмосферы сжаты весом только того воздуха, который лежит выше этих слоев. Вообще изменение давления от точки к точке в атмосфере или в любом другом газе, находящемся под действием силы тяжести, подчиняется тем же законам, что и давление в жидкости: давление одно и то же во всех точках горизонтальной плоскости; при переходе снизу вверх давление уменьшается на вес столба воздуха, высота которого равна высоте перехода, а площадь поперечного сечения равна единице.

Однако вследствие большой сжимаемости газов общая картина распределения давления по высоте в атмосфере оказывается совсем другой, чем для жидкостей. В самом

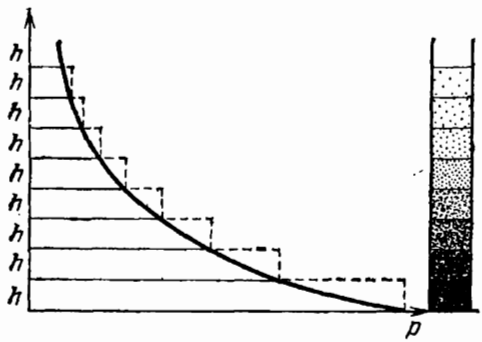


Рис. 296. Построение графика убывания давления с высотой. В правой части изображены столбики воздуха одинаковой толщины, взятые на разной высоте. Гуще заштрихованы столбики более сжатого воздуха, имеющие бо́льшую плотность

деле, построим график убывания давления воздуха с высотой. По оси ординат будем откладывать высоты h, $2h$, $3h$ и т. д. над каким-нибудь уровнем (например, над уровнем моря), а по оси абсцисс — давление p (рис. 296). Будем подниматься вверх по ступенькам высоты h. Чтобы найти давление на следующей ступеньке, нужно из давления на предыдущей ступеньке вычесть вес столба воздуха высоты h, равный $\rho g h$. Но с увеличением высоты плотность воздуха убывает. Поэтому убыль давления, происходящая при подъеме на следующую ступеньку, будет тем меньше, чем выше расположена ступенька. Таким образом, при подъеме вверх давление будет убывать неравномерно: на малой высоте,

где плотность воздуха больше, давление убывает быстро; чем выше, тем меньше плотность воздуха и тем медленнее уменьшается давление.

В нашем рассуждении мы считали, что давление во всем слое толщины h одно и то же; поэтому мы получили на графике ступенчатую (штриховую) линию. Но, конечно, убывание плотности при подъеме на какую-нибудь определенную высоту происходит не скачками, а непрерывно; поэтому в действительности график имеет вид плавной линии (сплошная линия на графике). Таким образом, в отличие от прямолинейного графика давления для жидкостей, закон убывания давления в атмосфере изображается кривой линией.

Для небольших по высоте объемов воздуха (комната, воздушный шар) достаточно пользоваться маленьким участком графика; в этом случае криволинейный участок можно без большой ошибки заменить прямым отрезком, как и для жидкости. В самом деле, при малом изменении высоты плотность воздуха меняется незначительно.

Если имеется некоторый объем какого-либо газа, отличного от воздуха, то в нем давление также убывает снизу вверх. Для каждого газа можно построить соответствующий график. Ясно, что при одном и том же давлении внизу давление тяжелых газов будет убывать с высотой быстрее, чем давление легких газов, так как столбик тяжелого газа весит больше, чем столбик легкого газа той же высоты.

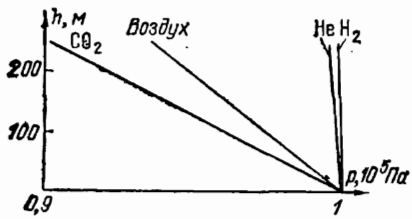


Рис. 297. Графики изменения давления p с высотой h для разных газов

Рис. 298. К упражнению 175.1

На рис. 297 построены такие графики для нескольких газов. Графики построены для небольшого интервала высот, поэтому имеют вид прямых линий.

? **175.1.** Г-образная трубка, длинное колено которой открыто, наполнена водородом (рис. 298). Куда будет выгнута резиновая пленка, закрывающая короткое колено трубки?

§ 176. Физиологическое действие пониженного давления воздуха. Поднимаясь в горы, человек попадает в область пониженного давления воздуха; на значительной высоте понижение давления приводит к целому ряду болезненных явлений, получивших название горной болезни.

Самым важным обстоятельством является нехватка кислорода; при каждом вдохе в легкие человека попадает определенный объем воздуха; чем более разрежен воздух, тем меньшая масса его и, значит, тем меньшая масса его составной части — кислорода — попадает в легкие при каждом вдохе. При умеренной высоте подъема это отчасти компенсируется учащением дыхания; при дальнейшем подъеме становится необходимым применение кислородных приборов, дающих возможность дышать запасенным чистым кислородом.

Особенно важное значение имеет применение кислородных приборов в высотной авиации. На больших высотах, достигаемых в настоящее время стратостатами и самолетами, искусственное питание организма чистым кислородом уже невозможно. На таких высотах человек может существовать лишь в герметически закрытой кабине, в которую нагнетают до достаточного давления наружный разреженный воздух. На высотах, достигаемых искусственными спутниками Земли, атмосфера практически отсутствует. Поэтому снабжать воздухом закрытые кабины спутников можно только из взятого с собой запаса сжатого воздуха или кислорода.

§ 177. Закон Архимеда для газов. На поверхность твердого тела, погруженного в газ, действуют силы давления газа, равнодействующая которых направлена вверх. Это выталкивающая сила газа. Точно так же, как мы это сделали в главе о жидкостях (§ 160), можно доказать, что выталкивающая *сила равна весу газа в объеме погруженного в газ тела.*

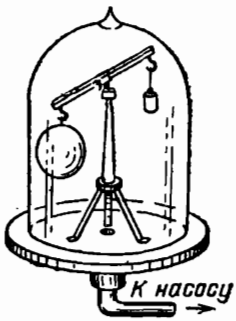


Рис. 299. При откачивании воздуха из-под колокола шар перетягивает гирьку

Возникновение этой силы объясняется, так же как и для жидкостей, тем, что нижние слои газа сжаты сильнее, чем верхние, и поэтому давление на нижнюю часть тела больше, чем на его верхнюю часть.

Обнаружить существование выталкивающей силы в газе можно так. Поместим под колокол воздушного насоса рычаг, на одном конце которого укреплен большой полый стеклянный шар, а на другом — уравновешивающая его маленькая гирька (рис. 299). Откачивая воздух из колокола, увидим, что равновесие рычага нарушится и шар начнет опускаться. Это объясняется тем, что при откачке воздуха устраняется выталкивающая сила: на тело в пустоте действует только сила тяжести. Так как для большого шара выталкивающая сила больше, чем для гирьки, то после

удаления воздуха шар перевешивает гирьку. Выталкивающую силу воздуха приходится принимать во внимание при точном определении массы тела путем взвешивания, вводя соответственную поправку как для взвешиваемого тела, так и для гирек.

? **177.1.** Плотность человеческого тела можно принять равной 10^3 кг/м^3. На сколько выталкивающая сила воздуха уменьшает вес человека, если в воздухе он весит 756 Н?

177.2. Нужно ли вводить поправку на выталкивающую силу воздуха при точном взвешивании куска латуни, если гирьки сделаны тоже из латуни?

§ 178. Воздушные шары и дирижабли. Полет воздушного шара или дирижабля в воздухе напоминает плавание подводной лодки под водой. Если масса всего летательного аппарата, сложенная с массой газа, заполняющего оболочку, меньше массы воздуха в объеме, вытесняемом аппаратом, то шар поднимается вверх: если эти массы равны, шар неподвижно висит в воздухе; если масса аппарата с газом больше массы вытесняемого воздуха, шар опускается. Таким образом, для того чтобы полет был возможен, масса самого летательного аппарата без газа должна быть меньше или в крайнем случае равна разности масс легкого газа, заполняющего оболочку, и воздуха в том же объеме.

Хотя, как мы видим, закон Архимеда для газов объясняет полет воздушного шара, выталкивающая сила возникает здесь не так, как в случае твердого тела, находящегося

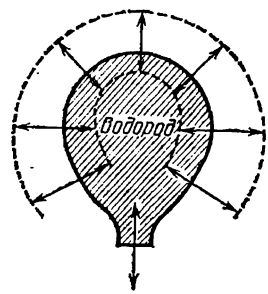


Рис. 300. Стрелки, идущие внутрь шара, изображают силы давления наружного воздуха на оболочку; стрелки, идущие наружу,— силы давления газа, наполняющего оболочку

в газе. В самом деле, рассмотрим подробнее, какие силы действуют на оболочку воздушного шара, наполненного легким газом, например водородом. Нижнюю часть оболочки воздушного шара оставляют открытой (рис. 300); давление водорода у нижнего отверстия равно давлению воздуха. Давление воздуха и давление водорода уменьшаются с высотой; значит, как давление воздуха, так и давление водо-

рода на разных участках оболочки будут меньше, чем давление у нижнего отверстия; но, как мы видели (§ 175), давление более легкого водорода убывает с высотой медленнее, чем давление воздуха. Поэтому на оболочку изнутри будет действовать большее давление, причем наибольшая разница давлений водорода и воздуха получится в верхней части оболочки. Следовательно, сила, действующая на купол оболочки изнутри и направленная снизу вверх, будет больше силы, действующей снаружи и направленной сверху вниз; разность между этими силами и уравновесит вес шара, т. е. оболочки, корзины и груза. Таким образом, выталкивающая сила создается здесь не благодаря разности давлений на нижнюю и верхнюю части тела (как в случае твердого тела), а благодаря разности давлений изнутри и снаружи на верхнюю часть оболочки.

В начале полета шар наполнен водородом настолько, что выталкивающая сила превосходит силу тяжести: вес вытесняемого воздуха больше веса шара и заполняющего его газа, и шар летит вверх. Когда шар достигает слоев воздуха с меньшим давлением, водород расширяется и часть его может выйти через нижнее отверстие наружу. Таким образом, на высоте уменьшается и наружное давление воздуха, и давление водорода внутри шара; уменьшается и равнодействующая сил этих давлений, т. е. выталкивающая сила.

Наконец, на некоторой высоте шар останавливается в равновесии — «вывешивается». Вес вытесняемого воздуха на этой высоте как раз равен весу шара с находящимся в нем газом. Для того чтобы опуститься на землю, следует выпустить из оболочки часть газа, уменьшив таким образом вытесняемый объем воздуха. Для этого в верхней части баллона имеется клапан, который можно открыть при помощи веревки из корзины шара. При открывании клапана газ, имеющий, как мы видели, большее давление, чем окружающий воздух, выходит наружу. Клапан в нижней части оболочки не выпускал бы газ, так как давления водорода и воздуха здесь одинаковы.

Первые воздушные шары, «монгольфьеры», изобретенные в 1783 г. во Франции братьями Монгольфье, наполнялись горячим воздухом. Газы расширяются при нагревании; поэтому масса нагретого воздуха в шаре меньше массы вытесненного холодного воздуха. Но уменьшение плотности невелико: при нагревании от 0 до 100 °С — всего на 27 %. Таким образом, на вес оболочки, корзины, экипажа и полезного груза приходится в монгольфьере всего 27 % веса воздуха, вытесняемого оболочкой. Поэтому даже очень большие шары-монгольфьеры имели малую выталкивающую силу.

Вскоре после изобретения монгольфьеров французский физик Жак Шарль (1746—1823) предложил наполнять воздушные шары водородом, плотность которого в четырнадцать раз меньше плотности воздуха. Водородный воздушный шар имеет гораздо бо́льшую выталкивающую силу, чем монгольфьер такого же размера.

Большой недостаток водородных аэростатов — горючесть водорода, образующего с воздухом взрывчатую смесь. Поэтому, когда были открыты большие природные источники негорючего легкого газа гелия, то воздушные шары и дирижабли стали иногда заполнять гелием. Наполнив шар гелием вместо водорода, мы утяжелим шар на 1/14 его полного веса. На эту величину уменьшится вес полезного груза. На вес оболочки, корзины, экипажа и полезного груза приходится в водородном шаре 13/14, а в гелиевом — 6/7 веса вытесняемого воздуха. Добавочный вес заметно уменьшает высоту, на которой шар данного размера «вывесится», т. е. понижает «потолок» шара. Поэтому огромные воздушные шары, предназначенные для полетов на большие высоты (стратостаты), наполняются водородом.

В начале XX века были произведены первые практические опыты с управляемыми воздушными шарами — дирижаблями, снабженными двигателями и воздушными винтами. Во время мировой войны 1914—1918 гг. дирижабли играли уже значительную роль. Однако дирижабли

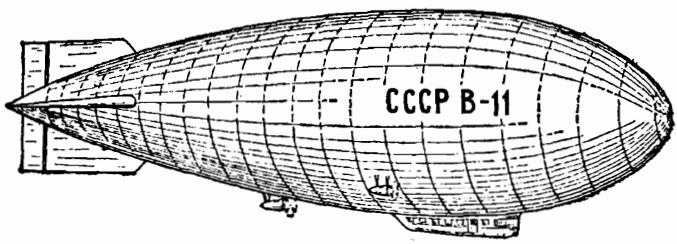


Рис. 301. Дирижабль

не могут конкурировать по надежности, простоте управления и скорости с самолетами.

Дирижаблю придается удлиненная «обтекаемая» форма, чтобы сопротивление воздуха при поступательном движении было возможно меньшим (рис. 301). Некоторые типы дирижаблей имеют металлический каркас («цеппелины»). Другие типы дирижаблей сохраняют свою форму благодаря тому, что давление газа внутри оболочки поддерживается все время несколько бо́льшим, чем наружное атмосферное давление. Главное преимущество дирижаблей по сравнению с самолетами — способность неподвижно висеть в воздухе и подниматься и опускаться по вертикали, не работая при этом моторами.

? **178.1.** Масса оболочки, корзины и снаряжения воздушного шара объема 1500 м³ равна 800 кг. Найдите массу груза, который может поднять шар при заполнении его водородом или гелием. Плотности водорода, гелия и воздуха равны соответственно 0,09, 0,18 и 1,29 кг/м³.

§ 179. Применение сжатого воздуха в технике. В строительной, судостроительной, горной промышленностях и в других областях техники широко применяют пневматические

инструменты, т. е. инструменты, приводимые в действие сжатым воздухом. На любом большом заводе применяют пневматические молотки и сверла; в шахтах пользуются пневматическими отбойными молотками.

Каждый такой инструмент присоединяется резиновым шлангом к магистрали — трубе, в которую непрерывно

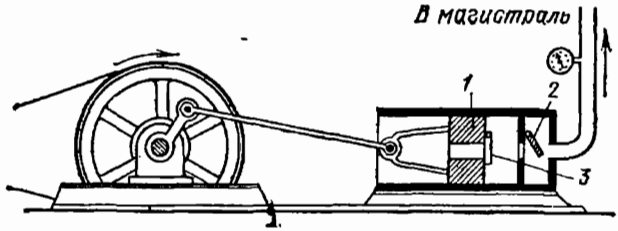


Рис. 302. Схема компрессора

накачивается воздух с центральной компрессорной станции. Простейшая схема нагнетательного насоса-компрессора показана на рис. 302. При вращении маховика поршень *1* движется в цилиндре вправо и влево. При движении поршня вправо сжатый воздух открывает клапан *2* и нагнетается в магистраль; при движении влево новая порция воздуха засасывается в цилиндр из атмосферы, причем клапан *2* закрывается, а клапан *3* открывается.

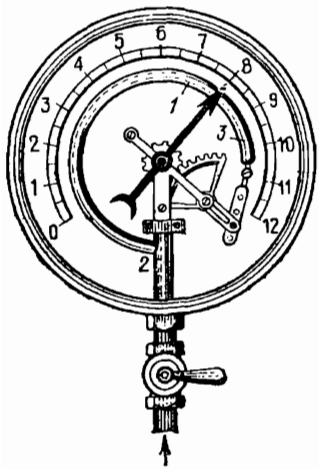


Рис. 303. Устройство манометра для больших давлений

На рис. 303 показано устройство манометра, применяемого для измерения давления сжатого воздуха или других газов. Полая металлическая трубка *1* овального сечения, изогнутая в виде кольца, подсоединяется открытым концом *2* к объему, давление в котором нужно измерить. Вблизи конца *2* трубка жестко прикреплена к корпусу манометра. Закрытый конец *3* соединен с механизмом, приводящим в движение стрелку прибора. Чем больше давление газа, тем больше распрямляется трубка *1* и тем больше отклоняется стрелка. Обычно положение стрелки, соответствующее атмосферному давлению, отмечается нулем на шкале. Тогда

манометр показывает, на сколько измеряемое давление превышает атмосферное: показания прибора дают так называемое «избыточное давление». Такие манометры употребляют, например, для измерения давления пара в паровых котлах.

Укажем еще несколько применений сжатого воздуха.

Воздушные (пневматические) тормоза широко применяют на железных дорогах, в трамвае, троллейбусах,

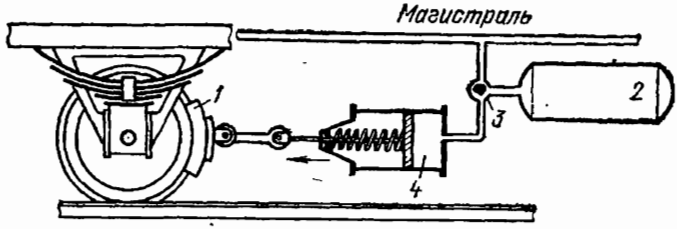


Рис. 304. Схема устройства воздушного тормоза на поездах железной дороги

метро, автомашинах. В пневматических тормозах на поездах тормозные колодки *1* прижимаются к бандажам колес сжатым воздухом, находящимся в резервуаре *2*, расположенном под вагоном (рис. 304). Управление тормозами производится при помощи изменения давления воздуха в магистральной трубе, которая соединяет вагоны с главным резервуаром сжатого воздуха, находящимся на тепловозе и наполняемом компрессором. Управление устроено так, что при уменьшении давления в магистрали распределительный кран *3* соединяет резервуар *2* с тормозным цилиндром *4* и тем самым осуществляет торможение. Уменьшение давления в магистрали может осуществляться машинистом, который отъединяет магистраль от компрессора и соединяет ее с атмосферой. Тот же результат может быть достигнут, если открыть кран экстренного торможения в любом вагоне или случится обрыв магистрали.

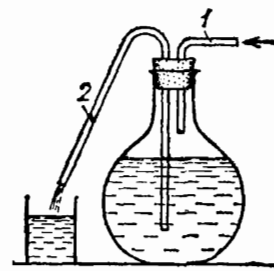


Рис. 305. Устройство для переливания дистиллированной воды

Сжатым воздухом пользуются в нефтяной промышленности при добыче нефти. В районе залежей нефти под землю накачивают сжатый воздух, вытесняющий на поверхность нефть. Иногда, вследствие каких-либо процессов, происхо-

дящих в нефтеносном слое, в подземных слоях накапливается сжатый газ. Если пробурить в земле скважину, доходящую до уровня нефти, газ будет вытеснять нефть на поверхность земли. Разность давлений подземного газа и атмосферы бывает настолько велика, что заставляет нефть, поднявшуюся по скважине, бить высоким фонтаном.

На том же принципе основан прибор, которым часто пользуются в лабораториях для переливания дистиллированной воды из сосуда. Если подуть в трубочку *1* прибора (рис. 305), то из трубки *2* будет выливаться вода. Так как сосуд все время закрыт пробкой, то жидкость может долгое время сохраняться, не загрязняясь.

Для освобождения от воды («продувки») балластных отсеков подводной лодки воду вытесняют сжатым воздухом, хранящимся на борту лодки в специальных баллонах.

Глава IX. ГИДРОДИНАМИКА И АЭРОДИНАМИКА

§ 180. Давление в движущейся жидкости. Мы уже знаем, что давление жидкости определяется степенью ее сжатия. Мы измеряем давление в покоящейся жидкости, погружая в нее манометр (§ 145). Погружение манометра в покоящуюся жидкость не изменяет степени ее сжатия; это позволяет правильно измерить давление жидкости.

Измерение давления в *движущейся* жидкости, например давления воды, текущей в трубе, или давления воздуха при ветре, сопряжено с большими затруднениями. Конечно, и в этом случае давление определяется степенью сжатия жидкости. Но манометр, погруженный в поток, является препятствием, которое может заметным образом изменить течение. При этом изменится и степень сжатия, а следовательно, и давление в разных точках жидкости. Таким образом, манометр, внесенный в поток, может измерить не то давление, которое существовало в потоке до его погружения, и, следовательно, показания его могут не дать правильной картины распределения давления в жидкости до внесения препятствия.

Изменение давления, вносимое препятствием, ясно на примере действия паруса. При равномерном ветре степень сжатия воздуха в соседних участках одна и та же, а поэтому можно было бы думать, что силы давления, действующие по обе стороны паруса, будут одинаковы и, следовательно, ветер не будет двигать парусное судно. Но в действительности парус существенно изменяет движение воздуха. Воздух, ударяясь о препятствие (парус), сжимается, подобно тому как сжимается мяч, ударившийся о стенку; со стороны ветра слои воздуха, прилегающие к парусу, сжаты сильнее, чем остальной воздух: здесь давление повышается. Напротив, с другой стороны паруса воздух, обтекая парус, оказывается менее сжатым, и давление здесь уменьшено. Таким образом, с одной стороны паруса давление повышено, а с другой — понижено. Возникает сила, приложенная к парусу, которая и движет судно.

Как и парус в потоке воздуха, манометр, погруженный в текущую жидкость, также изменяет скорость потока. Если повернуть манометр мембраной к потоку, получим большее показание; повернув манометр мембраной вдоль потока, получим меньшее показание; наконец, повернув мембрану на 180° от направления потока, получим еще меньшее показание. Когда манометр, представляющий собой плоскую коробку, расположен мембраной вдоль потока, то он мало изменяет скорость движения жидкости и степень ее сжатия; поэтому при таком положении мембраны показание манометра будет близко к давлению в потоке до погружения манометра.

Как же сделать, чтобы препятствие, погруженное в поток, совсем не изменяло скорости жидкости? Для этого нужно, чтобы препятствие само двигалось с той же скоростью, что и жидкость в потоке. Например, воздушный шар уносится воздухом с постоянной скоростью, равной скорости ветра. Поэтому он не нарушает движения окружающего воздуха, не создает в нем ни сгущений, ни разрежений; для такого шара движение воздуха неощутимо, так как воздух по отношению к нему не движется.

Так же и манометр, перемещающийся вместе с жидкостью, не будет изменять движения окружающих его слоев жидкости и покажет давление, которое было в потоке до его погружения. В этом случае жидкость *неподвижна по отношению к манометру* и измерение давления происходит так же, как и в гидростатике. На манометр, движущийся вместе с жидкостью, действует со стороны жидкости давление, которое соответствует степени сжатия жидкости в ненарушенном потоке.

Давление, которое можно было бы измерить манометром, движущимся вместе с жидкостью, называют *статическим* давлением. Показание же неподвижного манометра, мембрана которого поставлена перпендикулярно к потоку, называют *полным* давлением.

Итак, для измерения статического давления следует применять движущийся манометр, а для измерения полного давления — неподвижный. Однако на практике было бы крайне затруднительно применять движущийся манометр. Чтобы обойти это затруднение, прибору дают такую форму, при которой скорость течения вблизи места, где измеряется давление, не изменяется. Такой прибор можно сделать в виде узкой трубки с закругленным закрытым концом и с отверстиями *сбоку* (рис. 306, *а*). Струи потока, проходя мимо отверстий, практически сохраняют свою

скорость неизменной, и в колене манометра, соединенного с такой трубкой, создается статическое давление. Такая трубка носит название *зонда*. Если же взять открытую с конца трубку, отверстие которой обращено к потоку (рис. 306, *б*), то у отверстия струя будет останавливаться,

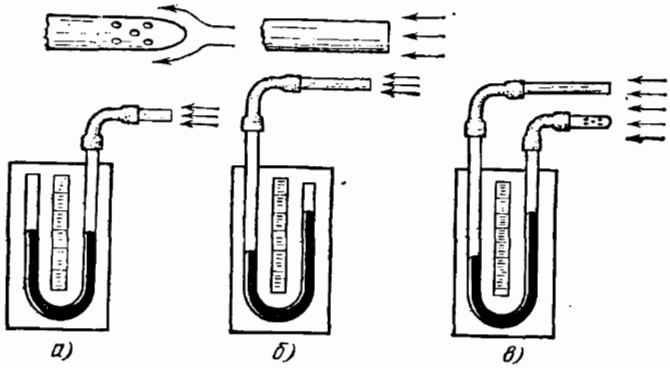


Рис. 306. *а*) При обдувании зонда показание манометра не меняется. *б*) При обдувании трубки Пито манометр показывает повышенное давление. *в*) Схема измерителя скорости потока

как и перед мембраной, так что в колене манометра, присоединенного к такой трубе, создастся полное давление. Такая трубка называется *трубкой Пито*. Манометр, соединенный с трубкой Пито, показывает более высокое давление, чем манометр, соединенный с зондом.

Присоединим теперь обе трубки к двум коленам одного и того же манометра (рис. 306, *в*). Тогда манометр будет показывать разность между полным и статическим давлениями. Чем больше скорость набегающего потока, тем больше эта разность. Поэтому по показаниям манометра, соединенного с такими трубками, можно судить о скорости потока. Мы получаем *измеритель скорости потока*, который можно применять как для измерения скорости воздуха, так и для измерения скорости течения жидкости.

Такие измерители скорости устанавливаются на самолетах. Они измеряют скорость воздуха относительно самолета или, что то же, скорость самолета относительно воздуха. Измеритель скорости — один из самых важных приборов, используемых при пилотировании самолета.

§ 181. Течение жидкости по трубам. Трение жидкости. Для измерения статического давления жидкости, текущей в трубе, можно применить такое устройство: к маленьким

отверстиям, просверленным в трубе, присоединяют вертикальные открытые сверху трубочки (манометрические трубки, рис. 307). Если жидкость в трубе находится под давлением, то в вертикальной трубочке жидкость поднимается на высоту, соответствующую статическому давлению в данном месте трубы *). В самом деле, небольшое отверстие почти не внесет изменений в поток жидкости, текущей в трубе. Устанавливая манометрические трубки в разных местах трубы, мы сможем измерить статическое давление в соответственных точках.

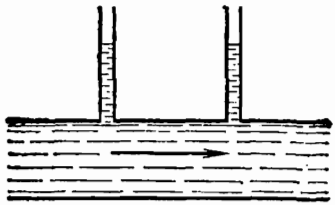


Рис. 307. Манометрические трубки показывают статическое давление в трубе, по которой течет жидкость

Исследуем при помощи манометрических трубок статическое давление жидкости, текущей вдоль трубы постоянного сечения. Для этого воспользуемся прибором, изображенным на рис. 308. По высоте воды в манометрических трубках, расположенных вдоль трубы, мы можем определить статическое давление в разных местах трубы. Опыт показывает, что вдоль трубы по течению давление падает: чем дальше от начала трубы, тем меньше статическое давление

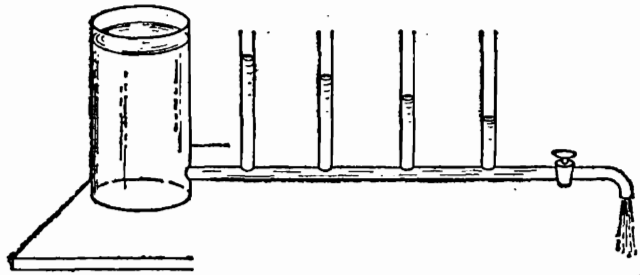


Рис. 308. Манометрические трубки показывают падение давления вдоль трубы, по которой течет вода

текущей жидкости. При этом в узких трубах давление падает быстрее, чем в широких. В достаточно широких и коротких трубах при не очень большой скорости течения падение давления практически незаметно.

*) Точнее, разности между этим статическим давлением и наружным атмосферным давлением.

Падение давления жидкости в трубе объясняется трением. На жидкость, текущую по трубе, действуют со стороны стенок трубы силы трения; они направлены противоположно движению жидкости. Выделим мысленно в трубе объем жидкости $ABCD$ (рис. 309). Со стороны стенок трубы

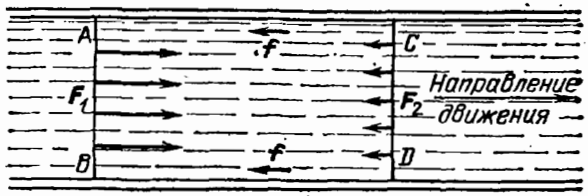


Рис. 309. Сумма сил давления F_1 и F_2 уравновешивает силы трения f со стороны стенок трубы

на выделенный объем действуют силы трения f. Если жидкость течет по трубе равномерно (с постоянной скоростью), то силы давления, действующие на выделенный объем, должны уравновешивать силы трения. Отсюда заключаем, что сила давления F_1, действующая в направлении движения, по модулю должна быть больше силы давления F_2, действующей в противоположном направлении. Поэтому давление на задней поверхности AB выделенного объема должно быть больше давления на передней поверхности CD, т. е. давление должно убывать вдоль трубы по течению.

Если увеличить скорость жидкости, текущей по трубе, то сила трения возрастет. Поэтому при быстром течении жидкости падение давления в данной трубе больше, чем при медленном течении. При данной скорости течения трение сказывается сильнее в узких трубах, чем в широких; поэтому вдоль узких труб давление падает быстрее.

При устройстве водопроводов необходимо учитывать падение давления в водопроводных трубах. Когда все краны водопровода закрыты и вода по трубам не течет, то давление воды соответствует высоте водонапорной башни (§ 155). В покоящейся жидкости никаких сил трения не возникает. Если же краны открыты и вода течет, то трение в трубах вызывает падение давления: «напор» воды уменьшается. Чем большее число кранов открыто и чем быстрее течет вода, тем больше падает напор.

При недостаточной высоте водонапорной башни может оказаться, что падение давления воды в трубах больше, чем давление, соответствующее высоте башни над верхними этажами дома. Тогда вода перестанет течь из кранов верх-

них этажей. Но в часы, когда потребление воды невелико, потери давления уменьшаются и вода в верхних этажах появляется снова; и, вообще, давление воды в водонапорной сети больше всего ночью, когда расход воды мал, скорость движения воды по трубам мала, и поэтому трение сравнительно невелико.

Падение давления в водопроводе демонстрируется на следующей модели (рис. 310). Узкая (для увеличения трения) труба A и ее ответвление B, снабженные манометрическими трубками, могут закрываться кранами a и b.

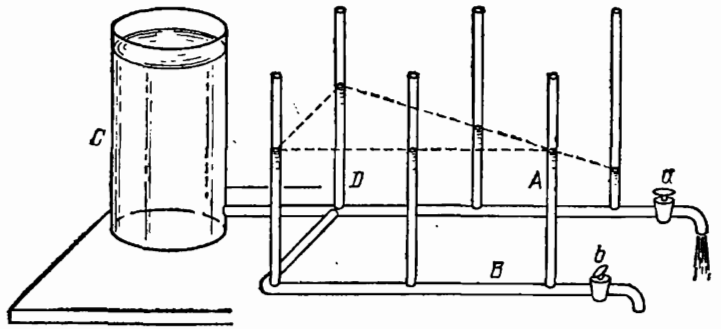


Рис. 310. Прибор для демонстрации падения давления в водопроводе

Если налить воду в сосуд C и закрыть краны, то давление в трубах A и B будет соответствовать высоте налитой воды и вода во всех манометрических трубках будет стоять на том же уровне, что и в сосуде C. Если немного открыть кран a, то в трубе A мы увидим знакомую уже нам картину падения давления вдоль трубы; в трубе B давление упадет, но будет одинаково во всех точках и равно давлению в точке D. Если больше открыть кран a, то и падение давления вдоль трубы A станет больше. Если приоткрыть еще кран b, то появится падение давления воды вдоль трубы B и одновременно уменьшится давление во всех точках трубы A.

§ 182. Закон Бернулли *). Как мы упоминали, в трубах не очень длинных и достаточно широких трение настолько невелико, что им можно пренебречь. При этих условиях падение давления так мало, что в трубе постоянного сече-

*) Д. Бернулли вывел уравнение (называемое *уравнением Бернулли*), которое связывает давление в жидкости со скоростью ее течения. Из уравнения Бернулли получается соотношение, которое в этом параграфе называется законом Бернулли. Следует иметь в виду, что термин «закон Бернулли» не является общепринятым. (*Примеч. ред.*)

ния жидкость в манометрических трубках находится практически на одной высоте. Однако, если труба имеет в разных местах неодинаковое сечение, то даже в тех случаях, когда трением можно пренебречь, опыт обнаруживает, что статическое давление в разных местах различно.

Возьмем трубу неодинакового сечения (рис. 311) и будем пропускать через нее постоянный поток воды. По уровням в манометрических трубках мы увидим, что в суженных

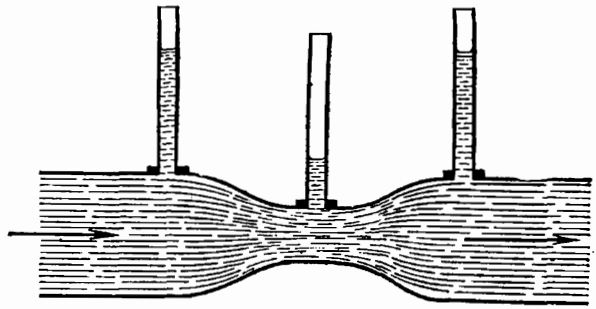


Рис. 311. В узких частях трубы статическое давление текущей жидкости меньше, чем в широких

местах трубы статическое давление меньше, чем в широких. Значит, при переходе из широкой части трубы в более узкую степень сжатия жидкости уменьшается (давление уменьшается), а при переходе из более узкой части в широкую — увеличивается (давление увеличивается).

Это объясняется тем, что в широких частях трубы жидкость должна течь медленнее, чем в узких, так как количество жидкости, протекающей за одинаковые промежутки времени, одинаково для всех сечений трубы. Поэтому при переходе из узкой части трубы в широкую скорость жидкости уменьшается: жидкость тормозится, как бы натекая на препятствие, и степень сжатия ее (а также ее давление) растет. Наоборот, при переходе из широкой части трубы в узкую скорость жидкости увеличивается и сжатие ее уменьшается: жидкость, ускоряясь, ведет себя подобно распрямляющейся пружине.

Итак, мы видим, что *давление жидкости, текущей по трубе, больше там, где скорость движения жидкости меньше, и обратно: давление меньше там, где скорость движения жидкости больше.* Эту зависимость между скоростью жидкости и ее давлением называют *законом Бернулли* по имени швейцарского физика и математика Даниила Бернулли (1700—1782).

Закон Бернулли имеет место и для жидкостей и для газов. Он остается в силе и для движения жидкости, не ограниченного стенками трубы,— в свободном потоке жидкости. В этом случае закон Бернулли нужно применять следующим образом.

Допустим, что движение жидкости или газа не изменяется с течением времени (установившееся течение). Тогда мы можем представить себе внутри потока линии, вдоль которых происходит движение жидкости. Эти линии называются *линиями тока*; они разбивают жидкость на отдельные струи, которые текут рядом, не смешиваясь. Линии тока можно сделать видимыми, вводя в поток воды жидкую краску через тонкие трубочки. Струйки краски располагаются вдоль линий тока. В воздухе для получения видимых линий тока можно воспользоваться струйками дыма. Можно показать, что закон Бернулли применим для каждой струи в отдельности: давление больше в тех местах струи, где скорость в ней меньше и, следовательно, где сечение струи больше, и обратно. Из рис. 311 видно, что

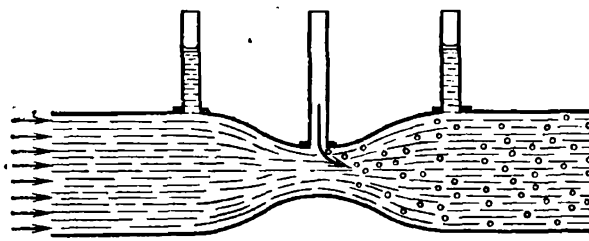


Рис. 312. Воздух засасывается в узкую часть трубы, где давление меньше атмосферного

сечение струи велико в тех местах, где линии тока расходятся; там же, где сечение струи меньше, линии тока сближаются. Поэтому закон Бернулли можно сформулировать еще так: *в тех местах потока, где линии тока гуще, давление меньше, а в тех местах, где линии тока реже, давление больше.*

Возьмем трубу, имеющую сужение, и будем пропускать по ней с большой скоростью воду. Согласно закону Бернулли, в суженной части давление будет понижено. Можно так подобрать форму трубы и скорость потока, что в суженной части давление воды будет меньше атмосферного. Если теперь присоединить к узкой части трубы отводную трубку (рис. 312), то наружный воздух будет засасываться в место с меньшим давлением: попадая в струю, воздух будет уно-

ситься водой. Используя это явление, можно построить разрежающий насос — так называемый *водоструйный насос*. В изображенной на рис. 313 модели водоструйного насоса засасывание воздуха производится через кольцевую щель *1*,

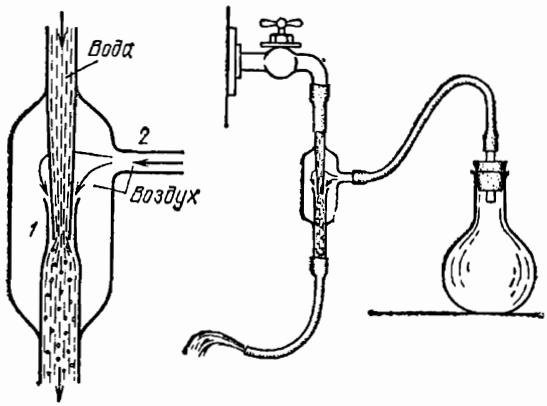


Рис. 313. Схема водоструйного насоса

вблизи которой вода движется с большой скоростью. Отросток *2* присоединяется к откачиваемому сосуду. Водоструйные насосы не имеют движущихся твердых частей (как, например, поршень в обычных насосах), что составляет одно из их преимуществ.

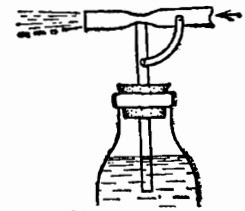


Рис. 314. Пульверизатор

Будем продувать воздух по трубке с сужением (рис. 314). При достаточной скорости воздуха давление в суженной части трубки будет ниже атмосферного. Жидкость из сосуда будет засасываться в боковую трубку. Выходя из трубки, жидкость будет распыляться струей воздуха. Этот прибор называется *пульверизатором* — распылителем.

§ 183. Жидкость в неинерциальных системах отсчета. Пусть сосуд с жидкостью движется ускоренно. Будем рассматривать движение жидкости относительно сосуда как неинерциальной системы отсчета и введем силы инерции. Жидкость будет находиться в равновесии под действием всех сил, приложенных к ней, включая и силы инерции.

Рассмотрим сначала случай поступательно движущейся неинерциальной системы отсчета. Пусть, например, желез-

нодорожная цистерна с жидкостью движется с ускорением a по горизонтальному прямолинейному участку пути. В системе отсчета, связанной с цистерной, на каждую частицу жидкости будет действовать сила тяжести mg (где m — масса частицы), направленная вертикально вниз, и сила инерции $-ma$, направленная горизонтально в сторону, противоположную ускорению цистерны (рис. 315). Сумма

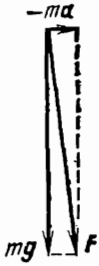


Рис. 315. Сумма F сил mg и $-ma$ отклонена в сторону, обратную ускорению a

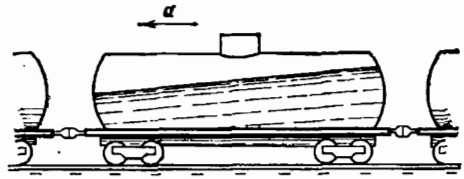


Рис. 316. Свободная поверхность жидкости в ускоренно движущейся цистерне отклонена в сторону, обратную ускорению

этих сил F отклонена от вертикали в сторону, обратную ускорению. Но мы знаем (§ 138), что свободная поверхность жидкости всегда располагается перпендикулярно к силе, действующей на частицы жидкости. Значит, поверхность жидкости наклонится по отношению к горизонту (рис. 316): *в состоянии равновесия относительно поступательно движущейся неинерциальной системы отсчета свободная поверхность жидкости оказывается наклоненной к горизонту.* Это легко проверить, например, быстро приводя в движение стакан с водой или быстро останавливая его. Если ускорение достаточно велико, вода выплескивается: нести полный доверху стакан «осторожно» — значит нести его с малым ускорением.

Если ускорение направлено не по горизонтали, а по вертикали, то действие сил инерции сводится к тому, что вес жидкости увеличивается (если ускорение направлено вверх, как при взлете ракеты) или уменьшается (если ускорение направлено вниз). Соответственно увеличивается или уменьшается давление жидкости на дно сосуда. Например, при взлете ракеты или при выводе самолета из пикирования давление горючего на дно баков возрастает (перегрузка). Возрастает и вес крови в сосудах летчика или космонавта: если тело летчика расположено вертикально, это вызовет

отлив крови от головы и может привести к обмороку. Поэтому сидения летчиков устраивают так, чтобы ускорение было направлено от спины к груди, а не от ног к голове. Напротив, в условиях невесомости (§ 133) вес жидкости исчезает; жидкость не вытекает из наклоненного или опрокинутого сосуда, выталкивающая сила исчезает: тяжелый предмет в воде не тонет, а легкий не всплывает. О других особенностях в поведении газов и жидкостей в условиях невесомости см. в §§ 212 и 249.

Теперь рассмотрим случай жидкости, покоящейся относительно вращающейся системы отсчета. Подвесим ведерко на длинной нити и, закрутив нить, дадим ей раскручиваться. Стенки вращающегося ведерка увлекут за собой жидкость, и она будет вращаться вместе с ведерком, т. е. окажется в покое относительно ведерка. В этом случае возникает

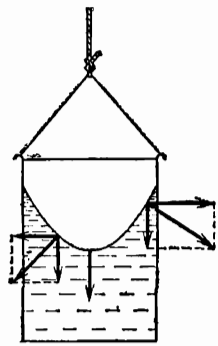


Рис. 317. Свободная поверхность воды, покоящейся относительно вращающегося ведерка, и схема сил, действующих на частицы жидкости при разных расстояниях от оси вращения

центробежная сила инерции (§ 119), которая растет при удалении от оси вращения. Значит, результирующая силы тяжести и центробежной силы инерции будет все более отклоняться от вертикали при удалении от оси вращения. В результате свободная поверхность жидкости не только отклонится от горизонтали, но и искривится: наклон к горизонтали будет увеличиваться от оси к стенке ведерка (рис. 317). Свободная поверхность жидкости в сечении вертикальной плоскостью оказывается параболой.

? **183.1.** Покажите, что тангенс угла наклона жидкости к горизонту в цистерне, движущейся ускоренно по горизонтальному прямолинейному участку пути, равен отношению ускорения цистерны к ускорению свободного падения.

183.2. Как расположится свободная поверхность воды: а) в цистерне, свободно скатывающейся по наклонному пути; б) при равномерном движении цистерны по наклонному пути?

183.3. Поезд идет по закруглению радиуса 1 км со скоростью 72 км/ч. Под каким углом к горизонту расположена свободная поверхность воды в сосуде, стоящем в вагоне?

§ 184. Реакция движущейся жидкости и ее использование. Положим на стол согнутую под прямым углом стеклянную трубку, соединенную резиновой трубкой с водопроводом (рис. 318). При истечении воды трубку будет отбрасывать

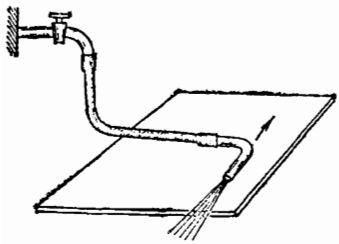


Рис. 318. При открывании крана изогнутая трубка начинает двигаться по направлению стрелки

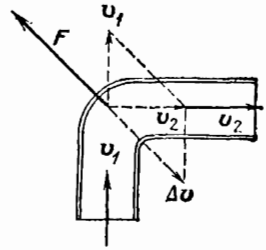


Рис. 319. При изменении направления течения воды на трубку действует сила реакции струи воды F

в направление стрелки. Для объяснения этого опыта рассмотрим силы, действующие со стороны протекающей жидкости на изогнутую трубку. Пусть жидкость входит в трубку со скоростью v_1 (рис. 319) и выходит из трубки со скоростью v_2. Допустим для простоты расчета, что трубка имеет повсюду одно и то же сечение. В таком случае скорости v_1 и v_2 по модулю равны, но направления их различны. Следовательно, скорость получает приращение $\Delta v = v_2 - v_1$. Это означает, что при течении по изогнутой трубке жидкость испытывает ускорение, среднее значение которого направлено вдоль вектора Δv. Ускорение сообщается жидкости силами, с которыми стенки трубки действуют на жидкость. По третьему закону Ньютона на трубку со стороны жидкости действует сила противодействия F, направленная противоположно вектору Δv. Эту силу мы будем называть силой реакции струи жидкости. В описанном опыте *трубка отклоняется в сторону силой реакции струи*.

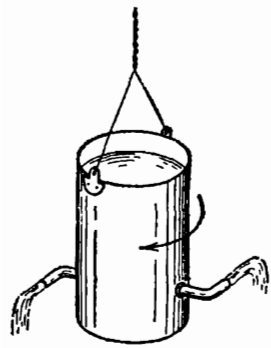


Рис. 320. Ведерко вращается в сторону, обратную направлению вытекания струи

Другой пример действия силы реакции струи дает опыт, изображенный на рис. 320. При вытекании воды через изогнутые трубки ведерко вращается в направлении, указанном стрелкой. Для объяснения этого опыта нужно проследить направление сил реакции вытекающей воды. В опыте, изображенном на рисунке, эти силы поворачивают ведерко по часовой стрелке (если смотреть сверху). Такого рода прибор носит название *сегнерова колеса*. Для поливки парковых лужаек иногда применяют насадку в виде сегнерова колеса. Вращаясь на водопроводной колонке, такая насадка разбрызгивает воду по большому кругу, орошая лужайку.

Реакция струи обнаруживается не только при течении жидкости по изогнутой трубке, но и во всех случаях, когда струя жидкости или газа изменяет свое направление, встречая на пути твердые тела. На этом принципе основано действие *турбин*, где реакция струи используется для получения вращения.

В различных типах турбин изменение направления струи воды или пара достигается различными устройствами. Примером такого устройства служит паровая турбина, главной частью которой является колесо с лопатками (ротор), косо насаженными на обод (рис. 321). Силовая струя пара ударяется о лопатки, отражаясь от них, изменяет свое направление (рис. 322). При этом возникает

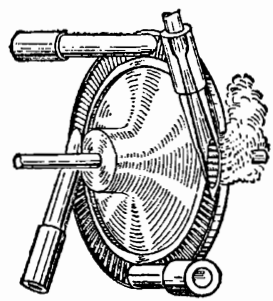


Рис. 321. Паровая турбина

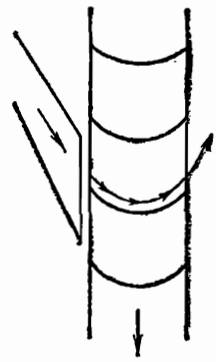


Рис. 322. Сопло и лопатки турбины

сила реакции, действующая со стороны струи на лопатки. Эта сила и вращает колесо турбины. Несколько иначе устроены водяные турбины гидростанций (рис. 323), но и здесь

турбину вращает сила реакции струй воды, отклоняемых лопастями.

На этом же явлении реакции струи основано действие ветряных мельниц и ветродвигателей. Набегающий поток воздуха отклоняется крыльями ветряной мельницы, косо

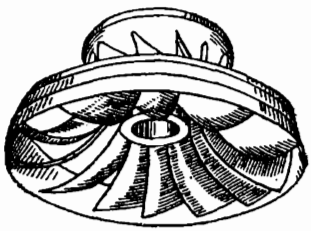


Рис. 323. Колесо водяной турбины

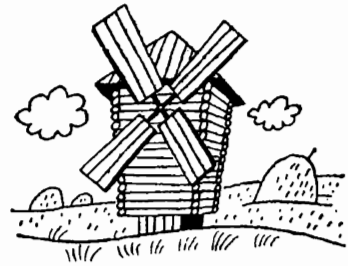


Рис. 324. Ветряная мельница

насаженными на ось. При этом на каждое крыло действует сила реакции потока воздуха, которая вращает крылья мельницы (рис. 324).

§ 185. Перемещение на воде. В гл. VII мы выяснили вопрос о плавании судов на поверхности воды. Теперь нам нужно объяснить, как *передвигаются* суда. Здесь вопрос стоит иначе, чем для передвижения механических экипажей по поверхности земли. Например, автомобиль движет сила трения покоя между колесами и грунтом (§ 66); можно сказать, что колеса отталкиваются от неподвижного твердого грунта. Иначе обстоит дело на воде, ибо в воде, как и в любой жидкости, силы трения покоя отсутствуют (§ 67).

В судостроении применяется несколько видов механизмов, приводящих суда в движение, так называемых «движителей»: гребной винт, гребное колесо и некоторые другие; но принцип действия всех этих устройств одинаков. Движитель, погруженный в воду, приводится во вращение судовой машиной. Со стороны движителя на воду действует сила, которая гонит воду в одном направлении, сообщая ускорение все новым массам воды. По третьему закону Ньютона на движитель со стороны отталкиваемой воды действует равная сила, направленная в противоположную сторону (реакция отбрасываемой струи). Так как движитель скреплен с судном, то все судно приходит в движение. Чем больше масса отбрасываемой воды и чем больше сообщаемое

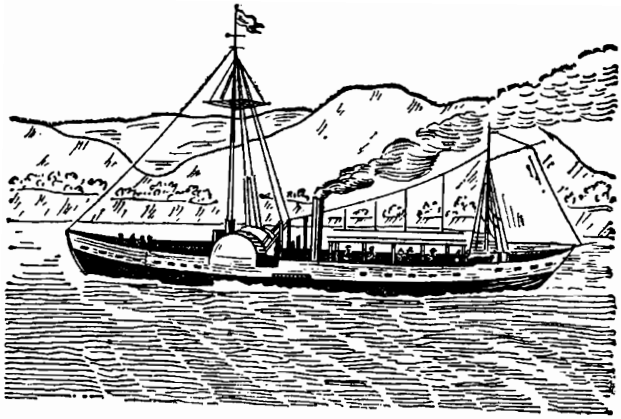


Рис. 325. «Клермонт» — первый пароход

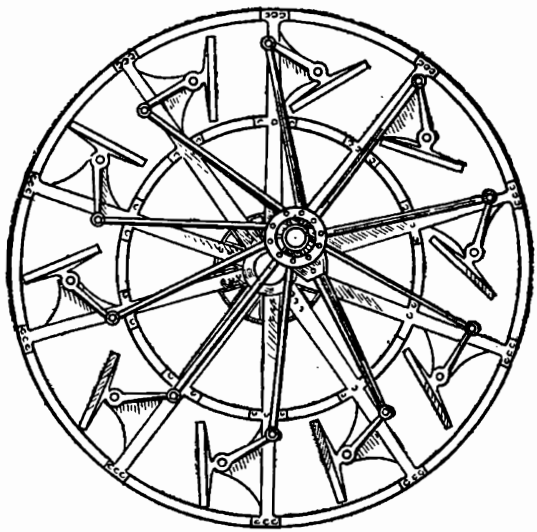


Рис. 326. Гребное колесо речного судна

ей ускорение, тем больше сила реакции, приложенная к движителю, и тем скорее движется судно.

Первые суда с механическим двигателем — пароходы — приводились в движение гребным колесом (рис. 325). Гребное колесо укрепляется на вращающемся валу машины. В воду погружена только нижняя часть колеса. На ободе колеса расположены лопасти, или, как их называют судостроители, плицы (рис. 326). При вращении колеса лопасти отбрасывают воду назад; при этом они немного поворачиваются, так что входят в воду и выходят из воды ребром, чтобы не вызывать всплесков, на которые затрачивалась бы непроизводительно работа машины. Если переменить направление вращения колеса, дав машине обратный ход, то вода будет отбрасываться вперед, судно же начинает двигаться назад.

Гребной винт (рис. 327) был впервые применен на судне в 1836 г. В настоящее время все суда снабжены винтами,

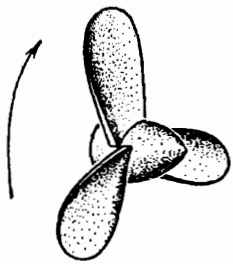


Рис. 327. Гребной винт морского судна

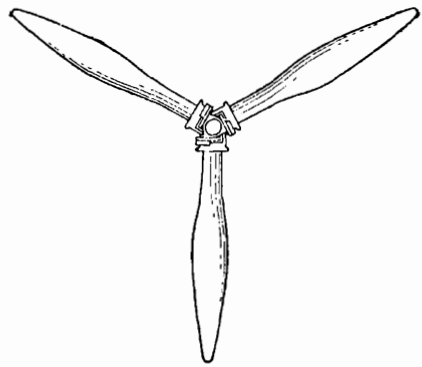


Рис. 328. Самолетный винт (пропеллер)

а не колесами. Винт гораздо проще по конструкции, чем колесо, и защищен от ударов волн, так как целиком находится под водой. Лопасти винта искривлены таким образом, что при вращении по часовой стрелке каждая лопасть отбрасывает воду вправо на рисунке. Следовательно, сила реакции воды направлена влево.

Точно так же работают и воздушные винты (пропеллеры), приводящие в движение самолеты, дирижабли, аэросани, некоторые виды скоростных глиссеров. Воздушный винт состоит из нескольких (двух, трех или четырех) искривленных лопастей, косо посаженных на втулку (рис. 328).

Как и водяные винты, воздушные винты при вращении отбрасывают вдоль своей оси струю окружающей среды. Сила реакции струи — это и есть сила тяги винта. Различие в форме лопастей воздушных и водяных винтов вызвано тем, что им приходится работать в среде разной плотности. Воздушный винт может хорошо работать только при скорости лопастей, меньшей скорости звука в воздухе. Поэтому винты на скоростных самолетах работают неэффективно и более выгодным оказывается применение реактивных двигателей (§ 187).

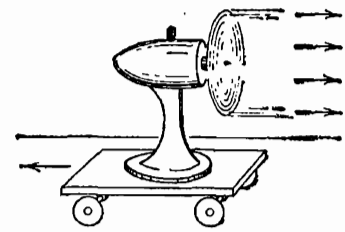


Рис. 329. При работе вентилятора тележка катится в сторону, противоположную отбрасываемой струе воздуха

Обычный комнатный вентилятор — это также воздушный винт. «Ветер», им создаваемый,— это и есть отбрасываемая струя воздуха. Сила реакции струи обычного вентилятора невелика, но ее можно обнаружить, установив вентилятор на легкой тележке (рис. 329). При включении вентилятора тележка начинает откатываться.

Заметим, что и простейшие способы передвижения по воде — плавание человека, животных и рыб, гребля на лодке — все основаны на том же отбрасывании воды в сторону, противоположную создаваемому движению. Например, в лодке каждый удар веслом отгоняет воду в сторону, противоположную движению лодки.

§ 186. Ракеты. Вращающийся водяной или воздушный винт отбрасывает окружающую среду в одну сторону, и приложенная к винту сила реакции отбрасываемой струи, направленная в противоположную сторону, движет судно или самолет. Движение ракеты также вызывается силой реакции струи, но весь запас отбрасываемого вещества ракета несет с собой. Например, известная еще в древности (у китайцев) пороховая ракета устроена следующим образом. Полая оболочка заполняется медленно горящим порохом (рис. 330). Пороховой заряд поджигается с нижнего конца. Образующийся при сгорании пороха раскаленный газ вытекает с большой скоростью из отверстия в нижней части корпуса ракеты. Сила реакции вытекающей струи направлена в сторону, противоположную вытеканию, и уносит ракету вверх.

На рис. 331 показана механическая модель, иллюстрирующая принцип действия ракеты. Пружина, стянутая ниткой, вложена в рамку. Пружина играет роль порохового заряда. Пережжем нитку; это соответствует сгоранию

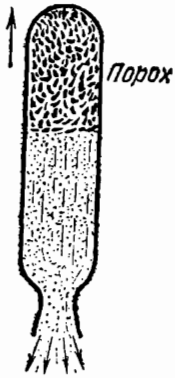


Рис. 330. Устройство пороховой ракеты

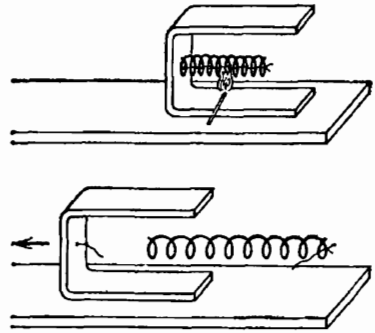


Рис. 331. Пружинная модель ракеты

пороха. Пружина, распрямляясь, окажет давление на рамку («реакция пороховых газов») и вылетит из рамки подобно тому, как вылетают пороховые газы из отверстия ракеты. Рамка же, играющая роль корпуса ракеты, получит скорость в противоположном направлении.

§ 187. Реактивные двигатели. Реактивным двигателем называют ракету, установленную в качестве двигателя на какое-либо средство транспорта. Реактивные двигатели нашли широкое применение в авиации, в военной и космической технике. В реактивных двигателях часто используют не порох, а жидкое топливо (нефть, керосин). Это делает работу двигателя более экономичной. Реактивная струя и в этом случае образована раскаленными газами, получающимися при сгорании топлива. Однако сгорание пороха может происходить и в пустоте, а для сгорания нефти необходимо большое количество воздуха. В самолетных реактивных двигателях воздух берется из окружающей атмосферы (воздушно-реактивные двигатели).

Таким образом, в отличие от пороховых ракет, самолет с реактивным двигателем не должен нести с собой всю массу отбрасываемого газа. Современные реактивные самолеты способны развивать огромные скорости, в два раза и более превышающие скорость звука (скорость звука в воздухе — примерно 1200 км/ч).

§ 188. Баллистические ракеты. В последние годы получили большое развитие баллистические ракеты (рис. 332). Так называют ракеты с запасом топлива, составляющим главную часть массы ракеты, и с двигателями огромной мощности, работающими только в начале пути ракеты. За сравнительно небольшое время работы (несколько минут) двигатели успевают израсходовать весь запас топлива и сообщить ракете огромную скорость (до 10 км/с и выше). После этого ракета движется уже под действием только сил тяготения Земли (и других небесных тел). Ракеты такого же типа применяют для запуска искусственных спутников Земли и искусственных планет.

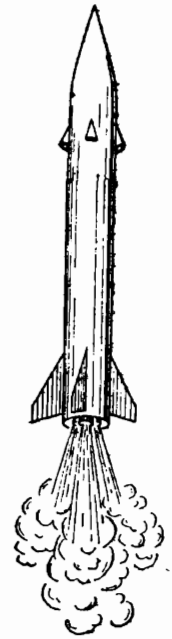


Рис. 332. Взлет ракеты

Баллистические ракеты несут с собой не только топливо, но и запас окислителя (в жидком виде), необходимый для сжигания всего топлива. Обычные самолеты и даже самолеты с воздушно-реактивными двигателями могут летать только в пределах земной атмосферы, реактивный же двигатель баллистической ракеты (как и пороховая ракета) может работать и в безвоздушном пространстве.

Баллистическая ракета должна сообщить возможно бо́льшую скорость полезной нагрузке, устанавливаемой на ракете. Для ракет, служащих для запуска искусственных спутников Земли, полезная нагрузка — это космический корабль; для военных ракет — это боеголовка. Рассмотрим более подробно работу реактивного двигателя ракеты, чтобы выяснить, от чего зависит «конечная скорость» ракеты — скорость, достигаемая после израсходования всего запаса топлива.

Найдем силу реакции вытекающей струи газа, т. е. силу тяги реактивного двигателя. Пусть струя газа уносит из ракеты за единицу времени массу, равную μ. До сгорания эта масса имела ту же скорость v, что и ракета, и обладала импульсом μv. Если скорость газа в струе относительно Земли равна $v_{газ}$, то газ, выброшенный из ракеты в единицу времени, обладает импульсом $\mu v_{газ}$. Следовательно, приращение импульса, которое получает масса μ, равно

$\mu(\boldsymbol{v}_{\text{газ}}-\boldsymbol{v})=\mu\boldsymbol{u}$, где $\boldsymbol{u}$ — скорость вытекающей струи относительно корпуса ракеты.

Для того чтобы сообщить газу такое приращение импульса за единицу времени, ракета должна действовать на газ с силой $\boldsymbol{F}'=\mu\boldsymbol{u}$. Действительно, согласно формуле (49.2) приращение импульса тела за единицу времени равно действующей на тело силе. По третьему закону Ньютона струя газа действует на ракету с силой $\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{F}'=-\mu\boldsymbol{u}$. Таким образом, сила реакции струи, т. е. сила тяги реактивного двигателя, равна $-\mu\boldsymbol{u}$. Напомним, что μ — масса газа, вытекающего из корпуса ракеты в единицу времени, $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{v}_{\text{газ}}-\boldsymbol{v}$ — скорость струи относительно ракеты. Эта скорость направлена противоположно направлению, в котором летит ракета; сила $\boldsymbol{F}=-\mu\boldsymbol{u}$ направлена в ту сторону, куда летит ракета.

Теперь можно выяснить, как влияют те или иные характеристики ракеты на ее конечную скорость. Предположим сначала, что сила тяжести отсутствует (учет силы тяжести произведем в следующем параграфе). Предположим также, что режим работы реактивного двигателя не меняется: топливо расходуется равномерно и сила тяги остается постоянной во все время работы двигателя. Так как масса ракеты будет все время уменьшаться в результате расходования горючего и кислорода, то ускорение ракеты будет, согласно второму закону Ньютона, все время увеличиваться (обратно пропорционально массе).

В баллистических ракетах конечная масса (масса после выгорания всего топлива) в сотни раз меньше начальной (стартовой) массы ракеты. Значит, ускорение возрастает по мере расходования топлива также в сотни раз. Отсюда следует, что приращение скорости, получаемое ракетой при расходовании одного и того же количества топлива, сильно зависит от того, в какой момент это топливо расходуется: пока запас топлива на борту ракеты велик и масса ракеты велика, приращение скорости мало; когда топлива осталось мало и масса ракеты сильно уменьшилась, приращение скорости велико.

По этой причине даже значительное увеличение запаса топлива не может сильно увеличить конечную скорость ракеты: ведь добавочное количество топлива будет расходоваться тогда, когда масса ракеты велика, а ускорение мало, а значит, мало и достигаемое дополнительное приращение конечной скорости. Зато увеличение скорости реактивной струи позволяет при неизменном запасе топлива сильно увеличить конечную скорость ракеты. Так, если, не меняя

секундного расхода топлива, увеличить скорость реактивной струи, то в том же отношении увеличится и ускорение ракеты. В результате конечная скорость ракеты также возрастет в том же отношении.

Для увеличения скорости реактивной струи соплу реактивного двигателя придают специальную форму (рис. 333).

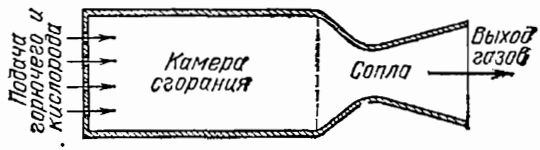


Рис. 333. Сопло реактивного двигателя

Кроме того, выбирают топливо, дающее возможно бо́льшую температуру сгорания, так как скорость реактивной струи растет при увеличении температуры газа, образующего струю. Предел повышению температуры струи ставит только жаростойкость существующих материалов.

? 188.1 (для тех, кто владеет элементами дифференциального и интегрального исчисления). Докажите, исходя из соотношения $F=\mu u$, что в случае, когда относительная скорость u газовой струи остается постоянной, скорость v, которую приобретает ракета за все время разгона, определяется формулой $v=u\ln(m_0/m)$, где m_0 — масса ракеты в момент запуска (в этот момент $v=0$), а m — масса ракеты после выгорания топлива. Учтите, что $\mu=-dm/dt$.

§ 189. Взлет ракеты с Земли. При взлете ракеты с Земли на нее, кроме найденной в предыдущем параграфе силы тяги, будет действовать еще и сила притяжения Земли, направленная вертикально вниз. Таким образом, при вертикальном взлете ракеты результирующая сил, действующих на нее, будет равна $\mu u-mg$, где m — масса ракеты. Следовательно, притяжение Земли уменьшит ускорение ракеты, а значит, и ее конечную скорость. Так как по мере расходования топлива масса ракеты убывает, а сила тяги остается постоянной, то действие земного притяжения будет сказываться все меньше и меньше.

Очевидно, для возможности взлета стартовый вес ракеты должен быть меньше, чем сила тяги ее реактивного двигателя. В противном случае при запуске двигателя ракета не поднимется вверх, а останется с работающим двигателем на стенде до тех пор, пока вес ее не снизится вследствие сгорания топлива до величины, меньшей силы тяги; только тогда ракета начнет подниматься.

§ 190. Сопротивление воздуха. Сопротивление воды. Мы уже знаем (§ 68), что при движении твердого тела в воздухе на тело действует сила сопротивления воздуха, направленная противоположно движению тела. Такая же сила возникает, если на неподвижное тело набегает поток воздуха; она направлена, конечно, по движению потока. Сила сопротивления вызывается, во-первых, трением воздуха о поверхность тела и, во-вторых, изменением движения потока, вызванным телом. В воздушном потоке, измененном присутствием тела, давление на передней стороне тела растет, а на задней — понижается по сравнению с давлением в невозмущенном потоке. Таким образом, создается разность давлений, тормозящая движущееся тело или увлекающая тело,

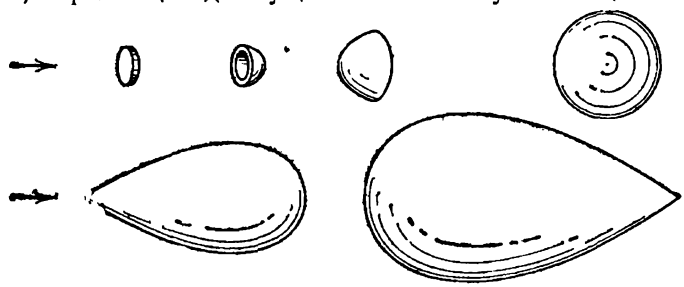


Рис. 334. Тела, изображенные на рисунке, оказывают одинаковое сопротивление движению воздуха

погруженное в поток. Движение воздуха позади тела принимает беспорядочный вихревой характер.

Сила сопротивления зависит от скорости потока, от размеров и от формы тела. Рис. 334 иллюстрирует влияние формы тела. Для всех тел, изображенных на этом рисунке, сопротивление движению одинаково, несмотря на весьма разные размеры тел. Объяснение этому дает рис. 335, показывающий обтекание пластинки и «обтекаемого» тела потоком воздуха. На рисунке изображены линии тока, ограничивающие струи воздуха. Мы видим, что «обтекаемое» тело почти не нарушает правильности потока; поэтому давление на заднюю часть тела лишь немного понижено по сравнению с передней частью и сопротивление невелико. Напротив, за пластинкой образуется целая область беспорядочного вихревого движения воздуха, где давление сильно падает.

Различные обтекатели, устанавливаемые на выдающихся частях самолета, как раз и имеют своим назначением устранять завихрения потока выступающими частями конструкции. Вообще же конструкторы стремятся оставлять на

поверхности возможно меньшее число выдающихся частей и неровностей, могущих создавать завихрения (убирающиеся шасси, «зализанные» формы).

Оказывается, что главную роль играет при этом задняя часть движущегося тела, так как понижение давления

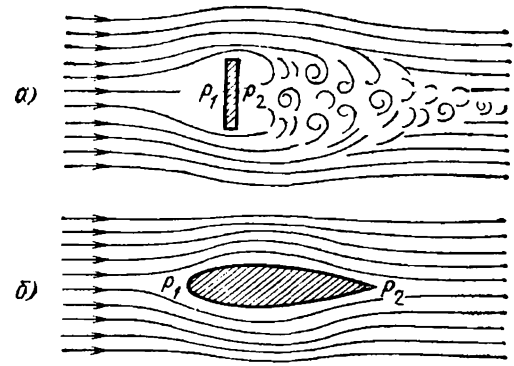


Рис. 335. *а*) Позади пластинки, помещенной в потоке, образуются вихри; давление p_2 значительно меньше давления p_1. *б*) «Обтекаемое» тело плавно обтекается потоком; давление p_2 лишь немного меньше давления p_1

вблизи нее больше, чем повышение давления в передней части (если только скорость тела или набегающего потока не очень велика). Поэтому особенно существенно придание обтекаемой формы именно задней части тела. Влияние сопротивления воздуха сильно сказывается и для наземных средств передвижения: с увеличением скорости автомобилей на преодоление сопротивления воздуха затрачивается все большая часть мощности двигателя. Поэтому современным автомобилям придают по возможности обтекаемую форму.

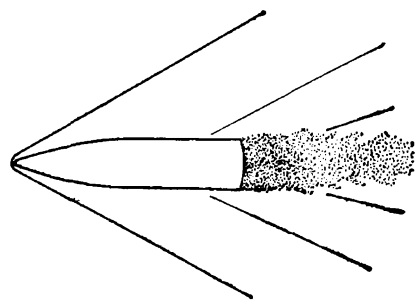


Рис. 336. Около снаряда, движущегося со сверхзвуковой скоростью, возникают мощные звуковые волны

При движении со скоростью, большей скорости звука, «сверхзвуковой» скоростью (пули, снаряды, ракеты, самолеты), сопротивление воздуха сильно растет, так как летящее тело создает при этом мощные звуковые волны, уно-

сящие энергию движущегося тела (рис. 336). Для уменьшения сопротивления при сверхзвуковой скорости нужно заострять переднюю часть движущегося тела, в то время как при меньших скоростях наибольшее значение имеет, как сказано выше, заострение его задней части («обтекаемость»).

При движении тел в воде также возникают силы сопротивления, направленные противоположно движению тела. Если тело движется под водой (например, рыба, подводные лодки), то сопротивление вызывается теми же причинами, что и сопротивление воздуха: трением воды о поверхность тела и изменением потока, создающим дополнительное сопротивление. Быстро плавающие рыбы (акула, меч-рыба) и китообразные (дельфины, косатки) имеют «обтекаемую» форму тела, уменьшающую сопротивление воды при их движении. Обтекаемую форму придают и подводным лодкам. Вследствие большой плотности воды по сравнению с

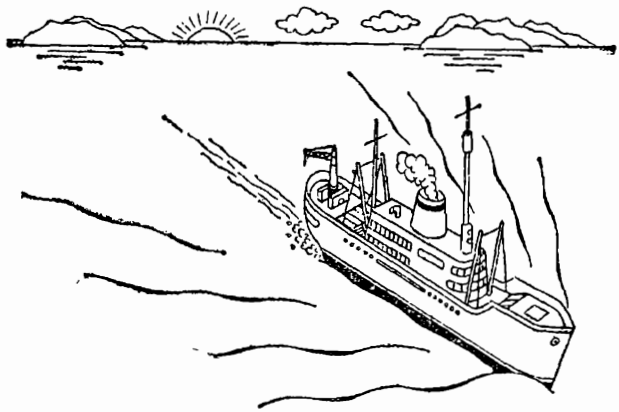


Рис. 337. От идущего судна расходятся волны, уносящие энергию

плотностью воздуха сопротивление движению данного тела в воде много больше сопротивления в воздухе при той же скорости движения.

Для обычных судов, идущих на поверхности воды, есть еще дополнительное *волновое сопротивление*: от идущего судна на поверхности воды расходятся волны (рис. 337), на создание которых непроизводительно затрачивается часть работы судовой машины.

Есть сходство между волновым сопротивлением, встречаемым судном, и сопротивлением, появляющимся при быстром полете снаряда вследствие возникновения звуковых волн: в обоих случаях энергия движущегося тела затрачи-

вается на создание волн в среде. Однако корабль создает волны при любой скорости хода, звуковые же волны возникают только при сверхзвуковой скорости снаряда. Это различие связано с тем, что корабль создает волны на поверхности воды, приводя в движение границу раздела между жидкостью и воздухом; в случае же полета снаряда такой границы нет. Для уменьшения волнового сопротивления, которое для быстроходных судов может составлять свыше 3/4 полного сопротивления, корпусу судна придают специальную форму. Нос судна в подводной части иногда делают «бульбообразной» формы (рис. 338); при этом образование волн на поверхности воды уменьшается, а значит, уменьшается и сопротивление.

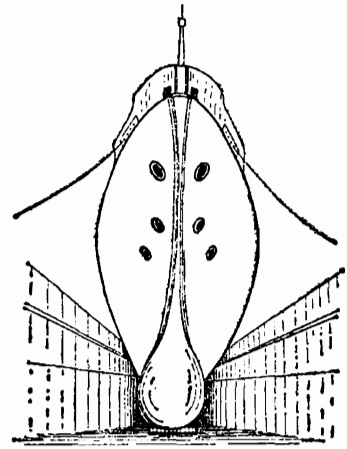


Рис. 338. «Бульбообразный» нос быстроходного судна

? **190.1.** Если дуть на спичечную коробку, держа за ней зажженный жгут, то струя дыма отклоняется к коробке (рис. 339). Объясните явление.

190.2. На спицу надет легкий кружок, свободно скользящий вдоль нее. Если подуть на кружок слева, он скользнет по спице вправо (рис. 340, *а*). Если же подуть на кружок слева, надев предварительно на спицу экран перед кружком, то кружок скользнет налево и прижмется к экрану (рис. 340, *б*). Объясните явление.

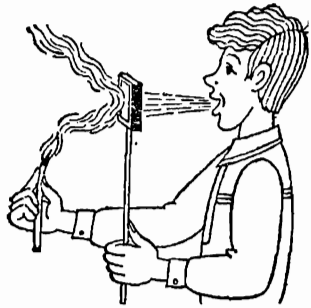


Рис. 339. К упражнению 190,1

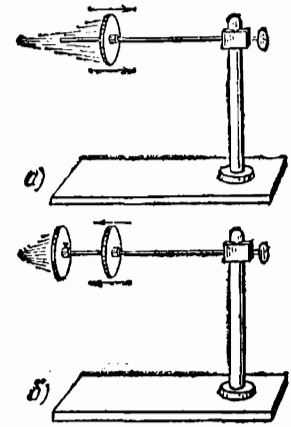


Рис. 340. К упражнению 190,2

§ 191. Эффект Магнуса и циркуляция. В предыдущем параграфе мы рассмотрели силу, возникающую при обтекании тела потоком,— силу сопротивления воздуха, направленную *по скорости* потока. Однако так бывает только в тех случаях, когда обтекаемое тело вполне симметрично относительно потока. Если же тело несимметрично по форме или несимметрично расположено относительно потока, то сила, действующая на тело, направлена под углом к потоку.

Такова, например, сила, действующая на крыло летящего горизонтально самолета со стороны встречного потока воздуха. На рис. 341 показан разрез («профиль») крыла и действующая на него сила F. Эта сила направлена под большим углом к горизонту. Ее можно разложить на две составляющие: вертикальную F_1 и горизонтальную F_2. Вертикальную составляющую (перпендикулярную к направлению потока) называют *подъемной силой*. Именно благодаря

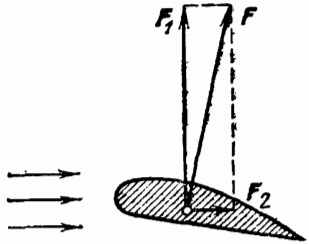


Рис. 341. Разложение силы F, действующей на крыло самолета, на подъемную силу F_1 и лобовое сопротивление F_2

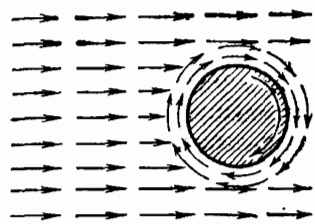


Рис. 342. При вращении цилиндра скорость увлекаемого воздуха с одной стороны складывается со скоростью потока (вверху), а с другой — вычитается (внизу)

возникновению подъемной силы при обтекании тел оказалось возможным создание летательных аппаратов тяжелее воздуха: подъемная сила поддерживает самолет в воздухе. Горизонтальную составляющую, направленную по потоку, называют *силой лобового сопротивления*. Возникновение лобового сопротивления нами уже разобрано. Теперь мы должны пояснить, каким образом возникает подъемная сила, направленная перпендикулярно к потоку. Для этого мы сначала рассмотрим обтекание вращающегося цилиндра равномерным потоком воздуха (рис. 342). В этом случае движение воздуха сравнительно просто и направление сил легко определить.

При своем вращении цилиндр увлекает прилегающие слои воздуха; в результате окружающий воздух получает, кроме поступательного движения, еще и вращение вокруг

цилиндра. В тех местах, где скорости поступательного и вращательного движений складываются, результирующая скорость воздуха превосходит скорость потока, набегающего на цилиндр; с противоположной стороны цилиндра скорости вычитаются и результирующая скорость меньше, чем скорость потока вдали от цилиндра.

Рис. 343 изображает получающееся распределение линий тока. Там, где скорость больше, линии тока расположены гуще. Но из закона Бернулли мы знаем, что в тех местах, где скорость больше, давление понижено, и наоборот. Следовательно, с двух сторон на цилиндр действуют неравные

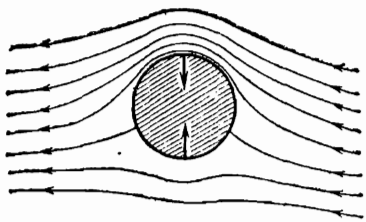


Рис. 343. Линии тока проведены гуще с той стороны вращающегося цилиндра, где скорость потока больше; давление с этой стороны меньше

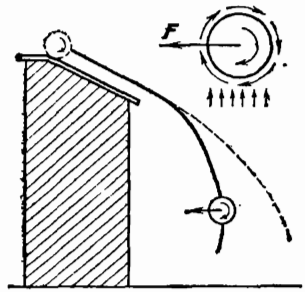


Рис. 344. Эффект Магнуса на падающем вращающемся цилиндре

силы; их результирующая, направленная перпендикулярно к потоку, и является подъемной силой.

Подъемная сила, перпендикулярная к потоку, возникает при вращении не только цилиндра, но и любого другого тела. Возникновение силы, перпендикулярной к потоку, при обтекании вращающегося тела называется *эффектом Магнуса*. Эффект Магнуса был впервые обнаружен при изучении полета вращающихся артиллерийских снарядов: подъемная сила, действующая со стороны встречного потока воздуха, отклоняет снаряд от линии прицела; это отклонение должно быть учтено при точной стрельбе. В меньшем масштабе эффект Магнуса можно наблюдать на летящем футбольном или теннисном мяче, который отклоняется в сторону, если при ударе он получил вращение.

Эффект Магнуса можно легко обнаружить при помощи опыта, изображенного на рис. 344. Легкий бумажный цилиндр, скатываясь с наклонной доски, отклоняется при падении от обычной траектории (штриховая линия) и дви-

жется по более крутой линии (сплошная линия). Встречный поток воздуха направлен относительно цилиндра вверх, а цилиндр вращается по часовой стрелке; поэтому возникающая подъемная сила F направлена справа налево.

Возникновение подъемной силы связано с наличием кругового движения потока воздуха около обтекаемого тела; это круговое движение, налагаясь на общий поток, создает разницу в скоростях потока с двух сторон тела, благодаря чему и создается разность давлений, обусловливающая подъемную силу. Круговое движение потока вокруг тела называется *циркуляцией*. В эффекте Магнуса циркуляция, а следовательно, и подъемная сила возникают благодаря вращению цилиндра. В других случаях циркуляция может быть вызвана не вращением тела, а иными причинами. Для возникновения подъемной силы важно только, чтобы поток, обтекающий тело, имел циркуляцию. Тогда распределение скоростей всегда будет такое, что образующаяся разность давлений создаст силу, направленную перпендикулярно к потоку.

§ 192. Подъемная сила крыла и полет самолета. Рассмотрим теперь обтекание потоком воздуха крыла самолета. Опыт показывает, что, когда крыло помещено в поток воздуха, вблизи острой задней кромки крыла возникают вихри, вращающиеся в случае, изображенном на рис. 345, против часовой стрелки. Вихри эти растут, отрываются от крыла и уносятся потоком. Остальная масса воздуха вблизи крыла получает при этом противоположное вращение (по часовой стрелке), образуя циркуляцию около крыла (рис. 346). Накладываясь на общий поток, циркуляция обусловливает распределение линий тока, изображенное на рис. 347.

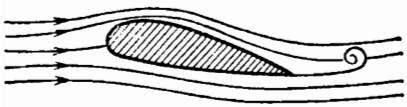


Рис. 345. У острого края профиля крыла образуется вихрь

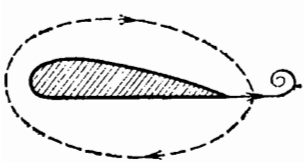


Рис. 346. При образовании вихря возникает циркуляция воздуха вокруг крыла

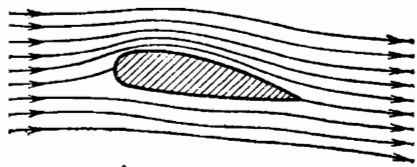


Рис. 347. Вихрь унесен потоком, а линии тока плавно обтекают профиль; они сгущены над крылом и разрежены под крылом

Мы получили для профиля крыла такую же картину обтекания, как и для вращающегося цилиндра. И здесь на общий поток воздуха наложено вращение вокруг крыла — циркуляция. Только, в отличие от вращающегося цилиндра, здесь циркуляция возникает не в результате вращения тела, а благодаря возникновению вихрей вблизи острого края крыла. Циркуляция ускоряет движение воздуха над крылом и замедляет его под крылом. Вследствие этого над крылом давление понижается, а под крылом повышается. Равнодействующая F всех сил, действующих со стороны потока на крыло (включая силы трения), направлена вверх и немного отклонена назад (рис. 341). Ее составляющая, перпендикулярная к потоку, представляет собой подъемную силу F_1, а составляющая в направлении потока — силу лобового сопротивления F_2. Чем больше скорость набегающего потока, тем больше и подъемная сила и сила лобового сопротивления. Эти силы зависят, кроме того, и от формы профиля крыла, и от угла, под которым поток набегает на крыло (*угол атаки*), а также от плотности набегающего потока: чем больше плотность, тем больше и эти силы. Профиль крыла выбирают так, чтобы оно давало возможно бóльшую подъемную силу при возможно меньшем лобовом сопротивлении. Теория возникновения подъемной силы крыла при обтекании потоком воздуха была дана основоположником теории авиации, основателем русской школы аэро- и гидродинамики Николаем Егоровичем Жуковским (1847—1921).

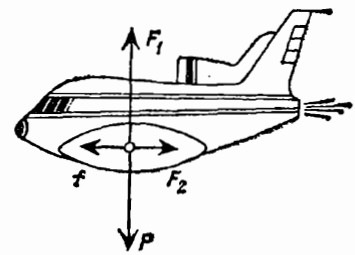


Рис. 348. Силы, действующие на самолет при горизонтальном равномерном полете

Теперь мы можем объяснить, как летает самолет. Воздушный винт самолета, вращаемый двигателем, или реакция струи реактивного двигателя, сообщает самолету такую скорость, что подъемная сила крыла достигает веса самолета и даже превосходит его. Тогда самолет взлетает. При равномерном прямолинейном полете сумма всех сил, действующих на самолет, равна нулю, как и должно быть согласно первому закону Ньютона. На рис. 348 изображены силы, действующие на самолет при горизонтальном полете с постоянной скоростью. Сила тяги двигателя f равна по модулю и противоположна по направлению силе лобового сопротивления воздуха F_2 для всего самолета, а сила

тяжести P равна по модулю и противоположна по направлению подъемной силе F_1.

Самолеты, рассчитанные на полет с различной скоростью, имеют различные размеры крыльев. Медленно летящие транспортные самолеты должны иметь большую площадь крыльев, так как при малой скорости подъемная сила, приходящаяся на единицу площади крыла, невелика. Скоростные

Рис. 349. Судно на подводных крыльях

же самолеты получают достаточную подъемную силу и от крыльев малой площади. Так как подъемная сила крыла уменьшается при уменьшении плотности воздуха, то для полета на большой высоте самолет должен двигаться с большей скоростью, чем вблизи земли.

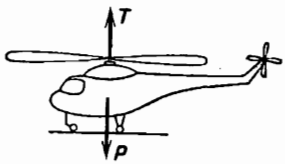


Рис. 350. Схема вертолета

Подъемная сила возникает и в том случае, когда крыло движется в воде. Это дает возможность строить суда, движущиеся на подводных крыльях. Корпус таких судов во время движения выходит из воды (рис. 349). Это уменьшает сопротивление воды движению судна и позволяет достичь большой скорости хода. Так как плотность воды во много раз больше, чем плотность воздуха, то можно получить достаточную подъемную силу подводного крыла при сравнительно малой его площади и умеренной скорости.

Назначение самолетного винта — это придание самолету большой скорости, при которой крыло создает подъемную силу, уравновешивающую вес самолета. С этой целью винт самолета укрепляют на горизонтальной оси. Существует тип летательных аппаратов тяжелее воздуха, для которого крылья не нужны. Это — вертолеты (рис. 350).

В вертолетах ось воздушного винта расположена вертикально и винт создает тягу, направленную вверх, которая и уравновешивает вес вертолета, заменяя подъемную силу крыла. Винт вертолета создает вертикальную тягу независимо от того, движется вертолет или нет. Поэтому при работе воздушных винтов вертолет может неподвижно висеть в воздухе или подниматься по вертикали. Для горизонтального перемещения вертолета необходимо создать тягу, направленную горизонтально. Для этого не нужно устанавливать специальный винт с горизонтальной осью, а достаточно только несколько изменить наклон лопастей вертикального винта, что выполняется при помощи специального механизма во втулке винта *).

§ 193. Турбулентность в потоке жидкости или газа. Глядя с большого расстояния на дым, выходящий из фабричной трубы и уносимый ветром, мы видим сплошную струю, равномерно вытекающую из отверстия трубы и вытягивающуюся по направлению ветра. Дым делает видимым движение воздуха, и издали, когда мелкомасштабные движения не видны, представляется, что оно происходит плавно, в виде отдельных струй. Одной из таких струй и является дымная полоса.

Теперь приблизимся к трубе и присмотримся внимательнее к деталям движения воздуха в дымной струе. Мы увидим беспорядочные клубы дыма, перемешивающиеся между собой; клубящаяся масса и уносится в виде струи набегающим потоком ветра. Издали было видно только это общее регулярное движение; вблизи обнаруживается, что отдельные участки струи совершают еще и беспорядочные движения то в одну, то в другую сторону, то перегоняя струю, то отставая от нее. Это явление — наличие в потоке беспорядочных движений участков среды — называют *турбулентностью* потока.

Благодаря турбулентности происходит перемешивание потока. Например, в дымной струе беспорядочные движения воздуха переносят частицы дыма во все стороны; струя расширяется и на большом расстоянии от трубы оказывается размытой. Этот результат турбулентности виден и на большом расстоянии.

---

*) Небольшой винт с горизонтальной осью, работающий во время полета вертолета, служит только для того, чтобы корпус вертолета не стал вращаться в сторону, обратную вращению винта с вертикальной осью.

Турбулентность — весьма распространенное явление. При ветре движение воздуха всегда турбулентно. При движении тела в воздухе позади него образуется турбулентный след; явление особенно сильно выражено для тел, плохо обтекаемых встречным потоком; с этим связано и большое значение силы сопротивления для таких тел (§ 190). Турбулентно и течение воды в реке, и движение воды в водопроводных трубах и т. д. Турбулентность в потоке жидкости или газа может отсутствовать только при определенных условиях (см. следующий параграф).

Чтобы непосредственно наблюдать турбулентность, нужно сделать видимым движение потока воды или воздуха. В воздухе это легко осуществить при помощи дыма.

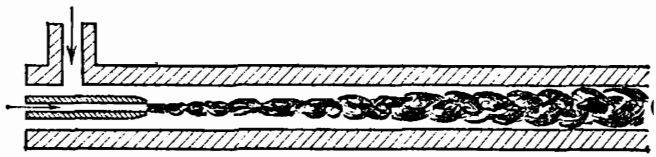


Рис. 351. Турбулентное движение воды

В воде можно применить подкрашивание струек какой-нибудь краской или чернилами. Если, например, пропускать быстрый поток воды по стеклянной трубке и ввести в трубку тонкую трубочку, через которую подавать струйку чернил, то расплывание струйки укажет на турбулентность (рис. 351).

§ 194. Ламинарное течение. Будем уменьшать скорость потока воды в опыте, описанном в конце предыдущего параграфа. Мы увидим, что, начиная с некоторой скорости,

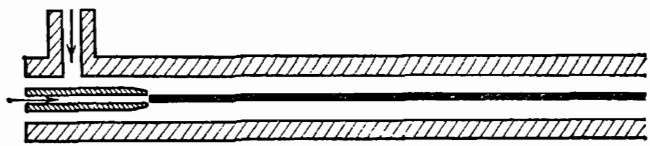


Рис. 352. Ламинарное движение воды

чернильная струйка перестанет расплываться и вытянется вдоль стеклянной трубки (рис. 352). Значит, при малой скорости течения турбулентность потока исчезает и дви-

жение делается струйным, или, как говорят, *ламинарным*. Если снова увеличить скорость потока, то течение опять сделается турбулентным. Опыты показывают, что в узких трубках турбулентность прекращается при большей скорости, чем в широких. В капиллярах движение жидкости или газа всегда ламинарно. Опыт показал, что в вязких жидкостях (масло, глицерин) течение в трубке может оставаться ламинарным при значительно бóльших скоростях, чем в текучих жидкостях (вода, спирт). Интересно отметить, что при нормальном кровообращении кровь протекает в артериях без турбулентности.

Глава X. ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТВЕРДЫХ И ЖИДКИХ ТЕЛ

§ 195. Тепловое расширение твердых и жидких тел. Простые опыты и наблюдения убеждают нас, что при повышении температуры размеры тел немного увеличиваются, а при охлаждении — уменьшаются до прежних размеров. Так, например, сильно разогретый болт не входит в резьбу, в которую он свободно входит, будучи холодным. Когда болт охладится, он снова входит в резьбу. Телеграфные провода в жаркую летнюю погоду провисают заметно больше, чем

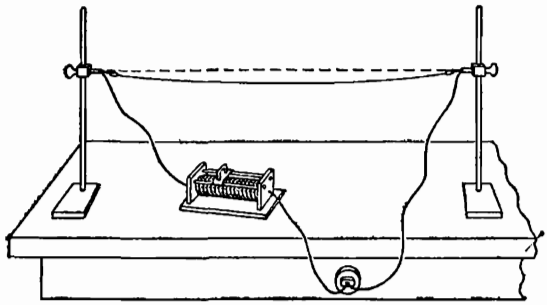


Рис. 353. При нагревании электрическим током проволока удлиняется и провисает; по выключении тока она принимает прежнее положение

во время зимних морозов. Увеличение провисания, а следовательно, и длины натянутых проволок при нагревании легко воспроизвести на опыте, изображенном на рис. 353. Нагревая натянутую проволоку электрическим током, мы видим, что она заметно провисает, а по прекращении нагревания снова натягивается.

При нагревании увеличиваются не только длина тела, но также и другие линейные размеры. Изменение линейных размеров тела при нагревании называют *линейным расширением.*

Если однородное тело (например, стеклянная трубка) нагревается одинаково во всех частях, то оно, расширяясь, сохраняет свою форму. Иное происходит при неравномерном нагревании. Рассмотрим такой опыт. Стеклянная трубка расположена горизонтально, и один ее конец закреплен. Если трубку нагревать снизу, как показано на рис. 354, то верхняя ее часть остается вследствие плохой теплопроводности стекла более холодной; при этом трубка

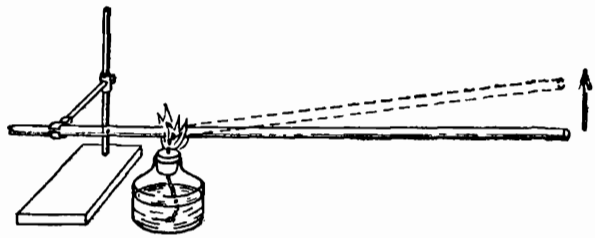


Рис. 354. Стеклянная трубка при нагревании ее снизу заметно изгибается вверх

изгибается кверху. Легко понять, что нижняя половина изогнутой трубки сжата, так как она не может расширяться в той мере, в какой расширялась бы, если бы не составляла одно целое с верхней половиной. Верхняя половина, наоборот, растянута.

Таким образом, при неравномерном нагревании тел в них возникают *напряжения*, которые могут повести к их разрушению, если напряжения сделаются слишком большими. Так, стеклянная посуда в первый момент, когда в нее налита горячая вода, находится в напряженном состоянии и иногда лопается. Это происходит вследствие того, что сперва прогреваются и расширяются внутренние части, которые и растягивают при этом внешнюю поверхность посуды. Такого напряжения при нагревании можно избежать, если взять посуду со столь тонкими стенками, что они быстро прогреваются по всей толщине (химическая посуда).

По сходной причине лопается обычная стеклянная посуда, если пытаться греть в ней жидкости на огне или на электрической плитке. Существуют, однако, специальные сорта стекла (так называемое *кварцевое стекло*, содержащее до 96 % кварца, SiO_2), которые расширяются при нагревании настолько мало, что напряжения при неравномерном нагревании посуды, сделанной из такого стекла, не опасны. В кастрюле из кварцевого стекла можно кипятить воду.

Линейное расширение различных материалов при одном и том же повышении температуры различно. Это видно, например, из такого опыта: две разнородные пластинки (например, железная и медная) склепывают между собой в нескольких местах (рис. 355, *а*). Если при комнатной температуре пластинки прямые, то при нагревании они искривятся, как изображено на рис. 355, *б*. Это показывает, что медь расширяется в большей мере, чем железо. Из этого опыта следует также, что при изменениях температуры тела, состоящего из нескольких различно расширяющихся частей, в нем тоже появляются внутренние напряжения. В опыте, изображенном на рис. 355, медная пластинка сжата, а железная — растянута. По причине неодинакового расширения железа и эмали возникают напряжения в эмалированной железной посуде; при сильном нагреве эмаль иногда отскакивает.

Напряжения, появляющиеся в твердых телах вследствие теплового расширения, могут быть очень большими. Это необходимо принимать во внимание во многих областях

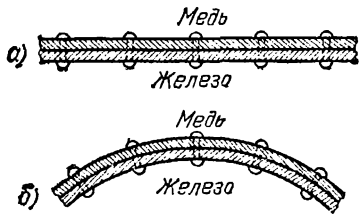


Рис. 355. а) Пластинка, склепанная из медной и железной полосок, в холодном состоянии. б) Та же пластинка в нагретом состоянии (для наглядности изгиб показан преувеличенным)

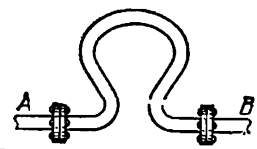


Рис. 356. Компенсатор на паропроводе дает возможность трубам *A* и *B* расширяться

техники. Бывали случаи, когда части железных мостов, склепанные днем, охлаждаясь ночью, разрушались, срывая многочисленные заклепки. Во избежание подобных явлений, принимают меры к тому, чтобы части сооружений при изменении температуры расширялись или сжимались свободно. Например, железные паропроводы снабжают пружинящими изгибами в виде петель (компенсаторы, рис. 356).

Увеличение линейных размеров сопровождается увеличением объема тел (*объемное расширение* тел). О линейном расширении жидкостей говорить нельзя, так как жидкость не имеет определенной формы. Объемное же расшире-

ние жидкостей нетрудно наблюдать. Наполним колбу подкрашенной водой или другой жидкостью и заткнем ее пробкой со стеклянной трубкой так, чтобы жидкость вошла в трубку (рис. 357, *а*). Если к колбе подпести снизу сосуд с горячей водой, то в первый момент жидкость в трубке опустится, а затем начнет подниматься (рис. 357, *б* и *в*).

Понижение уровня жидкости в первый момент указывает на то, что сперва расширяется сосуд, а жидкость еще не успела прогреться. Затем прогревается и жидкость.

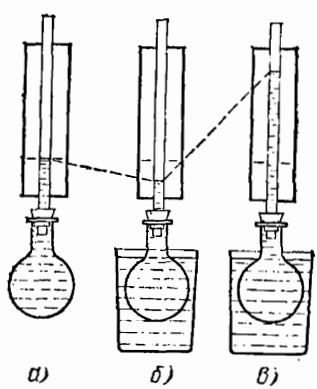


Рис. 357. *а*) Подкрашенная вода вошла из колбы в пробку. *б*) К колбе снизу подносится сосуд с горячей водой. В первый момент погружения колбы жидкость в трубке опускается. *в*) Уровень в трубке через некоторое время устанавливается выше, чем до нагревания колбы

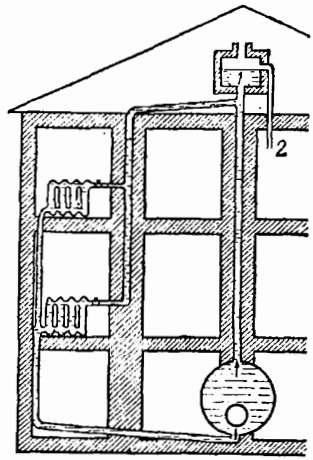


Рис. 358. Схема устройства водяного отопления в доме. На чердаке помещен расширительный бак *1*, из которого вода стекает по трубке *2*

Повышение ее уровня показывает, что жидкость расширяется в большей мере, чем стекло. Различные жидкости расширяются при нагревании по-разному: например, керосин расширяется сильнее, чем вода.

Если жидкость нагревается в замкнутом сосуде, который препятствует ее расширению, то в ней, так же как и в твердых телах, появляются огромные напряжения (силы давления), действующие на стенки сосуда и могущие их разрушить. Поэтому системы труб водяного отопления всегда снабжаются расширительным баком, присоединенным к верхней части системы и сообщающимся с атмосферой

(рис. 358). При нагревании воды в системе труб часть воды переходит в расширительный бак, и этим исключается напряженное состояние воды и труб.

? **195.1.** Как меняется диаметр отверстия в чугунной кухонной печи, когда печь нагревается?

195.2. Когда балалайку выносят из теплого помещения на мороз, ее стальные струны становятся более натянутыми. Какое заключение можно вывести отсюда о различии в расширении стали и дерева?

195.3. В роялях стальные струны натягиваются на железную раму. Меняется ли натяжение струн при настолько медленном изменении температуры, что рама успевает принять ту же температуру, что и струны (железо расширяется почти в той же степени, что и сталь)?

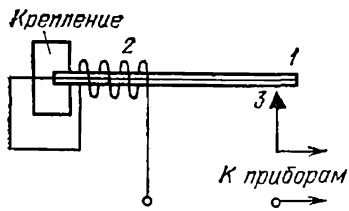


Рис. 359. Упрощенная схема термореле

195.4. Для впайки электродов в электрическую лампу употребляют сплав «платинид», расширяющийся при нагревании так же, как стекло. Что может случиться, если впаять в стекло медную проволочку (медь расширяется заметно сильнее стекла)?

195.5. Как изменился бы опыт, изображенный на рис. 357, если бы колба была сделана из кварцевого стекла?

195.6. В технике часто пользуются биметаллическими пластинками, состоящими из двух тонких пластинок разных металлов, приваренных друг к другу по всей поверхности соприкосновения. На рис. 359 показана упрощенная схема термореле — прибора, автоматически выключающего на небольшой срок электрический ток, если сила тока почему-либо превысит допустимое значение: *1* — биметаллическая пластинка, *2* — небольшой нагревательный элемент, при допустимой силе тока нагревающийся слишком слабо для срабатывания реле, *3* — контакт. Разберитесь в действии термореле. С какой стороны пластинки *1* должен находиться металл, расширяющийся в большей мере?

§ 196. Термометры. Расширение тел при нагревании используют для устройства приборов, служащих для определения температуры тел,— термометров. Грубым термометром может служить, например, двойная пластинка, изображенная на рис. 355, или колба с трубкой. Обыкновенный жидкостный термометр состоит из небольшого стеклянного резервуара, к которому присоединена стеклянная трубка с узким внутренним каналом (рис. 360). Резервуар и часть трубки наполнены какой-либо жидкостью (ртутью, спиртом, толуолом и т. п.). О температуре среды, в которую погружен термометр, судят по положению верхнего уровня жидкости в трубке.

Деления на шкале наносят следующим образом. В том месте шкалы, где устанавливается уровень столбика жидкости, когда резервуар термометра опущен в тающий снег, ставят цифру 0. В том месте шкалы, где устанавливается столбик жидкости, когда резервуар термометра погружен в пар воды, кипящей при нормальном давлении (760 мм рт. ст.), ставят цифру 100. Промежуток между этими отметками делят на сто равных частей, называемых *градусами* *). Ниже точки 0 °С и выше точки 100 °С наносят деления того же размера. Буква С указывает на имя ученого Цельсия, предложившего такой способ деления шкалы (*термометр Цельсия*, или *стоградусный*). Кроме шкалы Цельсия, в Англии и Америке до сих пор в ходу шкала Фаренгейта (°F), в которой температура таяния льда соответствует 32 °F, а температура кипения воды — 212 °F.

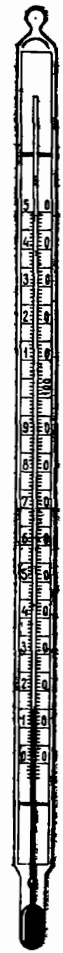


Рис. 360. Жидкостный термометр лабораторного типа

Описанным термометром, конечно, можно пользоваться только при таких температурах, при которых вещество, которым он наполнен, жидкое. Например, ртутным термометром нельзя измерять температуру ниже —39 °С, так как при более низкой температуре ртуть затвердевает.

Данное выше определение градуса является до известной степени произвольным. Подъем уровня жидкости в трубке термометра зависит от свойств жидкости и от сорта стекла, из которого сделан термометр. Очевидно, мы не можем ожидать, чтобы точно совпадали между собой показания двух, даже тщательно изготовленных термометров с делениями, проставленными по указанному выше способу, если эти термометры сделаны из разных материалов.

Действительно, если мы, например, для ртутного термометра разделили расстояние между отметками 0 °С и 100 °С на сто равных частей, то отсюда еще вовсе не следует, что и для любого другого вещества деления должны быть одинаковыми по длине.

*) В СИ единицей температуры является кельвин (К) (§ 234). Кельвин совпадает с градусом Цельсия: 1 К = 1 °С. *(Примеч. ред.)*

Поэтому нужно выбрать термометр какого-нибудь определенного устройства и с ним сравнивать все прочие. В качестве такого термометра выбрали *газовый термометр*, т. е. термометр, в котором отсчитывается изменение давления газа с повышением температуры. Устройство газового термометра мы рассмотрим в § 235. Показания тщательно изготовленного ртутного термометра отличаются от

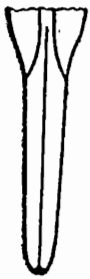


Рис. 361. Схема устройства резервуара медицинского термометра (без ртути); виден стеклянный волосок, кончик которого входит в трубку термометра

показаний газового термометра очень мало. Жидкостные термометры бывают разных размеров и форм, смотря по назначению. Цена деления на их шкале тоже различна: 1 °С, 0,1 °С, иногда даже 0,01 °С.

Само собой разумеется, что термометр показывает температуру только той части жидкости, с которой он соприкасается. Поэтому, если мы хотим знать температуру жидкости, занимающей значительный объем, то эту жидкость нужно

Рис. 362. Резервуар медицинского термометра, наполненный ртутью, при комнатной температуре; стеклянный волосок удерживает в трубке столбик ртути, не пропуская ее в резервуар

тщательно перемешать, чтобы обеспечить одинаковость температуры по всему ее объему. Отсчитывать показания термометра обычного типа, вынув его из жидкости, температуру которой измеряют, нельзя — показание его изменится.

Иногда изготавливают термометры, показывающие *максимальную* или *минимальную* температуру, которую принимал термометр. К числу таких термометров принадлежит широко распространенный *медицинский* термометр. В резервуар термометра впаян тонкий стеклянный волосок, отчасти входящий в трубку термометра и сужающий ее канал

(рис. 361). Прохождение ртути из трубки обратно в резервуар сквозь узкий канал требует значительного давления, как мы узнаем дальше, изучая свойства жидкостей. Поэтому при охлаждении термометра ртутный столбик, разрываясь в месте сужения, остается в трубочке (рис. 362) и указывает, таким образом, наиболее высокую температуру больного, которую показал термометр. Чтобы возвратить ртуть в резервуар, следует встряхнуть термометр.

? **196.1.** Рассмотрите при помощи сильной лупы устройство медицинского термометра. Если термометр употребляли для измерения температуры человека и не сбили его, то в лупу виден стеклянный волосок, входящий в трубку.

196.2. Нормальная температура человеческого тела — около 37 °С. Сколько это составляет по шкале Фаренгейта?

196.3. Почему разрушается медицинский термометр, если его резервуар нагреть до температуры выше 43 °С? Как можно устроить термометр, чтобы он не разрушался, если его нагреть слишком сильно?

§ 197. Формула линейного расширения. Измерения показывают, что одно и то же тело расширяется при различных температурах по-разному: при высоких температурах тепловое расширение обычно сильнее, чем при низких. Однако разница в расширении невелика, и при относительно небольших изменениях температуры мы можем ею пренебречь и считать, что *изменение размеров тела пропорционально изменению температуры.*

Обозначим длину тела при начальной (например, комнатной) температуре t буквой l, а длину того же тела при температуре t' — буквой l'. Удлинение тела при нагревании на $t'-t$ равно $l'-l$. Удлинение того же тела при нагревании на 1 К будет при наших предположениях в $t'-t$ раз меньше, т. е. будет равно $(l'-l)/(t'-t)$. Это — общее удлинение *всего тела*; оно тем больше, чем длиннее тело.

Для того чтобы получить характеристику теплового расширения *материала*, из которого сделано тело, надо взять *относительное* удлинение, т. е. отношение наблюдаемого удлинения к длине тела при определенных «нормальных» условиях. «Нормальной» длиной считают длину тела при 0 °С, обозначаемую l_0. Итак, тепловое расширение материала характеризуется величиной $\alpha=(l'-l)/l_0(t'-t)$. Она называется *температурным коэффициентом линейного расширения* и показывает, на какую долю своей нормальной длины увеличивается длина тела при нагревании на 1 К. Так как тепловое расширение большинства тел весьма незначительно, то длина l_0 при 0 °С очень мало отличается от длины l при другой температуре, например комнатной. Поэтому в выражении коэффициента линейного

расширения l_0 можно заменить на l, так что

$$\alpha = \frac{l' - l}{l(t' - t)}. \qquad (197.1)$$

Для определения коэффициента α надо измерить длину l стержня из исследуемого материала, поддерживая по всему его объему одну и ту же температуру t. Затем следует с той же относительной точностью измерить удлинение $l' - l$, вызванное изменением температуры от t до t'. Чтобы увеличить точность измерения удлинения $l' - l$, которое обычно бывает очень малым, приходится прибегать к особым приемам (например, к измерению при помощи микроскопа перемещения конца стержня, другой конец которого закреплен). В табл. 3 приведены коэффициенты линейного расширения некоторых веществ.

Таблица 3. **Коэффициент линейного расширения некоторых веществ**

Материал	α, $10^{-6}K^{-1}$
Алюминий	2,4
Вольфрам	0,4
Дерево вдоль волокон	0,6
» поперек »	3,0
Железо	1,2
Инвар (сплав железа и никеля)	0,09
Латунь	1,8
Медь	1,7
Свинец	2,9
Стекло обычное (примерно)	1,0
» кварцевое	0,07
Суперинвар (сплав железа и никеля с добавкой хрома)	0,003
Цинк	3,0
Фарфор	0,3

Обратим внимание на крайне малые значения коэффициентов линейного расширения инвара, суперинвара и кварцевого стекла. Инвар применяют в точных приборах (например, для маятников точных часов), показания которых не должны зависеть от температуры. Из инвара делают эталоны длины, применяемые при особо точных измерениях, например геодезических. Кварцевая посуда не лопается при очень резких изменениях температуры (например, остается целой, если раскаленную докрасна посуду опустить

в воду). Причина заключается в малом коэффициенте линейного расширения кварца, благодаря чему возникают лишь незначительные напряжения, даже если соседние части значительно различаются по температуре.

Зная коэффициент линейного расширения, мы можем рассчитать длину тела при любой температуре в пределах не очень большого температурного интервала. Преобразуем формулу (197.1):

$$l'-l=l\alpha(t'-t), \text{ или } l'=l[1+\alpha(t'-t)].$$

Обозначив для краткости приращение температуры $t'-t$ буквой τ, напишем

$$l'=l(1+\alpha\tau). \qquad (197.2)$$

Мы получили *формулу линейного расширения*. Выражение, стоящее в скобках, носит название *бинома* (или двучлена) *линейного расширения*. Бином расширения показывает, во сколько раз увеличилась длина тела, если приращение температуры равно τ.

Формулой (197.2) можно пользоваться и для того случая, когда нужно найти длину тела после его охлаждения. При этом приращение температуры τ нужно считать отрицательным (новая температура t' меньше исходной температуры t). Ясно, что в этом случае бином будет меньше единицы; это соответствует уменьшению длины тела при охлаждении.

Мы ограничились рассмотрением *небольших* изменений температуры, при которых коэффициент линейного расширения можно считать постоянным. При значительных изменениях температуры это уже не имеет места. Например, коэффициент линейного расширения железа при температурах около —200 °С равен $0{,}3\cdot10^{-5}$ K^{-1}; при температурах, близких к 0 °С, он равен $1{,}2\cdot10^{-5}$ K^{-1}; при температурах, близких к 600 °С, равен $1{,}6\cdot10^{-5}$ K^{-1}. Поэтому формулой (197.2) следует пользоваться лишь для небольших изменений температур, придавая α разные значения в зависимости от температурного интервала.

? **197.1.** При 0 °С длины железного и цинкового стержней должны быть равны между собой, а при 100 °С должны разниться на 1 мм. Какие длины стержней при 0 °С удовлетворяют этому условию?

197.2. Внутренний диаметр полого медного цилиндра при 20 °С равен 100 мм. В каком интервале температур отклонение от этого значения не превышает 50 мкм?

197.3. При помощи штангенциркуля, предназначенного для работы при 20 °С, измерили длину некоторого предмета при —20 °С. Отсчет дал 19,97 см. Какова длина измеряемого тела?

§ 198. Формула объемного расширения. Аналогично температурному коэффициенту линейного расширения можно ввести *температурный коэффициент объемного расширения* вещества, характеризующий изменение объема при изменении температуры. Опыт показывает, что так же, как и в случае линейного расширения, можно без заметной ошибки принять, что *приращение объема тела пропорционально приращению температуры* в пределах не слишком большого температурного интервала.

Обозначив объем тела при начальной температуре t через V, объем при конечной температуре t' через V', объем при 0 °С («нормальный» объем) через V_0 и коэффициент объемного расширения через β, найдем $\beta=(V'-V)/V_0(t'-t)$. Так как для твердых и жидких тел тепловое расширение незначительно, то объем V_0 при 0 °С очень мало отличается от объема при другой температуре, например комнатной. Поэтому в выражении коэффициента объемного расширения можно заменить V_0 на V, что практически удобнее. Итак,

$$\beta=\frac{V'-V}{V(t'-t)}. \qquad (198.1)$$

Отметим, что тепловое расширение газов настолько значительно, что замена V_0 на V влечет уже заметное изменение, и поэтому в случае газов такое упрощение можно делать только для малых интервалов температур (§ 232). Из формулы (198.1) получаем

$$V'=V[1+\beta(t'-t)].$$

Обозначив, как и в § 197, приращение температуры $t'-t$ буквой τ, напишем

$$V'=V(1+\beta\tau). \qquad (198.2)$$

Мы получили *формулу объемного расширения*, которая позволяет рассчитать объем тела, если известны начальный объем и приращение температуры. Выражение $1+\beta\tau$ носит название *бинома объемного расширения*.

При увеличении объема тел плотность их уменьшается во столько раз, во сколько увеличился объем. Обозначив плотность при температуре t буквой ρ, а при t' — той же буквой со штрихом ρ', имеем

$$\rho'=\frac{\rho}{1+\beta\tau}.$$

Так как $\beta\tau$ обычно значительно меньше единицы, то для приближенных расчетов можно упростить эту формулу сле-

дующим образом:

$$\rho' = \frac{\rho(1-\beta\tau)}{(1+\beta\tau)(1-\beta\tau)} = \frac{\rho(1-\beta\tau)}{1-\beta^2\tau^2}.$$

Пренебрегая $\beta^2\tau^2$ по сравнению с единицей, получим

$$\rho' = \rho(1-\beta\tau). \qquad (198.3)$$

Как и в случае линейного расширения, формулами (198.2) и (198.3), можно пользоваться и для случая охлаждения тел, принимая приращение температуры τ отрицательным.

? **198.1.** В теле с коэффициентом объемного расширения β имеется полость объема V. Каков будет объем полости, если температура тела повысится на t?

§ 199. Связь между коэффициентами линейного и объемного расширения. Пусть кубик со стороной l расширяется от нагревания. Его начальный объем равен $V=l^3$. При нагревании на τ каждая его сторона сделается равной $l(1+\alpha\tau)$ и объем $V'=l^3(1+\alpha\tau)^3$. Следовательно,

$$\beta = \frac{V'-V}{V\tau} = \frac{l^3(1+\alpha\tau)^3-l^3}{l^3\tau} = \frac{(1+\alpha\tau)^3-1}{\tau} =$$

$$= \frac{1+3\alpha\tau+3\alpha^2\tau^2+\alpha^3\tau^3-1}{\tau} = 3\alpha+3\alpha^2\tau+\alpha^3\tau^2.$$

Мы видели, что α — величина весьма малая. Так как, кроме того, мы рассматриваем только небольшие изменения температуры, то члены $3\alpha^2\tau$ и $\alpha^3\tau^2$ малы по сравнению с 3α (например, при $\alpha=2{,}0\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$ и $\tau=100$ К член $3\alpha^2\tau$ в 500 раз меньше 3α, а член $\alpha^3\tau^2$ в 750 000 раз меньше 3α). Поэтому мы можем пренебречь членами $3\alpha^2\tau$ и $\alpha^3\tau^2$ по сравнению с 3α и считать, что

$$\beta = 3\alpha.$$

Итак, *коэффициент объемного расширения равен утроенному коэффициенту линейного расширения*. Например, для железа он равен $3{,}6\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$.

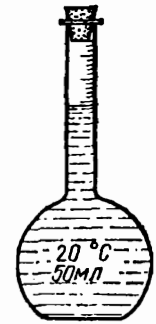


Рис. 363. Пикнометр

? **199.1.** Для определения плотности жидкостей употребляют *пикнометры* — стеклянные сосуды с узким горлышком, на котором ставятся отметки, соответствующие определенной вместимости: 10 мл, 50 мл и т. д.*) (рис. 363). Пусть при 20 °С вместимость пикнометра равна 50 мл. Какова она при 100 °С?

*) Обозначение «мл» означает «миллилитр», т. е. тысячную долю литра, или один кубический сантиметр. *(Примеч. ред.)*

§ 200. Измерение коэффициента объемного расширения жидкостей. Измерить коэффициент объемного расширения жидкости можно следующим образом. Стеклянная колба, снабженная узкой цилиндрической шейкой (рис. 364), наполняется испытуемой жидкостью до определенной метки на шейке. Затем колбу нагревают и отмечают, насколько поднялся уровень жидкости в шейке.

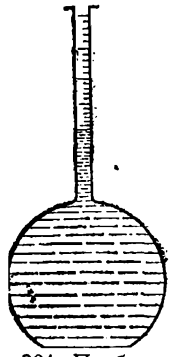


Рис. 364. Прибор для измерения коэффициента объемного расширения жидкости

Если известны начальный объем сосуда, площадь сечения канала в шейке колбы и изменение температуры, то можно определить, какая доля начального объема жидкости в колбе перешла при нагревании на 1 К в шейку колбы. Однако коэффициент расширения жидкости *больше* этой величины, так как одновременно нагрелась и расширилась сама колба. Чтобы найти коэффициент расширения жидкости, нужно к этой величине добавить коэффициент объемного расширения стекла. Впрочем, коэффициент объемного расширения стекла обычно значительно меньше коэффициента объемного расширения жидкости, и при грубых измерениях им можно пренебречь. В табл. 4 приведены коэффициенты объемного расширения некоторых жидкостей при 20 °С.

Таблица 4. **Коэффициент объемного расширения некоторых жидкостей**

Жидкость	β, $10^{-3}К^{-1}$	Жидкость	β, $10^{-3}К^{-1}$
Ртуть	0,18	Спирт	1,1
Керосин	1,0	Эфир	1,7

? **200.1.** Пикнометр наполнен спиртом при 0 °С и взвешен. Затем он погружен в сосуд с теплой водой. При помощи фильтровальной бумаги отобрано столько спирта, чтобы его уровень находился на прежней метке, после чего пикнометр снова взвешен. Каков коэффициент объемного расширения спирта при таких данных: пикнометр пустой весит 321 Н, со спиртом при 0 °С весит 731 Н, со спиртом при 29 °С весит 718 Н? Расширением стекла пренебречь.

§ 201. Особенности расширения воды. Самое распространенное на поверхности Земли вещество — вода — имеет особенность, отличающую ее от большинства других жидкостей. Она расширяется при нагревании только свыше 4 °С. От 0 до 4 °С объем воды, наоборот, при нагревании уменьшается. Таким образом, *наибольшую плотность вода имеет при* 4 °С. Эти данные относятся к пресной (химически чистой) воде. У морской воды наибольшая плотность наблюдается примерно при 3 °С. Увеличение давления тоже понижает температуру наибольшей плотности воды.

Особенности расширения воды имеют громадное значение для климата Земли. Бóльшая часть (79%) поверхности Земли покрыта водой. Солнечные лучи, падая на поверхность воды, частично отражаются от нее, частично проникают внутрь воды и нагревают ее. Если температура воды низка, то нагревшиеся слои (например, при 2 °С) более плотны, чем холодные (например, при 1 °С), и потому опускаются вниз. Их место занимают холодные слои, в свою очередь нагревающиеся. Таким образом, происходит непрерывная смена слоев воды, что способствует равномерному прогреванию всей толщи воды, пока не будет достигнута температура, соответствующая максимальной плотности. При дальнейшем нагревании верхние слои становятся все менее плотными, а потому и остаются вверху.

Вследствие этого большие толщи воды сравнительно легко прогреваются солнечными лучами лишь до температуры наибольшей плотности воды; дальнейшее прогревание нижних слоев идет крайне медленно. Наоборот, охлаждение воды до температуры наибольшей плотности идет сравнительно быстро, а затем процесс охлаждения замедляется. Все это ведет к тому, что глубокие водоемы на поверхности Земли имеют, начиная с некоторой глубины, температуру, близкую к температуре наибольшей плотности воды (2—3 °С). Верхние слои морей в теплых странах могут иметь температуру, значительно более высокую (30 °С и более).

Глава XI. РАБОТА. ТЕПЛОТА. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

§ 202. Изменения состояния тел. Рассматривая движение тела, брошенного вверх и затем падающего (§ 101), мы установили, что при отсутствии сопротивления воздуха сумма кинетической и потенциальной энергий движущегося тела остается постоянной. Этот закон относится также к любой системе тел, на которые не действуют никакие внешние силы и которые движутся без трения. Но мы указали тогда же, что при наличии сил трения или неупругих ударов этот закон не имеет места: сумма кинетической и потенциальной энергий не остается постоянной. Так, например, при падении камня в снег или песок и кинетическая и потенциальная энергии его убывают, поскольку он и опускается, и уменьшает свою скорость.

Иногда наблюдаются, наоборот, случаи увеличения суммы кинетической и потенциальной энергий тел. Например, если из покоящейся на столе бутылки с газированной водой под давлением углекислого газа пробка и часть жидкости вылетят из бутылки и поднимутся на некоторую высоту, то сумма кинетической и потенциальной энергий системы тел увеличится.

Эти изменения механической энергии никогда не проходят бесследно: одновременно происходят какие-либо изменения состояний тел, которые могут быть весьма разнообразными. Например, когда механическая энергия тел убывает, часто наблюдается нагревание тел. Так, нагреваются трущиеся и ударяющиеся тела: оси колес экипажа, пила и распиливаемое полено. Ударив несколько раз по куску свинца молотком и расплющив его, мы можем обнаружить его нагревание. Сгибая и разгибая проволоку, заметим, что место изгиба, где происходит трение внутренних частей проволоки, нагрелось. Наоборот, в случаях, когда механическая энергия возрастает, нередко наблюдается охлаждение тел. Например, в случае с вылетом пробки из бутылки с

газированной водой охлаждается газ, избыточное давление которого вытолкнуло пробку.

Кроме нагревания, при трении могут происходить и другие изменения состояния тел. Одним из важных случаев изменения состояния тел является превращение их из сплошных в мелкораздробленные, т. е. размельчение тел. Простейшими примерами являются разбрызгивание воды, истирание куска мела при писании на доске, истирание карандаша при писании на бумаге. Таким размельчением является и размалывание зерна в муку между жерновами. Затупливание, а также и заточка режущих инструментов — ножей, бритв, токарных резцов и т. д.— также представляют собой измельчение их режущего края. Иногда трение или удар могут превращать тело из твердого состояния в жидкое.

На основании подобных фактов мы ввели понятие *внутренней энергии* тел (§ 104). Мы указали тогда, что внутренняя энергия тела зависит от его температуры, от того, является ли тело твердым, жидким или газообразным, находится ли оно в мелкораздробленном состоянии или является сплошным, и т. д. Если под действием внешней силы производится работа против сил трения, в результате чего температура тела повышается или оно измельчается, расплавляется или испаряется, то внутренняя энергия тела увеличивается. Если, наоборот, температура тела понижается, если оно превращается из газообразного в жидкое и т. п., то внутренняя энергия тела уменьшается.

Нам предстоит теперь более подробно рассмотреть явления, связанные с изменением внутренней энергии тел.

§ 203. Нагревание тел при совершении работы. В предыдущем параграфе мы установили, что при работе против сил

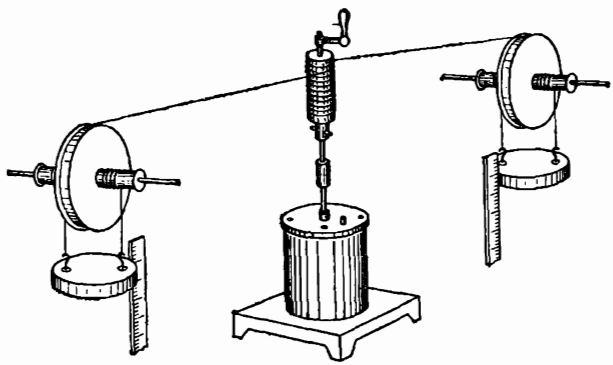


Рис. 365. Прибор Джоуля

трения трущиеся тела нагреваются. Было сделано много различных опытов с целью точно измерить то изменение температуры, которое получается при совершении определенной работы. Такие опыты в середине XIX века одним из первых осуществил Джоуль. Его прибор изображен на рис. 365. Разрез прибора показан в упрощенном виде на рис. 366. В сосуде с водой вращаются лопасти *1*, приводимые в движение с помощью груза массы *m*, который подвешен на шнуре, перекинутом через блок *2*. При опускании груза лопасти вращаются, проходя при этом сквозь отверстия в перегородках *3*, и, увлекая воду, вызывают трение одних слоев воды о другие. При трении вода и сосуд нагреваются; никаких других изменений ни вода, ни другие части прибора не испытывают. При опускании груза с высоты *h* действующая на него сила тяжести *mg* совершает работу, равную *mgh*. В начале и в конце опыта все части прибора — груз, лопасти, вода — находятся в покое, так что в результате опускания груза кинетическая энергия всех этих тел не изменяется.

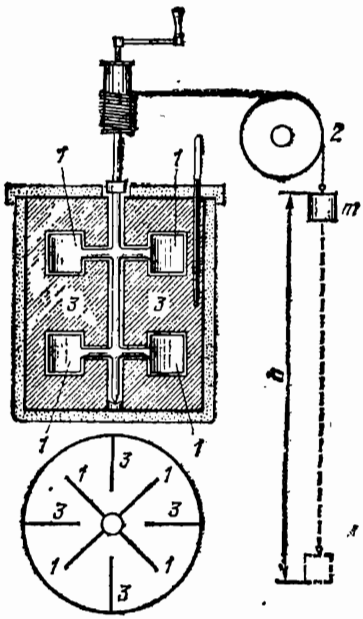


Рис. 366. Разрез прибора Джоуля

Таким образом, *вся совершенная работа вызывает только нагревание* воды, лопастей и других частей прибора. Это дает возможность подсчитать, какую работу нужно затратить, чтобы повысить температуру единицы массы воды на один кельвин. При этом Джоуль учел, что кроме воды нагреваются также и лопасти и сосуд. Как учитывается это нагревание, мы рассмотрим далее.

Опыты Джоуля повторялись неоднократно, причем условия опыта подвергались разнообразным изменениям. Менялось количество наливавшейся воды, масса грузов и высота их поднятия, моменты действующих сил и т. д. При всех этих измерениях всегда получался один и тот же результат: *для нагревания одного килограмма воды на один*

кельвин надо произвести работу, равную 4,18 *килоджоуля.*

Кроме описанного опыта, и самим Джоулем и другими исследователями было выполнено много других опытов, также имевших целью установить связь между изменением температуры и совершенной работой. Наблюдалось нагревание газа, возникающее за счет работы, совершенной при сжатии; определялось разогревание трущихся друг о друга металлических дисков при одновременном определении работы, совершенной при преодолении трения, и т. д. Сравнение результатов этих опытов представляет некоторую трудность, так как в разных опытах нагреванию подвергались весьма различные тела.

Мы увидим дальше (§ 209), каким образом можно каждый раз свести полученное нагревание к нагреванию одного и того же вещества, например воды. Если произвести такое сравнение, то из всех описанных и многих аналогичных опытов можно вывести крайне важное заключение: *если при исчезновении механической энергии не происходит никаких изменений в состоянии тел* (например, плавления, испарения и т. д.), *кроме изменения температуры, то за счет энергии* 4,18 *килоджоуля температура одного килограмма воды повышается всегда на один кельвин.*

Таким образом, опыты Джоуля дают подтверждение закона сохранения энергии в расширенном смысле. При всех движениях, как происходящих без трения, так и сопровождающихся трением, *сумма кинетической, потенциальной и внутренней энергий всех участвующих тел не изменяется.* Эту сумму мы будем называть *полной энергией* тел или просто их энергией.

Рассмотрим пример. Пусть над свинцовой пластинкой висит на некоторой высоте свинцовый шарик. Энергия этой системы состоит из: а) потенциальной энергии шарика; б) внутренней энергии шарика и пластинки. Пусть теперь шарик упадет на пластинку и своим ударом вызовет нагревание. Потенциальная энергия шарика уменьшится, зато увеличится внутренняя энергия пластинки и шарика. Полная энергия остается неизменной.

? **203.1.** В приборе Джоуля, как это видно на рис. 365 и 366, скорость опускающихся грузов во много раз меньше скорости лопаток. Какая цель преследовалась таким устройством?

§ 204. Изменение внутренней энергии тел при теплопередаче. Мы видели, что при уменьшении механической энергии системы тел происходит соответствующее увеличение их

внутренней энергии, а уменьшение внутренней энергии связано с увеличением механической энергии. Эти изменения внутренней энергии тел происходят при совершении той или иной работы (работы при движении с трением, работы при расширении газа и т. п.). При этом и изменение механической энергии и соответствующее этому изменение внутренней энергии равны произведению действующей силы на пройденный путь, т. е. величине, характеризующей произведенную работу.

Однако было бы неправильно считать, что изменение внутренней энергии тела может происходить только при совершении работы. Например, при остывании печи никакой работы не совершается, а внутренняя энергия печи уменьшается. При этом, однако, окружающие тела — воздух, стены, предметы в комнате — нагреваются, т. е. увеличивают свою внутреннюю энергию. В этих случаях принято говорить, что происходит *передача теплоты:* печь отдает некоторое количество теплоты, а окружающие тела получают такое же количество теплоты. Таким образом, *мы называем передачей теплоты такой процесс, при котором внутренняя энергия одних тел уменьшается, а других — соответственно увеличивается, причем механическая энергия тел не изменяется и никакая работа не совершается.*

Отметим, что при процессе теплопередачи далеко не всегда меняется тепловое состояние тел, т. е. их температура; например, когда лед тает, то передача теплоты меняет состояние тела (лед из твердого состояния переходит в жидкое), но температура его остается неизменной.

Для характеристики процесса теплопередачи вводится понятие *количества теплоты;* количеством теплоты мы называем то изменение внутренней энергии тела, которое происходит при теплопередаче.

Итак, внутренняя энергия тела может изменяться при двух видах процессов: а) при совершении работы; б) при передаче теплоты. Конечно, возможны и такие случаи, когда имеют место одновременно и совершение работы и передача теплоты.

При всех описанных явлениях мы можем делать заключения об изменении внутренней энергии при переходе из одного состояния в другое. Но при этом мы совершенно не затрагиваем вопроса, каков полный запас внутренней энергии тела. Этот вопрос не имеет значения: интерес представляет лишь *изменение внутренней энергии*, подобно тому как это имеет место и для потенциальной энергии (§ 97).

§ 205. Единицы количества теплоты. Количество теплоты, т. е. изменение внутренней энергии, можно измерять в тех

же единицах, в которых измеряется и механическая энергия, т. е. в джоулях. Прежде (а иногда и теперь) для измерения количества теплоты использовалась особая единица, называемая *калорией* (кал). Калория равна количеству теплоты, необходимому для нагревания одного грамма чистой воды от 19,5 до 20,5 °С.

Опытами Джоуля и другими аналогичными опытами было установлено, что для нагревания одного грамма воды на один кельвин требуется совершить 4,18 джоуля работы. Отсюда следует, что одна калория эквивалентна 4,18 джоуля:

$$1 \text{ кал} = 4{,}18 \text{ Дж}.$$

Величина, равная 4,18 Дж/кал *), называется *механическим эквивалентом теплоты*. Таким образом, можно сказать, что опыты Джоуля послужили к установлению механического эквивалента теплоты.

В дальнейшем в соответствии с требованием системы единиц СИ мы калорией пользоваться не будем.

§ 206. Зависимость внутренней энергии тела от его массы и вещества. В этом параграфе мы будем говорить об изменениях внутренней энергии тел, связанных с изменениями их температуры. Опыты Джоуля (§ 203) показывают, что при нагревании 1 кг воды на 1 К внутренняя энергия этой воды увеличивается на 4,18 кДж. Для нагревания 10 кг воды придется затратить в 10 раз больше энергии и т. д. Таким образом, увеличение внутренней энергии при нагревании воды прямо пропорционально ее массе. То же относится и к любому другому однородному телу. Так, чтобы нагреть большой утюг до определенной температуры, нужно дольше нагревать его, чем маленький. Зато большой утюг будет дольше остывать и при остывании отдаст окружающим телам больше теплоты. Например, большим утюгом, нагретым до определенной температуры, можно выгладить больше белья, чем маленьким утюгом, нагретым до той же температуры. Таким образом, при одинаковом изменении температуры внутренняя энергия большого утюга изменяется больше.

Итак, *при определенном изменении температуры изменение внутренней энергии тела пропорционально его массе.* Отсюда видно, что понятие массы тела, которое мы ввели при рассмотрении механических явлений, оказывается полезным и при рассмотрении тепловых явлений.

*) Точнее, 4,1868 Дж/кал. *(Примеч. ред.)*

Наблюдения показывают также, что чем выше температура, до которой нагрето данное тело, тем больше времени займет процесс остывания; следовательно, телом будет отдано больше теплоты и его внутренняя энергия изменится больше. Таким образом, *изменение внутренней энергии тела тем больше, чем больше изменение его температуры.*

Внутренняя энергия тела зависит не только от массы и температуры, но также и от *вещества* этого тела. Возьмем два тела одинаковой массы, например два шара — один свинцовый, другой алюминиевый,— и нагреем их до одной и той же температуры, например до 100 °С. Если теперь погрузить шары в одинаковые сосуды с водой, то увидим, что алюминиевый шар нагреет воду до большей температуры, чем свинцовый. Значит, при охлаждении данная масса алюминия отдаст больше теплоты, чем такая же масса свинца. Обратно, для нагревания на одно и то же число кельвин алюминию нужно сообщить больше теплоты, чем такой же массе свинца.

Таким образом, изменение внутренней энергии данной массы алюминия больше, чем изменение внутренней энергии такой же массы свинца при том же изменении температуры.

Так как внутренняя энергия сильно зависит от температуры, то иногда эту энергию называют *тепловой*. Однако внутренняя энергия тел зависит не только от температуры. Она меняется при сжатии жидкостей, при деформации твердых тел (§ 287), при плавлении вещества (§ 219) и его испарении (§ 297). Только для веществ, находящихся в газообразном состоянии, внутренняя энергия практически изменяется только при изменении температуры. Поэтому нецелесообразно заменять общепринятый в науке термин «внутренняя энергия» термином «тепловая энергия». Кроме того, применение последнего термина может привести к смешению с понятием количества теплоты, полученного телом (§ 204).

§ 207. Теплоемкость тела. Количество теплоты, которое нужно сообщить какому-либо телу, чтобы повысить его температуру на 1 К, называется *теплоемкостью* этого тела. При остывании на 1 К тело отдает такое же количество теплоты. Для нагревания тела не на 1 К, а, например, на 10 К нужно сообщить телу в 10 раз большее количество теплоты; при остывании его на 10 К тело отдает это же количество теплоты. На основании сказанного в предыдущем параграфе *теплоемкость тела пропорциональна массе тела и зависит от вещества*, из которого оно состоит. Согласно определению теплоемкость должна выражаться в *джоулях на кельвин* (Дж/К).

Нагревая тело путем теплопередачи, мы увеличиваем его внутреннюю энергию. Кроме того, вследствие расшире-

ния при нагревании совершается работа против сил, препятствующих расширению. Силы эти — силы внешнего давления и силы молекулярного притяжения, весьма значительны для твердых тел и жидкостей и ничтожны для газов. На совершение работы при расширении требуется дополнительная энергия, т. е. необходима дополнительная передача теплоты.

В случае твердых тел расширение всегда ничтожно мало (табл. 3); следовательно, эта дополнительная энергия очень мала и ею можно пренебречь. Для газов, заключенных в твердую оболочку, расширение отсутствует и дополнительная энергия равна нулю. В этих случаях можно сказать, что теплоемкость тела равна приращению его внутренней энергии при повышении температуры на 1 К. В случае жидкостей или газов, нагреваемых в таких условиях, что они могут свободно расширяться (например, в сосуде с подвижным поршнем), работой, совершаемой при расширении, пренебречь нельзя.

При этом в случае газов силами, препятствующими расширению, являются главным образом силы внешнего давления: хотя они невелики, но благодаря значительному расширению газов совершаемая работа заметна; в случае жидкостей расширение невелико (хотя обычно все же в сотни раз больше расширения твердых тел), но зато препятствующие расширению силы молекулярного притяжения, ничтожные для газов, весьма велики для жидкостей; поэтому работа при расширении оказывается значительной. Вопрос о теплоемкости газов, нагреваемых в условиях, когда объем их увеличивается, будет подробнее рассмотрен в § 245.

§ 208. Удельная теплоемкость. Простые наблюдения, указанные в § 206, и точные измерения, которые производились со специальными приборами, описанными в § 209, привели к выводу, что теплоемкость тела, состоящего из однородного материала, пропорциональна его массе. Поэтому сравнивать между собой надо теплоемкости тел, изготовленных из различных веществ, но имеющих одинаковую массу. Для характеристики тепловых свойств вещества принимают теплоемкость единицы массы этого вещества. Эта характеристика называется *удельной теплоемкостью*. Она равна отношению теплоемкости данного тела к его массе и должна выражаться в *джоулях на килограмм-кельвин* (Дж/(кг·К)).

Согласно определению удельная теплоемкость воды при нагревании от 19,5 до 20,5 °С равна 4,18 кДж/(кг·К). При других температурах удельная теплоемкость воды несколько отличается от этого значения. В дальнейшем мы будем этим пренебрегать и принимать удельную теплоемкость воды равной 4,18 кДж/(кг·К) при любой температуре.

Удельная теплоемкость других веществ также слегка зависит от температуры. Однако если температура меняется мало, то эту зависимость можно не учитывать. Поэтому для большинства расчетов будем принимать, что удельная теплоемкость какого-нибудь вещества есть постоянная величина. В таком случае мы можем легко вычислить, какое количество теплоты Q надо передать однородному телу, чтобы повысить его температуру от t_1 до t_2. Удельную теплоемкость вещества обозначим буквой c. Если масса тела равна m, то теплоемкость тела равна cm. Для повышения температуры от t_1 до t_2 надо передать телу количество теплоты в t_2-t_1 раз больше. Итак,

$$Q=cm(t_2-t_1).$$

§ 209. Калориметр. Измерение теплоемкостей. Для сравнения теплоемкостей разных тел пользуются *калориметром*. Калориметр представляет собой металлический сосуд с крышкой, имеющий форму стакана. Сосуд ставят на пробки, помещенные в другой, больший сосуд так, что между обоими сосудами остается слой воздуха (рис. 367). Все эти предосторожности уменьшают отдачу теплоты окружающим телам.

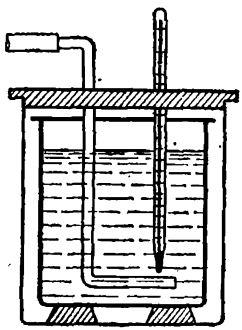


Рис. 367. Калориметр

Сосуд наполняют известным количеством воды, температура которой до опыта измеряется (пусть она равна t_1). Затем берут тело, теплоемкость которого хотят измерить, и нагревают до известной температуры t_2 (например, помещают в пары кипящей воды, так что температура $t_2=100$ °С). Нагретое тело опускают в воду калориметра, закрывают крышку и, помешивая мешалкой, ждут, пока температура в калориметре установится (это будет, когда вода и тело примут одинаковую температуру). Тогда отмечают эту температуру t.

Из результатов опытов можно найти удельную теплоемкость тела c_2, пользуясь тем, что уменьшение энергии охлаждающегося тела равно увеличению энергии нагревающейся при этом воды и калориметра, т. е. применяя закон сохранения энергии.

При не очень точных измерениях можно считать, что вода калориметра, сам калориметр, мешалка и тело, теплоемкость которого измеряется, за время опыта не успеют отдать заметное количество теплоты окружающим телам.

(При более точных измерениях надо внести соответственные поправки.) Поэтому суммы энергий тела, воды, калориметра и мешалки до и после опыта можно считать одинаковыми. Иначе говоря, энергия тела уменьшается при опыте настолько, насколько увеличивается энергия воды, калориметра и мешалки. Температура тела понижается на $t_2—t$. Так как никакой работы внутри калориметра не производится, то убыль энергии тела равна $c_2m_2(t_2—t)$, где c_2 — удельная теплоемкость вещества тела, m_2 — масса тела.

Вода нагревается на $t—t_1$, и приращение ее энергии равно $c_1m_1(t—t_1)$, где c_1 — удельная теплоемкость воды, m_1 — масса воды в калориметре. Предположим, что калориметр и мешалка сделаны из одного материала и общая их масса равна m_3, а удельная теплоемкость их материала равна c_3. Энергия калориметра и мешалки получит приращение, равное $c_3m_3(t—t_1)$. Энергией, необходимой для нагревания термометра, можно пренебречь, так как она обычно невелика. Приравнивая убыль энергии тела приращению энергии воды, калориметра и мешалки, получим

$$c_2m_2(t_2—t)=c_1m_1(t—t_1)+c_3m_3(t—t_1).$$

Это равенство часто называют *уравнением теплового баланса*. Разрешая его относительно c_2, находим

$$c_2=\frac{(t—t_1)(c_1m_1+c_3m_3)}{(t_2—t)m_2}.$$

Таким образом, измерив t, t_1, t_2, m_1, m_2 и m_3, найдем удельную теплоемкость исследуемого тела c_2, если известны удельные теплоемкости воды c_1 и материала калориметра c_3. Удельная теплоемкость воды c_1 может быть принята равной 4,18 кДж/(кг·К) (§ 208). Удельную теплоемкость материала калориметра c_3 нужно определить отдельно: например, путем наблюдения теплового баланса при опускании в калориметр тела, сделанного из того же материала, что и стенки калориметра (т. е. сделав $c_2=c_3$). Определив раз навсегда удельную теплоемкость материала калориметра c_3, мы сможем делать все дальнейшие определения, используя полученное соотношение.

Удельная теплоемкость ряда веществ приведена в табл. 5. В тех случаях, когда температура не указана, значения удельной теплоемкости даны для комнатной температуры. В таблице показано на примере воды, меди и свинца, что удельная теплоемкость *зависит от температуры*. У твердых тел при повышении температуры она увеличивается. При очень низких температурах удельная теплоемкость

всех тел быстро падает. Следует обратить внимание на очень большую по сравнению с другими веществами удельную теплоемкость воды. Заслуживает внимания также то, что удельная теплоемкость льда вдвое меньше теплоемкости

Таблица 5. **Удельная теплоемкость некоторых веществ**

Вещество	c, кДж/(кг·К)	Вещество	c, кДж/(кг·К)
Алюминий	0,880	Медь при —163 °С	0,280
Асбест	0,210	» » 20 °С	0,380
Вода при 20 °С	4,180	Песок	0,840
» » 90 °С	4,220	Ртуть	0,126
Воздух, свободно расширяющийся	1,010	Свинец при —259 °С	0,032
		» » 20 °С	0,130
Железо	0,460	» » 300 °С	0,143
Кирпич	0,840	Сера	0,710
Латунь	0,390	Сосновое дерево	2,520
Лед при 0 °С	2,100	Стекло	0,840

воды. У других веществ теплоемкости в твердом и жидком состояниях также резко отличаются друг от друга.

Зная удельную теплоемкость вещества, всегда можно рассчитать, какое количество воды имеет такую же теплоемкость, как и данное тело (так называемый *водяной эквивалент*). Пусть, например, стакан калориметра сделан из латуни и имеет массу 100 г. Его теплоемкость равна $0{,}100 \times 390 = 39$ Дж/К. Следовательно, водяной эквивалент этого стакана равен 39 Дж/К : 4180 Дж/(кг·К) = 0,0093 кг = 9,3 г. Нагревая в таком стакане 300 г воды, можно считать, что мы нагреваем только воду, но в количестве не 300 г, а 309,3 г. Теперь можно ответить на вопрос, каким образом в опыте, описанном в § 203, Джоуль мог учесть нагревание, кроме воды, также и сосуда. Он мог сделать это, пользуясь понятием водяного эквивалента.

? **209.1.** Два куска из одинакового материала (например, оба железные), но разной массы нагреты до различных температур. Увеличится или уменьшится их общий объем, если горячий кусок передаст некоторое количество теплоты холодному?

209.2. В латунный стакан массы 163 г, имеющий температуру 17 °С, вливают 100 г воды при 50 °С и 200 г воды при 10 °С. Пренебрегая обменом теплотой с окружающими телами, определите окончательную температуру воды. Предположим, что температуры вливаемых порций воды равны указанным выше, но что имеет место обмен теплотой через стенки сосуда с окружающими предметами. Как повлияет это обстоятельство на окончательную тем-

пературу воды в случае, если сперва наливается горячая, а потом холодная вода, и в случае, когда порядок наливания воды обратный?

§ 210. Закон сохранения энергии. Закон сохранения энергии, применение которого мы рассмотрели для случаев, когда происходит передача теплоты (§ 204) или когда наряду с тепловыми явлениями происходят и механические (§ 202), имеет всеобъемлющее значение. Он применим ко всем без исключения явлениям природы. Несколько примеров позволят глубже уяснить смысл этого закона.

Пусть происходит какая-нибудь химическая реакция, например горение угля в воздухе. При этом передается теплота окружающим телам; они нагреваются, т. е. увеличивается их энергия. Кроме того, сгорание угля может сопровождаться еще и совершением некоторой механической работы, если, например, уголь сгорает в топке котла паровой машины. Изменилось ли еще что-нибудь в нашей системе тел (уголь, воздух, машина) во время процесса работы машины? До горения мы имели уголь и кислород воздуха, после сгорания — углекислый газ. Следовательно, изменился и химический состав тел. Таким образом, изменение химического состава тел сопровождается совершением работы и нагреванием, т. е. передачей теплоты. Отсюда мы делаем заключение, что внутренняя энергия тел зависит также от их химического состава. В нашем примере энергия угля и кислорода, содержащегося в воздухе, больше, чем энергия образовавшегося из них углекислого газа. Избыток энергии угля и кислорода над энергией углекислого газа и пошел на нагревание окружающих тел и на совершение работы.

Рассмотрим еще пример: тела, заряженные электричеством, например грозовые облака. При образовании молнии происходит ряд изменений: нагревается воздух и разряжаются облака. Энергия тел зависит не только от их температуры, но и от распределения электрических зарядов на этих телах. При разряде изменяется и то и другое, но полная энергия облаков и воздуха остается неизменной. Эта неизменность полной энергии при всех происходящих процессах и представляет собой закон сохранения энергии. Его можно в самом общем виде сформулировать следующим образом.

Энергия тел зависит от их скоростей, положения, температуры, формы, химического состава и т. д. Изменение энергии тел происходит либо за счет работы, совершаемой этими телами, либо за счет передачи энергии другим телам.

то полная энергия их остается неизменной.

Самым существенным в этом законе является необходимость учитывать *все* тела, участвующие в рассматриваемых процессах. Это не всегда легко сделать. Так, во втором из разобранных нами примеров, кроме указанных изменений, происходит ряд других, менее значительных, а именно: от молнии во все стороны распространяется свет, слышен гром, т. е. разносится звук; происходит соединение азота и кислорода воздуха, образующих некоторое количество окислов азота, и т. д. Звук и свет поглощаются окружающими телами, что в конце концов также вызывает их нагревание. Но нагревающиеся при поглощении звука и света тела могут находиться очень далеко от места образования молнии. В частности, свет от молнии может даже уйти за пределы земного шара и поглотиться где-нибудь на отдаленных мировых телах.

Таким образом, строго говоря, при учете всех тел, участвующих в рассматриваемом процессе, мы практически можем встретиться с непреодолимыми затруднениями. Однако в тех случаях, где такой учет возможно провести достаточно строго, мы всегда убеждаемся в справедливости закона сохранения энергии. Это приводит нас к убеждению, что кажущиеся отступления от этого закона объясняются недостаточно полным учетом всех происшедших изменений; и действительно, всегда в этих случаях удается указать на какие-нибудь пропуски в полноте учета. Поэтому *мы убеждены во всеобъемлющем значении закона сохранения энергии.*

В настоящее время уже нет нужды проверять этот закон в каждом конкретном случае; наоборот, убеждение в его справедливости позволяет при рассмотрении конкретных случаев предвидеть результаты или исправлять ошибки в рассуждениях. Закон сохранения энергии принадлежит к числу плодотворнейших, и им широко пользуются в самых разнообразных случаях.

§ 211. Невозможность «вечного двигателя». Установление закона сохранения энергии явилось результатом многочисленных опытов, показавших его справедливость. Число этих опытов было чрезвычайно велико благодаря тому, что вопрос об использовании энергии — один из важнейших вопросов человеческой деятельности.

Уже в середине XIII века стали появляться проекты машин, которые должны были производить работу без каких-либо затрат энергии. Точнее говоря, проектировались

машины, устроенные так, что, после того как они произвели некоторую работу и машина возвратилась в исходное положение, ни в одном из окружающих тел не должно было происходить никаких изменений. Такую воображаемую машину называют *вечным двигателем* или «*перпетуум мобиле*» (от латинского слова perpetuum mobile — вечно движущееся).

Ни одна из этих машин не работала так, как хотели их изобретатели, т. е. не обеспечивала вечного движения. При разборе проектов каждой из этих машин можно найти ту или иную ошибку. Из закона сохранения энергии сразу вытекает, что такая машина вообще невозможна и что, следовательно, бесплодно искать какого бы то ни было хитрого сочетания приборов и устройств, которое позволило бы обойти затруднения.

Еще Леонардо да Винчи понимал невозможность вечного двигателя. Однако очень долго, даже после установления закона сохранения энергии, продолжались попытки изобрести вечный двигатель со стороны людей, не обладавших достаточными знаниями. Число проектов подобного рода, посылаемых на рассмотрение, было настолько велико, что в 1775 г. Французская Академия наук вынуждена была опубликовать постановление, что подобные проекты не будут рассматриваться ввиду их неосуществимости.

§ 212. Различные виды процессов, при которых происходит передача теплоты. В предыдущих параграфах мы часто говорили о передаче теплоты как о процессе, при котором меняется внутренняя энергия тела. Рассмотрим теплопередачу более подробно.

Прежде всего надо отметить, что при отсутствии работы теплопередача всегда идет в определенном направлении: внутренняя энергия горячего тела уменьшается, а внутренняя энергия холодного тела увеличивается. Только при особых обстоятельствах, при непременном условии совершения работы внешней силой, могут происходить процессы, при которых температура горячего тела повышается, а температура холодного тела становится еще более низкой. Мы вернемся к этому вопросу при рассмотрении действия так называемых холодильных машин (§ 327). Чем больше разность температур тел, тем интенсивней при прочих одинаковых условиях протекает процесс теплопередачи от горячего тела к холодному. Когда же температуры тел уравниваются, теплопередача прекращается и наступает так называемое тепловое равновесие.

Какие же процессы ведут к выравниванию температур тел? Их известно несколько.

1. Когда нагревается холодная вода в кастрюле, поставленной на горячую плиту, происходит передача теплоты сквозь металлические стенки кастрюли. Способность тел производить передачу теплоты называют их *теплопроводностью*. От чего зависит количество теплоты, передаваемой через какую-нибудь стенку? Прежде всего от разности температур по обе стороны стенки. Чем эта разность больше, тем большее количество теплоты передается через стенку за определенный промежуток времени. Затем это количество теплоты зависит от площади стенки. Вода в кастрюле с бóльшим дном нагревается, как известно, скорее, чем в кастрюле с меньшим дном. Далее, легко убедиться на опыте, что количество теплоты, передаваемой за единицу времени через стенку при определенной разности температур, тем больше, чем тоньше стенка.

Наконец, теплопередача сильно зависит от материала стенки. Для характеристики теплопередачи различных материалов пользуются понятием *теплопроводности*. Теплопроводностью λ называют величину, показывающую, какое количество теплоты передается за единицу времени сквозь единичную площадь стенки единичной толщины при разности температур между поверхностями стенки, равной одному кельвину. В СИ единицей теплопроводности является ватт на метр-кельвин (Вт/(м·К)). Если, например, теплопроводность алюминия равна 210 Вт/(м·К), то это означает, что через каждый квадратный метр алюминиевой стенки при разности температур 1 К и при толщине стенки 1 м передается 210 Дж теплоты в течение 1 с. Не останавливаясь на способах определения теплопроводности, которые довольно сложны, приведем значения теплопроводности некоторых веществ (табл. 6). Обращает на себя внимание

Таблица 6. **Теплопроводность некоторых веществ**

Вещество	λ, Вт/(м·К)	Вещество	λ, Вт/(м·К)
Алюминий	210	Дерево вдоль волокон	0,29
Железо	60	» поперек »	0,17
Латунь	110	Стекло	0,85
Медь	385	Вода	0,63
Свинец	34	Воздух	0,025
Кирпич	1,25	Водород (газ)	0,18

большая сравнительно с другими веществами теплопроводность металлов. Напомним, что электропроводность металлов тоже значительно превосходит электропроводность других веществ. Весьма мала теплопроводность газов.

2. В жидкостях и в газах, кроме теплопроводности, теплопередача часто осуществляется *конвекцией*, т. е. механическим перемещением нагретых частей. Почти всегда при соприкосновении жидкости или газа с твердыми стенками, имеющими более высокую или более низкую температуру, в жидкости возникают течения: нагревшаяся жидкость (или газ) поднимается вверх, а охладившаяся опускается вниз (рис. 368). Этот процесс происходит вследствие уменьшения плотности жидкости или газа при повышении их температуры.

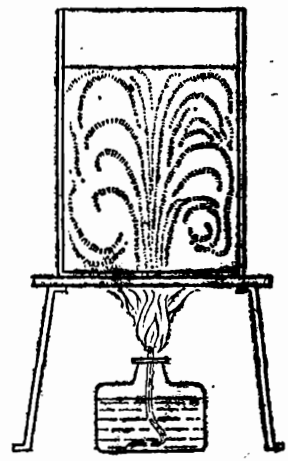


Рис. 368. Конвекционные струи жидкости

Легко понять, что конвекционные течения в жидкостях и газах возникают тем легче, чем больше их температурные коэффициенты расширения. Имеет также значение вязкость жидкостей и газов: большая вязкость, естественно, затрудняет возникновение конвекционных течений. В очень узких слоях, например в слое воздуха между двумя близко расположенными оконными стеклами, конвекционные течения слабы. Если конвекционные течения возникли, они очень способствуют быстрому прогреванию жидкостей и газов; при отсутствии конвекции (например, в случае, когда вверху расположена нагретая жидкость, а внизу — охлажденная) прогревание и жидкостей и газов крайне замедляется вследствие их ничтожной теплопроводности.

Конвекционные течения в атмосфере не только играют большую роль для теплопередачи, но и обусловливают ветры. Они вызывают постоянное перемешивание воздуха, благодаря чему воздух в разных местах поверхности Земли имеет практически один и тот же состав. Конвекционные течения в атмосфере поддерживают процесс горения, обеспечивая приток кислорода к пламени и удаляя продукты сгорания.

Конвекционные течения жидкости и газа широко используют в технике (напомним водяное отопление помеще-

ний). Однако в технике естественные конвекционные течения часто оказываются недостаточными. В таких случаях прибегают к принудительной конвекции посредством насосов (например, охлаждение генераторов электрического тока посредством продувания воздуха или водорода).

Кроме конвекционных течений, возникновение которых связано с тепловым расширением жидкости или газа, возможны иные причины перемешивания, а следовательно, и быстрого прогревания их. Например, при течении по трубе легко возникает турбулентное движение, при котором слои текущей жидкости интенсивно перемешиваются (§ 193).

В условиях невесомости конвекционные течения исчезают. Поэтому, например, в условиях невесомости невозможно горение (если не обеспечена искусственная тяга): продукты горения не удаляются от пламени, и оно гаснет вследствие недостатка кислорода. Перемешивание же благодаря турбулентности течения происходит в условиях невесомости так же, как и в обычных условиях.

3. Кроме теплопередачи посредством теплопроводности и конвекционных течений, огромное значение в природе и технике имеет теплопередача посредством *испускания и поглощения излучения*. Поднося руку к нагретому утюгу, мы даже снизу (где подтекает холодный воздух) чувствуем «жар». Утюг испускает лучи и потому охлаждается, а рука поглощает лучи и потому нагревается. Эти лучи — не что иное, как электромагнитные волны, о которых будет идти речь далее. Здесь мы не будем подробно говорить об испускании и поглощении лучей. Упомянем только, что передача теплоты через пространство, в котором отсутствует вещество, например от Солнца к Земле, осуществляется исключительно посредством испускания и поглощения излучения.

4. Кроме теплопроводности, конвекции и излучения, существует много других процессов, при которых горячие тела охлаждаются, а холодные нагреваются: *испарение и конденсация*, *термоэлектрические явления* и т. д. Об этих явлениях мы будем говорить дальше.

? **212.1.** Где температура накаленного волоска электролампы выше: у поверхности волоска или в середине его?

212.2. Положите на листок белой бумаги булавку или конторскую скрепку. Подержите листок над зажженной свечой до тех пор, пока бумага не станет желтеть и обугливаться. Затем сбросьте булавку. На пожелтевшей бумаге виден белый след булавки (рис. 369). Объясните явление.

212.3. Теплопроводность дерева вдоль волокон больше, чем поперек них (табл. 6). Почему это так?

212.4. Теплопроводности латуни и цинка почти одинаковы. Удельные теплоемкости их тоже почти равны. Плотность латуни заметно больше плотности цинка. Какая из двух кружек со стенками одинаковой толщины быстрее прогреется при наливании кипятка: латунная или цинковая?

212.5. Если капнуть воды на горизонтальную накаленную плиту, то капелька долго держится, почти не испаряясь. Если сделать

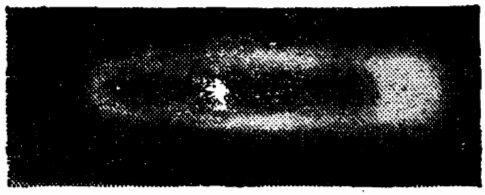


Рис. 369. К упражнению 212.2

это при слабо накаленной плите, то капелька почти мгновенно с шипением испарится. Объясните явления.

212.6. Предположим, что найдена жидкость, температурный коэффициент расширения которой при любой температуре равен нулю. Как вела бы себя эта жидкость, если ее налить в металлическую кастрюлю и поставить на накаленную плиту?

212.7. Приклейте маленький огарок свечи на дно стеклянной банки. Зажгите огарок, накройте банку крышкой и последите за пламенем в двух случаях: а) банка покоится; б) банка свободно падает с высоты 2—3 м на мягкую кучу песка (чтобы банка не разбилась при падении). Объясните разницу в форме и яркости пламени в этих двух случаях.

212.8. Почему продувание через электрические машины водорода сильнее охлаждает их, чем продувание такой же массы воздуха?

§ 213. Молекулы и атомы. В настоящем разделе книги мы изучаем изменение теплового состояния тел, характеризуемого их температурой, переход тел из твердого состояния в жидкое, из жидкого — в газообразное и обратно и т. д. Естественно возникает вопрос: что происходит *внутри* тел, когда меняется их температура, когда они плавятся или испаряются, и т. д. Ответы на этот вопрос, равно как и на ряд других, относящихся к свойствам вещества, дает *молекулярная теория.*

Уже в глубокой древности, за две с половиной тысячи лет до нашего времени, зародилось представление, что все окружающие нас тела состоят из мельчайших частиц, недоступных непосредственному наблюдению. Однако лишь за последние 150 лет развилось и было экспериментально обосновано современное учение о молекулах и атомах.

Молекулами называются мельчайшие частицы, из которых состоят различные вещества. При этом в одних случаях, например у паров металлов, у инертных газов (гелий, аргон и др.), мельчайшие частицы вещества представляют собой отдельные атомы; в других же случаях подобные частицы состоят из нескольких атомов, например: у водорода, кислорода и азота — из двух, у углекислоты — из трех и т. д. Молекулы сложных веществ — не элементов — состоят из атомов различных элементов, входящих в их состав. Такое представление о строении тел позволило объяснить основные законы химии: закон постоянных отношений и закон кратных отношений.

Закон постоянных отношений состоит в том, что при образовании любого количества какого-либо химического соединения массы соединяющихся веществ всегда находятся в совершенно определенном отношении. Например, при образовании воды из водорода и кислорода массы входящих в соединение водорода и кислорода всегда относятся, как 1 : 8. С точки зрения представлений об атомах и молекулах

этот опытный факт сразу становится понятным. В самом деле, например, для образования воды два атома водорода соединяются с одним атомом кислорода, т. е. молекула воды имеет состав H_2O. Отношение масс водорода и кислорода должно быть равно отношению удвоенной массы атома водорода к массе атома кислорода и потому всегда будет одним и тем же, каково бы ни было количество образовавшейся воды. Это связано с тем, что все атомы водорода одинаковы и их масса всегда одна и та же и что все атомы кислорода тоже не отличаются по массе один от другого.

Закон кратных отношений состоит в том, что, когда два элемента образуют несколько соединений, массы одного из элементов в разных соединениях относятся, как целые числа. Например, азот и кислород дают пять соединений. Массы кислорода в них, приходящиеся на одну и ту же массу азота, относятся, как целые числа — как 1 : 2 : 3 : 4 : 5. Этот факт объясняется тем, что одно и то же число атомов одного элемента (2 атома азота в нашем примере) в молекулах разных соединений связано с разным числом атомов другого элемента (в нашем примере с 1, 2, 3, 4 и 5 атомами кислорода). Эти соединения имеют состав: N_2O, N_2O_2, N_2O_3, N_2O_4, N_2O_5.

§ 214. Размеры атомов и молекул. Представление о молекулярном строении тел на первый взгляд не согласуется с нашим обычным опытом: мы не наблюдаем этих отдельных частиц, тела представляются нам сплошными. Однако это возражение нельзя считать убедительным. М. В. Ломоносов в одной из своих работ писал: «Нельзя также отрицать движение там, где глаз его не видит; кто будет отрицать, что движутся листья и ветви деревьев при сильном ветре, хотя издали он не заметит никакого движения. Как здесь из-за отдаленности, так и в горячих телах вследствие малости частичек вещества движение скрывается от взоров». Итак, причина кажущегося разногласия в том, что атомы и молекулы чрезвычайно малы.

В лучший оптический микроскоп, который дает возможность различать предметы, размеры которых не меньше $(2—3) \cdot 10^{-7}$ м, рассмотреть отдельные молекулы, даже самые крупные, нельзя. Однако целый ряд косвенных методов позволил не только надежно доказать существование молекул и атомов, но даже установить их размеры. Так, размер атома водорода можно считать равным $1{,}2 \cdot 10^{-10}$ м; длина молекулы водорода, т. е. расстояние между центрами двух атомов, ее составляющих, равна $2{,}3 \cdot 10^{-10}$ м. Существуют

более крупные молекулы, например молекулы белка (альбумин) имеют размеры $4{,}3 \cdot 10^{-8}$ м. В последние годы благодаря устройству специального прибора, позволяющего исследовать объекты чрезвычайно малых размеров,— электронного микроскопа — оказалось возможным сфотографировать не только крупные молекулы, но и атомы.

О том, что размеры молекул чрезвычайно малы, можно судить и без измерений, исходя из возможности получать очень малые количества разных веществ. Разведя 1 мл чернил (например, зеленых) в литре чистой воды, а затем разведя 1 мл этого раствора еще раз в литре воды, мы получим разведение в 1 000 000 раз. И все же мы увидим, что последний раствор имеет заметную зеленую окраску и вместе с тем вполне однороден. Следовательно, в самом малом объеме, который еще может различить глаз, даже при таком разведении находится очень много молекул красящего вещества. Это показывает, как малы эти молекулы.

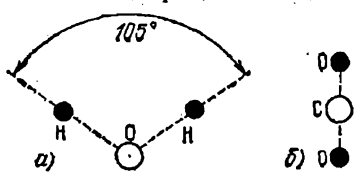


Рис. 370. Схемы строения молекул воды (*а*) и углекислого газа (*б*)

Золото можно расплющивать в листки толщины 0,1 мкм, а обрабатывая такие листки водным раствором цианистого калия, можно получать листки золота толщины 0,01 мкм. Следовательно, размер молекулы золота значительно меньше одной сотой доли микрометра.

На рисунках мы будем изображать молекулы в виде шариков. Однако молекулы (а также, как увидим дальше, и атомы) имеют строение, различное у разных веществ, часто довольно сложное. Известны, например, форма и строение не только таких простых молекул, как H_2O и CO_2 (рис. 370), но и несравненно более сложных, содержащих многие тысячи атомов.

§ 215. Микромир. Успехи в изучении строения вещества, о которых говорилось в предыдущих параграфах, раскрыли перед исследователями природы новый мир — мир мельчайших частиц. Его называют *микромиром*; в отличие от мира крупных тел, или *макромира* (от греческих слов: «мúкрос» — малый, «мáкрос» — большой), микромир недоступен непосредственному наблюдению, и для изучения его требуются особые, тонкие методы. Микромир оказался чрезвычайно сложным. Как уже говорилось, любое тело,

которое в механике рассматривалось как сплошное, при использовании новых методов исследований оказывалось сложной системой громадного числа непрерывно движущихся молекул. Молекулы оказались состоящими из еще более мелких частиц — атомов, причем в некоторых типах молекул число атомов оказалось очень большим. В свою очередь атомы оказались сложными системами, состоящими из электронов и ядер, а сами ядра — состоящими из различных частиц, о которых будет рассказано в последнем томе нашего учебника.

Конечно, все, что происходит и наблюдается в макромире, взаимосвязано с состоянием частиц микромира и с их изменениями. Изменения теплового состояния тел — температурные изменения и переход тел из одного состояния в другое, например из твердого в жидкое,— оказались связанными, в основном, с изменениями движения молекул и их взаимного расположения. Химические превращения, наблюдаемые в микромире, связаны с изменениями атомного состава молекул.

Строение молекул или атомов, а также движения атомов, составляющих молекулы, и движения частиц, образующих атомы, проявляются в макромире в электрических, магнитных, оптических и других явлениях. Эта необычайная сложность микромира представила бы непреодолимые трудности для его познания, если бы не удалось разумно расчленить задачу. Оказывается возможным выделить более простые явления, обусловленные, например, молекулярными движениями, при изучении которых можно пренебречь более тонкими процессами микромира; далее следует перейти к изучению более тонких процессов и движений, связанных со структурой атомов и молекул, оставляя в стороне внутриядерные процессы, и т. д.

Таким образом, переходя от изучения более простых процессов и движений к более сложным, мы постепенно составляем себе все более детальную и глубокую картину микромира. Начнем с таких явлений, при которых можно не обращать внимания на внутреннюю структуру молекул, на движение составляющих молекулы атомов и на еще более тонкие внутриатомные и внутриядерные процессы и движения. Сюда относится обширная группа тепловых явлений, при которых молекулы можно рассматривать как неизменные малые тельца.

Итак, приступая к изучению микромира, ограничимся сначала изучением движения и расположения молекул, не рассматривая их внутреннего строения.

§ 216. Внутренняя энергия с точки зрения молекулярной теории. В предыдущей главе мы пришли к выводу, что, кроме механической энергии некоторой системы тел, зависящей от их скоростей (кинетическая энергия) и от их взаимного расположения (потенциальная энергия), каждому из тел, составляющих систему, присуща его внутренняя энергия, зависящая от состояния этого тела. Теперь можно уточнить понятие внутренней энергии. *Внутренняя энергия есть кинетическая и потенциальная энергия частиц, составляющих микромир*: молекул, из которых состоят макротела, атомов, из которых состоят молекулы, электронов и других частиц, составляющих атомы. В предыдущем параграфе мы указали, что в основном тепловые явления можно связать только с движением и расположением молекул как неизменных простых частиц. Поэтому, изучая простые явления, мы будем интересоваться только частью внутренней энергии тел, а именно, только кинетической энергией молекул, зависящей от скоростей их беспорядочного движения, и потенциальной энергией молекул, зависящей от их взаимного расположения.

В случае газов изменение внутренней энергии есть, в основном, изменение *кинетической энергии* беспорядочного движения их молекул; дело в том, что в газах взаимодействие между молекулами мало и изменениями потенциальной энергии при движении молекул можно пренебречь. В жидкостях и твердых телах взаимодействие молекул весьма велико, и изменение расстояния между молекулами резко изменяет потенциальную энергию их взаимодействия. Поэтому в случае жидких и твердых тел изменение внутренней энергии состоит и в изменении кинетической энергии беспорядочного движения молекул, и в изменении потенциальной энергии их взаимодействия.

В свете молекулярных представлений становится ясно, что происходит, когда вследствие теплопроводности внутренняя энергия горячего тела (или горячей части тела) уменьшается, а холодного (или холодной части тела) увеличивается. При взаимодействии молекул происходит обмен их скоростями, подобно тому как происходит обмен скоростями при ударе упругих шаров (§ 102); а обмен скоростями связан с обменом кинетическими энергиями. В результате этого внутренняя энергия горячего тела уменьшается, а холодного — увеличивается, т. е. происходит выравнивание внутренней энергии, точнее, той ее части, которая является кинетической энергией молекул. Отсюда следует вывод, что температура тела связана с кинетической энер-

гией молекул, из которых оно состоит. Подробнее будем говорить об этом далее (§ 243).

§ 217. Молекулярное движение. Сопоставим несколько простых фактов, позволяющих сделать заключение о движении молекул. Положим в стакан холодного чая кусок сахара. Сахар растает и образует густой сироп на дне стакана. Этот сироп хорошо виден, если посмотреть сквозь стакан на свет. Оставим стакан в покое на несколько часов. Останется ли сироп на дне стакана? Нет, он постепенно разойдется по всему стакану. Это распространение сахара по объему стакана происходит самопроизвольно, так как никто чая не перемешивал. Точно так же расходится по комнате запах (например, если открыть флакон с духами); это происходит даже и в том случае, если воздух в комнате совершенно неподвижен.

Произведем еще такой опыт: уравновесим на весах большой открытый сверху сосуд. Если в этот сосуд напустить углекислый газ, то равновесие нарушится, так как углекислый газ тяжелее воздуха. Однако через некоторое время равновесие восстановится. Дело в том, что углекислый газ разойдется по всему помещению, а сосуд будет заполнен воздухом с очень малой примесью углекислого газа. Во всех этих случаях одно вещество (сахар, пары ароматических веществ, углекислый газ) распространяется в другом (в воде, в воздухе). Это явление, при котором два вещества сами собой смешиваются друг с другом, называется *диффузией*. При диффузии вещество распространяется во все стороны, также и вверх, т. е. против силы тяжести. Явление диффузии показывает, что молекулы вещества все время движутся. Например, при диффузии сахара в воде разные молекулы растворенного сахара движутся в разные стороны между тоже движущимися молекулами воды, и, таким образом, сахар постепенно распространяется по всему сосуду, заполненному водой.

Итак, явление диффузии явно показывает, что молекулы все время движутся и притом в различных направлениях. Такое движение молекул можно обнаружить не только в газах и в жидкостях, но также и в твердых телах. Оно называется *молекулярным тепловым движением*.

Здесь может возникнуть вопрос: почему же мы при обычном наблюдении не замечаем этого движения в телах? То есть почему тело не движется как целое, хотя все его молекулы находятся в движении? Объяснение лежит в том, что при молекулярном движении разные молекулы движутся

в самых разнообразных направлениях, так что тело в целом покоится. При полной беспорядочности движения молекул и громадности их числа для любой молекулы найдется другая молекула, летящая приблизительно в противоположную сторону с той же скоростью. Так как газ заключен в оболочку, не дающую молекулам разлететься, то в газе движение молекул сводится к беспорядочному движению туда и обратно, по всем направлениям. Поэтому нет движения в какую-либо сторону.

§ 218. Молекулярное движение в газах, жидкостях и твердых телах. Движение молекул в газах имеет беспорядочный характер: скорости молекул не имеют какого-либо преимущественного направления, а распределены хаотически по всем направлениям. Вследствие столкновений молекул между собой скорости их все время меняются как по направлению, так и по модулю. Поэтому скорости молекул могут сильно различаться между собой. В любой момент в газе есть и молекулы, движущиеся чрезвычайно быстро, и молекулы, движущиеся сравнительно медленно. Однако число молекул, движущихся значительно медленнее или значительно быстрее, чем остальные, мало. Большинство молекул движется со скоростями, сравнительно мало отличающимися от некоторой средней скорости, зависящей от рода молекул и температуры тела. В дальнейшем, говоря о скорости молекул, мы будем иметь в виду их среднюю скорость.

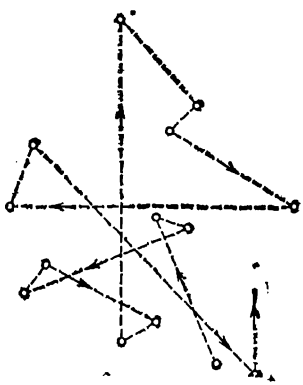


Рис. 371. Таким примерно представляется путь молекулы воздуха при нормальном давлении (увеличено в миллион раз)

К вопросу об измерении и расчете средней скорости молекул мы обратимся позже.

Во многих рассуждениях относительно движения молекул газа играет важную роль понятие *средней длины свободного пробега*. Средней длиной свободного пробега называют среднее расстояние, пробегаемое молекулами между двумя последовательными столкновениями. С уменьшением плотности газа средняя длина свободного пробега увеличивается. При атмосферном давлении и 0 °С средняя длина свободного пробега молекул воздуха равна примерно 10^{-8}—10^{-7} м (рис. 371).

В очень разреженных газах (например, внутри пустотных электрических лампочек) средняя длина свободного пробега достигает нескольких сантиметров и даже десятков сантиметров. Здесь молекулы движутся от стенки к стенке почти без столкновений. В твердых телах молекулы колеблются около средних положений. В жидкостях молекулы также колеблются около средних положений. Однако время от времени каждая молекула переходит скачком в новое среднее положение, отстоящее от предыдущего на несколько межмолекулярных расстояний.

Представление о теплоте как о движении частичек тела было развито задолго до создания молекулярной теории М. В. Ломоносовым.

§ 219. Броуновское движение. Как мы видели, давление газа на стенку вызывается ударами молекул об нее. Но ведь число этих ударов за единицу времени случайно может оказаться то больше, то меньше. Поэтому можно предполагать, что сила давления газа на стенку не всегда должна иметь одно и то же значение: иногда она немного больше, иногда меньше. Так ли это? Можно ли обнаружить эти отклонения давления от постоянного значения? Непосредственно измерить эти колебания давления газа на стенку не удается — они слишком малы; но есть явления, которые можно наблюдать и которые объясняются именно наличием колебаний в числе и силе ударов молекул. Это, прежде всего, явление так называемого броуновского движения.

Если наблюдать в сильный микроскоп любые маленькие частицы, находящиеся даже в совершенно спокойной жидкости или газе (например, капельки жира в воде, частицы, из которых состоит дым, или капельки тумана в воздухе), то обнаруживается, что эти частицы непрерывно движутся, причем направление движения изменяется случайным образом. Движение меньших частиц сильнее, чем бо́льших. Это явление, открытое в 1827 г. английским ботаником Робертом Броуном (1773—1858), получило название броуновского движения. Причина явления очень долго оставалась непонятной, пока не было доказано, что это движение частиц вызвано толчками окружающих молекул жидкости или газа. Хотя молекулы жидкости (или газа) ударяют частицы со всех сторон, но все же их удары не уравновешивают полностью друг друга. Случайно иногда действие ударов на частицу с какой-нибудь стороны окажется несколько сильнее, чем с других сторон, в результате чего частица начнет двигаться в некотором направлении. Затем перевесят удары с

какой-нибудь другой стороны, и частица начнет двигаться в новом направлении. Результатом является беспорядочное движение частицы.

Подробное изучение этого явления не только подтвердило правильность такого объяснения, но его результаты позволили определить число молекул в единице объема жидкости и газа. Таким образом, броуновское движение явилось одним из наиболее непосредственных и ярких обоснований молекулярных представлений.

§ 220. Молекулярные силы. Если открыть кран в трубке, соединяющей вверху два баллона, один из которых наполнен газом, а другой — пустой, то часть газа из первого немедленно перейдет во второй. Вещество, находящееся в газовом состоянии, всегда полностью занимает предоставленный ему объем. Если же первый баллон будет наполнен жидкостью или твердым телом, перехода вещества во второй (пустой) баллон не произойдет. Если пренебречь незначительным испарением, то и жидкость и твердое тело останутся на своих местах.

Рис. 372. Повисшая капля воды удерживается от падения силами сцепления. Слишком тяжелая капля падает

Чем объясняется эта разница между поведением газов и жидкостей? Когда вещество находится в жидком состоянии, между его молекулами действуют силы, мешающие молекулам вещества разлетаться во все стороны. Будем называть эти силы *молекулярными силами* или *силами сцепления*. Весьма наглядно видно проявление сил сцепления, когда капельки дождя повисают на проводах или листьях и некоторое время не падают вниз (рис. 372). В этом случае силы сцепления не только мешают молекулам разлетаться во все стороны, но и уравновешивают силу тяжести, действующую на каплю.

В твердых телах, очевидно, тоже действуют силы сцепления, удерживающие молекулы друг около друга.

Почему же силы сцепления не проявляются в газах и парах? Мы знаем, что в газах и парах молекулы удалены друг от друга, вообще говоря, на значительно большее расстояние, чем молекулы в жидкостях и твердых телах. Естественно предположить, что силы сцепления быстро убывают с расстоянием и поэтому заметно действуют лишь на небольших расстояниях между молекулами; этим и объясняется, что они почти не проявляют себя в газах.

Это предположение может быть подкреплено следующими наблюдениями. Части стеклянного стакана прочно сцеплены между собой, и для их разъединения, т. е. для разрушения стакана, требуется значительная сила. Однако стоит стакану разбиться — и разбитые части уже не взаимодействуют между собой, если их прикладывать друг к другу. Дело в том, что, прикладывая части разбитого стакана друг к другу, мы сближаем лишь ничтожное число молекул. Остальные молекулы остаются на расстоянии хотя и небольшом, однако достаточном для того, чтобы взаимодействие молекул было ничтожно малым. Но нагретые и вследствие этого размягченные куски стекла при соприкосновении слипаются. В этом случае сближается до достаточно малого расстояния большое число молекул и силы взаимодействия оказываются большими.

В случаях мягких материалов, применяя достаточные силы, можно привести в соприкосновение большое число молекул и при не совсем ровной поверхности. Это, например, можно сделать со свинцом. Если два свежесрезанных

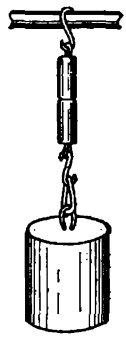


Рис. 373. Свинцовые бруски слипаются настолько сильно, что выдерживают тяжесть большой гири

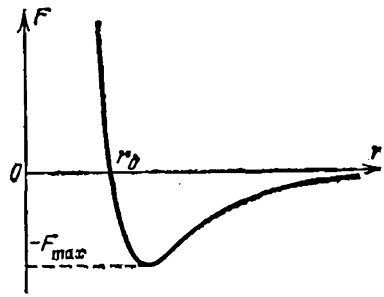


Рис. 374. Зависимость силы взаимодействия F молекул от расстояния r между ними

свинцовых бруска прижать друг к другу, то они слипаются так, что могут выдержать вес большой гири (рис. 373).

Мы пришли к заключению, что молекулы жидкостей и твердых тел взаимно притягиваются. Однако это не объясняет нам всех свойств жидкостей и газов. В самом деле, жидкости и твердые тела гораздо труднее сжимаются, чем газы. Чтобы уменьшить их объем, например на 1%, жидкости (и твердые тела) нужно подвергнуть несравненно большему давлению, чем газы.

Чем же объяснить, что при сжатии жидкостей (и твердых тел) возникает громадное давление, препятствующее этому сжатию? Для объяснения этого факта мы должны предположить, что при уменьшении расстояния между молекулами жидкого или твердого тела между ними возникают большие силы отталкивания. На рис. 374 показана примерная зависимость силы взаимодействия F от расстояния между молекулами r. Положительная сила соответствует отталкиванию молекул, отрицательная — притяжению молекул друг к другу *). Расстояние r_0 отвечает устойчивому равновесному (ненапряженному) состоянию тела. В этом состоянии $F=0$. При отклонении r от значения r_0 возникают силы, стремящиеся восстановить равновесное состояние. Из рисунка видно, что при смещении от значения r_0 в сторону бо́льших r между молекулами возникает сила притяжения, сначала резко возрастающая по модулю до значения F_{max}, а затем постепенно убывающая по мере увеличения r. При смещении от значения r_0 в сторону меньших r возникает сила отталкивания, очень быстро возрастающая при уменьшении r.

Вследствие теплового движения молекулы совершают малые колебания около равновесных положений, в процессе которых силы притяжения сменяются силами отталкивания и наоборот. Чтобы сжать жидкость (например, сдавить воду в цилиндре поршнем), нужно уменьшить средние расстояния между молекулами. При этом возникают все возрастающие силы отталкивания между молекулами, благодаря чему увеличивается давление жидкости на стенки сосуда. Мы видели, что у жидкостей ничтожное уменьшение объема связано с очень большим увеличением давления. Эти рассуждения можно отнести также и к твердым телам.

Средние расстояния между молекулами газов, находящихся при обычных условиях (комнатная температура, атмосферное давление) составляют десятки равновесных расстояний r_0, вследствие чего силы притяжения между молекулами газа крайне малы. Поэтому молекулы газа разлетаются во все стороны вследствие молекулярного движения. Однако эти рассуждения неприменимы к сильно сжатым газам: в сжатых газах взаимодействие молекул сказывается заметно.

---

*) Строго говоря, по оси ординат отложена проекция силы, действующей, скажем, на вторую молекулу, на направление от первой молекулы ко второй (или, что то же самое, проекция силы, действующей на первую молекулу, на направление от второй молекулы к первой). Легко сообразить, что проекция силы притяжения будет отрицательной, а проекция силы отталкивания — положительной. *(Примеч. ред.)*

§ 221. Давление газа. Мы уже говорили (§ 220), что газы всегда нацело заполняют объем, ограниченный непроницаемыми для газа стенками. Так, например, стальной баллон, употребляемый в технике для хранения сжатых газов (рис. 375), или камера автомобильной шины полностью и практически равномерно заполнены газом.

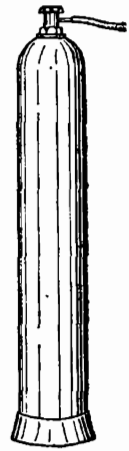


Рис. 375. Стальной баллон для хранения сильно сжатых газов

Стремясь расшириться, газ оказывает давление на стенки баллона, камеры шины или любого другого тела, твердого или жидкого, с которым он соприкасается. Если не принимать во внимание действия поля тяжести Земли, которое при обычных размерах сосудов лишь ничтожно меняет давление, то при равновесии давление газа в сосуде представляется нам совершенно равномерным. Это замечание относится к макромиру. Если же представить себе, что происходит в микромире молекул, составляющих газ в сосуде, то ни о каком равномерном распределении давления не может быть и речи. В одних местах поверхности стенок молекулы газа ударяют о них, в то время как в других местах удары отсутствуют; эта картина все время беспорядочным образом меняется.

Допустим для простоты, что все молекулы до удара о стенку летят с одинаковой скоростью v, направленной по нормали к стенке. Будем также считать удар абсолютно упругим. При этих условиях скорость молекулы при ударе будет изменять направление на обратное, оставаясь неизменной по модулю. Следовательно, скорость молекулы после удара будет равна $-v$. Соответственно импульс молекулы

до удара равен $m\boldsymbol{v}$, а после удара он равен $-m\boldsymbol{v}$ (m — масса молекулы). Вычтя из конечного значения импульса его начальное значение, найдем сообщаемое стенкой приращение импульса молекулы. Оно равно $-m\boldsymbol{v}-m\boldsymbol{v}=-2m\boldsymbol{v}$. Согласно третьему закону Ньютона стенке сообщается при ударе импульс, равный $2m\boldsymbol{v}$.

Если за единицу времени на единицу площади стенки приходится N ударов, то за время Δt об участок ΔS поверхности стенки ударяют $N\Delta t\Delta S$ молекул. Молекулы сообщают участку ΔS за время Δt суммарный импульс, равный по модулю $2Nmv\Delta t\Delta S$. В силу второго закона Ньютона этот импульс равен произведению силы F, действующей на участок ΔS, на время Δt. Таким образом,

$$2Nmv\Delta t\Delta S=F\Delta t, \text{ откуда } F=2Nmv\Delta S.$$

Разделив силу F на площадь участка стенки ΔS, получим давление p газа на стенку:

$$p=2Nmv. \qquad (221.1)$$

Нетрудно сообразить, что число ударов в единицу времени зависит от скорости молекул, ибо чем быстрее они летят, тем чаще ударяются о стенку, и от числа молекул n в единице объема, ибо чем больше молекул, тем больше и число наносимых ими ударов. Следовательно, можно считать, что N пропорционально n и v, т. е. p пропорционально nmv^2.

Для того чтобы рассчитать с помощью молекулярной теории давление газа, мы должны знать следующие характеристики микромира молекул: массу m, скорость v и число молекул n в единице объема. Для того чтобы найти эти микрохарактеристики молекул, мы должны установить, от каких характеристик макромира зависит давление газа, т. е. установить на опыте законы газового давления. Сравнив эти опытные законы с законами, рассчитанными при помощи молекулярной теории, мы получим возможность определить характеристики микромира, например скорости газовых молекул *).

Итак, установим, от чего зависит давление газа?

Во-первых, давление зависит от степени сжатия газа, т. е. от того, сколько молекул газа находится в данном объеме. Например, нагнетая в автомобильную шину все больше

---

*) Существуют методы, позволяющие и непосредственно измерять скорости газовых молекул (§ 244).

воздуха или сжимая (уменьшая объем) закрытую камеру, мы заставляем газ все сильнее давить на стенки камеры.

Во-вторых, давление зависит от температуры газа. Известно, например, что мяч становится более упругим, если его подержать вблизи нагретой печи.

Обычно изменение давления вызывается обеими причинами сразу: и изменением объема, и изменением температуры. Но можно осуществить процесс так, что при изменении объема температура будет меняться ничтожно мало или при изменении температуры объем практически останется неизменным. Этими случаями мы сперва и займемся, сделав предварительно еще следующее замечание. Мы будем рассматривать газ в состоянии равновесия. Это значит, что в газе установилось как механическое, так и тепловое равновесие.

Механическое равновесие означает, что не происходит движения отдельных частей газа. Для этого необходимо, чтобы давление газа было во всех его частях одинаково, если пренебречь незначительной разницей давления в верхних и нижних слоях газа, возникающей под действием силы тяжести.

Тепловое равновесие означает, что не происходит передачи теплоты от одного участка газа к другому. Для этого необходимо, чтобы температура во всем объеме газа была одинакова.

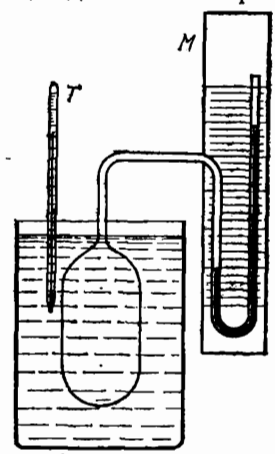


Рис. 376. При опускании колбы в горячую воду присоединенный к колбе ртутный манометр M показывает увеличение давления. T — термометр

§ 222. Зависимость давления газа от температуры. Начнем с выяснения зависимости давления газа от температуры при условии неизменного объема определенной массы газа. Эти исследования были впервые произведены в 1787 г. Жаком Александром Сезаром Шарлем (1746—1823). Можно воспроизвести эти опыты в упрощенном виде, нагревая газ в большой колбе, соединенной с ртутным манометром M в виде узкой изогнутой трубки (рис. 376).

Пренебрежем ничтожным увеличением объема колбы при нагревании и незначительным изменением объема при смещении ртути в узкой манометрической трубке. Таким образом, можно считать объем газа неизменным. Подогревая воду в сосуде, окружающем колбу, будем отмечать тем-

пературу газа по термометру T, а соответствующее давление — по манометру M. Наполнив сосуд тающим льдом, измерим давление p_0, соответствующее температуре 0 °С.

Опыты подобного рода показали следующее.

1. Приращение давления некоторой массы газа при нагревании на 1 °С составляет определенную часть α того давления, которое имела данная масса газа при температуре 0°С. Если давление при 0 °С обозначить через p_0, то приращение давления газа при нагревании на 1 °С есть αp_0.

При нагревании на τ приращение давления будет в τ раз больше, т. е. *приращение давления пропорционально приращению температуры.*

2. Величина α, показывающая, на какую часть давления при 0 °С увеличивается давление газа при нагревании на 1 °С, имеет одно и то же значение (точнее, почти одно и то же) для всех газов, а именно 1/273 $°C^{-1}$. Величину α называют *температурным коэффициентом давления.* Таким образом, температурный коэффициент давления для всех газов имеет одно и то же значение, равное 1/273 $°C^{-1}$.

Давление некоторой массы газа при нагревании на 1 °С *при неизменном объеме увеличивается на* 1/273 *часть давления, которое эта масса газа имела при* 0 °С (закон Шарля).

Следует, однако, иметь в виду, что температурный коэффициент давления газа, полученный при измерении температуры по ртутному термометру, не в точности одинаков для разных температур: закон Шарля выполняется только приближенно, хотя и с очень большой степенью точности.

§ 223. Формула, выражающая закон Шарля. Закон Шарля позволяет рассчитать давление газа при любой температуре, если известно его давление при температуре 0 °С. Пусть давление данной массы газа при 0 °С в данном объеме есть p_0, а давление того же газа при температуре t есть p. Приращение температуры есть t; следовательно, приращение давления равно $\alpha p_0 t$ и искомое давление

$$p = p_0 + \alpha p_0 t = p_0 (1 + \alpha t) = p_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right). \qquad (223.1)$$

Этой формулой можно пользоваться также и в том случае, если газ охлажден ниже 0 °С; при этом t будет иметь отрицательные значения. При очень низких температурах, когда газ приближается к состоянию сжижения, а также в случае сильно сжатых газов закон Шарля неприменим и формула (223.1) перестает быть годной.

?

223.1. Два одинаковых сосуда соединены с манометром, сделанным из узкой стеклянной трубки (рис. 377). Уровни ртути в коленах манометра одинаковы. Сосуды опускаются в банку с теплой водой. а) Что произойдет с положением ртути в манометре? Как изменится ответ, если: б) сосуды будут разного размера; в) один из сосудов будет наполнен азотом, а другой водородом; г) уровень ртути в правом колене до опускания сосудов в воду будет выше, чем в левом?

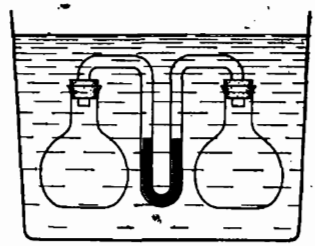


Рис. 377. К упражнению 223.1

223.2. Некоторые типы электрических ламп накаливания наполняют смесью азота и аргона. При работе лампы газ в ней нагревается примерно до 100 °С. Какое должно быть давление смеси газов при 20 °С, если желательно, чтобы при работе лампы давление газа в ней не превышало атмосферного?

223.3. На манометрах ставится красная черта, указывающая предел, свыше которого увеличение давления газа опасно. При температуре 0 °С манометр показывает, что избыток давления газа над давлением наружного воздуха равен 120 атм. Будет ли достигнута красная черта при повышении температуры до 50 °С, если красная черта стоит на 135 атм? Давление наружного воздуха принять равным 1 атм.

223.4. Предположим, что в некоторой стране условились считать начальным давление газа не при 0 °С, а при 100 °С. Чему в таком случае равнялся бы температурный коэффициент давления газов?

§ 224. Закон Шарля с точки зрения молекулярной теории. Что происходит в микромире молекул, когда температура газа меняется, например когда температура газа повышается и давление его увеличивается? С точки зрения молекулярной теории возможны две причины увеличения давления данного газа: во-первых, могло увеличиться число ударов молекул за единицу времени на единицу площади; во-вторых, мог увеличиться импульс, передаваемый при ударе в стенку одной молекулой. И та и другая причина требуют увеличения скорости молекул (напоминаем, что объем данной массы газа остается неизменным). Отсюда становится ясным, что повышение температуры газа (в макромире) есть увеличение средней скорости беспорядочного движения молекул (в микромире). Опыты по определению скоростей газовых молекул, о которых будем говорить в § 244, подтверждают этот вывод.

Когда мы имеем дело не с газом, а с твердым или жидким телом, в нашем распоряжении нет таких непосредственных методов определения скорости молекул тела. Однако в этих случаях несомненно, что с повышением температуры ско-

рость молекул возрастает, как мы об этом говорили уже в § 216.

? **224.1.** Скорость диффузии увеличивается при повышении температуры. Объясните это.

§ 225. Изменение температуры газа при изменении его объема. Адиабатические и изотермические процессы. Мы установили, как зависит давление газа от температуры, если объем остается неизменным. Теперь посмотрим, как меняется давление некоторой массы газа в зависимости от занимаемого ею объема, если температура остается неизменной. Однако прежде чем перейти к этому вопросу, надо выяснить, как поддерживать температуру газа неизменной. Для этого надо изучить, что происходит с температурой газа, если объем его меняется настолько быстро, что теплообмен газа с окружающими телами практически отсутствует.

Произведем такой опыт. В закрытую с одного конца толстостенную трубку из прозрачного материала (плексигласа

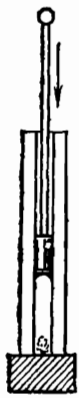


Рис. 378. Быстро вдвигая поршень в толстостенную стеклянную трубку, мы заставляем вспыхнуть внутри трубки легко воспламеняющуюся вату

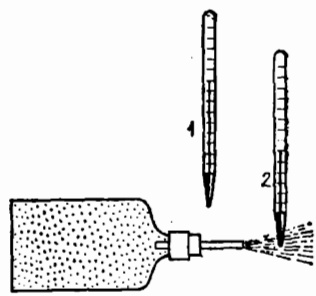


Рис. 379. Термометр *2*, помещенный в струе расширяющегося воздуха, показывает более низкую температуру, чем термометр *1*

или стекла) поместим вату, слегка смоченную эфиром, и этим создадим внутри трубки смесь паров эфира с воздухом, взрывающуюся при нагревании. Затем быстро вдвинем в трубку плотно входящий поршень (рис. 378). Мы увидим, что внутри трубки произойдет маленький взрыв. Это значит, что при сжатии смеси паров эфира с воздухом темпера-

тура смеси резко повысилась. Это явление вполне понятно. Сжимая газ внешней силой, мы производим работу, в результате которой внутренняя энергия газа должна увеличиться; это и произошло — газ нагрелся.

Теперь предоставим газу возможность расширяться и производить при этом работу против сил внешнего давления. Это можно осуществить, например, так (рис. 379). Пусть в большой бутыли находится сжатый воздух, имеющий комнатную температуру. Дадим воздуху в бутыли возможность расширяться, выходя из небольшого отверстия наружу, и поместим в струе расширяющегося воздуха термометр или колбу с трубкой, изображенную на рис. 384. Термометр покажет температуру более низкую, чем комнатная, а капля в трубке, присоединенной к колбе, побежит в сторону колбы, что также будет указывать на понижение температуры воздуха в струе. Значит, когда газ расширяется и при этом совершает работу, он охлаждается и внутренняя энергия его убывает *). Ясно, что нагревание газа при сжатии и охлаждение при расширении являются выражением закона сохранения энергии.

Если мы обратимся к микромиру, то явления нагревания газа при сжатии и охлаждении при расширении станут вполне ясными. Когда молекула ударяется о неподвижную стенку и отскакивает от нее, скорость, а следовательно, и кинетическая энергия молекулы в среднем такие же, как и до удара о стенку. Но если молекула ударяется и отскакивает от надвигающегося на нее поршня, ее скорость и кинетическая энергия больше, чем до удара о поршень (подобно тому как скорость теннисного мяча увеличивается, если его ударить во встречном направлении ракеткой). Надвигающийся поршень передает отражающейся от него молекуле дополнительную энергию. Поэтому внутренняя энергия газа при сжатии возрастает. При отскакивании от удаляющегося поршня скорость молекулы уменьшается, ибо молекула совершает работу, толкая отходящий поршень. Поэтому расширение газа, связанное с отодвиганием поршня или слоев окружающего газа, сопровождается совершением работы и приводит к уменьшению внутренней энергии газа.

Итак, сжатие газа внешней силой вызывает его нагревание, а расширение газа сопровождается его охлаждением. Это явление в некоторой мере имеет место всегда, но осо-

*) Напомним, что в § 202, рассматривая приращение энергии при вылете пробки из бутылки с газированной водой, мы отмечали, что газ в бутылке *охлаждается*.

бенно резко заметно тогда, когда обмен теплотой с окружающими телами сведен к минимуму, ибо такой обмен может в большей или меньшей степени компенсировать изменение температуры. Процессы, при которых теплообмен с внешней средой отсутствует, называют *адиабатическими*.

Возвратимся к вопросу, поставленному в начале параграфа. Как обеспечить постоянство температуры газа, несмотря на изменение его объема? Очевидно, для этого надо непрерывно передавать газу теплоту извне, если он расширяется, и непрерывно отбирать от него теплоту, передавая ее окружающим телам, если газ сжимается. В частности, температура газа остается практически постоянной, если расширение или сжатие газа производится очень медленно, а теплообмен с внешней средой происходит достаточно быстро. При медленном расширении теплота от окружающих тел передается газу и его температура снижается так мало, что этим снижением можно пренебречь. При медленном сжатии теплота, наоборот, передается от газа к окружающим телам, и вследствие этого температура его повышается лишь ничтожно мало. Процессы, при которых температура поддерживается неизменной, называют *изотермическими*.

? 225.1. Почему при накачиваии воздуха в велосипедную шину насос заметно нагревается?

§ 226. Закон Бойля — Мариотта. Перейдем теперь к изучению вопроса, как меняется давление некоторой массы газа, если температура его остается неизменной и меняется только объем газа. Мы уже выяснили (§ 225), что такой *изотермический* процесс осуществляется при условии постоянства температуры тел, окружающих газ, и настолько медленного изменения объема газа, что температура газа в любой момент процесса не отличается от температуры окружающих тел.

Мы ставим, таким образом, вопрос: как связаны между собой объем и давление при изотермическом изменении состояния газа? Ежедневный опыт учит нас, что при уменьшении объема некоторой массы газа давление его увеличивается. В качестве примера можно указать повышение упругости при накачивании футбольного мяча или велосипедной шины. Возникает вопрос: как именно увеличивается давление газа при уменьшении объема, если температура газа остается неизменной?

Ответ на этот вопрос дали исследования, произведенные в XVII веке английским физиком и химиком Робертом Бой-

лем (1627—1691) и французским физиком Эдмом Мариоттом (1620—1684).

Опыты, устанавливающие зависимость между объемом и давлением газа, можно воспроизвести при помощи прибора, изображенного на рис. 380. На вертикальной стойке, снабженной делениями, находятся стеклянные трубки *A* и *B*, соединенные резиновой трубкой *C*. В трубки налита ртуть. Трубка *B* сверху открыта, на трубке *A* имеется кран.

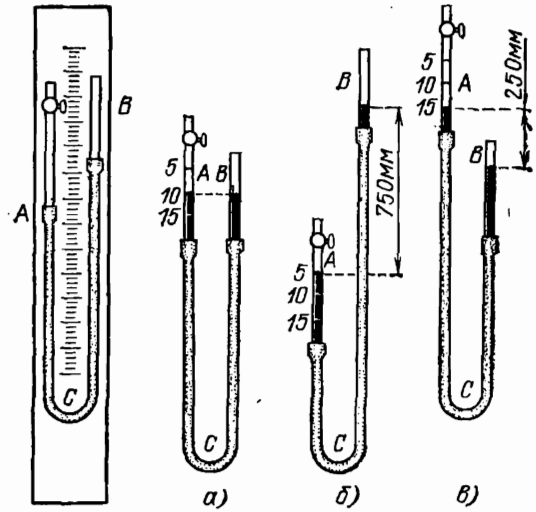


Рис. 380. Прибор для исследования зависимости давления газа от его объема. *а*) Газ в трубке *A* имеет давление, равное давлению наружного воздуха (750 мм рт. ст.), и объем 10 см³. *б*) Газ в трубке *A* имеет давление 750 мм рт. ст. +750 мм рт. ст., т. е. вдвое больше, чем в случае *а*), и объем 5 см³, т. е. вдвое меньше, чем в случае *а*). *в*) Газ в трубке *A* имеет давление 750 мм рт. ст.— 250 мм рт. ст., т. е. в полтора раза меньше, чем в случае *а*), и объем 15 см³, т. е. в полтора раза больше, чем в случае *а*)

Закроем этот кран, заперев таким образом некоторую массу воздуха в трубке *A*. Пока мы не сдвигаем трубки, уровень ртути в них одинаков (рис. 380, *а*).

Это значит, что давление воздуха, запертого в трубке *A*, такое же, как и давление наружного воздуха. Будем теперь медленно поднимать трубку *B* (рис. 380, *б*). Мы увидим, что ртуть в обеих трубках будет подниматься, но не одинаково: в трубке *B* уровень ртути будет все время выше, чем в трубке *A*. Если же опустить трубку *B* (рис. 380, *в*), то уровень ртути в обоих коленах понижается, но в трубке *B* понижение больше, чем в трубке *A*.

Объем воздуха, запертого в трубке A, можно отсчитать по делениям трубки A. Давление этого воздуха будет отличаться от атмосферного на величину давления столба ртути, высота которого равна разности уровней ртути в трубках A и B. При поднятии трубки B давление столба ртути прибавляется к атмосферному давлению. Объем воздуха в трубке A при этом уменьшается. При опускании трубки B уровень ртути в ней оказывается ниже, чем в трубке A, и давление столба ртути вычитается из атмосферного давления; объем воздуха в трубке A соответственно увеличивается.

Сопоставляя полученные таким образом значения давления и объема воздуха, запертого в трубке A, убедимся, что при увеличении объема некоторой массы воздуха в определенное число раз давление его во столько же раз уменьшается, и наоборот. Температуру воздуха в трубке при этих опытах можно считать неизменной.

Подобные же опыты можно произвести и с другими газами. Результаты получаются такие же.

Итак, *давление некоторой массы газа при постоянной температуре обратно пропорционально объему газа* (закон Бойля — Мариотта).

Для разреженных газов закон Бойля — Мариотта выполняется с высокой степенью точности. Для газов же сильно сжатых или охлажденных обнаруживаются заметные отступления от этого закона.

§ 227. Формула, выражающая закон Бойля — Мариотта. Обозначим начальный и конечный объемы буквами V_1 и V_2 и начальное и конечное давления буквами p_1 и p_2. На основании результатов опытов, изложенных в предыдущем параграфе, можем написать

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{V_2}{V_1}, \tag{227.1}$$

откуда

$$p_1V_1=p_2V_2. \tag{227.2}$$

Формула (227.2) представляет собой другое выражение закона Бойля — Мариотта. Она означает, что *для данной массы газа произведение объема газа на его давление при изотермическом процессе остается неизменным.*

Формулы (227.1) и (227.2) могут быть применены также в том случае, если процесс изменения объема газа не был изотермическим, но изменения температуры были таковы,

что и в начале и в конце процесса температура данной массы газа была одна и та же.

Для разреженных газов закон Бойля — Мариотта выполняется с высокой степенью точности, и при условии неизменности температуры произведение pV для данной массы газа можно считать строго постоянным. Но в случае перехода к очень большим давлениям обнаруживаются заметные отступления от закона Бойля — Мариотта. При постепенном увеличении давления некоторой массы газа произведение pV сперва немного уменьшается, а затем начинает увеличиваться, достигая значений, в несколько раз превышающих значения, соответствующие разреженному газу.

?

227.1. Посередине цилиндра, закрытого с обоих концов, находится поршень (рис. 381). Давление газа в обеих половинах равно 750 мм рт. ст. Поршень сдвигается так, что объем газа справа уменьшается вдвое. Какова разность давлений *)?

227.2. Два сосуда вместимости 4,5 л и 12,5 л соединены трубкой с краном. В первом находится газ при давлении 20 атм. Во втором имеется незначительное количество газа, которым можно пренебречь. Какое давление установится в обоих сосудах, если открыть кран?

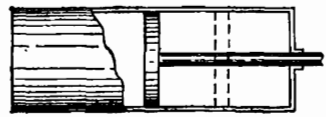


Рис. 381. К упражнению 227.1

227.3. В воде всплывает пузырек воздуха. Когда он находится на глубине 3 м, его объем равен 5 мм³. Каков будет объем пузырька, когда он будет близок к свободной поверхности воды? Атмосферное давление равно 760 мм рт. ст.

227.4. В пустую шину велосипеда нагнетают воздух ручным насосом. После того как сделали 30 качаний, площадь соприкосновения шины с поверхностью пола стала равной 60 см². Какова будет площадь соприкосновения шины с полом, если сделать еще 20 качаний? При расчете принять, что: велосипед поддерживается только силой давления воздуха в шине, т. е. пренебречь упругостью резины; насос при одном качании захватывает всякий раз один и тот же объем атмосферного воздуха; объем шины при накачивании практически не изменяется.

§ 228. График, выражающий закон Бойля — Мариотта. В физике и в технике часто пользуются графиками, показывающими зависимость давления газа от его объема. Начертим такой график для изотермического процесса. Будем по оси абсцисс откладывать объем газа, по оси ординат — его давление. Пусть давление данной массы газа при объеме 1 м³ равно 3,6 атм. На основании закона Бойля — Мариотта

*) Во всех примерах считать температуру рассматриваемой массы газа одинаковой для начального и конечного состояний.

рассчитаем, что при объеме 2 м³ давление равно 3,6 · 0,5 атм = = 1,8 атм. Продолжая такие расчеты, получим следующую таблицу:

V, м³	1	2	3	4	5	6
p, атм	3,6	1,8	1,2	0,9	0,72	0,6

Нанеся эти данные в виде точек, абсциссами которых являются значения V, а ординатами — соответствующие значения p, получим кривую линию *) — график изотермического процесса в газе (рис. 382).

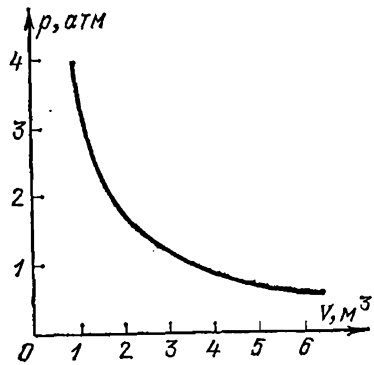


Рис. 382. График закона Бойля — Мариотта

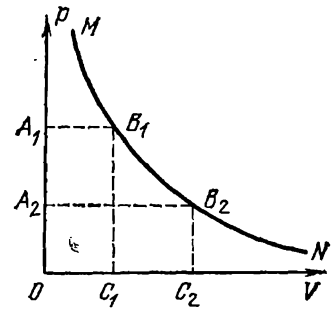


Рис. 383. К упражнению 228.2

? 228.1. Начертите график, выражающий закон Бойля — Мариотта для массы газа, которая имеет объем 2 л при давлении 750 мм рт. ст.

228.2. Какая из площадей, $OA_1B_1C_1$ или $OA_2B_2C_2$, на рис. 383 больше, если кривая MB_1B_2N — график изотермического процесса в газе?

§ 229. *Зависимость между плотностью газа и его давлением.* Вспомним, что плотностью вещества называется масса, заключенная в единице объема. Если мы изменим объем данной массы газа, то изменится и плотность газа. Если, например, мы уменьшим объем газа в пять раз, то плотность газа увеличится в пять раз. При этом увеличится и давление газа:

*) Кривую, ординаты которой обратно пропорциональны соответствующим абсциссам, называют в математике гиперболой.

если температура не изменилась, то, как показывает закон Бойля — Мариотта, давление увеличится тоже в пять раз. Из этого примера видно, что *при изотермическом процессе давление газа изменяется прямо пропорционально его плотности.*

Если плотности газа при давлениях p_1 и p_2 равны ρ_1 и ρ_2, то можно написать

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1}{p_2}. \qquad (229.1)$$

Этот важный результат можно считать другим и более существенным выражением закона Бойля — Мариотта. Дело в том, что вместо объема газа, который зависит от случайного обстоятельства — от того, какая выбрана масса газа,— в формулу (229.1) входит плотность газа, которая, так же как и давление, характеризует состояние газа и вовсе не зависит от случайного выбора его массы.

? **229.1.** Плотность водорода при давлении 1,00 атм и температуре 16 °С равна 0,085 кг/м³. Определите массу водорода, заключенную в баллоне вместимости 20 л, если давление равно 80 атм и температура равна 16 °С.

§ 230. Молекулярное толкование закона Бойля — Мариотта. В предыдущем параграфе мы выяснили на основании закона Бойля — Мариотта, что при неизменной температуре давление газа пропорционально его плотности. Этот результат прекрасно согласуется с молекулярной картиной давления газа, обрисованной в § 221. Если плотность газа меняется, то во столько же раз меняется и число молекул в единице объема. Если газ не слишком сжат и движение молекул можно считать совершенно независимым друг от друга, то число ударов N за единицу времени на единицу поверхности стенки сосуда пропорционально числу молекул n в единице объема. Следовательно, если средняя скорость молекул не меняется с течением времени (мы уже видели, что в макромире это означает постоянство температуры), то давление газа должно быть пропорционально числу молекул n в единице объема, т. е. плотности газа. Таким образом, закон Бойля — Мариотта является прекрасным подтверждением наших представлений о природе газа.

Однако, как было сказано в § 227, закон Бойля — Мариотта перестает оправдываться, если перейти к большим давлениям. И это обстоятельство может быть пояснено, как считал еще М. В. Ломоносов, на осиовании молекулярных представлений.

С одной стороны, в сильно сжатых газах размеры самих молекул являются сравнимыми с расстояниями между молекулами. Таким образом, свободное пространство, в котором движутся молекулы, меньше, чем полный объем газа. Это обстоятельство увеличивает число ударов молекул о стенку, так как благодаря ему сокращается расстояние, которое должна пролететь молекула, чтобы достигнуть стенки.

С другой стороны, в сильно сжатом и, следовательно, более плотном газе молекулы заметно притягиваются к другим молекулам гораздо большую часть времени, чем молекулы в разреженном газе. Это, наоборот, уменьшает число ударов молекул о стенку, так как при наличии притяжения к другим молекулам молекулы газа движутся по направлению к стенке с меньшей скоростью, чем при отсутствии притяжения. При не слишком больших давлениях более существенным является второе обстоятельство и произведение pV немного уменьшается. При очень высоких давлениях большую роль играет первое обстоятельство и произведение pV увеличивается.

Итак, и закон Бойля — Мариотта и отступления от него подтверждают молекулярную теорию.

§ 231. Изменение объема газа при изменении температуры. Мы изучали, как зависит давление некоторой массы газа от температуры, если объем остается неизменным, и от объема, занимаемого газом, если температура остается неизменной. Теперь установим, как ведет себя газ, если меняются его температура и объем, а давление остается постоянным.

Рассмотрим такой опыт. Коснемся ладонью сосуда, изображенного на рис. 384, в котором горизонтальный столбик

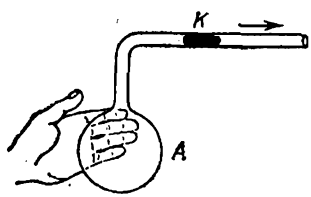


Рис. 384. Рука нагревает воздух в сосуде A, объем воздуха увеличивается, и ртутная капля K смещается вправо. Давление остается неизменным и равным давлению атмосферы

ртути запирает некоторую массу воздуха. Газ в сосуде нагреется, его давление повысится, и ртутный столбик начнет перемещаться вправо. Движение столбика прекратится, когда благодаря увеличению объема воздуха в сосуде давление его сделается равным наружному. Таким образом, объем воздуха при нагревании увеличился, а давление осталось неизменным.

Если бы мы знали, как изменилась в нашем опыте температура воздуха в сосуде, и измерили, как меняется объем газа, мы могли бы изучить это явление с количественной стороны. Очевидно, что для этого надо заключить сосуд в оболочку, заботясь о том, чтобы все части прибора имели одну и ту же температуру, точно измерить объем запертой массы газа, затем изменить эту температуру и измерить приращение объема газа.

§ 232. Закон Гей-Люссака. Количественное исследование зависимости объема газа от температуры при неизменном давлении было произведено в 1802 г. французским физиком и химиком Жозефом Луи Гей-Люссаком (1778—1850).

Опыты показали, что *приращение объема газа пропорционально приращению температуры.* Поэтому тепловое расширение газа можно, так же как и для других тел, охарактеризовать при помощи *температурного коэффициента объемного расширения* β (§ 198). Оказалось, что для газов этот закон соблюдается гораздо лучше, чем для твердых и жидких тел, так что температурный коэффициент объемного расширения газов есть величина, практически постоянная даже при очень значительных изменениях температуры, тогда как для жидких и твердых тел это постоянство соблюдается лишь приблизительно. Введя те же обозначения, что и в § 198, найдем

$$\beta = \frac{V' - V}{V_0 (t' - t)}. \qquad (232.1)$$

Опыты Гей-Люссака и других обнаружили замечательный результат. Оказалось, что температурный коэффициент объемного расширения β у всех газов одинаков (точнее, почти одинаков) и равняется $1/273\,^{\circ}C^{-1}$. Объем некоторой массы газа *при нагревании на* 1 °С *при постоянном давлении увеличивается на* 1/273 *часть объема, который эта масса газа имела при* 0 °С (закон Гей-Люссака).

Как видно, температурный коэффициент объемного расширения газов β совпадает с их температурным коэффициентом давления α.

Следует отметить, что тепловое расширение газов весьма значительно, так что объем газа V_0 при 0 °С заметно отличается от объема при иной, например при комнатной, температуре. Поэтому, как уже упоминалось в § 198, в случае газов нельзя без заметной ошибки заменить в формуле (232.1) объем V_0 объемом V. В соответствии с этим формуле расширения для газов удобно придать следующий вид. За

начальный объем примем объем V_0 при температуре 0°С. В таком случае приращение температуры газа τ равно температуре t отсчитанной по шкале Цельсия. Следовательно, температурный коэффициент объемного расширения

$$\beta = \frac{V - V_0}{V_0 t}, \quad \text{откуда} \quad V = V_0(1 + \beta t). \qquad (232.2)$$

Так как $\beta = 1/273\,°C^{-1}$, то

$$V = V_0\left(1 + \frac{t}{273}\right). \qquad (232.3)$$

Формула (232.2) может служить для вычисления объема при температуре как выше 0°С, так и ниже 0°С. В последнем случае t будет иметь отрицательные значения. Следует, однако, иметь в виду, что закон Гей-Люссака не оправдывается, когда газ сильно сжат или настолько охлажден, что он приближается к состоянию сжижения. В этом случае пользоваться формулой (232.3) нельзя.

Совпадение коэффициентов α и β, входящих в закон Шарля и закон Гей-Люссака, не случайно. Легко видеть, что так как газы подчиняются закону Бойля — Мариотта, то α и β должны быть равны между собой. Действительно, пусть некоторая масса газа имеет при температуре 0°С объем V_0 и давление p_0. Нагреем ее до температуры t при неизменном объеме. Тогда давление ее, согласно закону Шарля, будет равно $p = p_0(1 + \alpha t)$. С другой стороны, нагреем ту же массу газа до температуры t при неизменном давлении. Тогда, согласно закону Гей-Люссака, объем ее станет равным $V = V_0(1 + \beta t)$. Итак, данная масса газа может иметь при температуре t объем V_0 и давление $p = p_0(1 + \alpha t)$ или объем $V = V_0(1 + \beta t)$ и давление p_0.

Согласно закону Бойля — Мариотта $V_0 p = V p_0$, т. е.

$$V_0 p_0(1 + \alpha t) = p_0 V_0(1 + \beta t), \quad \text{откуда} \quad \alpha = \beta.$$

? 232.1. Объем воздушного шара при 0 °С равен 820 м³. Каков будет объем этого шара, если под действием лучей Солнца газ внутри него нагреется до 15 °С? Изменением массы газа вследствие вытекания его из оболочки и измененнем его давления пренебречь.

§ 233. Графики, выражающие законы Шарля и Гей-Люссака. Будем по оси абсцисс откладывать температуру газа, находящегося в постоянном объеме, а по оси ординат — его давление. Пусть при 0°С давление газа равно 1 атм. Пользуясь законом Шарля, мы можем вычислить его давление при 100, 200, 300°С и т. д. и получить следующую таблицу:

t, °С	0	100	200	300	400	500
p, атм	1	1,37	1,73	2,10	2,47	2,83

Нанеся эти данные на график, мы получим наклонную прямую линию (рис. 385). Можно продолжить этот график и в сторону отрицательных температур. Однако, как уже было указано, закон Шарля применим только до температур не очень низких. Поэтому продолжение графика до пересечения с осью абсцисс, т. е. до точки, где давление равно нулю, не будет соответствовать поведению реального газа.

Сходный вид имеет и график закона Гей-Люссака.

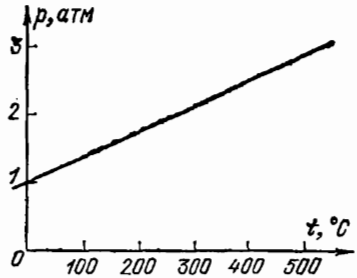


Рис. 385. График, выражающий закон Шарля

? 233.1. Постройте график, выражающий закон Гей-Люссака.

§ 234. Термодинамическая температура. Давление газа, заключенного в постоянный объем, не является пропорциональным температуре, отсчитанной по шкале Цельсия. Это ясно, например, из таблицы, приведенной в предыдущем параграфе. Если при 100 °С давление газа равно 1,37 атм, то при 200 °С оно равно 1,73 атм. Температура, отсчитанная по шкале Цельсия, увеличилась вдвое, а давление газа увеличилось только в 1,26 раза. Ничего удивительного в этом нет, ибо шкала Цельсия установлена условно, без всякой связи с законами расширения газа. Можно, однако, пользуясь газовыми законами, установить такую шкалу температур, что *давление газа* будет *пропорционально температуре*, измеренной по этой шкале.

В самом деле, пусть при некоторой температуре t_1 давление газа равно p_1, а при некоторой другой температуре t_2 давление газа равно p_2. По закону Шарля

$$p_1 = p_0\left(1 + \frac{t_1}{273}\right) = p_0\frac{273 + t_1}{273},$$

$$p_2 = p_0\left(1 + \frac{t_2}{273}\right) = p_0\frac{273 + t_2}{273}.$$

Разделив эти равенства почленно, получим

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2}. \qquad (234.1)$$

Величину $273 + t$ можно рассматривать как значение температуры, отсчитанное по новой температурной шкале, единица которой такая же, как и у шкалы Цельсия, а за

нуль принята точка, лежащая на 273 °С ниже точки, принятой за нуль шкалы Цельсия, т. е. точки таяния льда *). Нуль этой новой шкалы называют *абсолютным нулем*. Это название обусловлено тем, что, как было доказано английским физиком Вильямом Томсоном Кельвином (1824—1907), ни одно тело не может быть охлаждено ниже этой температуры. Эту новую шкалу называют *термодинамической шкалой температур*. Таким образом, абсолютный нуль указывает температуру, равную —273 °С, и представляет собой температуру, ниже которой не может быть ни при каких условиях охлаждено ни одно тело.

Температура $273+t$ представляет собой термодинамическую температуру **) тела, имеющего по шкале Цельсия температуру, равную t. Обычно термодинамическую температуру обозначают буквой T. Единица термодинамической шкалы температур носит название *кельвин* (К) и является одной из основных единиц СИ. Кельвин совпадает с градусом Цельсия.

Между температурой t, отсчитанной по шкале Цельсия, и термодинамической температурой T имеются следующие соотношения:

$$T=t+273\ \text{К} \quad \text{или} \quad t=T-273\ ^\circ\text{С}.$$

Из сказанного вытекает, что равенство (234.1) можно представить в виде

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2} \qquad (234.2)$$

— *давление данной массы газа при постоянном объеме пропорционально термодинамической температуре*. Это — другое выражение закона Шарля.

Формулой (234.2) удобно пользоваться и в том случае, когда давление при 0 °С (p_0) неизвестно. Рассмотрим пример. Пусть при $t_1=25$ °С давление газа в баллоне $p_1=40$ атм. Каково давление при температуре $t_2=35$ °С? В данном случае термодинамические температуры газа равны соответственно

$$T_1=273\ \text{К}+25\ \text{К}=298\ \text{К}, \quad T_2=273\ \text{К}+35\ \text{К}=308\ \text{К}.$$

Пользуясь законом Шарля, можем написать

$$\frac{40}{p_2}=\frac{298}{308}, \quad \text{откуда} \quad p_2=41{,}3\ \text{атм}$$

*) Точнее, на 273,15 °С *(Примеч. ред.)*

**) Раньше термодинамическую температуру называли абсолютной температурой. *(Примеч. ред.)*

? **234.1.** Манометр на баллоне с кислородом в помещении с температурой воздуха, равной 17 °С, показывал давление 95 атм. Этот баллон вынесли в сарай, где на другой день при температуре —13 °С показание манометра было 85 атм. Возникло подозрение, что часть кислорода из баллона была израсходована. Проверьте, правильно ли это подозрение.

§ 235. Газовый термометр. При обсуждении устройства термометра (§ 196) было указано, что наиболее совершенным является газовый термометр. Мы знаем, что температурный коэффициент давления газа, измеренный по ртутному термометру, почти постоянен (закон Шарля). Из этого свойства газов и исходят при построении новой шкалы температур: принимают, что термодинамическая температура *в точности* пропорциональна давлению данного объема газа.

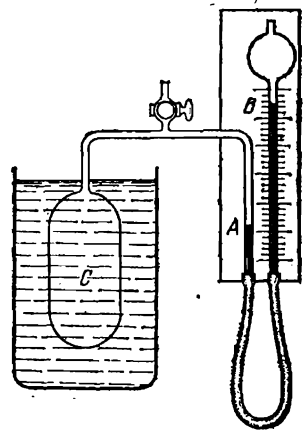


Рис. 386. Газовый термометр

На рис. 386 показано устройство простейшего газового термометра. При измерении баллон C погружают в жидкость, температуру которой измеряют. Объем газа в баллоне поддерживают постоянным путем поднимания или опускания трубки с ртутью. Давление газа в баллоне равно сумме атмосферного давления и давления столба ртути AB. Если при температуре T_0 давление газа равно p_0, а при измерении было обнаружено, что давление газа стало равным p, то температура жидкости принимается равной

$$T = T_0 \frac{p}{p_0}.$$

В интервале температур, где можно пользоваться обычным ртутным термометром, шкала газового термометра почти совпадает со шкалой ртутного, так как температурный коэффициент давления газа, измеренный по ртутному термометру, как мы знаем, является почти постоянным.

Газовые термометры, предназначенные для измерения низких или не очень высоких температур, делаются из стекла или из кварца и наполняются водородом или гелием. Для измерения температур ниже температуры сжижения

водорода (—253 °С) можно употреблять только гелий — наиболее трудно сжижаемый газ.

Для очень высоких температур (примерно до 1500 °С) газовые термометры делают из сплава платины с родием, выдерживающего высокую температуру, и наполняют азотом (водород не годится, потому что он проходит сквозь нагретую платину).

Газовыми термометрами обычно пользуются только для проверки термометров другого устройства, более удобных в повседневном применении, чем газовые. Ясно, что при измерении температур газовым термометром закон Шарля должен выполняться абсолютно точно: ведь термодинамическая температура пропорциональна давлению газа по определению.

§ 236. Объем газа и термодинамическая температура. Из формулы (232.3), сделав такие же преобразования, что и в § 234, можно получить формулу

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

— *объем данной массы газа при постоянном давлении пропорционален термодинамической температуре.* Это — другое выражение закона Гей-Люссака.

? **236.1.** В вентиляционную трубу жилого дома поступает наружный воздух при температуре —25 °С. Какой объем займет 1 м³ наружного воздуха, когда он поступит в комнату и нагреется до 17 °С?

236.2. По цилиндрической дымовой трубе поднимаются топочные газы. Внизу трубы они имеют температуру 700 °С и движутся со скоростью 5 м/с. С какой скоростью они движутся вверху трубы, где их температура равна 200 °С?

§ 237. Зависимость плотности газа от температуры. Что происходит с плотностью некоторой массы газа, если температура повышается, а давление остается неизменным?

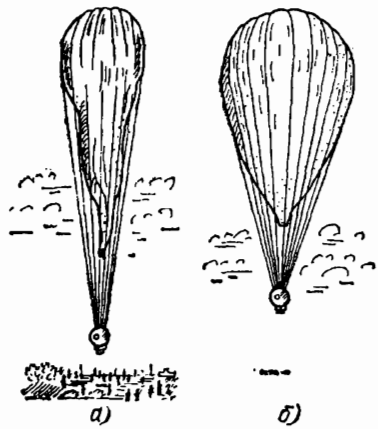
Вспомним, что плотность равна массе тела, деленной на объем. Так как масса газа постоянна, то при нагревании плотность газа уменьшается во столько раз, во сколько увеличивался объем.

Если давление остается постоянным, объем газа пропорционален температуре. Следовательно, *плотность газа при неизменном давлении обратно пропорциональна термодинамической температуре.* Если ρ_1 и ρ_2 — плотности газа при температурах T_1 и T_2, то имеет место соотношение

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1}. \qquad (237.1)$$

? 237.1. Склеенный из бумаги шар (модель монгольфьера) имеет массу 140 г и объем 1,75 м³. Поднимется ли он вверх, если нагреть воздух в нем до 50 °С, в то время как окружающий воздух имеет температуру 15 °С? Плотность воздуха при 0 °С принять равной 1,3 кг/м³.

§ 238. Уравнение состояния газа. Мы рассматривали случаи, когда одна из трех величин, характеризующих состояние газа (давление, температура и объем), не изменяется. Мы выяснили, что: если постоянна температура, то давление и объем связаны законом Бойля — Мариотта; если постоянен объем, то давление и температура связаны законом Шарля; если постоянно давление, то объем и температура связаны законом Гей-Люссака. Установим связь между давлением, объемом и температурой некоторой массы газа, если *изменяются все три эти величины.*



а) *б)*

Рис. 387. Стратостат: *а*) в начале подъема; *б*) на высоте нескольких километров

Пусть начальные объем, давление и термодинамическая температура некоторой массы газа равны V_1, p_1 и T_1, конечные — V_2, p_2 и T_2. Можно представить себе, что переход от начального к конечному состоянию произошел в два этапа. Пусть, например, сначала изменился объем газа от V_1 до V_2, причем температура T_1 осталась без изменения. Получившееся при этом давление газа обозначим p'. Затем изменилась температура от T_1 до T_2 при постоянном объеме, причем давление изменилось от p' до p_2. Составим таблицу:

$$\text{закон Бойля—Мариотта} \left\{ \begin{array}{l} p_1V_1T_1 \\ p'V_2T_1 \\ p_2V_2T_2 \end{array} \right\} \text{закон Шарля.}$$

Применяя к первому переходу закон Бойля — Мариотта, запишем

$$\frac{p_1}{p'} = \frac{V_2}{V_1}, \quad \text{или} \quad \frac{p_1V_1}{p'V_2} = 1,$$

Применяя ко второму переходу закон Шарля, имеем

$$\frac{p'}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Перемножив эти равенства почленно и сократив на p', получим

$$\frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (238.1)$$

Итак, *произведение объема некоторой массы газа на его давление пропорционально термодинамической температуре газа. Это и есть уравнение состояния газа.*

? **238.1.** Покажите, что формула (238.1) выражает закон Бойля — Мариотта, если $T_1=T_2$, закон Шарля, если $V_1=V_2$, и закон Гей-Люссака, если $p_1=p_2$.

238.2. Объем газа, полученного в результате химической реакции, при давлении 742 мм рт. ст. и температуре 18 °С равен 72 см³. Какой объем имеет эта же масса газа при нормальных *)— условиях?

238.3. В одном из типов двигателей внутреннего сгорания (двигателе Дизеля) в цилиндр засасывается атмосферный воздух, который затем подвергается сжатию и при этом нагревается. Опыт показывает, что после уменьшения объема воздуха в 12 раз давление равно 34 атм. Приняв давление и температуру атмосферного воздуха равными 1 атм и 10 °С, определите температуру сжатого воздуха.

238.4. Чтобы заставить всплыть подводную лодку, ее заполненные водой цистерны продувают сжатым воздухом, выгоняя воду наружу. Пусть продувание производится на глубине 15 м, причем воздух в цистерне принимает температуру окружающей воды, которая равна 3 °С. Какой объем воды можно продуть, выпустив воздух из баллона вместимости 20 л, если давление воздуха в баллоне при 17 °С равно 120 атм? При расчете принять во внимание, что расширившийся воздух частично останется в баллоне.

238.5. Плотность воздуха при нормальных условиях равна 1,3 кг/м³. Какова плотность воздуха при давлении 30 мм рт. ст. и температуре —35 °С?

238.6. На рис. 387 представлен стратостат (аэростат для подъема в стратосферу) у поверхности Земли и на высоте нескольких километров. Почему меняется объем стратостата при подъеме? Каков будет объем стратостата на высоте 10 км, где давление равно 198 мм рт. ст. и температура равна —50 °С, если у поверхности Земли, где давление и температура равны соответственно 750 мм рт. ст. и 10 °С, его объем равен 400 м³?

238.7. Покажите, что выталкивающая сила стратостата по мере поднятия вверх не меняется, если давление в нем незначительно отличается от наружного и если газ не вытекает.

---

*) Нормальными называются условия, при которых температура равна 0 °С, а давление равно 760 мм рт. ст. (1 атм). *(Примеч. ред.)*

§ 239. Закон Дальтона. До сих пор мы говорили о давлении какого-нибудь одного газа — кислорода, водорода и т. п. Но в природе и в технике мы очень часто имеем дело со смесью нескольких газов. Самый важный пример этого — воздух, являющийся смесью азота, кислорода, аргона, углекислого газа и других газов. От чего зависит давление смеси газов?

Поместим в колбу вещество, химически связывающее кислород из воздуха, например фосфор, и быстро закроем колбу пробкой с трубкой, присоединенной к ртутному манометру (рис. 388). Через некоторое время весь кислород воздуха соединится с фосфором. Мы увидим, что манометр покажет меньшее давление, чем до удаления кислорода. Значит, присутствие кислорода в воздухе увеличивает его давление.

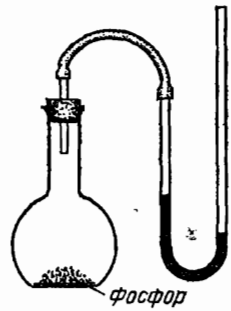


Рис. 388. При поглощении фосфором кислорода из воздуха манометр показывает уменьшение давления

Точное исследование давления смеси газов впервые произведено в 1809 г. английским химиком Джоном Дальтоном (1766—1844). Давление, которое будет иметь каждый из газов, составляющих смесь, если удалить остальные газы из объема, занимаемого смесью, называют *парциальным давлением* этого газа (от латинского слова pars — парциальный, частичный). Дальтон нашел, что *давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений* (закон Дальтона). Если, например, давление кислорода в колбе равно 400 мм рт. ст., а давление водорода в такой же колбе при той же температуре равно 300 мм рт. ст., то, смешав те же массы кислорода и водорода в такой же колбе (и при той же температуре), получим смесь при давлении 400 мм рт. ст.+ +300 мм рт. ст.=700 мм рт. ст. Заметим, что к сильно сжатым газам закон Дальтона неприменим, так же как и закон Бойля — Мариотта.

Как истолковать закон Дальтона с точки зрения молекулярной теории, будет рассказано в § 241.

§ 240. Плотность газов. Плотность газа является одной из его важнейших характеристик. Говоря о плотности газа, обычно имеют в виду его плотность *при нормальных условиях* (т. е. при температуре 0 °С и давлении 760 мм рт. ст.). Кроме того, часто пользуются *относительной плотностью* газа,

под которой подразумевают отношение плотности данного газа к плотности воздуха при тех же условиях. Легко видеть, что относительная плотность газа не зависит от условий, в которых он находится, так как, согласно законам газового состояния, объемы всех газов меняются при изменениях давления и температуры одинаково.

Определение плотности газа можно осуществить так. Взвесим колбу с краном дважды: один раз откачав из нее по возможности полностью воздух, другой раз наполнив колбу исследуемым газом до давления, которое должно быть известно. Разделив разность масс на объем колбы V, который надо определить предварительно, найдем плотность газа при данных условиях. Затем, воспользовавшись уравнением состояния, найдем плотность газа при нормальных условиях $\rho_н$. Действительно, положив в формуле (238.1) $p_2=p_н$, $V_2=V_н$, $T_2=T_н$ и умножив числитель и знаменатель левой части формулы на массу газа m, получим

$$\frac{p_1}{p_н}\frac{V_1}{m}\frac{m}{V_н}=\frac{T_1}{T_н}.$$

Принимая во внимание, что $m/V_1=\rho_1$ и $m/V_н=\rho_н$, находим

$$\rho_н=\rho_1\frac{p_н T_1}{p_1 T_н}.$$

Результаты измерений плотности некоторых газов приведены в табл. 7. Последние два столбца указывают на

Таблица 7. **Плотность некоторых газов при нормальных условиях**

Газ	Плотность, кг/м³	Отношение к плотности воздуха	Отношение к плотности водорода	Относительная молекулярная масса
Воздух	1,293	1	14,5	29 (средняя)
Водород (H_2)	0,0899	0,0695	1	2
Азот (N_2)	1,25	0,967	14	28
Кислород (O_2)	1,43	1,11	16	32
Углекислый газ (CO_2)	1,977	1,53	22	44
Гелий (He)	0,179	0,139	2	4

пропорциональность между плотностью газа и его относительной молекулярной массой (в случае гелия — атомной массой) *).

*) *Относительной атомной массой* (A_r) элемента (сокращенно — атомной массой) называется отношение массы атома этого элемента к

§ 241. Закон Авогадро. Сравнивая числа предпоследнего столбца табл. 7 с молекулярными массами газов, легко заметить, что плотности газов при одинаковых условиях пропорциональны их молекулярным массам. Из этого факта следует весьма существенный вывод. Так как относительные молекулярные массы относятся как массы молекул, то

$$\rho_1/\rho_2=m_1/m_2,$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности газов, а m_1 и m_2 — массы их молекул.

Массу газа можно представить как произведение числа молекул N на массу молекулы m. Следовательно, массы первого и второго газов равны N_1m_1 и N_2m_2 соответственно. Массы газов, заключенных в одинаковых объемах, относятся, как их плотности. Поэтому

$$N_1m_1/N_2m_2=\rho_1/\rho_2,$$

где N_1 и N_2 — числа молекул первого и второго газов, заключенных в одинаковых объемах. Сопоставляя этот результат с соотношением $\rho_1/\rho_2=m_1/m_2$, найдем, что $N_1=N_2$.

Итак, *при одинаковых давлении и температуре равные объемы различных газов содержат одинаковое число молекул.*

Этот закон был открыт в 1811 г. итальянским химиком Амедео Авогадро (1776—1856) на основании химических исследований. Он относится к газам, сжатым не очень сильно (например, к газам при атмосферном давлении). В случае сильно сжатых газов считать его справедливым нельзя.

Закон Авогадро означает, что давление газа при определенной температуре зависит только от числа молекул в единице объема газа, но не зависит от того, какие это молекулы — тяжелые или легкие. Уяснив это, легко понять суть закона Дальтона. Согласно закону Бойля — Мариотта, если мы увеличиваем плотность газа, т. е. добавляем в определенный объем некоторое число молекул этого газа, мы увеличиваем давление газа. Но, согласно закону Авогадро, такое же повышение давления должно быть получено, если мы вместо добавления молекул первого газа добавим такое же число молекул другого газа. Именно в этом и состоит закон Дальтона, который утверждает, что можно увеличить давление газа, добавляя в тот же объем молекулы

1/12 массы атома ^{12}C (так обозначается изотоп углерода с массовым числом 12). *Относительной молекулярной массой* (M_r) вещества (сокращенно — молекулярной массой) называется отношение массы молекулы этого вещества к 1/12 массы атома ^{12}C. *(Примеч. ред.)*

другого газа, и если число добавленных молекул то же, что и в первом случае, то получится то же самое увеличение давления. Ясно, что закон Дальтона является прямым следствием закона Авогадро.

§ 242. Моль. Постоянная Авогадро. Относительная молекулярная масса указывает в то же время и отношение масс двух порций вещества, содержащих одинаковое число молекул. Поэтому 2 г водорода (молекулярная масса $M_r=2$), 32 г кислорода (молекулярная масса $M_r=32$) и 55,8 г железа (его молекулярная масса M_r совпадает с атомной массой $A_r=55{,}8$) и т. д. содержат одно и то же число молекул. Количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, ионов, электронов и т. д.), равное числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C, называют *молем*. Из сказанного вытекает, что моли разных веществ содержат *одно и то же число молекул*. Поэтому моль принят в качестве единицы количества вещества и является одной из основных единиц СИ. Масса моля вещества называется его *молярной массой* и обозначается буквой M.

Из определения относительной молекулярной массы M_r *) следует, что для углерода ^{12}C молекулярная масса $M_r=12$, а из определения моля следует, что для углерода ^{12}C молярная масса $M=0{,}012$ кг/моль. Таким образом, в случае углерода ^{12}C молярная масса численно равна 0,001 относительной молекулярной массы. Легко сообразить, что такое же соотношение имеет место для любого вещества: M численно равна 0,001 M_r. Отметим, что M_r — величина безразмерная, а M выражается в килограммах на моль (кг/моль).

Число молекул в моле вещества, получившее название *постоянной Авогадро*, является важной физической константой. Для определения постоянной Авогадро были сделаны многочисленные исследования. Они относятся к броуновскому движению (§ 219), к явлениям электролиза и ряду других. Эти исследования привели к совпадающим результатам. В настоящее время принимают, что постоянная Авогадро

$$N_A = 6{,}022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \approx 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Итак, 2 г водорода, 32 г кислорода и т. д. содержат по $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул. Чтобы представить себе громадность

*) В случае одноатомных веществ M_r совпадает с A_r.

этого числа, вообразим пустыню площадью в 1 миллион квадратных километров, покрытую слоем песка толщиной 600 м. Если на песчинку приходится объем 1 мм³, то общее число песчинок в пустыне равно постоянной Авогадро.

Из закона Авогадро следует, что *моли разных газов имеют при одинаковых условиях одинаковые объемы*. Объем одного моля при нормальных условиях можно вычислить, разделив молярную массу какого-нибудь газа на его плотность при нормальных условиях.

Сделаем, например, расчет для кислорода. Так как $M_r = 32$, то $M = 0{,}032$ кг/моль. Из табл. 7 находим, что $\rho = 1{,}43$ кг/м³. Следовательно, объем моля кислорода

$$V = \frac{0{,}032 \text{ кг/моль}}{1{,}43 \text{ кг/м}^3} = 22{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3\text{/моль} = 22{,}4 \text{ л/моль}.$$

Таким образом, *объем моля любого газа при нормальных условиях равен* 22,4 л/моль (точнее, $22{,}41383 \cdot 10^{-3}$ м³/моль).

Заметим, что для моля газа уравнение состояния (238.1) можно записать в виде

$$pV = RT,$$

где V — объем моля газа, а $R = 8{,}31441$ Дж/(моль·К) — одинаковый для всех газов коэффициент пропорциональности, называемый *газовой постоянной*.

? **242.1.** Пользуясь табл. 7, рассчитайте объемы моля азота и моля водорода при нормальных условиях.
242.2. Найдите число молекул в единице объема газа при нормальных условиях.
242.3. Вычислите массы молекулы водорода и кислорода.

§ 243. Скорости молекул газа. Каковы скорости, с которыми движутся молекулы, в частности молекулы газов? Этот вопрос естественно возник тотчас же, как были развиты представления о молекулах. Долгое время скорости молекул удавалось оценить только косвенными расчетами, и лишь затем были разработаны способы прямого определения скоростей газовых молекул.

Прежде всего уточним, что надо понимать под скоростью молекул. Напомним, что вследствие частых столкновений скорость каждой отдельной молекулы все время меняется: молекула движется то быстро, то медленно, и в течение некоторого времени (например, одной секунды) скорость молекулы принимает множество самых различных значений. С другой стороны, в какой-либо момент в громадном числе молекул, составляющих рассматриваемый объем газа, имеются молекулы с самыми различными скоростями. Очевид-

но, для характеристики состояния газа надо говорить о некоторой *средней скорости*. Можно считать, что это есть среднее значение скорости одной из молекул за достаточно длительный промежуток времени или что это есть среднее значение скоростей всех молекул газа в данном объеме в какой-нибудь момент времени.

Приведем рассуждения, которые дают возможность вычислить среднюю скорость газовых молекул.

В § 221 мы показали, что давление газа пропорционально nmv^2, где m — масса молекулы, v — средняя скорость, а n — число молекул в единице объема. Точный расчет приводит к формуле

$$p = \frac{1}{3} nmv^2. \qquad (243.1)$$

Рассмотрим газ, заключенный в сосуде, имеющем форму куба с ребром l (рис. 389). Если газ находится в равновесии, все направления движения молекул являются равновероятными, так что молекулы ударяются о стенку сосуда, двигаясь под различными углами (от 0 до $\pi/2$) к нормали к стенке. Для упрощения будем считать, что молекулы движутся только вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений, совпадающих с ребрами куба, причем вдоль каждого из них летит 1/3 всех молекул газа. На рис. 389 изображена одна из молекул, летящих вдоль нормали к заштрихованной грани куба. Число таких молекул равно $nl^3/3$, где n — число молекул в единице объема.

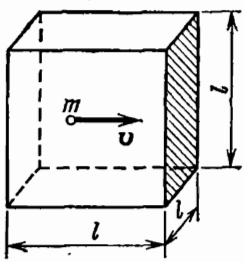


Рис. 389. Молекула, летящая вдоль нормали к заштрихованной грани куба

Пренебрегая соударениями молекул друг с другом, можно считать, что рассматриваемая молекула летит со средней скоростью v, отражаясь поочередно от противолежащих граней. За время между двумя последовательными ударами о заштрихованную грань молекула пролетает путь, равный $2l$. Следовательно, она ударяется о заштрихованную стенку $v/2l$ раз за единицу времени. Всего стенка испытает

$$\frac{nl^3}{3}\frac{v}{2l} = \frac{nvl^2}{6}$$

ударов за единицу времени. Разделив это выражение на l^2, получим число ударов N, которое испытывает единица площади стенки за единицу времени. Таким образом,

$$N = \frac{1}{6} nv. \qquad (243.2)$$

Подставив это значение N в формулу (221.1), найдем давление газа на стенку:

$$p = \frac{1}{6} nv \cdot 2mv = \frac{1}{3} nmv^2.$$

Мы пришли к формуле (243.1).

Из формулы (243.1) можно вывести ряд важных следствий. Перепишем эту формулу в виде

$$p = \frac{2}{3}\frac{mv^2}{2} = \frac{2}{3}\varepsilon,$$

где ε — средняя кинетическая энергия одной молекулы. Пусть давления газа при температурах T_1 и T_2 равны p_1 и p_2, а средние кинетические энергии молекул при этих температурах равны ε_1 и ε_2. В таком случае

$$p_1 = \frac{2}{3}\varepsilon_1, \quad p_2 = \frac{2}{3}\varepsilon_2, \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Сравнивая это соотношение с законом Шарля $p_1/p_2 = T_1/T_2$, найдем

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

Итак, *термодинамическая температура газа пропорциональна средней кинетической энергии молекул газа.* Напомним, что о связи температуры газа со средней кинетической энергией его молекул мы уже говорили в § 216. Так как средняя кинетическая энергия молекул пропорциональна квадрату средней скорости *) молекул, то наше сопоставление приводит к выводу, что термодинамическая температура газа пропорциональна квадрату средней скорости молекул газа и что *скорость молекул растет пропорционально корню квадратному из термодинамической температуры.*

Теперь возьмем два разных газа при одинаковых температурах и давлениях. Согласно закону Авогадро (§ 241) число молекул в единице объема одинаково. В таком случае мы можем написать

$$p = \frac{1}{3} n m_1 v_1^2 = \frac{1}{3} n m_2 v_2^2,$$

где индексы 1 и 2 относятся к первому и второму газам; отсюда

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}, \tag{243.3}$$

т. е. при данной температуре средние скорости молекул обратно пропорциональны корням квадратным из масс молекул. Например, в смеси кислорода и водорода средняя скорость молекул кислорода в четыре раза меньше средней скорости молекул водорода.

*) Строго говоря, средняя кинетическая энергия молекул пропорциональна не квадрату средней скорости, а среднему значению квадрата скорости. Эти величины пропорциональны, но не равны друг другу: $(v^2)_{\text{средн}} = 1{,}178\ (v_{\text{средн}})^2$. *(Примеч. ред.)*

Наконец, обратим внимание на то, что произведение nm есть масса молекул газа, находящихся в единице объема, т. е. произведение nm есть плотность газа ρ. Поэтому из формулы (243.1) следует, что

$$v = \sqrt{3p/\rho}. \qquad (243.4)$$

Эта формула дает возможность вычислить среднюю скорость газовых молекул, если известны давление и плотность газа. Результаты вычислений средних скоростей молекул некоторых газов при 0 °С приведены в табл. 8.

Таблица 8. Средняя скорость молекул некоторых газов

Газ	Масса молекулы, 10^{-26} кг	Средняя скорость, м/с
Водород	0,33	1760
Кислород	5,3	425
Азот	4,6	450
Углекислый газ	7,3	360
Пары воды	3,0	570

Как видно из таблицы, средние скорости молекул весьма значительны. При комнатной температуре они обычно достигают сотен метров в секунду. В газе средняя скорость движения молекул примерно в полтора раза больше, чем скорость звука в этом же газе.

На первый взгляд этот результат кажется очень странным. Представляется, что молекулы не могут двигаться с такими большими скоростями: ведь диффузия даже в газах, а тем более в жидкостях, идет медленно, во всяком случае гораздо медленнее, чем распространяется звук. Дело, однако, в том, что, двигаясь, молекулы очень часто сталкиваются друг с другом и при этом меняют направление своего движения. Вследствие этого они двигаются то в одном направлении, то в другом, в основном «толкутся» на одном месте (рис. 369). В результате, несмотря на большую скорость движения в промежутках между столкновениями, они продвигаются в каком-либо *определенном* направлении довольно медленно.

Табл. 8 показывает, что различие в скоростях разных молекул связано с различием их масс. Это обстоятельство подтверждается рядом наблюдений. Например, водород проникает сквозь узкие отверстия (поры) с большей скоростью, чем кислород или азот, что можно обнаружить на

таком опыте (рис. 390). Стеклянная воронка закрыта пористым сосудом или бумагой и опущена концом в воду. Если воронку накрыть стаканом, под который впустить водород (или светильный газ), то уровень воды в конце воронки понизится и из нее начнут выходить пузырьки. Как это объяснить?

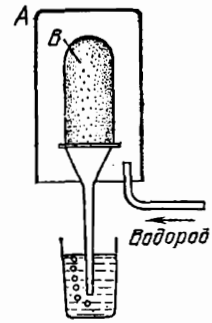


Рис. 390. Когда пространство под стаканом A наполнено водородом, то из конца воронки, закрытой пористым сосудом B, выходят пузырьки

Сквозь узкие поры в сосуде или в бумаге могут проходить и молекулы воздуха (из воронки в стакан), и молекулы водорода (из стакана в воронку). Но быстрота этих процессов различна. Различие в размерах молекул не играет при этом существенной роли, ибо различие это невелико, особенно по сравнению с размерами пор: молекула водорода имеет «длину» (§ 214) около $2{,}3 \cdot 10^{-10}$ м, а молекула кислорода или азота — около $3 \cdot 10^{-10}$ м, сечение же пор в тысячи раз больше. Скорость же молекул водорода примерно в 4 раза больше скорости молекул воздуха. Поэтому молекулы водорода быстрее проникают из стакана в воронку. В результате в воронке получается избыток молекул, давление увеличивается и смесь газов в виде пузырьков выходит наружу.

Подобными приборами пользуются для обнаружения примеси рудничных газов в воздухе, могущих вызвать взрыв в рудниках.

? **243.1.** Если в только что описанном опыте снять с воронки стакан, наполненный водородом, то вода начнет втягиваться внутрь воронки. Объясните явление.

243.2. Пользуясь табл. 7, вычислите средние скорости *) молекул гелия и углекислого газа при 0 °С.

243.3. Пользуясь табл. 8, вычислите средние скорости молекул водорода при 1000 °С и молекул азота при —100 °С.

§ 244. Об одном из способов измерения скоростей движения молекул газа (опыт Штерна). Существуют разнообразные способы определения скоростей движения молекул. Одним из наиболее простых является способ, осуществленный в 1920 г. в опыте Штерна.

*) Формула (243.4) определяет среднеквадратичную скорость молекул, равную корню квадратному из $(v^2)_{\text{средн}}$. Чтобы получить среднюю скорость, нужно разделить среднеквадратичную скорость на $\sqrt{1{,}178} = 1{,}085$ (см. сноску на с. 449). *(Примеч. ред.)*

Для понимания его рассмотрим следующую аналогию. Когда стреляют по движущейся мишени, то, чтобы попасть в нее, приходится целиться в точку, находящуюся впереди мишени. Если же взять прицел на мишень, то пули будут попадать сзади мишени (рис. 391). Это отклонение места попадания от цели будет тем больше, чем быстрее движется мишень и чем меньше скорость пуль.

Рассмотрим еще такой опыт. На столике, который может вращаться, помещен высокий сосуд с водой (рис. 392). Из отверстия в сосуде бьет струя воды. Если столик не вращается, струя попадает в стакан, укрепленный на том же столике. Стоит, однако, начать вращать столик, как

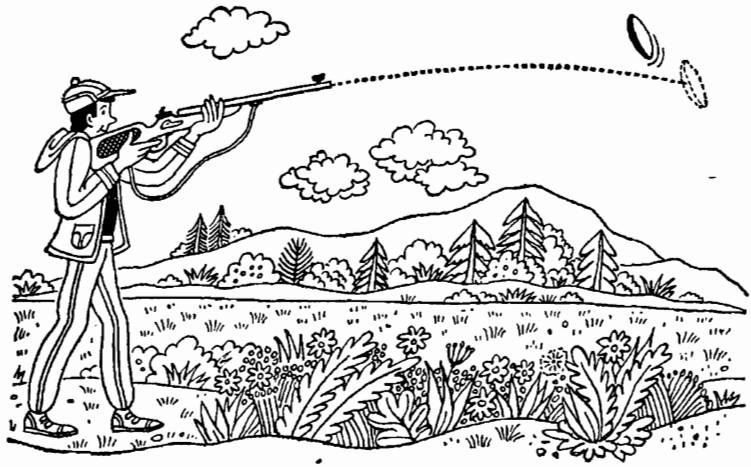


Рис. 391. Если стрелять из ружья по движущейся мишени так, что ствол ружья направлен на мишень, то пули будут попадать сзади мишени

струя воды уже будет попадать не в стакан, а сзади него. Отставание струи будет тем больше, чем быстрее вращается столик и чем меньше скорость частиц в струе. Зная скорость вращения и измеряя отклонение струи, можно судить о скорости струи. Нечто аналогичное представляет опыт Штерна. Струе воды в нем соответствует поток молекул.

Устройство прибора Штерна схематически представлено на рис. 393. Прибор состоял из расположенного вертикально цилиндра, пространство внутри которого непрерывно откачивалось до очень низкого давления. По оси цилиндра располагалась платиновая нить A, покрытая тонким слоем серебра. При пропускании по платиновой нити электрического тока она нагревалась до температуры плавления серебра. Серебро начинало испаряться и его атомы летели к внутренней поверхности цилиндра прямолинейно и равномерно со скоростью v, отвечающей температуре платиновой нити. Щель B выделяла узкий пучок молекул (нить A и щель B выполняли роль ружья в рассмотренном выше примере). Стенка цилиндра специально охлаждалась, чтобы попадающие на нее молекулы «прилипали» к ней, образуя налет серебра. Сначала прибор покоился и по образующей M цилиндра получался налет серебра в виде узкой вертикальной полоски. Затем весь прибор приводился в быстрое вращение. Тогда, хотя прицел «молекулярного ружья» AB был взят в ту же точку M, но цель двигалась и «пули» (молеку-

лы) попадали уже не в точку M, а в точку N, лежащую позади нее. При вращении прибора налет серебра получался вдоль образующей N.

Вычислим длину s дуги MN. Она равна пути, проходимому точками цилиндра за время t полета молекулы от щели B до цилиндра, т. е. $s=ut$, где u — скорость движения точек цилиндра. С другой стороны,

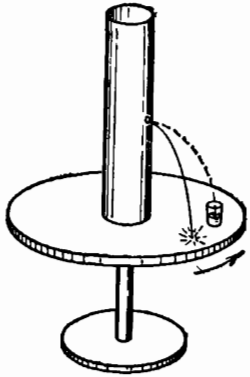


Рис. 392. При неподвижном столике струя воды из сосуда падает в стакан. При вращении столика струя воды падает сзади стакана

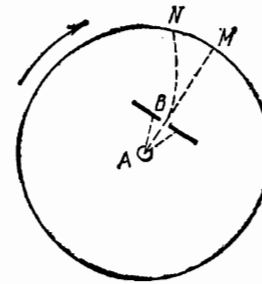


Рис. 393. Схема прибора Штерна для определения скорости молекул паров металла. Если прибор вращается по часовой стрелке, то налет серебра получается в точке N

если обозначить скорость молекул через v, а расстояние BM через l, то $t=l/v$, так что $s=ul/v$, или

$$v=ul/s.$$

Величина s измеряется по расстоянию между налетами металла при покоящемся и вращающемся цилиндре, скорость точек поверхности цилиндра u и расстояние l тоже могут быть измерены. Тогда, пользуясь последней формулой, можно найти скорость молекул. Таким образом были измерены скорости молекул паров некоторых металлов.

? **244.1.** В опытах Штерна налет серебра на поверхности покоящегося прибора получается в виде узкой полоски, а на поверхности вращающегося прибора — несколько размытым. На что это указывает?

§ 245. Удельные теплоемкости газов. Предположим, что мы имеем 1 кг газа. Какое количество теплоты надо сообщить газу для того, чтобы температура его увеличилась на 1 К, другими словами, какова *удельная теплоемкость* газа? На этот вопрос, как показывает опыт и рассуждения, приведенные в § 207, нельзя дать однозначный ответ. Ответ зависит от того, в каких условиях происходит нагревание газа. Если объем его не меняется, то для нагревания газа нужно одно количество теплоты; при этом увличивается также

давление газа. Если же нагревание ведется так, что давление его остается неизменным, то потребуется иное, большее количество теплоты, чем в первом случае; при этом увеличится объем газа. Наконец, возможны и иные случаи, когда при нагревании меняются и объем и давление; при этом потребуется количество теплоты, зависящее от того, в какой мере происходят эти изменения. Согласно сказанному газ может иметь самые разнообразные удельные теплоемкости, зависящие от условий нагревания. Особый интерес представляют две теплоемкости: *удельная теплоемкость при постоянном объеме* (c_v) *и удельная теплоемкость при постоянном давлении* (c_p).

Для определения c_v надо нагревать газ, помещенный в замкнутый сосуд (рис. 394). Расширением самого сосуда при нагревании можно пренебречь. При определении c_p нужно нагревать газ, помещенный в цилиндр, закрытый поршнем, нагрузка на который остается неизменной (рис. 395) *).

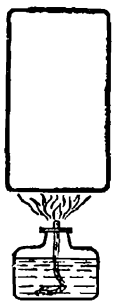


Рис. 394. Нагревание газа при постоянном объеме

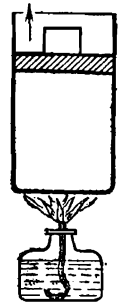


Рис. 395. Нагревание газа при постоянном давлении

Темплоемкость при постоянном давлении c_p больше, чем теплоемкость при постоянном объеме c_v. Действительно, при нагревании газа на 1 К при постоянном объеме подводимая теплота идет только на увеличение внутренней энергии газа. Для нагревания же на 1 К той же массы газа при постоянном давлении нужно сообщить ему теплоту, за счет которой не только увеличится внутренняя энергия газа, но и будет совершена работа, связанная с расширением газа. Для получения c_p к величине c_v надо прибавить еще количество теплоты, эквивалентное работе, совершаемой при расширении 1 кг газа.

Удельные теплоемкости газов изменяются в широких пределах. Например, для водорода $c_p = 14{,}3$ кДж/(кг·К), а для аргона $c_p = 523$ Дж/(кг·К), т. е. в 27 раз меньше.

§ 246. Молярные теплоемкости. Теплоемкость одного моля вещества называется его *молярной теплоемкостью* (обозначается C). Молярная теплоемкость C связана с удельной теплоемкостью c того же вещества

*) На деле определение c_v и c_p газов приходится производить иными, более сложными способами.

$$C = Mc, \qquad (246.1)$$

где M — молярная масса.

В табл. 9 приведены определенные экспериментально значения молярных теплоемкостей при постоянном давлении C_p и при постоянном объеме C_v для трех одноатомных (He, Ne, Ar) и трех двухатомных (H_2, N_2, O_2) газов. Даны также значения отношения C_p/C_v и молярной массы M.

Таблица 9. **Молярная теплоемкость некоторых газов при постоянном давлении и при постоянном объеме**

Газ	Молярная теплоемкость, Дж/(моль·К)		C_p/C_v	Молярная масса, кг/моль
	C_p	C_v		
Гелий	20,9	12,5	1,67	0,0040
Неон	21,1	12,7	1,66	0,0202
Аргон	20,9	12,5	1,67	0,0399
Водород	28,6	20,4	1,40	0,0020
Азот	29,1	20,8	1,40	0,0280
Кислород	29,4	21,0	1,40	0,0320

Из табл. 9 видно, что для всех одноатомных газов C_p имеет значения, близкие к $^5/_2R = 20{,}8$ Дж/(моль·К), где R — газовая постоянная, а C_v — значения, близкие к $^3/_2 R = 12{,}5$ Дж/(моль·К). Для двухатомных газов значения C_p близки к $^7/_2R = 29{,}1$ Дж/(моль·К), а значения C_v — к $^5/_2R = 20{,}8$ Дж/(моль·К). Значения C_p/C_v для одноатомных газов равны 5/3, а для двухатомных газов — 7/5. Таким образом, молярная теплоемкость для каждого *типа* газов (одноатомных, двухатомных) имеет практически совпадающие значения. Это — общее правило, связанное с тем обстоятельством, что газы, взятые в количестве одного моля, имеют одинаковое число молекул.

Указанное правило справедливо для двухатомных газов лишь в некотором интервале температур. При очень высоких температурах молярные теплоемкости двухатомных газов растут так, что C_v стремится к $^7/_2R = 29{,}1$ Дж/(моль·К), а C_p — к $^9/_2R = 37{,}4$ Дж/(моль·К). При очень низких температурах (например, для водорода, который остается газообразным до —239 °С) C_v стремится к $^3/_2R = 12{,}5$ Дж/(моль·К), а C_p — к $^5/_2R = 20{,}8$ Дж/(моль·К). Не входя в подробности, укажем, что для объяснения этих более сложных явлений надо принимать во внимание не только движение молекул как целого, но и колебания составляющих их атомов.

Объясним на примере одноатомных газов, почему молярные теплоемкости различных газов имеют практически совпадающие значения. Вспомним прежде всего, что изменения внутренней энергии в газах являются в основном изменениями кинетической энергии молекул газа, так как их потенциальная энергия почти не меняется (§ 216). На основании формулы (243.3) можно написать

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

т. е. при одной и той же температуре средние энергии молекул различных газов равны между собой. Отсюда следует, что при повышении температуры на 1 К средняя энергия газовой молекулы меняется *одинаково* независимо от ее массы. Но число молекул в моле любого вещества одно и то же. Значит, приращение внутренней энергии моля любого одноатомного газа при нагревании на 1 К (т. е. его молярная теплоемкость C_v) также одинаково.

? **246.1.** Вычислите удельные теплоемкости c_v и c_p для окиси углерода CO (молярная масса $M=0{,}028$ кг/моль). Какой другой газ имеет такие же теплоемкости?

246.2. Чему равна теплоемкость при постоянном объеме такой массы двухатомного газа, которая занимает при нормальных условиях объем, равный 1 м^3?

§ 247. Закон Дюлонга и Пти. Равенство молярных теплоемкостей имеет место и в случае одноатомных твердых тел, к числу которых относятся металлы. У твердых тел не различают c_p и c_v, а говорят просто об удельной теплоемкости c. Как было в 1819 г. установлено П. Л. Дюлонгом и А. Т. Пти, молярная теплоемкость твердых одноатомных тел примерно одинакова и равна $3R=25$ Дж/(моль·К), где R — газовая постоянная. Это подтверждается, например, данными, приведенными в табл. 10.

Таблица 10. **Молярная теплоемкость некоторых твердых веществ при 25 °С**

Вещество	Молярная теплоемкость, Дж/(моль·К)	Относительная атомная масса	Молярная масса, кг/моль
Бериллий	16,4	9	0,009
Магний	24,6	24	0,024
Алюминий	24,4	27	0,027
Железо	25,0	56	0,056
Медь	24,5	64	0,064
Свинец	26,4	207	0,207

Закон Дюлонга и Пти соблюдается для твердых одноатомных тел при достаточно высоких температурах. Для большинства тел такой достаточно высокой температурой является уже комнатная температура. Однако для некоторых тел с малой атомной массой, например для бериллия, бора, углерода (алмаза), комнатная температура недостаточно высока, и они подчиняются закону Дюлонга и Пти лишь при более высокой температуре. Наоборот, при охлаждении *все* тела обнаруживают отступления от закона Дюлонга и Пти. При охлаждении теплоемкость всех тел *уменьшается*.

? **247.1.** Как, не имея под руками таблиц удельных теплоемкостей, приблизительно оценить удельную теплоемкость металла? Сделайте это для серебра ($A_r=108$) и вольфрама ($A_r=184$).

§ 248. Строение жидкостей. Мы имеем довольно ясное представление о строении газов и твердых кристаллических тел. Газ является собранием молекул, беспорядочно движущихся по всем направлениям независимо друг от друга. В твердом теле все (точнее, почти все) молекулы длительно (иногда тысячелетиями) сохраняют взаимное расположение, совершая лишь небольшие колебания около определенных положений равновесия.

Гораздо более сложным представляется строение жидкостей. Чтобы подойти к этому вопросу, рассмотрим случай, когда в замкнутом сосуде имеется жидкость и ее пар, причем жидкость занимает только часть сосуда (нижнюю); остальное пространство заполнено паром (рис. 396), который, как и всякий газ, заполняет все свободное пространство. Конечно, молекулы и в паре и в жидкости находятся в непрерывном движении и могут вылетать из жидкости и переходить в пар и, обратно, из пара залетать в жидкость. Однако между паром и жидкостью сохраняется (при неизменной температуре) резкая граница, и обмен молекулами не нарушает равновесия между этими двумя состояниями; только это равновесие имеет подвижный (динамический) характер.

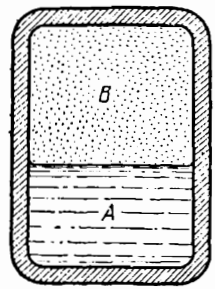


Рис. 396. Объем сосуда делится на две части: в одной из них жидкость A, в другой — пар B

Резкая граница между паром и жидкостью разделяет два состояния, или, как говорят, две *фазы* вещества, из которых парообразная характеризуется гораздо меньшей (в тысячи раз) плотностью, чем жидкая. В жидкой фазе среднее расстояние между молекулами гораздо меньше (в десятки раз), чем в паре, и в соответствии с этим межмолекулярные силы сцепления в жидкости гораздо больше, чем в паре.

Этим и объясняется различие в характере движения молекул в паре и в жидкости.

В паре, подобно газу, можно почти не учитывать сил сцепления и рассматривать движение как свободный полет молекул и соударение их друг с другом и с окружающими телами (стенками и жидкостью, покрывающей дно сосуда). В жидкости молекулы, как и в твердом теле, сильно взаимодействуют, удерживая друг друга. Однако, в то время как в твердом теле каждая молекула сохраняет неограниченно долго определенное положение равновесия внутри тела и движение ее сводится к колебанию около этого равновесного положения, характер движения в жидкости иной. Молекулы жидкости движутся гораздо свободнее, чем молекулы твердого тела, хотя и не так свободно, как молекулы газа. Каждая молекула в жидкости в течение некоторого времени движется то туда, то сюда, не удаляясь, однако, от своих соседей. Это движение напоминает колебание молекулы твердого тела около положения равновесия. Однако время от времени молекула жидкости вырывается из своего окружения и переходит в другое место, попадая в новое окружение, где опять в течение некоторого времени совершает движение, подобное колебанию.

Таким образом, движение молекул жидкости представляет собой нечто вроде смеси движений в твердом теле и в газе: «колебательное» движение на одном месте сменяется «свободным» переходом из одного места в другое. В соответствии с этим строение жидкости представляет что-то среднее между строением твердого тела и строением газа. Чем выше температура, т. е. чем больше кинетическая энергия молекул жидкости, тем бóльшую роль играет «свободное» движение: тем короче промежутки «колебательного» состояния молекулы и чаще «свободные» переходы, т. е. тем больше жидкость уподобляется газу. При достаточно высокой температуре, характерной для каждой жидкости (так называемой критической температуре, § 303), свойства жидкости не отличаются от свойств сильно сжатого газа.

Следует отметить, что мы имеем гораздо менее отчетливые представления о строении жидкостей, чем о строении газов и кристаллических тел, что объясняется гораздо большей сложностью явлений, характеризующих жидкость.

§ 249. Поверхностная энергия. Мы уже говорили о том, что наиболее характерным свойством жидкого состояния является наличие резкой границы, разделяющей жидкость и ее пар (который может быть смешан и с другими газами). По-

верхностный слой жидкости, представляющий переход от жидкости к пару, отличается особыми свойствами, облегчающими изучение сил молекулярного сцепления в жидкости. Поэтому мы и начнем ознакомление со свойствами жидкости с этих *поверхностных* явлений.

Дети хорошо знают, что «куличики» можно построить из мокрого песка. Сухие песчинки не пристают друг к другу.

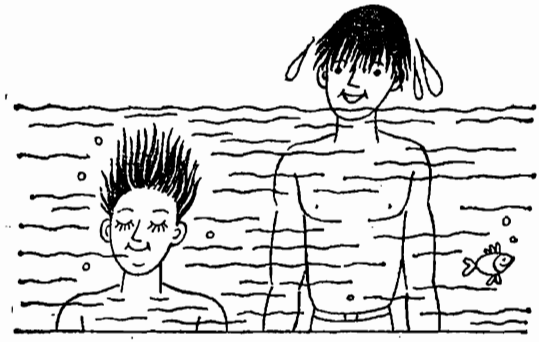


Рис. 397. Под водой у пловца волосы торчат во все стороны, над водой волосы слипаются

Но также не пристают друг к другу песчинки, целиком погруженные в воду. Когда во время купанья человек окунется с головой в воду, его волосы расходятся в воде во все стороны (рис. 397), но стоит только высунуть голову из воды, как волосы тотчас лягут на голове слипшимися слоями.

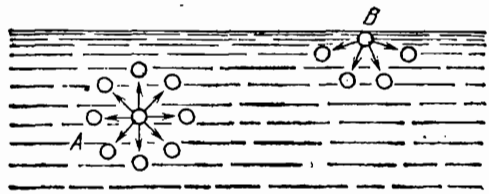


Рис. 398. Молекула *A* окружена со всех сторон другими молекулами и притягивается ими по всевозможным направлениям. Молекула *B* притягивается другими молекулами внутрь жидкости.

Чем это объяснить? Слипание песчинок и волос мы должны объяснить действием *сил сцепления* молекул воды, облекающей песчинки или волосы.

Рассмотрим, почему силы сцепления не проявляют своего действия, когда песчинки или волосы находятся *под* водой. Сравним состояние молекулы жидкости, находящейся вблизи границы жидкости и газа, с состоянием молекулы, на-

ходящейся вдали от этой границы, внутри жидкости (рис. 398). Молекула внутри жидкости окружена другими молекулами со всех сторон (*A*). Молекулу же, находящуюся на границе с газом, молекулы жидкости окружают только с одной стороны (*B*), со стороны же газа молекул почти нет. Притяжение, испытываемое молекулой со стороны соседних, в случае «внутренних» молекул взаимно уравновешивается; для молекул, расположенных у поверхности, сложение всех сил дает равнодействующую, направленную внутрь жидкости. Поэтому, для того чтобы перевести молекулу из внутренних слоев к поверхности, надо совершить работу против указанной равнодействующей силы. Иначе говоря, каждая молекула, находящаяся вблизи поверхности жидкости, обладает некоторым избытком потенциальной энергии по сравнению с молекулами, находящимися внутри жидкости. Чем больше поверхность жидкости, тем большее число молекул обладает этой избыточной потенциальной энергией. Следовательно, при увеличении поверхности данной массы жидкости (например, при раздроблении воды в мелкую водяную пыль) энергия жидкости увеличивается. Это — один из случаев изменения внутренней энергии тел, о котором упоминалось в § 202. В этом случае внутренняя энергия тела пропорциональна размерам поверхности, и поэтому ее называют *поверхностной энергией*.

Вследствие стремления молекул уйти внутрь жидкости с ее поверхности жидкость принимает такую форму, при которой ее свободная поверхность имеет наименьшее возможное значение.

Стремление жидкости уменьшить свою свободную поверхность хорошо проявляется в различных явлениях и опытах.

1. Прежде всего, об этом говорит шарообразная форма, которую принимают маленькие капли жидкости: капельки ртути на горизонтальной стеклянной пластинке, капли воды, разбегающиеся по раскаленной плите, если на нее попадут брызги воды, капли воды на пыльной дороге и т. п. Во всех этих случаях взаимодействие с твердым телом, на котором оно находится, мало́ по сравнению с силами, действующими между частями жидкости, и стремление жидкости уменьшить свою поверхность четко проявляется: шарообразная форма капелек соответствует наименьшей их поверхности. При малых размерах капелек искажающее их форму влияние силы тяжести невелико.

В условиях невесомости сила тяжести не препятствует данному объему жидкости сократить свою поверхность.

Поэтому жидкость в условиях невесомости принимает форму шара; такая шарообразная «капля» может иметь большие размеры по сравнению с обычными каплями жидкости, в которых увеличение размера приводит к искажению формы под действием силы тяжести.

2. Очень наглядно стремление жидкости уменьшить свою поверхность проявляется в случае тонкой струйки вязкой жидкости, стекающей вниз. Можно наблюдать, например, как струйка стекающего меда, если она почему-либо начинает слишком утончаться, внезапно прерывается и поднимается вверх, образуя на конце круглую каплю (рис. 399), и тем уменьшает свою свободную поверхность.

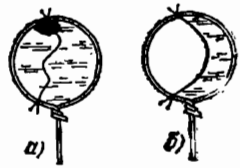
Рис. 399. Струйка меда, стекающая с ложки, собирается в шарик, поднимающийся кверху

а) б)

Рис. 400. *а*) На стеклянной трубке при разламывании образовался острый зубец. *б*) Тот же зубец после оплавления трубки в пламени

3. Если на стеклянной трубке при разламывании образовался острый зубец, то его легко оплавить, т. е. сделать круглым, размягчив стекло на пламени (рис. 400).

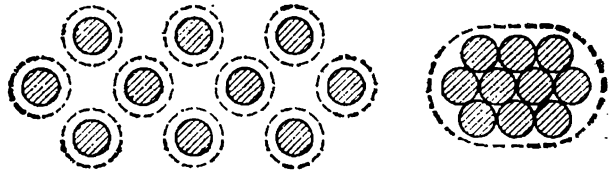
4. Наглядно видно стремление уменьшить свободную поверхность у пленки, например у мыльной. Образуем мыльную пленку на колечке с ниткой, протянутой так, как показано на рис. 401, *а*. Пока пленка цела по обе стороны нитки, нитка имеет ту форму, которую она случайно приняла при образовании пленки. Если уничтожить пленку по одну сторону нитки, то мыльная пленка по другую сторону тотчас уменьшит свою поверхность и натянет нитку (рис. 401, *б*).



а) б)

Рис. 401. *а*) Вид нитки, находящейся на мыльной пленке. *б*) Нитка оттягивается пленкой в сторону

Стремлением пленки сократиться до наименьших возможных размеров объясняется шарообразная форма мыльных пузырей. Тем же уменьшением поверхности жидкости при установлении равновесия объясняется и слипание мокрых песчинок и мокрых волос, о чем мы говорили вначале: при



а) *б)*

Рис. 402. Заштрихованные кружки изображают сечения волос. Штриховая линия изображает водяную пленку, облекающую волосы. *а)* При раздельном положении волос поверхность пленки велика. *б)* При слипшихся волосах поверхность пленки мала

слипшихся волосах облекающая их вода имеет меньшую поверхность, чем при раздельном расположении волос. Это показано на рис. 402.

Во всех этих случаях мы наблюдаем стремление жидкости уменьшить поверхность, по которой она граничит с воздухом (точнее — с паром, который образуется из жидкости).

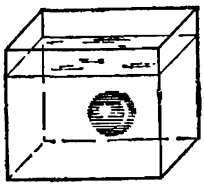
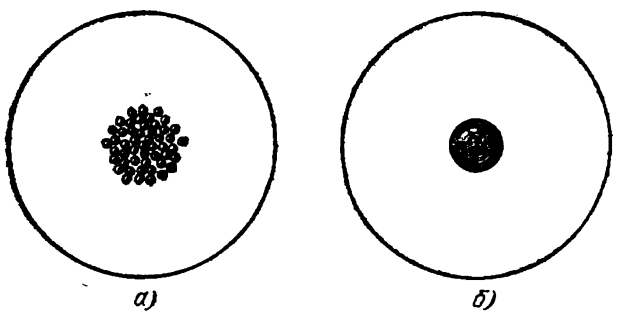


Рис. 403. Капля анилина внутри раствора соли принимает форму шара

Такие же явления мы наблюдаем на границе двух несмешивающихся жидкостей.

1. Поместим большую каплю анилина в раствор поваренной соли, плотность которого подогнана к плотности анилина так, что капля держится внутри него, не опускаясь на дно и не всплывая. Это значит, что сила тяжести и выталкивающая сила, действующие на каплю, взаимно уравновешиваются (закон Архимеда, § 160). В этом случае капля также принимает форму шара (рис. 403).



а) *б)*

Рис. 404. *а)* На стекле часов находится в слабом растворе кислоты множество соприкасающихся мелких капелек ртути. *б)* Через несколько минут все капельки слились в одну большую каплю

2. Нальем на стеклышко часов слабый раствор кислоты (например, азотной) и выпустим туда же из пипетки множество мелких капель ртути (рис. 404). Мы увидим, как эти капельки будут сливаться одна с другой и, наконец, образуют одну крупную каплю, поверхность которой меньше, чем сумма поверхностей множества мелких капель.

? **249.1.** Для получения свинцовой дроби расплавленный свинец льют сквозь узкие отверстия с некоторой высоты в воду, причем во время падения свинец застывает, принимая форму шариков. Объясните это.

249.2. Что происходит с мыльной пленкой, когда она лопается? Куда она исчезает?

§ 250. Поверхностное натяжение. В предыдущем параграфе мы выяснили, что поверхностный слой жидкости обладает дополнительной энергией. Эта энергия, приходящаяся на единицу поверхности жидкости, называется *поверхностным натяжением* и обычно обозначается буквой σ. Сказанное означает, что для увеличения поверхности жидкости на S единиц, без каких-либо других изменений состояния жидкости, в частности без изменения ее температуры, надо совершить работу, равную σS.

Возьмем плоскую проволочную рамку, одна из сторон которой, представляющая собой перемычку длины l, может перемещаться, оставаясь параллельной самой себе (рис. 405). Окунем рамку в раствор мыла в воде. В результате она окажется затянутой тонкой пленкой жидкости, ограниченной с обеих сторон поверхностным слоем. Вследствие стремления поверхностных слоев сократиться пленка будет перемещать перемычку. Чтобы предотвратить перемещение перемычки, к ней нужно приложить силу $\boldsymbol{F}$, которая уравновесит силу $\boldsymbol{F'}$, действующую на перемычку со стороны пленки. Увеличивая силу $\boldsymbol{F}$ на ничтожно малую величину, переместим очень медленно перемычку в направлении силы $\boldsymbol{F}$ на расстояние b. При этом сила $\boldsymbol{F}$ совершит работу, равную Fb. В результате совершения этой работы поверхностный слой жидкости увеличится на $2lb$ (поверхностный слой имеется с обеих сторон пленки), что приведет к приращению поверхностной энергии на $2lb\sigma$.

Приравняв приращение поверхностной энергии работе, совершенной силой F, получим соотношение $2lb\sigma=Fb$, откуда $F=2l\sigma$.

Полученное выражение означает, что поверхностный слой, стремясь сократиться, действует на единицу длины

своей границы с силой, равной σ. Это позволяет дать другое определение поверхностного натяжения как силы, действующей со стороны поверхностного слоя на единицу длины контура, ограничивающего этот слой. В СИ поверхностное натяжение выражается в ньютонах на метр (Н/м). Отметим, что 1 Н/м=1 Дж/м².

Измерения силы, действующей на границу пленки жидкости, дают возможность определить поверхностное натяжение жидкости. Простой прибор для грубых измерений

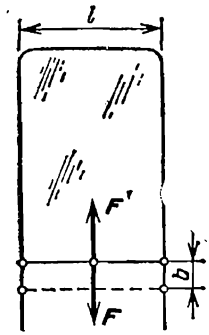


Рис. 405. Рамка, затянутая мыльной пленкой

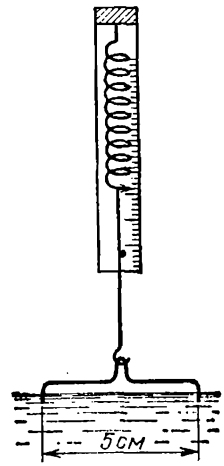


Рис. 406. Простой прибор для определения поверхностного натяжения жидкостей

такого рода показан на рис. 406. Опустим в воду медную проволочку, изогнутую, как показано на рисунке, зацепим проволочку чувствительным пружинным динамометром и будем очень медленно, без толчков поднимать ее вверх. Показание динамометра будет постепенно увеличиваться и достигнет максимального значения, когда из воды покажется водяная пленка, повисшая на проволочке. Отсчитав показание динамометра и приняв во внимание вес проволочки, мы найдем силу, которая растягивает пленку. При длине проволочки 5 см эта сила составляет около 0,0070 Н; отсюда

$$\sigma = \frac{0{,}0070\ \text{Н}}{2 \cdot 0{,}05\ \text{м}} = 0{,}070\ \text{Н/м}.$$

Кроме этого грубого способа, существуют другие, более точные способы измерения поверхностного натяжения жидкостей (§ 257). Результаты измерений поверхностного натяжения некоторых жидкостей приведены в табл. 11.

Таблица 11. **Поверхностное натяжение некоторых жидкостей**

Жидкость	Температура, °С	Поверхностное натяжение, Н/м
Вода (чистая)	20	0,0725
Раствор мыла в воде	20	0,040
Спирт	20	0,022
Эфир	25	0,017
Ртуть	20	0,470
Золото (расплавленное)	1130	1,102
Жидкий водород	—253	0,0021
Жидкий гелий	—269	0,00012

Обратим внимание на то, что у легко испаряющихся жидкостей (эфира, спирта) поверхностное натяжение, а следовательно, и молекулярные силы меньше, чем у жидкостей нелетучих (например, у ртути). Очень мало́ поверхностное натяжение у жидкого водорода и, особенно у жидкого гелия. У жидких металлов поверхностное натяжение, наоборот, очень велико. Различие в поверхностном натяжении жидкостей объясняется различием в силах сцепления их молекул.

Измерения показывают, что поверхностное натяжение жидкостей зависит только от природы жидкости и от ее температуры. Оно никак не зависит от того, велика поверхность жидкости или мала, подвергалась эта поверхность предварительно растягиванию или нет. Другими словами, работа по вытягиванию каждой новой молекулы на поверхность никак не зависит от того, каковы размеры этой поверхности. Это показывает, что поверхностный слой жидкости нельзя уподоблять тонкой упругой пленке, например резиновой пленке. При растягивании резиновой пленки по мере увеличения ее поверхности растягивающая сила становится все больше и больше, и, следовательно, работа, затрачиваемая на увеличение этой поверхности на единицу площади, тоже увеличивается. При увеличении поверхности жидкости ничего подобного не наблюдается.

При измерении поверхностного натяжения нужно следить за тем, чтобы жидкость была химически чистой, ибо примесь растворимых в жидкости веществ может заметно изменить поверхностное натяжение. Изменение поверхностного натяжения жидкости при растворении в ней примесей можно обнаружить при помощи следующего опыта (рис. 407). Насыпем на поверхность воды какой-нибудь плавающий на ее поверхности порошок (например, тальк).

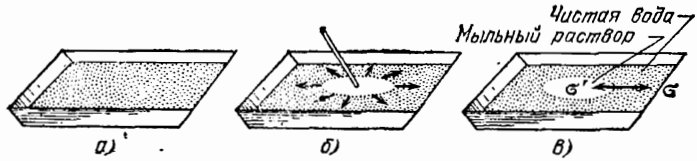


Рис. 407. *а*) На поверхность воды равномерно насыпан порошок. *б*) К воде прикасаются палочкой, смоченной в мыле,— порошок разбегается во все стороны. *в*) Стрелки изображают силы, действующие на единицу длины границы со стороны мыльного раствора и со стороны чистой воды

Таким способом мы сделаем заметными перемещения поверхностного слоя воды. Теперь пустим на поверхность воды маленькую каплю мыльного раствора или эфира. Мы увидим, что порошок стремительно побежит от капельки во все стороны. Это показывает, что поверхностное натяжение раствора мыла или эфира меньше, чем поверхностное натяжение чистой воды.

То обстоятельство, что на поверхности воды образуется пленка раствора мыла или эфира, а следовательно, молекулы воды уходят вглубь, означает, что силы, втягивающие молекулы воды внутрь, больше, чем силы, втягивающие молекулы мыла или эфира; отсюда следует, что работа по вытягиванию молекул воды на поверхность больше, т. е. поверхностное натяжение чистой воды больше поверхностного натяжения раствора мыла или эфира.

? **250.1.** Какую работу нужно произвести при таком деформировании сферической капли ртути диаметра 2 мм (при 20 °С), при котором площадь ее поверхности увеличивается в три раза?
250.2. Какую работу нужно произвести, чтобы при 20 °С выдуть мыльный пузырь диаметра 10 см?
250.3. Какую работу надо произвести, чтобы 1 кг чистой воды при 20 °С раздробить на капельки диаметра 1 мкм, имеющие ту же температуру? Начальная поверхность воды мала по сравнению с общей поверхностью всех капелек, и ею можно пренебречь. Какое количество теплоты выделится, если все эти капельки вновь сольются между собой, а температура останется прежней?

§ 251. Жидкостные пленки. Все знают, как легко получить пену из мыльной воды или из яичного белка. Из чистой же воды пена получается очень неустойчивой.

Пена — это множество пузырьков воздуха, ограниченных тончайшей пленкой жидкости. Из жидкости, образующей пену, легко можно получить и отдельную пленку. Эти пленки очень интересны. Они могут быть чрезвычайно тонки: в наиболее тонких частях их толщина не превосходит стотысячной доли миллиметра. Несмотря на свою тонкость, они иногда очень устойчивы. Мыльную пленку можно растягивать и деформировать. Сквозь мыльную пленку может протекать струя воды, не разрушая ее (рис. 408). Смоченный мыльной водой стальной шарик пролетает сквозь мыльную пленку, оставляя ее целой. В момент пролета шарик, очевидно, обволакивается пленкой с обеих сторон и затем отрывается, причем поврежденное место поверхности немедленно восстанавливается.

Чем же объяснить устойчивость пленок? Прежде всего, заметим, что устойчивые пленки и пена не могут образовываться в химически чистых жидкостях. Непременным условием образования пены является

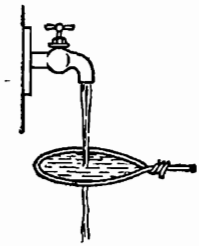


Рис. 408. Струя воды протекает сквозь мыльную пленку, не разрушая ее

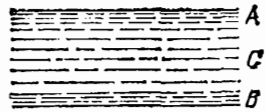


Рис. 409. Схематическое изображение строения мыльной пленки: *A* и *B* — поверхностные слои, богатые молекулами мыла; *C* — слой почти чистой воды

прибавление к чистой жидкости (вода, спирт и т. п.) растворяющихся в ней веществ и притом таких, которые сильно *понижают* поверхностное натяжение. Как показывает опыт, молекулы такого растворенного вещества собираются в поверхностном слое жидкости (адсорбируются, § 258).

Какое это имеет значение для прочности пленки, например мыльной? Мыльная пленка представляет собой тройной слой (рис. 409). В двух наружных слоях мы имеем воду, насыщенную молекулами веществ, входящих в состав мыла, в среднем слое — почти чистую воду.

Теперь представим себе, что пленка по какой-нибудь причине в одном месте утончилась. Это поведет к тому, что здесь обнажится внутренний слой почти чистой воды. Поверхностное натяжение этого слоя, как мы видели, больше. Вследствие большого поверхностного натяжения утончившееся место пленки потянет в свою сторону жидкость из других, более толстых частей. Этим будет вновь достигнута одинаковая толщина пленки на всем протяжении, и опасность разрыва пленки исчезнет. Напротив, в чистых жидкостях малейшее изменение толщины в каком-либо месте или ничтожная неравномерность в силах, действующих на пленку, не может быть компенсирована изменением поверхностного натяжения и ведет к разрыву пленки.

Все-таки через некоторое время лопается и мыльная пленка. Причины этого разнообразны. Во-первых, пленка никогда не бывает вполне горизонтальной (хотя бы потому, что горизонтальная пленка всегда несколько изогнута своей тяжестью). Вследствие этого жидкость из верхней части пленки постепенно перетекает вниз. Во-вторых, пленка все время немного испаряется, а потому и утончается до такого состояния, при котором внутренний слой пленки, обусловливающий, как мы видели, ее устойчивость, истощается. В-третьих, на поверхности пленки могут происходить реакции окисления, ведущие к образованию новых веществ. Чтобы сохранить мыльную пленку дольше, ее помещают под колпак, задерживающий испарение жидкости, и прибавляют в мыльный раствор вещества, увеличивающие его вязкость (сахар, глицерин).

Рис. 410. К упражнению 251.1

В природе и технике мы обычно встречаемся не с отдельными пленками, но с собранием пленок — с пеной. Часто можно видеть в ручьях, там, где небольшие струйки воды падают в спокойную воду, обильное образование пены. В этом случае способность воды пениться связана с наличием в воде особого органического вещества, выделяющегося из корней растений (сапонина). В строительной технике иногда используются материалы, имеющие ячеистую структуру, вроде пены (например, пенобетон). Такие материалы дешевы, легки, плохо проводят тепло и звуки и достаточно прочны. Для их изготовления добавляют в растворы, из которых образуются строительные материалы, вещества, способствующие пенообразованию. Важным примером использования пенообразующих веществ являются огнетушители, при действии которых пожар тушится устойчивой пеной, выбрасываемой из огнетушителя.

? **251.1.** Во время мытья рук получите мыльную пленку между пальцами, как показано на рис. 410. Наблюдайте интенсивные движения жидкости, вызванные различием в поверхностном натяжении различных частей пленки. Пленка сперва бесцветная, затем окрашивается в цвета, о происхождении которых будет идти речь в разделе «Оптика» тома III. Через некоторое время пленка покрывается черными пятнами. Эти пятна быстро растут, покрывая собой значительную часть пленки. Было выяснено, что эти пятна — места, где пленка имеет толщину, соответствующую размерам двух молекул. Эти слои состоят из молекул мыла; третий, промежуточный слой исчез. Появление и рост черных пятен служат признаком того, что пленка скоро лопнет.

§ 252. Зависимость поверхностного натяжения от температуры. В табл. 11 указана температура, при которой производилось измерение поверхностного натяжения. Это сделано потому, что поверхностное натяжение зависит от температуры. В этом можно убедиться при помощи опыта, подобного описанному в § 250. Насыпав, как и раньше, на поверхность воды тальк, поднесем к ней накаленное металлическое тело. От этого прогреется поверхность воды, причем больше всего в непосредственной близости к нагретому телу. Мы увидим, что тальк разбежится от нагретого пред-

мета. Это показывает, что с повышением температуры поверхностное натяжение воды уменьшается.

Результаты измерения поверхностного натяжения воды при разных температурах приведены в табл. 12. У других жидкостей поверхностное натяжение при повышении температуры также уменьшается. Следовательно, *силы сцепления в жидкости уменьшаются при повышении температуры.* К этому явлению вернемся, когда будем говорить об испарении жидкостей.

Таблица 12. **Зависимость поверхностного натяжения воды от температуры**

Температура, °С	Поверхностное натяжение, Н/м	Температура, °С	Поверхностное натяжение, Н/м
0	0,0756	50	0,0679
20	0,0725	100	0,0588

§ 253. Смачивание и несмачивание. В § 249 отмечалось, что небольшие капельки ртути, помещенные на стеклянную пластинку, принимают шарообразную форму. Это является результатом действия молекулярных сил, стремящихся уменьшить поверхность жидкости.

Ртуть, помещенная на поверхности твердого тела, *не всегда* образует круглые капли. Очистим цинковую пластинку от окислов, протерев ее тряпкой, смоченной в слабой серной кислоте, и поместим на нее капельку ртути (рис. 411). Мы увидим, что капелька ртути растечется по цинковой пластинке, причем общая поверхность капельки, несомненно, увеличится.

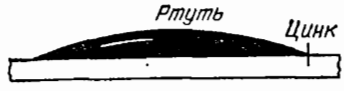


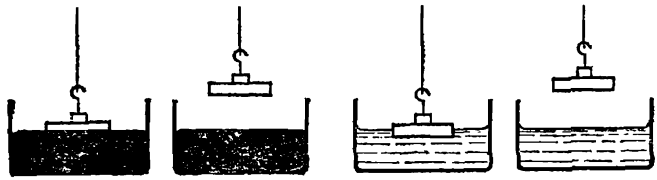
Рис. 411. Растекание ртути по очищенному цинку

Капля анилина в опыте, изображенном на рис. 403, имеет шарообразную форму тоже только тогда, когда она не касается стенки стеклянного сосуда. Стоит ей коснуться стенки, как она тотчас прилипает к стеклу, растягиваясь по нему и приобретая бо́льшую общую поверхность.

Чем же объясняется эта разница? Вспомним, что стремление молекул жидкости уйти внутрь жидкости и уменьшить поверхность, отделяющую жидкость от газа, объясняется тем, что молекулы жидкости почти не притягиваются молекулами газа (молекул газа слишком мало).

В случае соприкосновения с твердым телом силы сцепления молекул жидкости с молекулами твердого тела начинают играть существенную роль. Поведение жидкости будет зависеть от того, что больше: сцепление между молекулами жидкости или сцепление молекул жидкости с молекулами твердого тела. В случае ртути и стекла силы сцепления между молекулами ртути и стекла малы по сравнению с силами сцепления между молекулами ртути, и ртуть собирается в каплю. В случае же воды и стекла (или ртути и цинка) силы сцепления между молекулами жидкости и твердого тела превосходят силы сцепления, действующие между молекулами жидкости, и жидкость растекается по твердому телу.

Чтобы проверить правильность этих рассуждений, сделаем такой опыт. Возьмем стеклянную пластинку с приклеенным к ней сверху крючком. Положим ее на поверхность



а) *б)*

Рис. 412. *а*) Чистая стеклянная пластинка, отрываясь от поверхности ртути, не уносит с собой ртути. *б*) Та же пластинка, отрываясь от поверхности воды, покрывается пленкой воды

ртути и будем тянуть за крючок, пока пластинка не оторвется от ртути. При этом пластинка оторвется от ртути совершенно чистой, не унося с собой ртути (рис. 412, *а*). Это показывает, что сцепление между молекулами стекла и ртути меньше, чем между молекулами ртути. Здесь дело обстоит так же, как с растягиваемой цепью, которая рвется там, где у нее самое слабое звено.

Если же вместо ртути взять воду и повторить тот же опыт, то заметим, что оторванная стеклянная пластинка покрыта водой (рис. 412, *б*). В этом случае разрыв происходит между молекулами воды, а не между водой и стеклом. Значит, силы сцепления между водой и стеклом больше, чем силы сцепления частиц воды между собой. В первом случае мы называем жидкость *не смачивающей* твердое тело (ртуть — стекло, вода — парафин), во втором — *смачивающей* (ртуть — цинк, вода — стекло). Отсюда следует, что, говоря о поверхности жидкости, надо иметь в виду не только поверхность, где жидкость граничит с воздухом, но

также и поверхность, граничащую с другими жидкостями или с твердыми телами. В частности, когда жидкость налита в сосуд, то бóльшая часть ее поверхности граничит со стенками сосуда.

В зависимости от того, смачивает ли жидкость стенки сосуда или не смачивает, форма поверхности жидкости у места соприкосновения с твердой стенкой и газом имеет разный вид. В случае ртути в стеклянном сосуде или воды в сосуде, стенки которого покрыты слоем парафина, форма поверхности у края круглая, выпуклая (рис. 413). Это объясняется тем, что в данном случае силы сцепления между молекулами ртути превосходят силы сцепления ртути со стенками, и ртуть, стремясь стянуться, частично отходит от

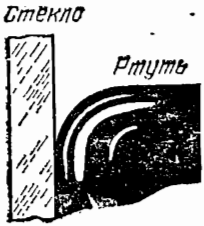


Рис. 413. Так располагается у стеклянной стенки ртуть (увеличено)

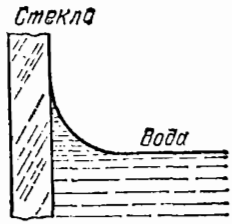


Рис. 414. Так располагается у стеклянной стенки вода (увеличено)

Рис. 415. Применение стеклянной палочки для наливания воды в сосуд с узким горлом

стекла. В других случаях (вода в чистом стеклянном или металлическом сосуде) жидкость у края принимает форму, показанную на рис. 414. При этом притяжение жидкости стенками превосходит притяжение между молекулами жидкости, и жидкость подтягивается к стеклу, стремясь растечься по нему.

? **253.1.** Почему воду из стеклянного пузырька можно отмерять каплями, а ртуть нельзя?

253.2. Объясните способ наливания воды в узкое горлышко сосуда по стеклянной палочке или по спичке (рис. 415).

253.3. Положите на поверхность воды сухое бритвенное лезвие. Если его брали пальцами, оно всегда покрыто тонким слоем жира. Лезвие будет плавать. То же лезвие, тщательно вымытое мылом (не касайтесь после этого руками), не может плавать на поверхности воды. Объясните явления.

253.4. Познакомьтесь с процессом паяния. Чтобы расплавленный припой (например, сплав олова со свинцом) растекался на поверхностях спаиваемых металлических предметов, надо тщательно очищать эти поверхности паяльной жидкостью (например, хлористым цинком). Хлористый цинк освобождает металлическую поверхность от окислов. Примите во внимание громадные силы сцепления в металлах и объясните, почему необходимо соприкосновение припоя с совершенно чистой металлической поверхностью.

§ 254. Расположение молекул у поверхности тел. Произведем такой опыт. На поверхность чистой горячей воды поместим небольшой кусок парафина (воска, нафталина). Парафин расплавится и растечется тонкой пленкой по поверхности воды. Дадим воде остыть. Парафин затвердеет в виде тонкой пластинки. Осторожно вынем эту пластинку, стараясь не касаться ее поверхности, и, разделив на две части, поместим горизонтально, предварительно перевернув одну из частей. Теперь при помощи пипетки нанесем на поверхности пластинок капли чистой воды. Мы увидим, что капли поведут себя различно. На той поверхности парафина, которая соприкасалась с воздухом, капля воды не растечется и будет иметь такую же форму, как ртуть на стекле; в этом случае вода не смачивает парафин. На поверхности, соприкасавшейся с водой, капля воды немедленно растечется, образуя тонкую пленку; в этом случае вода смачивает парафин.

Почему же *одно и то же* твердое вещество в одних случаях смачивается жидкостью, а в других не смачивается?

Объяснение в следующем. Молекулы многих веществ довольно сложны; благодаря этому различные *части* такой молекулы могут обнаруживать различные силы сцепления при взаимодействии с другими молекулами. Если каким-либо образом расположить подобные молекулы так, что в одну сторону будут обращены концы, сильно взаимодействующие с водой, а в другую — слабо взаимодействующие, то получится пластинка, одна поверхность которой будет смачиваться водой, а другая не будет. Парафин на горячей воде плавится, и молекулы жидкого

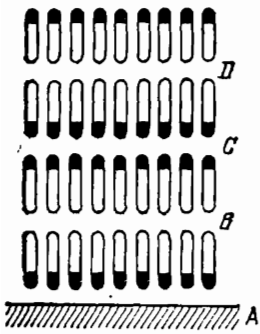


Рис. 416. Расположение молекул масляной смазки вблизи твердого тела *A*. Активные концы молекул обозначены черным, инертные — белым. Скольжение происходит в местах *B* и *D*. В месте *C* скольжения нет

парафина поворачиваются, притягиваясь своими сильно взаимодействующими с водой концами к поверхности воды. В таком положении они и застывают, когда вода охлаждается, и в результате получается та двусторонняя пластинка, свойства которой мы обнаружили в описанном опыте.

Наиболее сильно влияние определенного расположения молекул в поверхностном слое у маслянистых веществ, обладающих смазочным действием. На основании химических исследований этим молекулам приписывают удлиненную форму, причем на одном ее конце находится группа атомов СООН (так называемая карбоксильная группа). Эта группа и обусловливает сцепление молекул маслянистых веществ с поверхностями твердых тел (активные концы). Другие концы тех же молекул дают очень малые силы сцепления (инертные концы).

Такое представление дает возможность объяснить *смазочное действие* очень тонких слоев масел. Слой смазки между двумя твердыми (например, металлическими) поверхностями разделяется на слои, обращенные друг к другу попеременно активными и инертными концами, как показано на рис. 416. К твердым телам примыкает слой молекул, прикрепившихся к нему своими активными концами. Эти молекулы располагаются подобно щетине на щетке. При движении происходит скольжение между инертными концами молекул смачивающего вещества. При этом скольжении не получается больших сил, ему препятствующих, так как силы сцепления у этих концов молекул малы. Поэтому и трение получается весьма малым.

Отметим, что у жидкостей, не обладающих смазочным действием в тонких слоях, молекулярная картина течения жидкости вблизи твердого тела имеет иной характер.

§ 255. Значение кривизны свободной поверхности жидкости. Мы постоянно встречаемся с кривыми поверхностями жидкостей: кривой является поверхность повисшей капли (рис. 372); поверхность воды, облекающей намокшие волосы (рис. 402); поверхность любой капельки жидкости, любого пузырька в ней и т. д.

Какое же значение имеет кривизна поверхности? Легко сообразить, что силы, связанные с наличием поверхностного натяжения и направленные по касательной к поверхности жидкости, в случае выпуклой поверхности дают результирующую, направленную внутрь жидкости (рис. 417, *а*). В случае вогнутой поверхности результирующая сила направлена, наоборот, в сторону газа, граничащего с жидкостью (рис. 417, *б*). На основании этих упрощенных рассуждений можно ожидать, что давление жидкости, ограниченной выпуклой поверхностью, больше давления окружающего газа (или другой жидкости, граничащей с первой), а давление жидкости, ограниченной вогнутой поверхностью, наоборот, меньше давления окружающего газа. Чтобы проверить это предположение, обратимся к опытам.

1. На рис. 418 показана узкая стеклянная трубка B, соединенная резиновой трубкой с широкой трубкой A. В трубках находится вода. Установим конец трубки B на уровне жидкости в трубке A. При этом поверхность воды в трубке B горизонтальная и совершенно плоская (рис. 418, *а*). Будем теперь осторожно опускать трубку B. Конец трубки B, до

которого доходит вода, станет ниже уровня воды в трубке A, и вместе с тем поверхность воды в ней примет выпуклую сферическую форму (рис. 418, *б*). Подумаем, что это значит. Над выпуклой сферической поверхностью воды в трубке B и над плоской поверхностью воды в трубке A одно и то же

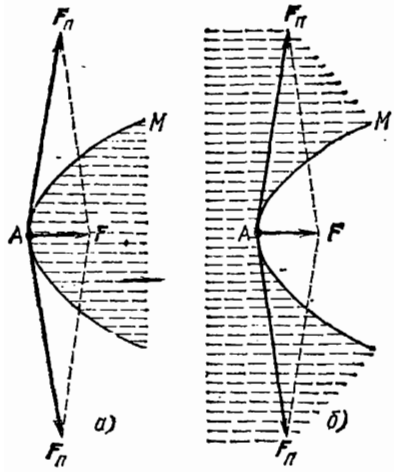


Рис. 417. Силы поверхностного натяжения $F_п$, действующие на искривленную поверхность жидкости, дают результирующую F, направленную в ту же сторону, куда поверхность M обращена своей вогнутостью. *а*) Поверхность жидкости выпуклая: *б*) Поверхность жидкости вогнутая

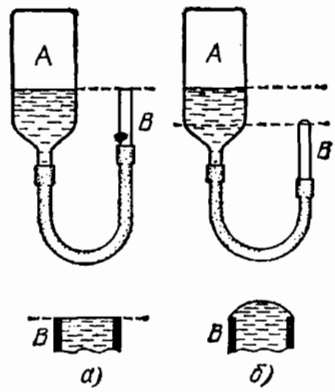


Рис. 418. *а*) Поверхности воды в трубках A и B находятся на одном уровне; обе поверхности плоские. *б*) Поверхность воды в A выше, чем в B; поверхность в A — плоская, в B — выпуклая

атмосферное давление. На уровне конца трубки B в трубке A (рис. 418, *б*) давление больше атмосферного. Так как жидкость находится в равновесии, то, следовательно, и у конца трубки B непосредственно под выпуклой поверхностью давление больше атмосферного. Добавочное давление под выпуклой поверхностью жидкости вызывается молекулярными силами. Стремление жидкости уменьшить свою свободную поверхность приводит к тому, что жидкость, находящаяся под сферической поверхностью, оказывается несколько сжатой, а потому имеющей добавочное давление.

Будем продолжать опыт, опуская трубку B еще ниже. При этом радиус сферической поверхности воды еще уменьшится, а разность уровней в трубках еще увеличится. Отсюда вывод: добавочное давление под выпуклой поверх-

ностью жидкости тем больше, чем радиус этой поверхности меньше.

2. На рис. 419, *а* показан прибор для выдувания пузырьков из узкого конца *C* трубки, опущенного в жидкость на небольшую глубину. Нажимая на резиновую грушу *A*, мы

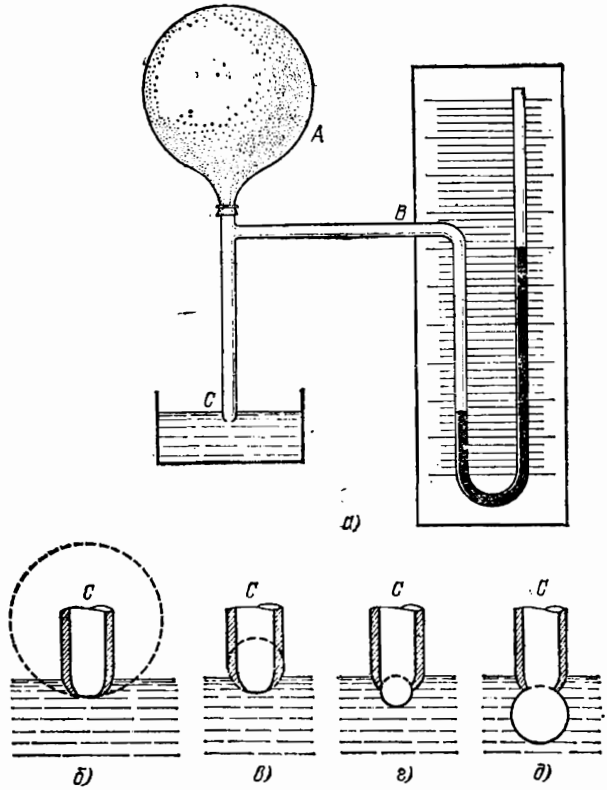


Рис. 419. *а*) Прибор для выдувания пузырьков в жидкости. *б*)—*г*) В начале выдувания пузырька радиус кривой поверхности жидкости постепенно уменьшается. *д*) Под конец выдувания радиус поверхности снова увеличивается

создаем внутри трубки повышенное давление, регистрируемое жидкостным манометром *B*. По мере увеличения давления в трубке радиус выдуваемого пузырька все уменьшается (рис. 419, *б* — *г*). Если, продолжая нажимать на грушу *A*, дойдем до такого положения, что радиус пузырька начнет увеличиваться (рис. 419, *д*), манометр покажет уменьшение давления.

Очевидно, этот опыт показывает то же, что и предыдущий, т. е. что изогнутость поверхности жидкости связана с добавочным давлением по ту сторону поверхности, куда она обращена своей вогнутостью, и что добавочное давление тем больше, чем меньше радиус кривизны поверхности.

Если окунуть конец трубки C не в воду, а в другую жидкость, например в спирт, то манометр покажет иное максимальное давление. В случае спирта максимальное давление будет приблизительно в 3,5 раза меньше, чем в случае воды. Вспомним, что поверхностное натяжение спирта меньше

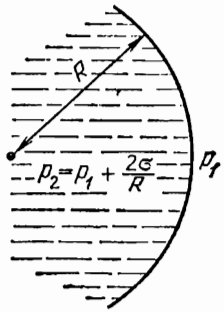


Рис. 420. Две среды граничат по сферической поверхности радиуса R, обращенной вогнутостью влево. При равновесии давление среды слева от границы больше, чем давление среды справа от границы, на величину $2\sigma/R$

поверхностного натяжения воды тоже в 3,5 раза. Этот результат показывает, что разность давлений тем больше, чем больше поверхностное натяжение.

Расчет приводит к следующему выводу: при наличии сферической поверхности жидкости радиуса R имеется разность давлений

$$p_2 - p_1 = \frac{2\sigma}{R}, \qquad (255.1)$$

где p_2 — давление со стороны вогнутости, а p_1 — давление со стороны выпуклости (рис. 420). Ясно, что эта формула согласуется с результатами опытов, изображенных на рис. 418 и 419.

Приведем вывод формулы (255.1). Рассмотрим пузырек воздуха радиуса R в жидкости с поверхностным натяжением σ (или каплю жидкости того же радиуса R, рис. 420); p_2 — давление воздуха в пузырьке, p_1 — давление жидкости вокруг пузырька. Пусть по какой-либо причине радиус пузырька увеличился на малую по сравнению с радиусом R величину x. При этом будет произведена работа A, равная произведению разности сил давления $(p_2 - p_1) \cdot 4\pi R^2$ на перемещение x:

$$A = (p_2 - p_1) 4\pi R^2 x.$$

С другой стороны, площадь поверхности увеличится на

$$4\pi (R+x)^2 - 4\pi R^2 = 4\pi x (2R + x),$$

Так как мы предположили, что x очень мало по сравнению с R, то можно принять увеличение площади поверхности равным $8\pi Rx$. При этом поверхностная энергия получит приращение $\Delta E = 8\pi Rx\sigma$. Приравнивая работу A и приращение энергии ΔE, получим

$$8\pi Rx\sigma = (p_2 - p_1)\cdot 4\pi R^2 x, \quad \text{откуда} \quad p_2 - p_1 = \frac{2\sigma}{R}.$$

Как видно, добавочное давление зависит от радиуса сферической поверхности. При малых радиусах оно может достигать больших значений; например, добавочное давление внутри пузырька радиуса 1 мкм в воде равно $1{,}42\cdot 10^5$ Па. В случае сферических поверхностей с большими радиусами (например, 10 см) добавочное давление пренебрежимо мало ($0{,}96\cdot 10^{-5}$ Па). Добавочное давление равно нулю в случае плоской поверхности, которую можно рассматривать как предел сферической поверхности при бесконечном увеличении ее радиуса.

? **255.1.** Если на двух сообщающихся трубках с раструбами на концах выдуть мыльные пузыри (рис. 421) и закрыть трубку, то воздух из пузыря меньшего диаметра переходит в пузырь большего диаметра: меньший пузырь уменьшается, а больший увеличивается. Объясните явление.

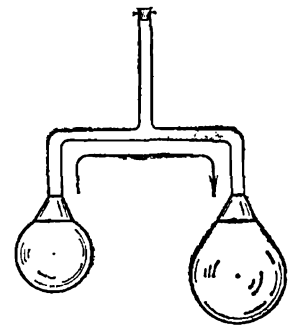


Рис. 421. К упражнению 255.1

255.2. Когда воздух быстрее вытекает из воронки, на которой выдут мыльный пузырь: при большом диаметре пузыря или при малом?

255.3. Если поместить каплю воды между двумя стеклянными пластинками (рис. 422), то для отделения пластинок друг от друга потребуется некоторая сила. Эта сила тем больше, чем больше площадь, занимаемая каплей, и чем меньше расстояние между пластинками. Объясните явление.

255.4. Если в узкой стеклянной трубке с переменным сечением расположились капельки воды и пузырьки воздуха, как показано на рис. 423, то продуть такую трубку очень трудно.

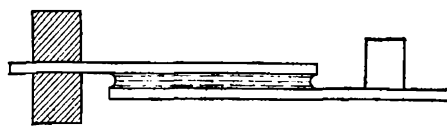


Рис. 422. К упражнению 255.3

Объясните явление. Подобная закупорка тонких трубок с переменным сечением является в технике вредным явлением, с которым приходится бороться. По этой же причине является крайне вредным выделение газовых пузырьков в кровеносных сосудах людей и животных, так как это полностью прекращает ток крови по этим сосудам.

255.5. Накапайте из пузырька в пробирку 50 капель чистой воды. В другую пробирку такого же размера накапайте из того

же пузырька *столько же* капель воды с небольшой примесью мыла или эфира (можно с примесью эфирно-валерьяновых капель). Сравните объем жидкостей в пробирках. Чем объяснить разницу в размерах капель?

Рис. 423. К упражнению 255.4

§ 256. Капиллярные явления. В жизни мы часто имеем дело с телами, пронизанными множеством мелких каналов (бумага, пряжа, кожа, различные строительные материалы, почва, дерево). Приходя в соприкосновение с водой или другими жидкостями, такие тела очень часто впитывают их в себя. На этом основано действие полотенца при вытирании рук, действие фитиля в керосиновой лампе и т. д.

Очень часто жидкость, впитываясь в пористое тело, поднимается вверх; например, поднимаются вверх чернила, впитывающиеся в промокательную бумагу (рис. 424). Подобные явления можно также наблюдать в очень узких стеклянных трубках (рис. 424). Узкие трубки называются *капиллярными* (от латинского слова capillaris — волосной).

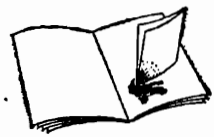


Рис. 424. Чернила, впитываясь в промокательную бумагу, поднимаются вверх

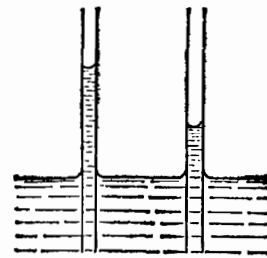


Рис. 425. В узких стеклянных трубках вода стоит выше, чем в широком сосуде

Опустим такую трубку в жидкость. Если жидкость смачивает стенки трубки, то она поднимается по стенкам трубки над уровнем жидкости в сосуде и притом тем выше, чем уже трубка (рис. 425). Если жидкость не смачивает стенки, то, наоборот, уровень жидкости в узкой трубке устанавливается ниже, чем в широкой (рис. 426).

Как объясняются описанные явления? В § 253 мы видели, что поверхность жидкости около стенки изгибается вверх или вниз в зависимости от того, смачивает она стенку или нет. В узкой трубке края жидкости образуют всю поверхность жидкости так, что поверхность имеет вид, напо-

минающий полусферу (так называемый *мениск*), в случае смачивающих жидкостей обращенную вверх вогнутостью, а в случае несмачивающих — вверх выпуклостью (рис. 427). Наличие кривой поверхности жидкости связано с наличием разности давлений (§ 255): под вогнутым мениском

Рис. 426. Уровень ртути в узкой трубке ниже, чем в широкой

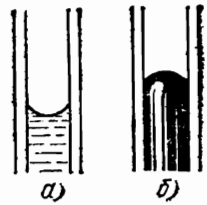


Рис. 427. Форма мениска: *а*) смачивающей жидкости; *б*) несмачивающей жидкости

давление жидкости меньше, чем под плоским, и это ведет к тому, что в случае вогнутого мениска жидкость поднимается до тех пор, пока гидростатическое давление не компенсирует разность давлений; под выпуклым мениском давление больше, чем под плоским, и это ведет к опусканию жидкости в узких трубках.

Таким образом, в узкой трубке смачивающая жидкость устанавливается выше уровня в широкой трубке, а несмачивающая устанавливается ниже уровня в широкой трубке. *Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке тем больше, чем больше поверхностное натяжение жидкости и чем меньше радиус трубки и плотность жидкости.* Это положение можно отнести и к твердым материалам, пронизанным тонкими каналами неправильной формы. Если материал смачивается водой, то она втягивается в него на тем бóльшую высоту, чем у́же каналы.

? **256.1.** Положите в воду кусок мела. Из него во всех направлениях начнут выходить пузырьки. Объясните явление.

256.2. Если сложить две стеклянные пластинки так, чтобы с одной стороны их края сходились вплотную, а с другой — были разделены тонкой палочкой, и опустить их в воду, то вода между пластинками поднимется (рис. 428). Чем это объяснить?

256.3. На рис. 429 изображено устройство для стекания влаги, образующейся зимой на подоконниках. Почему вода стекает по узкой полоске тряпки прямо в бутылку?

256.4. Если одну и ту же капиллярную трубку опустить один раз в холодную, а другой раз в горячую воду, то во втором случае высота поднятия воды меньше. Как это объяснить?

256.5. Стеклянные трубки, форма которых показана на рис. 430, полностью погружают в воду, а затем медленно поднимают. Левая трубка состоит из тонкого капилляра A, к которому припаяна широкая трубка B; правая трубка представляет собой

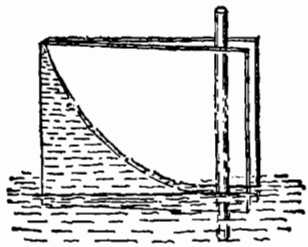


Рис. 428. К упражнению 256.2

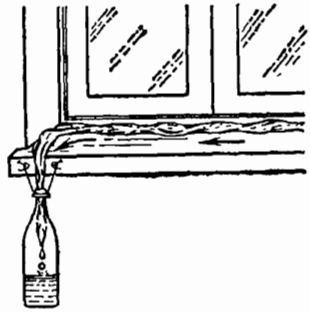


Рис. 429. К упражнению 256.3

изогнутый капилляр C. Что будет наблюдаться при вытягивании трубок из воды?

256.6. В воду погружены две стеклянные капиллярные трубки одного и того же диаметра, имеющие форму, изображенную на рис. 431. Высота поднятия воды в прямой трубке выше вершины

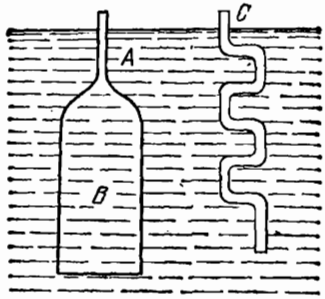


Рис. 430. К упражнению 256.5

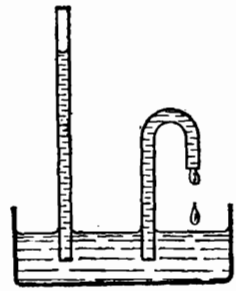


Рис. 431. К упражнению 256.6

изогнутой трубки. Не будет ли из изогнутой трубки непрерывно течь вода, т. е. не будет ли такая трубка служить вечным двигателем? В чем ошибка такого предположения?

256.7. Разломите кусок мела и прикоснитесь к свежему излому языком. Почему язык «прилипает» к мелу?

§ 257. Высота поднятия жидкости в капиллярных трубках. Итак, высота h поднятия жидкости в капиллярных трубках зависит от радиуса R канала в трубке, поверхностного натяжения σ и плотности ρ жидкости. Выведем формулу, связывающую эти величины. Наибольший интерес представ-

ляют случаи, когда жидкость хорошо смачивает стенки трубки, т. е. стремится растечься по поверхности стенок. Наш расчет будет относиться именно к этим случаям.

Примем, что поверхность жидкости внутри капиллярной трубки имеет строго сферическую форму, радиус которой равен радиусу капилляра (рис. 432). Согласно формуле (255.1) непосредственно под вогнутым мениском давление жидкости меньше атмосферного давления $p_{ат}$ на величину $2\sigma/R$, т. е. равно $p_{ат} - 2\sigma/R$. На глубине h, соответствующей уровню жидкости в широком сосуде, к этому давлению прибавляется гидростатическое давление ρgh. В широком сосуде на том же уровне, т. е. непосредственно под плоской свободной поверхностью жидкости, давление равно атмосферному давлению $p_{ат}$. Так как имеет место равновесие жидкости, то давления на одном и том же уровне равны. Следовательно,

$$p_{ат} - \frac{2\sigma}{R} + \rho gh = p_{ат};$$

отсюда

$$h = \frac{2\sigma}{R\rho g}, \qquad (257.1)$$

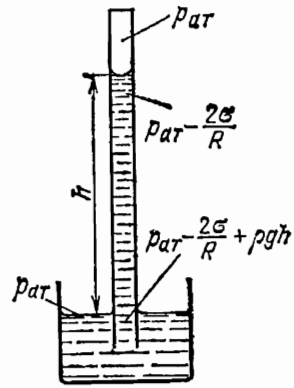


Рис. 432. К выводу формулы высоты поднятия жидкости в капилляре

т. е. *высота поднятия жидкости в капилляре пропорциональна ее поверхностному натяжению и обратно пропорциональна радиусу канала капилляра и плотности жидкости.*

Этой формулой можно воспользоваться для определения поверхностного натяжения σ. Для этого надо только точно измерить высоту поднятия жидкости h и радиус трубки R. Зная ускорение свободного падения g и плотность жидкости ρ, найдем по формуле (257.1) значение σ. Это один из употребительных способов определения σ. Конечно, поверхность трубки и жидкость должны быть очень чисты.

? **257.1.** Вычислите высоту поднятия воды в капилляре радиуса 0,25 мм и спирта в капилляре диаметра 0,5 мм (см. табл. 11). Плотность спирта равна $0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

257.2. Определите поверхностное натяжение бензина, если в трубке радиуса 0,2 мм высота его поднятия равна 3 см. Плотность бензина равна $0{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

257.3. Подвесьте полоску 2×15 см^2 промокательной бумаги так, чтобы она своим нижним концом была опущена в воду,

налитую в блюдце. Дождитесь, пока поднятие воды в промокательной бумаге прекратится (4—5 часов). Измерьте высоту поднятия и приблизительно оцените размеры каналов в волокнах бумаги.

§ 258. Адсорбция. Явление смачивания твердых тел жидкостями убеждает нас в том, что молекулы жидкости в некоторых случаях как бы прилипают к твердому телу и более или менее длительно удерживаются на нем. То же может происходить и с молекулами газа. Твердое тело, находящееся в газе, всегда покрыто слоем молекул газа, некоторое время удерживающихся на нем молекулярными силами. Это явление носит название *адсорбции*. Количество адсорбированного газа в разных случаях разное. Прежде всего, оно зависит от площади поверхности, на которой могут адсорбироваться молекулы: чем больше эта поверхность, тем больше адсорбируется газа. Адсорбирующая поверхность особенно велика у пористых веществ, т. е. веществ, пронизанных множеством мелких каналов, иногда невидимых даже при помощи микроскопа с большим увеличением. Количество адсорбированного газа зависит также от природы газа и от свойств твердого тела.

Одним из примеров веществ, способных адсорбировать громадные количества газа, является активированный уголь, т. е. уголь, освобожденный от смолистых примесей прокаливанием. Свойства активированного угля можно легко наблюдать. Поместим немного угольного порошка *) в пустую пробирку и будем нагревать ее на пламени (рис. 433). Уголь будет сильно выделять поглощенные газы. Выделение газов обнаруживается бурным, похожим на кипение жидкости, движением угольного порошка. Нальем в колбу несколько капель эфира и дадим ему испариться. Затем насыпем в колбу немного активированного угля и быстро закупорим колбу пробкой с трубкой, присоединенной к манометру (рис. 434). Пары эфира будут поглощаться углем, и манометр покажет резкое уменьшение давления.

Адсорбция на активированном угле и на других твердых телах широко применяется в технике. Она применяется, например, для улавливания ценных газообразных веществ, получающихся при химических производствах; в медицине — для извлечения вредных газов, получающихся внутри организма при разнообразных отравлениях, и т. п. Большое значение имеет адсорбция газов на поверхности твердых

*) Можно взять медицинский препарат «карболен» и растереть его в мелкий порошок.

тел для ускорения некоторых химических реакций между газами (катализ).

Одно из важных применений адсорбции — улавливание отравляющих газов посредством противогазов. Улавливание производится слоем активированного угля, помещенным

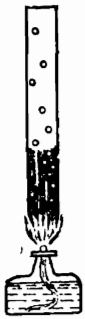


Рис. 433. Получение активированного угля

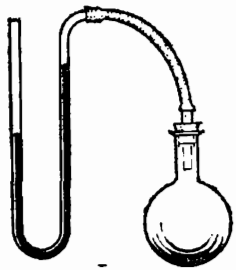


Рис. 434. Поглощение паров эфира активированным углем

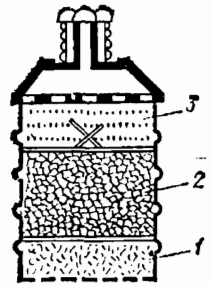


Рис. 435. Разрез респираторной коробки противогаза: *1* — фильтр для дымов, *2* — слой активированного угля, *3* — химические поглотители

внутри респираторной коробки противогаза (рис. 435). Кроме угля, в коробке находятся еще химические поглотители и фильтр для задержания отравляющих дымов, не задерживаемых углем. Применение активированного угля для целей противогазовой обороны было предложено в 1915 г. известным химиком Николаем Дмитриевичем Зелинским (1861—1953).

Отметим, что твердые тела могут адсорбировать не только газы, но и различные растворенные вещества из жидкостей. Этим тоже широко пользуются в технике.

§ 259. Флотация. Чистая руда почти никогда не встречается в природе. Почти всегда полезное ископаемое перемешано с «пустой», т. е. ненужной горной породой. Руда, в которой мало полезного ископаемого, называется бедной. Процесс отделения пустой породы от полезного ископаемого называется *обогащением руды*. Среди разнообразных способов обогащения (главным образом механических) большое значение приобрел способ, основанный на явлениях смачивания,— *флотация* (всплывание). Наибольшее значение она имеет для руд цветных металлов.

Сущность флотации состоит в следующем. Раздробленная в мелкий порошок руда взбалтывается в воде. Туда же добавляется небольшое количество вещества, обладающего способностью смачивать одну из подлежащих разделению частей (например, крупицы полезного ископаемого) и не смачивающего другую часть (крупицы пустой породы). Кроме того, добавляемое вещество не должно растворяться в воде, так что вода не будет смачивать поверхность крупицы, покрытую тон-

кой пленкой добавки. Обычно применяют какое-нибудь дешевое масло. В результате перемешивания крупицы полезной руды обволакиваются тонкой пленкой масла, а крупицы пустой породы остаются свободными.

В то же время в получившуюся кашеобразную смесь вдувается очень мелкими пузырьками воздух. Пузырьки воздуха, пришедшие в соприкосновение с крупицей полезной породы, покрытой слоем масла и потому не смачиваемой водой, прилипают к ней. Это происходит потому, что тонкая пленка воды между пузырьками воздуха и не смачиваемой

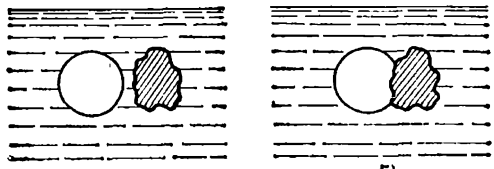


Рис. 436. Флотация: *а*) пузырек воздуха приближается к крупинке породы, покрытой пленкой масла; *б*) тонкая пленка воды между воздухом и крупинкой стягивается, обнажая поверхность крупинки.

ею поверхностью крупицы (рис. 436), стремясь уменьшить свою поверхность, обнажает поверхность крупицы (подобно тому как вода на сальной поверхности собирается в капли, обнажая этим сальную поверхность). У крупиц полезной руды вместе с прилипшими к ним пузырьками воздуха средняя плотность меньше плотности воды, и они постепенно поднимаются кверху, а крупицы пустой породы опускаются вниз. Таким образом происходит более или менее полное отделение пустой

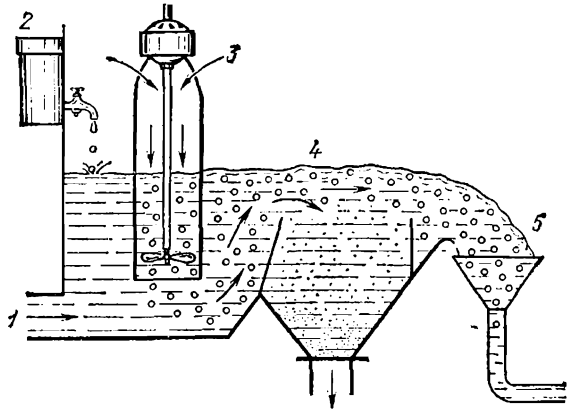


Рис. 437. Схема флотационной установки: *1* — труба, по которой поступает взвесь измельченной руды в воде, *2* — сосуд, из которого капает флотационный реагент (масло), *3* — поступление воздуха, засасываемого винтом, *4* — место, где всплывшая полезная порода отделяется от оседающей пустой породы, *5* — сток пены с полезной породой (концентрат)

породы и получается так называемый концентрат, настолько богатый полезной рудой, что дальнейшая обработка его становится возможной и выгодной. На рис. 437 показана схема флотационной установки.

Обогащение руды посредством флотации можно пояснить таким опытом. В две пробирки насыпают немного (примерно 0,1 часть объема пробирки) смеси свежераздробленного в порошок каменного угля и чистого сухого песка (крупинки угля и песка должны быть примерно одинакового размера, 0,1—0,2 мм). В одну из пробирок добавляется капля керосина, после чего пробирки наполняют на 2/3 чистой водой. Обе пробирки закрывают чистыми пробками и в течение нескольких секунд энергично встряхивают с целью образовать внутри них множество пузырьков воздуха: После этого пробирки оставляют неподвижными. В пробирке со смесью угля и песка, не смоченной керосином, пузырьки воздуха поднимаются вверх, в то время как и крупинки угля и крупинки песка оседают вниз. В пробирке, в которой смесь смочена керосином, пузырьки воздуха, поднимаясь вверх, увлекают за собой крупинки угля, а крупинки песка, так же как и в первой пробирке, оседают вниз. В верхней части пробирки собирается черная пена, а внизу остается песок (потом, когда пузырьки пены лопнут, уголь тоже осядет вниз).

§ 260. Растворение газов. Кроме адсорбции на поверхности (§ 258), при соприкосновении тел (например, двух жидкостей или газа и жидкости) молекулы каждого из них могут проникать в объем, занимаемый другим телом. Это проникновение носит название *растворения*. В результате растворения растворенное тело равномерно распределяется по объему растворителя и только в поверхностном слое в силу адсорбции концентрация проникшего вещества может быть повышенной. Явление растворения есть результат диффузии (§ 217) по всему объему вещества, адсорбированного в поверхностном слое.

Рассмотрим сначала растворение газов в жидкостях. Нальем в стакан воды из водопровода. Мы увидим, что из воды выделится множество мельчайших пузырьков, которые поднимутся вверх или удержатся около стенок стакана. Откуда взялись эти пузырьки и что в них находится? Это — газы, которые при повышенном давлении, всегда существующем в водопроводных трубах, были растворены в воде в значительном количестве. При вытекании воды из крана давление в ней резко уменьшается. Кроме того, вода из водопровода в комнате обычно начинает нагреваться, так как воздух в комнате теплее. Эти изменения ведут к тому, что равновесие между газами, растворенными в воде, и газами вне ее нарушается и газы начинают выделяться из воды в виде пузырьков. Обычно это те же газы, которые составляют воздух: кислород, азот, углекислый газ и т. д.

При нагревании воды и особенно при кипячении ее растворенные в ней газы удаляются почти полностью. Присутствие газов в сырой воде и отсутствие их в кипяченой воде являются причиной того, что кипяченая и сырая вода отличаются по вкусу.

Наблюдать растворение воздуха в воде можно при помощи опыта, похожего на опыт с адсорбцией газов углем. Прокипятим в течение некоторого времени воду в колбе и дадим ей остыть. Осторожно, не встряхивая колбы, присоединим к ней жидкостный манометр. Теперь встряхнем колбу так, чтобы большая поверхность воды сразу пришла в соприкосновение с воздухом в колбе. Мы увидим, что манометр покажет заметное уменьшение давления воздуха в колбе. Следовательно, часть воздуха поглотилась водой. Однако, после того как мы хорошо взболтаем воду, дальнейшее растворение прекратится. Получится, как говорят, насыщенный раствор.

Как происходит растворение газа в воде? Пусть над водой находится воздух. Тепловое движение молекул приводит к тому, что сквозь границу вода — воздух проходят и молекулы воды и молекулы воздуха. Проникновение молекул воды в воздух есть не что иное, как испарение; рассмотрение этого явления отложим до гл. XVII. Проникновение молекул газов, составляющих воздух, в воду и дальнейшая диффузия их по всему объему воды — это растворение воздуха в воде. Конечно, часть молекул газа, уже проникших в воду, выходит из нее в силу того же теплового движения. Но пока число молекул газа (например, кислорода) в воде незначительно, за единицу времени выходит из воды меньше молекул газа, чем входит в нее из окружающей атмосферы. Таким образом, число молекул газа в воде продолжает увеличиваться, т. е. продолжается растворение газа в жидкости. Когда, наконец, число молекул газа в жидкости станет так велико, что за единицу времени столько же молекул газа успевает выйти из воды, сколько в нее проникает, дальнейшее увеличение числа молекул газа в воде (дальнейшее растворение) прекратится. Полученный раствор носит название *насыщенного*. В таком случае говорят, что жидкость находится в равновесии с газом.

Здесь слово «равновесие» употребляется в более общем смысле, чем в механике. Мы говорим, что система «вода, воздух, растворенный в ней, и воздух над поверхностью воды» находится в равновесии, если количество растворенного воздуха с течением времени не меняется, хотя отдельные молекулы то входят, то выходят из раствора. Такое равновесие называют *подвижным* или *динамическим* (§ 248). Иногда вместо слова «равновесие» применяют выражение «стационарное состояние».

Масса газа, которая может раствориться в единице объема жидкости, называется *растворимостью*. Она зависит от температуры и от парциального (§ 239) давления данного газа над жидкостью. Опыт показывает, что *при насыщении*

масса растворенного в жидкости газа пропорциональна парциальному давлению этого газа над жидкостью (закон Генри). Этим пользуются, например, при газировании воды. При газировании вода приводится в длительное соприкосновение с углекислым газом, имеющим большое давление; поэтому в воде растворяется большое количество углекислого газа. Когда газированную воду наливают в стакан, газ выделяется обильными пузырьками.

Явление растворения газов в жидкости имеет большое значение в водолазном деле. Водолазов, пробывших длительное время на большой глубине, нельзя быстро поднимать на поверхность воды. Кровь водолаза, дышащего воздухом под большим давлением, насыщена азотом (кислород не следует принимать во внимание, так как он быстро связывается с кровью химически). При быстром подъеме азот может выделиться из крови внутри кровеносных сосудов в виде пузырьков и закупорить их, что крайне опасно.

Масса газа, растворенного в жидкости, зависит также *от температуры*. Мы уже говорили, что, нагревая воду, заставляем выделиться растворенный в ней воздух. *Растворимость газа в жидкости при повышении температуры*

Таблица 13. **Растворимость в воде некоторых газов при различных температурах (в г/л)**

Газ	Температура, °С		
	0	20	40
Азот	0,0293	0,0164	0,0118
Аргон	0,058	0,037	0,027
Кислород	0,049	0,031	0,023
Углекислый газ	1,713	0,878	0,53
Хлористый водород	506	442	386

почти всегда уменьшается. В табл. 13 указаны растворимости в воде некоторых газов при различных температурах. Наконец, растворимость газа зависит *от природы* жидкости и газа. Например, кислород растворяется в воде в количестве примерно вдвое большем, чем азот. Это обстоятельство имеет большое значение для жизни живых организмов в воде.

Отметим, что газы могут растворяться также и в твердых телах. Например, некоторые металлы способны растворять определенное количество газов (в особенности водорода), причем скорость диффузии, а следовательно, и растворения

увеличивается при повышении температуры. Вследствие этого такие металлы нельзя считать непроницаемыми для газов. Так, например, сильно нагретый металл палладий довольно легко пропускает сквозь себя водород.

§ 261. Взаимное растворение жидкостей. Если к чистой воде прилить чистый спирт, то, перемешав эти жидкости, получим совершенно однородную жидкость. Явление это имеет место при любом соотношении масс воды и спирта. Это означает, что вода и спирт растворяются друг в друге в любой пропорции. Не то будет, если мы прильем к воде эфир или керосин. В этих случаях спустя некоторое время увидим, что жидкости расположатся слоями (рис. 438). Каждый из этих слоев представляет собой раствор. В случае воды и эфира вверху расположится раствор воды в эфире, содержащий много эфира и мало воды; внизу — раствор малого количества эфира в воде.

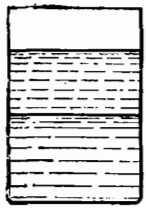


Рис. 438. Верхний слой — раствор воды в эфире, нижний слой — раствор эфира в воде

Заметим, что при повышении температуры взаимная растворимость жидкостей увеличивается. Для некоторых комбинаций жидкостей можно достигнуть такой температуры, при которой они растворяются друг в друге в любой пропорции, так что граница между слоями исчезает и вся жидкость становится однородной.

§ 262. Растворение твердых тел в жидкостях. Хорошо известно, что если в воду опустить кусок сахара, то через некоторое время сахар исчезнет и получится однородное вещество (раствор). Сладкий вкус этого раствора показывает, что молекулы сахара распределились по всему объему раствора. Это распределение происходит вследствие молекулярного движения (диффузии); его можно значительно ускорить, если перемешивать раствор.

Растворение твердого вещества в жидкости по существу мало чем отличается от растворения жидкости в жидкости. И в этом случае молекулы растворенного вещества постепенно распределяются среди молекул растворителя. Масса растворенного вещества, приходящаяся на единицу объема растворителя, носит название *концентрации* раствора. Вещество растворяется в жидкости до некоторой определенной концентрации, которая зависит от природы растворителя и растворяемого вещества, а также от температуры.

Растворы, концентрация которых имеет предельное значение, называют *насыщенными*. Чем выше концентрация насыщенного раствора, тем больше растворимость вещества в данном растворителе. Особенно хорошим растворителем является вода, в которой очень многие вещества растворяются до значительных концентраций. В спирте растворимость, вообще говоря, хуже, в бензоле — еще хуже, хотя встречаются вещества, которые лучше растворяются в бензоле или спирте, чем в воде. Растворимость различных веществ в одном и том же растворителе может быть различной. Кроме того, растворимость может сильно зависеть от температуры. В табл. 14 указаны растворимости в воде некоторых веществ при различных температурах.

Таблица 14. **Растворимость в воде некоторых веществ при различных температурах (в граммах на 100 мл)**

Вещество	Температура, °С		
	0	18	100
Хлористое серебро	0,00006	0,00013	—
Углекислый литий	1,5	1,3	0,8
Азотнокислый калий	13	29	250
Хлористый натрий	35,5	36,0	39,6
» литий	64	79	130
» кальций	50	71	155
» цинк	210	360	610

В большинстве случаев при повышении температуры растворимость повышается, причем нередко очень значительно (например, азотнокислый калий). Иногда изменение растворимости при нагревании невелико (хлористый натрий), а в редких случаях наблюдается даже уменьшение растворимости при нагревании (углекислый литий). Если насыщенный раствор азотнокислого калия или другого вещества, растворимость которого возрастает с температурой, охладить, то часть растворенного вещества выделится в виде твердого осадка. При некоторых условиях (чистота раствора и посуды, осторожное охлаждение) иногда удается получить растворы с концентрацией, превышающей предельную (*пересыщенные* растворы). Если в такой раствор бросить крупицу растворенного вещества, то сейчас же произойдет кристаллизация и концентрация раствора уменьшится до концентрации, соответствующей насыщению.

Глава XV. СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ. ПЕРЕХОД ТЕЛ ИЗ ТВЕРДОГО СОСТОЯНИЯ В ЖИДКОЕ

§ 263. Введение. Приступая к изучению твердых тел, прежде всего необходимо уточнить понятие твердого тела. Жидкости и твердые тела отличаются от газов, в частности, тем, что в газах значительные изменения объема сопровождаются возникновением сравнительно небольших сил упругости, тогда как в твердых и жидких телах малые объемные деформации связаны с возникновением весьма значительных упругих сил. В механике мы ввели понятие абсолютно твердого тела (§ 70) и несжимаемой жидкости (§ 141), чтобы отметить возможность пренебрегать деформацией, ограничиваясь лишь учетом упругих сил, сопровождающих эти деформации.

Считая характерным для жидкостей и твердых тел возникновение значительных упругих сил при небольших деформациях, мы должны установить различие между жидкими и твердыми телами. Мы отличаем твердые тела от жидких тем, что в твердых телах значительные упругие силы возникают как при небольших изменениях объема (сжатие и растяжение), так и при небольших изменениях *формы* (сдвиг), не сопровождающихся изменением объема. В жидкостях же такие сдвиги (изменение формы) не сопровождаются возникновением упругих сил.

Выделив по указанному признаку твердые тела, мы должны обратить внимание на возможность существования твердых тел в двух существенно различных состояниях, отличающихся своим внутренним строением, что приводит к различию многих их свойств. Это — *кристаллическое* и *аморфное* состояния твердых тел.

За последнее время особое значение приобрели так называемые полимеры — тела, молекулы которых состоят из десятков и сотен тысяч атомов, что обусловливает их особые свойства, в частности способность к сравнительно большим деформациям. Полимеры можно рассматривать как особую разновидность твердых тел.

§ 264. Кристаллические тела. Вооружимся лупой и внимательно рассмотрим какое-нибудь порошкообразное тело (соль, сахарный песок, соду, лекарственные порошки и т. п.). Мы увидим, что отдельные крупинки этих порошков представляют собой тела, ограниченные плоскими, как бы шлифованными гранями. Эти грани образуют между собой

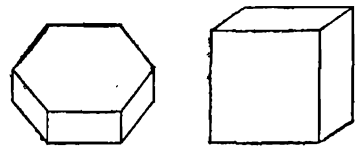


Рис. 439. *а*) Кристаллик льда имеет форму шестиугольной призмы, боковые грани которой образуют углы 120°. *б*) Кристалл поваренной соли имеет форму куба

определенные углы, у разных веществ, вообще говоря, разные (рис. 439). Наличие таких естественных граней служит признаком того, что вещество находится в кристаллическом состоянии.

Иногда тело представляет собой один кристалл. Примером этого могут служить крупинки сахарного песка. Такие тела называют *монокристаллами* или просто кристаллами. Некоторые вещества могут образовывать весьма большие кристаллы (рис. 440), иногда очень правильной формы. В других случаях тело представляет собой множество мелких, причудливым образом сросшихся между собой кристаллов, иногда чрезвычайно мелких. Примером этого может служить кусок сахара-рафинада, кусок любого металла и т. п. Такие тела называют *поликристаллическими*.

Рис. 440. Крупный кристалл кварца (горного хрусталя), найденный на Урале

Естественное образование граней на кристалле — только один из признаков кристаллического состояния вещества. Наиболее общим признаком является различие физических свойств тела по разным направлениям. Прежде всего бросается в глаза неодинаковая механическая прочность в разных направлениях кристалла. Кристаллы легче всего раскалываются по определенным плоскостям. Например,

кристаллы слюды, имеющие вид тонких пластинок, очень легко разделяются на еще более тонкие пластинки. Если разбить кристалл соли, показанный на рис. 439, *б*, то получатся более мелкие кристаллы той же формы. Тела, состоящие из одного или нескольких одинаково расположенных кристаллов, легче деформируются в одном направлении,

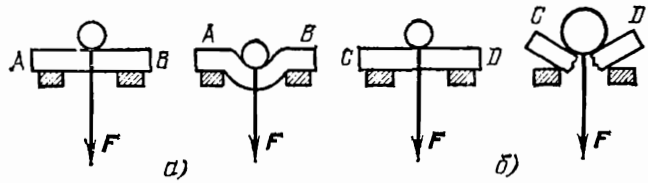


Рис. 441. *а*) Брусок AB, вырезанный определенным образом из большого кристалла льда, положенный на две опоры, при действии на его середину силы F медленно прогибается. *б*) Такого же размера брусок CD, вырезанный в направлении, перпендикулярном к направлению AB, при действии той же силы F сохраняет свою форму, а при увеличении силы разрушается

чем в другом. Это, например, относится к кускам льда (рис. 441). По своим механическим свойствам брусок из озерного или речного льда похож на стопу стеклянных пластин, соединенных не вполне затвердевшим клеем.

Теплопроводность некоторых кристаллов по различным направлениям также неодинакова. Покроем кристаллик гипса и стеклянную пластинку тонким слоем парафина и

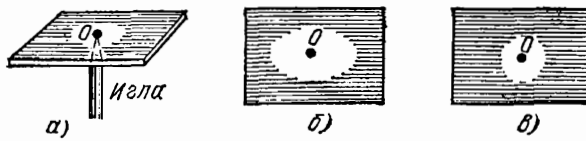


Рис. 442. *а*) При прикосновении раскаленной иглы к точке O тонкой пластинки на противоположной стороне плавится парафин. *б*) Пластинка — кристалл гипса; площадь, на которой расплавился парафин, имеет форму эллипса. *в*) Пластинка стеклянная; площадь имеет форму круга

прикоснемся к ним накаленной иглой. Мы увидим, что вокруг иглы парафин расплавится, причем площадь, где парафин расплавился, на кристалле имеет вид эллипса (рис. 442), в то время как на стекле получается круг. Это и доказывает, что, в отличие от стекла, кристалл гипса проводит тепло в разных направлениях неодинаково.

Многие кристаллы при нагревании расширяются неодинаково в разных направлениях. Для характеристики таких

кристаллов в отношении теплового расширения требуется знать не один, а три коэффициента линейного расширения (например, по трем взаимно перпендикулярным направлениям). Интересно отметить, что некоторые кристаллы при нагревании по одним направлениям расширяются, а по другим сжимаются (в этих направлениях коэффициенты линейного расширения являются отрицательными величинами; примерами таких кристаллов являются кристаллы графита или теллура). Оптические и электрические свойства кристаллов также зависят от направления.

Образование плоских граней у кристаллов — проявление сходного свойства кристаллов в отношении роста. Если бы кристалл рос по всем направлениям с одинаковой скоростью, то, очевидно, получилось бы тело в форме шара. Надо отметить, что зависимость свойств кристаллов от направления не всегда имеет место для *всех* свойств. Например, кристалл меди, имеющий форму куба, характеризуется по всем направлениям одной и той же электропроводностью и теплопроводностью, но упругость его зависит от направления.

В отношении различия свойств по разным направлениям кристалл напоминает собой кусок дерева. Дерево тоже легко раскалывается вдоль волокон, тогда как в направлении, перпендикулярном к волокнам, оно значительно более прочно. Дерево также имеет различную теплопроводность в разных направлениях (вдоль волокон и поперек их) и т. д. Однако между свойствами кристалла и дерева есть очень важное различие.

Рис. 443. Строение дерева вблизи сердцевины и вблизи края различно

Строение дерева в середине ствола и в его наружных частях различно; ствол имеет сердцевину, вблизи нее годовые кольца малы, вдалеке — больше. Таким образом, дерево неоднородно. Кусок дерева от сердцевины имеет одни свойства, годен на одни поделки; кусок, близкий к коре, имеет более плоские слои и подходит для других изделий (рис. 443). Кристаллы же — *совершенно однородные тела*. У кристалла нет «середины», все части куска кристалла имеют одни и те же свойства.

Все вышесказанное относится к *монокристаллам*. С *поликристаллическими* телами дело обстоит иначе. Так как они представляют собой беспорядочные скопления много-

численных мелких кристаллов, то однородность их значительно меньше, чем у монокристаллов. С другой стороны, в поликристаллах не наблюдается различия в свойствах по разным направлениям. Объясняется это тем, что по любому направлению, проведенному внутри тела, встречается множество кристалликов, повернутых самым различным образом. Поэтому электропроводность, теплопроводность и вообще любое свойство тела являются некоторой *средней* величиной, относящейся ко всем этим многочисленным кристалликам. Это среднее значение одинаково для всех направлений внутри тела.

Размеры кристалликов, из которых состоит поликристаллическое тело, существенно влияют на прочность этого тела. Один и тот же материал (например, сталь определенного состава), состоящий из мелких кристалликов, обычно прочнее, чем тот же материал, состоящий из более крупных кристалликов. Если, например, в вольфрамовой нити, из которой изготовляют волосок лампы накаливания, образуется кристаллик настолько большой, что он займет все сечение нити, то волосок сломается непременно в этом месте. Иногда кристаллики, срастаясь между собой, образуют волокна. Это способствует увеличению прочности. Мы видим теперь, что строение поликристаллического тела имеет огромное значение для техники.

Итак, поликристаллическое тело с беспорядочно расположенными кристалликами по своим свойствам похоже на некристаллическое тело. Это было одной из причин, почему раньше считали, что кристаллическое состояние не очень распространено в природе. В 1912 г. был открыт новый способ исследования строения тел — при помощи рентгеновских лучей. Этим методом было установлено, что подавляющее количество окружающих нас тел — все металлы, все минералы, растительные волокна, белковые вещества, сажа и т. д.— состоит из кристаллов, иногда настолько мелких, что их нельзя рассмотреть даже в микроскоп, дающий большое увеличение.

? **264.1.** Рассмотрите в сильную лупу изломы разных металлов: чугуна, меди и т. п. Найдите в них грани мелких кристаллов, составляющих данный кусок металла.

§ 265. Аморфные тела. Второй вид твердого состояния — *аморфное* состояние — резко отличается от кристаллического. В телах, находящихся в аморфном состоянии, нельзя обнаружить даже очень малые области, внутри которых наблюдалась бы зависимость физических свойств от направ-

ления. Тепловые, электрические и оптические свойства аморфных тел оказываются совершенно не зависящими от направления.

В аморфном состоянии могут находиться и такие вещества, которые обычно имеют кристаллическое строение. Так, например, кристалл кварца, если его расплавить (это происходит при температуре 1700 °С), при охлаждении образует так называемый плавленый кварц, имеющий меньшую плотность, чем кристаллический, и обладающий свойствами, совершенно одинаковыми по всем направлениям, притом сильно отличающимися от свойств кристаллического кварца. У кристаллического кварца коэффициенты линейного расширения для двух взаимно перпендикулярных направлений равны $1{,}3 \cdot 10^{-5}$ и $8 \cdot 10^{-6}$ $К^{-1}$, а у плавленого кварца коэффициент линейного расширения для всех направлений один и тот же: $4 \cdot 10^{-7}$ $К^{-1}$.

Теплопроводности кристаллического кварца для тех же направлений разнятся почти в два раза, в то время как у плавленого кварца теплопроводность для всех направлений одна и та же, причем он в двадцать раз меньше наименьших теплопроводностей кристаллического кварца. Различие в теплопроводности аморфного и кристаллического кварца при низких температурах становится еще более значительным. Аморфное состояние вещества, вообще говоря, — *неустойчивое состояние*. По прошествии некоторого времени аморфное вещество переходит в кристаллическое. Нередко, однако, время это бывает весьма значительным и измеряется годами и десятилетиями.

Наиболее важный пример аморфного состояния представляет собой стекло (аморфный сплав силикатов). Аморфными являются канифоль, сахарный леденец и многие другие тела. Все эти вещества с течением времени мутнеют (стекло «расстекловывается», леденец «засахаривается» и т. п.). Это помутнение связано с появлением внутри стекла или леденца мелких кристалликов, оптические свойства которых иные, чем окружающей их аморфной среды.

§ 266. Кристаллическая решетка. Как объясняет свойства кристаллов молекулярная теория? В начале XIX века впервые было высказано предположение, что внешне правильная форма кристаллов обусловлена внутренне правильным расположением частиц, из которых состоят кристаллы, т. е. атомов. На основании исследований посредством рентгеновских лучей было выяснено, что это предположение справедливо.

Частицы, составляющие кристаллы, расположены друг относительно друга в определенном порядке, на определенных расстояниях друг от друга. Конечно, вследствие теплового движения расстояния между частицами все время немного меняются, но можно говорить о некотором среднем для каждой температуры расстоянии. Совокупность узлов, т. е. точек, соответствующих средним положениям частиц, составляющих кристалл, называют *пространственной решеткой* этого кристалла.

Частицами, из которых состоят кристаллы, в некоторых случаях являются электрически заряженные частицы — *ионы*. Ионами называют атомы (или группы атомов), потерявшие или, наоборот, присоединившие к себе один, два или больше электронов. Если атом потерял электроны, он является положительно заряженной частицей — положительным ионом. Если же к атому присоединились электроны, то он является отрицательным ионом. Кристаллы, состоящие из ионов, называют *ионными кристаллами*.

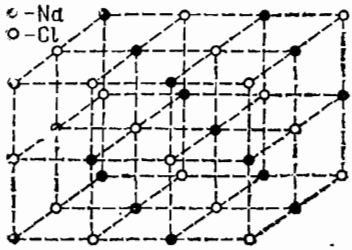


Рис. 444. Схема расположения узлов в пространственной решетке кристалла хлористого натрия

Простой пример пространственной решетки ионного кристалла представляет собой решетка кристалла хлористого натрия (поваренной соли). Молекулу этого вещества мы представляем себе состоящей из одного атома хлора и одного атома натрия (NaCl). Такими являются эти молекулы в парах соли. Экспериментальное исследование показало, что в твердом кристалле нет молекул NaCl в том смысле, как это упоминалось выше. Кристаллическая решетка хлористого натрия состоит не из молекул хлористого натрия, а из чередующихся ионов хлора и натрия (рис. 444). Каждый ион натрия окружен шестью ионами хлора, расположенными по трем взаимно перпендикулярным направлениям, а каждый ион хлора в свою очередь окружен шестью ионами натрия.

Подобные решетки имеют многие соли, состоящие из двух атомов (бромистое и хлористое серебро, йодистый калий, многие сернистые металлы и т. д.). Расстояния между средними положениями ионов в решетках разных веществ неодинаковы. У хлористого натрия расстояние между соседними ионами равно $2{,}81 \cdot 10^{-10}$ м, у хлористого серебра

$2{,}77 \cdot 10^{-10}$ м, у йодистого калия $3{,}54 \cdot 10^{-10}$ м и т. д.*). Существуют и более сложные ионные кристаллы. Так, например, решетка исландского шпата ($CaCO_3$) состоит из ионов Ca^{2+} и ионов CO_3^{2-}.

Кроме ионных кристаллов, существуют также кристаллы, состоящие из незаряженных частиц — атомов или молекул. Например, решетка алмаза состоит из атомов углерода, решетка кристаллов льда — из молекул воды (H_2O), решетка нафталина — из больших молекулярных групп ($C_{10}H_8$) и т. д. Расстояния между атомами таких кристаллов также порядка 10^{-10} м.

Далеко не всегда атомы или ионы расположены в решетке, представляющей совокупность кубов (кубические решетки), как это имеет место у NaCl и др. Большинство решеток

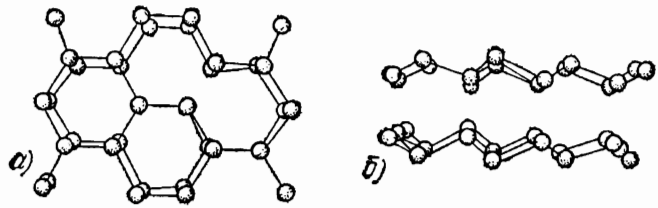


Рис. 445. Пространственная решетка кристаллов льда: *а*) вид сверху; *б*) вид сбоку. Шарики изображают атомы кислорода; положения атомов водорода не показаны

имеет гораздо более сложный вид. Примером является решетка льда (рис. 445). Как же объяснить зависимость физических свойств кристаллов от направления?

Пусть на рис. 446, *а* кружки изображают атомы жидкости (например, ртути), расположенные в некоторой плоскости. Выберем некоторый атом A и проведем через него прямые линии по разным направлениям. Ясно, что благодаря полной хаотичности расположения атомов на одинаковых отрезках любой из этих прямых будет находиться практически одно и то же число атомов. Это значит, что при хаотическом расположении атомов все направления равноправны.

---

*) Эти числа легко получить, если известны молярная масса соли и ее плотность. Рассмотрим, например, хлористое серебро (AgCl). Его молярная масса равна 0,143 кг/моль, а плотность $5{,}56 \cdot 10^3$ кг/м^3. Следовательно, 1 м^3 содержит $5{,}56 \cdot 10^3 : 0{,}143 = 38\,880$ моль. 1 моль соли содержит $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул, т. е. $12{,}04 \cdot 10^{23}$ атомов. Значит, число атомов в 1 м^3 равно $38\,880 \cdot 12{,}04 \cdot 10^{23} = 4{,}68 \cdot 10^{28}$. Вдоль каждого ребра куба объема 1 м^3 расположено $\sqrt[3]{4{,}68 \cdot 10^{28}} = 3{,}60 \cdot 10^9$ атомов. Следовательно, расстояние между соседними атомами равно $1/(3{,}60 \cdot 10^9) = 2{,}77 \cdot 10^{-10}$ м.

Не то будет, если мы произведем такое же построение при правильном расположении атомов, характерном для кристалла, например таком, какое изображено на рис. 446, *б*. Видно, что прямые, проведенные по направлениям

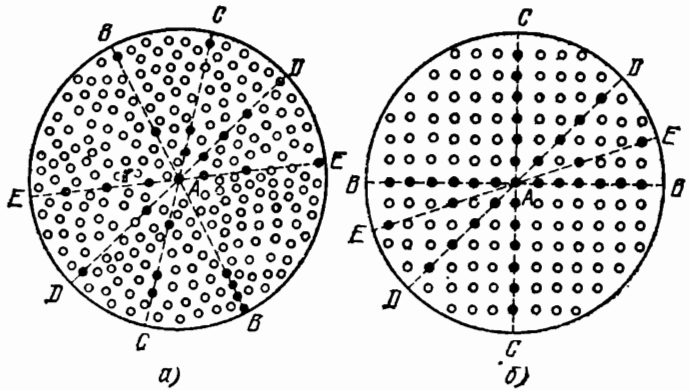


Рис. 446. *а*) Беспорядочное расположение частиц в жидкости. Любая прямая (*BB*, *CC*, *DD*,. . .), проведенная через молекулу *A*, встречает одинаковое число частиц (они отмечены черными кружками). *б*) Упорядоченное расположение атомов в кристалле. Различные прямые (*BB*, *CC*, *DD*,. . .), проведенные через молекулу *A*, встречают различное число атомов

BB или *CC*, встретят много атомов, по направлению *DD*— несколько меньше, а по направлению *EE* — совсем мало. Это и объясняет, почему физические свойства кристалла зависят от направления. Так, например, в решетке поваренной соли раскалывание происходит легче всего по плоскостям, параллельным *AA* или *BB* (рис. 447). Поэтому, ударив молотком по кубику кристалла поваренной соли, мы разобьем его снова на правильные кубики, в то время как удар по куску аморфного стекла разбивает его на осколки самой разнообразной формы.

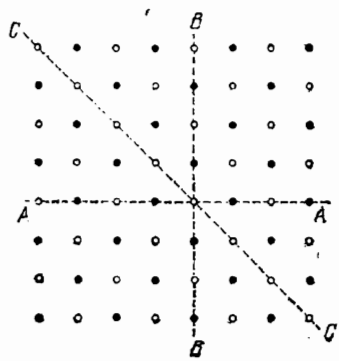


Рис. 447. В кристалле поваренной соли раскалывание происходит легче по плоскостям, параллельным *AA* или *BB*, чем по любым другим плоскостям, например *CC*

В заключение отметим, что в реальных кристаллах решетка обычно не является правильной во всем объеме крис-

талла. Кое-где решетка искажена, имеются участки, где атомы расположены в беспорядке, кое-где присутствуют вкрапления посторонних атомов. Эти местные искажения играют немаловажную роль для объяснения некоторых свойств реальных кристаллов.

§ 267. Кристаллизация. Если в морозный день подышать на покрытое инеем окно и этим заставить иней растаять, то после этого можно наблюдать, как растут иглы ледяных кристаллов. Их образование начинается от какого-нибудь уже готового кристалла льда; при росте ледяных игл образуются ответвления в стороны и при этом всегда под одним и тем же углом. Когда ледяные иглы соприкасаются между собой, они срастаются, образуя узор, состоящий из многих кристалликов (рис. 448).

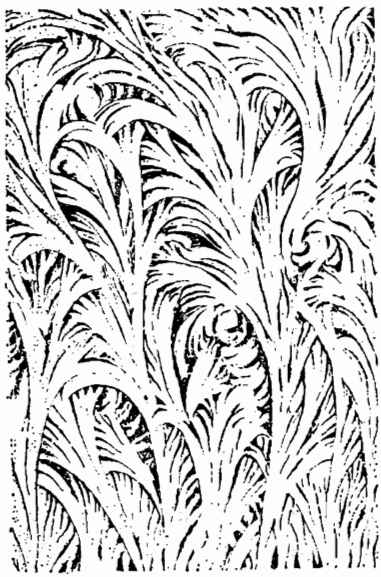


Рис. 448. Ледяные кристаллы на оконном стекле

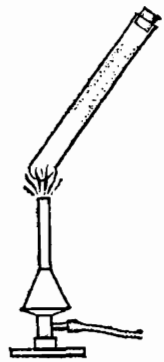


Рис. 449. Возгонка кристаллов йода

Подобно росту кристалликов льда происходит рост многих других кристаллов из расплавленного состояния (из *расплава*). Кроме образования кристаллов из расплава, можно наблюдать образование кристаллов из *растворов* (например, выпадение кристаллов азотнокислого калия из раствора его в воде). Иногда кристаллы образуются прямо из *паров*, а не из жидкости. В этом случае они бывают особенно правильны. Примером этого является образование инея и снежинок из водяных паров воздуха. Легко наблю-

дать образование кристалликов йода из паров йода. Положим два-три кристаллика йода в пробирку и нагреем на пламени то место пробирки, где они лежат (рис. 449). Мы увидим, что кристаллики йода не плавятся, а сразу испаряются (как говорят, *возгоняются* или *сублимируют*), образуя темнобурые пары йода. Затем на холодных местах пробирки получится темный налет. В лупу можно рассмотреть, что это — множество мелких кристалликов йода. Они образовались из паров йода, который, не переходя в жидкое состояние, перешел сразу в твердое — кристаллическое.

§ 268. Плавление и отвердевание. Рассмотрим плавление и отвердевание кристаллических и аморфных тел. Смесь кристалл — расплав неоднородна: существует резкая разница между кристаллом и расплавом. Если кристаллы не слишком мелки, то всегда можно видеть, где образовался кристалл и где еще остался расплав. Это совсем не похоже на застывание аморфных тел. Когда застывает смола, то она густеет постепенно и одинаково во всех своих частях. Аморфное тело, застывая, остается однородным.

Важное различие между свойствами кристаллических и аморфных веществ относится к температуре застывания. Вынесем на мороз сосуд с водой и опустим в него термометр.

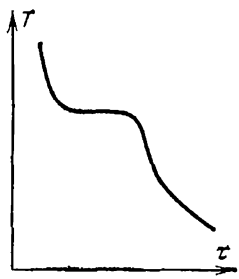


Рис. 450. График температуры застывающего нафталина

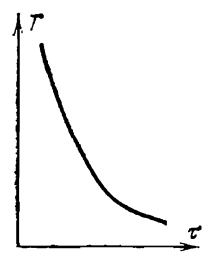


Рис. 451. График температуры застывающей смолы

Мы увидим, что вода быстро остынет до 0 °С. Затем начнется образование льда. Чтобы не дать образоваться корке из льда, будем помешивать воду. Все время, пока образуется лед, температура смеси воды и льда будет держаться равной 0 °С. Затем, когда вся вода замерзнет, получившийся лед начнет охлаждаться ниже нуля. Внеся этот сосуд обратно в теплую комнату, заметим, что температура льда повышается до 0 °С, затем держится равной 0 °С, пока весь лед не

растает, и только после этого температура воды в сосуде поднимается выше этой температуры.

Подобные явления наблюдаются при затвердевании и плавлении *всех* чистых кристаллических веществ. Если, например, наблюдать, как меняется с течением времени τ температура расплавленного нафталина, и построить график, показывающий эту зависимость, то получим линию с горизонтальной частью (рис. 450). Эта горизонтальная часть соответствует смеси кристаллов нафталина и расплава. При затвердевании же некристаллических тел, например смолы, температура понижается непрерывно, нигде не задерживаясь (рис. 451). Отсюда можно вывести заключение, что при затвердевании аморфных веществ не происходит перехода вещества в новое состояние. Затвердевание смолы или стекла — только постепенное загустевание их. Стекло можно рассматривать как очень густую жидкость.

Итак, *кристаллические вещества имеют определенные температуры плавления и отвердевания (точки плавления)*. Аморфные тела размягчаются при повышении температуры *постепенно*. В табл. 15 приведены точки плавления некоторых веществ.

Таблица 15. **Температура плавления некоторых веществ**

Вещество	Температура плавления, °С	Вещество	Температура плавления, °С
Вода	0	Цинк	419
Вольфрам	3370	Свинец	327
Золото	1063	Олово	232
Железо	1535	Ртуть	—39
Медь	1083		

? **268.1.** Насыпьте немного нафталина в пробирку и опустите ее в кипяток. При этом нафталин расплавится. Вынув пробирку из кипятка, опустите в нафталин лабораторный термометр и записывайте температуру через каждые полминуты. Как по этим данным определить температуру плавления нафталина?

§ 269. Удельная теплота плавления. Мы видели, что сосуд со льдом и водой, внесенный в теплую комнату, не нагревается до тех пор, пока весь лед не растает. При этом из льда при 0 °С получается вода *при той же температуре*. В это время к смеси лед — вода притекает теплота и, следова-

тельно, внутренняя энергия этой смеси увеличивается *). Отсюда мы должны сделать вывод, что *внутренняя энергия воды при* 0 °С *больше, чем внутренняя энергия льда при той же температуре.* Так как кинетическая энергия молекул воды и льда при 0 °С одна и та же, то приращение внутренней энергии при плавлении является приращением потенциальной энергии молекул.

Опыт обнаруживает, что сказанное справедливо для всех кристаллов. При плавлении кристалла необходимо непрерывно увеличивать внутреннюю энергию системы, причем температура кристалла и расплава остается неизменной. Обычно увеличение внутренней энергии происходит при передаче кристаллу некоторого количества теплоты. Той же цели можно достигнуть и путем совершения работы, например трением. Итак, *внутренняя энергия расплава всегда больше, чем внутренняя энергия такой же массы кристаллов при той же температуре.* Это означает, что упорядоченное расположение частиц (в кристаллическом состоянии) соответствует меньшей энергии, чем неупорядоченное (в расплаве).

Количество теплоты, необходимое для перехода единицы массы кристалла в расплав той же температуры, называют *удельной теплотой плавления* кристалла. Она выражается в джоулях на килограмм (Дж/кг).

При затвердевании вещества теплота плавления выделяется и передается окружающим телам.

Определение удельной теплоты плавления тугоплавких тел (тел с высокой температурой плавления) представляет нелегкую задачу. Удельная теплота плавления такого легкоплавкого кристалла, как лед, может быть определена при помощи калориметра. Налив в калориметр некоторое количество воды определенной температуры и бросив в нее известную массу льда, уже начавшего таять, т. е. имеющего температуру 0 °С, выждем, пока весь лед не растает и температура воды в калориметре примет неизменяющееся значение. Пользуясь законом сохранения энергии, составим уравнение теплового баланса (§ 209), позволяющее определить удельную теплоту плавления льда.

Пусть масса воды (включая водяной эквивалент калориметра) равна m_1, масса льда — m_2, удельная теплоемкость воды — c, начальная температура воды — t_1, конечная — t_2, удельная теплота плавления льда — r. Уравнение

*) Внешняя работа, совершаемая вследствие изменения объема вещества при плавлении, мала, и ее можно не принимать во внимание.

теплового баланса имеет вид

$$cm_1(t_1-t_2)=rm_2+cm_2t_2,$$

откуда

$$r=\frac{cm_1(t_1-t_2)-cm_2t_2}{m_2}.$$

В табл. 16 приведены значения удельной теплоты плавления некоторых веществ. Обращает на себя внимание большая теплота плавления льда. Это обстоятельство очень важ-

Таблица 16. **Удельная теплота плавления некоторых веществ**

Вещество	r, кДж/кг	Вещество	r, кДж/кг
Лед	334	Железо	270
Свинец	23,1	Ртуть	11,8
Медь	214		

но, так как оно замедляет таяние льда в природе. Будь удельная теплота плавления значительно меньше, весенние паводки были бы во много раз сильнее. Зная удельную теплоту плавления, мы можем рассчитать, какое количество теплоты необходимо для расплавления какого-либо тела. Если тело уже нагрето до точки плавления, то надо затратить теплоту только на плавление его. Если же оно имеет температуру ниже точки плавления, то надо еще потратить теплоту на нагревание.

? **269.1.** В сосуд с водой, хорошо защищенный от притока теплоты извне, бросают кусочки льда при —10 °С. Сколько можно бросить льда для того, чтобы он полностью растаял, если в сосуде имеется 500 г воды при 20 °С? Теплоемкость сосуда можно считать ничтожно малой по сравнению с теплоемкостью воды в нем. Удельная теплоемкость льда равна 2,10 кДж/кг.

§ 270. Переохлаждение. Если нагревать кристалл, то при соответствующей температуре плавления он непременно расплавится. Если же охлаждать жидкость, то она начинает затвердевать при температуре плавления.

Однако иногда удается охладить жидкость на несколько кельвин *ниже* температуры плавления без того, чтобы она затвердела. Это легко наблюдать при охлаждении расплавленного гипосульфита *). Гипосульфит плавится при

*) Вещество, применяемое для приготовления закрепителя при обработке фотопленок и фотобумаги.

48 °С. Между тем легко удается охладить чистый гипосульфит, расплавленный в пробирке, до комнатной температуры, и он остается жидким. Стоит, однако, бросить в него кристаллик гипосульфита или резко встряхнуть пробирку, чтобы часть гипосульфита очень быстро перешла в кристаллическую форму, причем получается смесь расплавленного и кристаллического гипосульфита. Температура такой смеси равняется температуре плавления гипосульфита, т. е. 48 °С. Благодаря чему поднялась температура и почему кристаллизуется только часть гипосульфита? При переходе расплава в кристалл внутренняя энергия уменьшается и освобождаемая энергия распределяется по всей массе смеси, повышая ее температуру. Кристаллизация прекращается, когда вся смесь окажется нагретой до температуры плавления.

Можно переохладить и другие жидкости. Легко переохлаждается сахарный сироп, образуя леденец. По сути дела, любое аморфное вещество можно рассматривать как переохлажденную жидкость с очень большой вязкостью. Вязкость мешает таким веществам переходить в кристаллическое состояние. Однако, как отмечалось (§ 265), с течением времени в таких веществах, как стекло, сахарный леденец и т. п., появляется помутнение, служащее признаком выделения внутри них мелких кристалликов.

В каких случаях жидкости начинают кристаллизоваться тотчас же, как будет достигнуто охлаждение до температуры плавления, и в каких случаях возможно переохлаждение? Для начала кристаллизации необходимы так называемые «центры кристаллизации». Центрами кристаллизации могут служить мелкие, иногда невидимые даже в микроскоп кристаллики (затравка) или посторонние пылинки, находящиеся в жидкости. Около центров кристаллизации и начинается группировка молекул, постепенно образующих кристалл. Если же центров кристаллизации нет, то может произойти переохлаждение на несколько кельвин даже жидкости с небольшой вязкостью. Важным примером этого является вода. Переохлаждение чистой, без каких-либо пылинок, воды часто наблюдается в природе. Капельки тумана могут не замерзать даже при морозах, достигающих —30 °С. Туманы, состоящие из переохлажденных капелек, опасны для самолетов: осаждаясь на крыльях самолетов, они быстро образуют на них наросты льда, могущие вызвать гибель самолета (обледенение).

Из сказанного ясно, что переохлажденная жидкость находится в неустойчивом состоянии; с течением времени под влиянием тех или иных взаимодействий переохлажденная

жидкость переходит в более устойчивое при данной температуре кристаллическое состояние.

? **270.1.** В сахарном производстве для ускорения выделения крупинок сахара из сахарного сиропа к нему примешивают сахарную пудру. Почему это приводит к цели?

§ 271. Изменение плотности веществ при плавлении. При плавлении плотность большинства веществ уменьшается. Следующий опыт служит иллюстрацией этого положения. Бросим в расплавленный парафин кусочек твердого парафина. Он утонет. Значит, плотность расплавленного парафина меньше плотности твердого парафина. Парафин при плавлении увеличивает свой объем. Так же ведут себя и многие другие вещества. Это явление показывает, что при правильном упорядоченном расположении молекул в кристалле занимаемый объем меньше, чем при беспорядочном их расположении в жидкости. Это легко понять. Действительно, укладывая апельсины в ящик правильными рядами, можно уложить их так, что они займут меньше места, чем беспорядочно насыпанные апельсины.

Однако из этого общего правила есть несколько исключений, из которых самое важное — вода. Лед, как известно, плавает в воде; его плотность заметно меньше плотности воды. Это обстоятельство играет большую роль в природе. Слой льда на поверхности воды, покрытый сверху плохо проводящим тепло снегом, прекрасно защищает воду, находящуюся под ним, от охлаждения. Таким образом, водоемы не промерзают до дна, и это спасает от гибели живущих в них рыб.

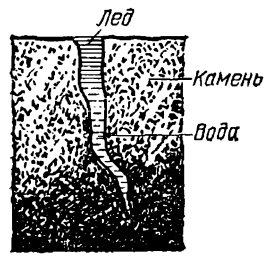


Рис. 452. Растрескивание камня. Во время мороза сверху образовалась пробка из льда, закупорившая воду в нижней части трещины

Расширение воды при замерзании является одной из причин и другого, важного в жизни Земли явления — разрушения горных пород. Представим себе, что в трещине камня находится вода (рис. 452). Во время мороза сначала замерзает верхний слой; при этом более глубокие слои будут «заперты». Когда же и эти слои начнут замерзать, то они, увеличиваясь при этом в объеме, будут расширять трещину. В конце концов это поведет к разрушению камня.

Простой опыт может дать представление о силах, развивающихся при расширении воды, сопровождающем замерзание. Нальем воду в бутылку до самого горлышка и выставим бутылку на мороз. Вода замерзнет и расширится. Ледяная пробка в горлышке бутылки препятствует свободному выходу расширяющегося льда, и бутылка будет разорвана давлением льда. Подобный опыт удается даже с чугунной толстостенной бутылкой.

Чем же объясняется указанная особенность воды? Почему у воды увеличение потенциальной энергии взаимодействия молекул связано не с увеличением объема, как у других веществ, а с уменьшением? Это объясняется особой структурой кристаллической решетки льда. Обратимся к рис. 445, показывающему внутреннюю структуру кристаллов льда. Видно, что в кристалле льда молекулы расположены очень неравномерно: в одних местах молекулы сближены, зато в других местах имеются большие пустоты между слоями. При переходе от кристаллического состояния к жидкому расположение молекул меняется и делается более равномерным; при этом расстояние между молекулами, которые в кристалле расположены близко друг к другу, увеличивается, а расстояние между отдаленными молекулами уменьшается. Потенциальная энергия взаимодействия первых увеличивается, а вторых — уменьшается. Но увеличение потенциальной энергии близких молекул больше уменьшения потенциальной энергии отдаленных молекул. В конечном счете внутренняя энергия воды все же больше внутренней энергии льда, из которого она образовалась.

§ 272. Полимеры. Мы рассмотрели внутреннее строение кристаллических тел, примерами которых являются каменная соль, кварц, металлы, и таких аморфных тел, как стекло. Эти вещества состоят либо из атомов, либо из молекул, содержащих небольшое число атомов. Рассмотрим теперь особую группу веществ, играющих в природе и в технике исключительно важную роль. Мы имеем в виду такие природные вещества, как хлопок, дерево, кожа, шерсть, естественный шелк, естественный каучук, и многочисленные вырабатываемые промышленностью материалы, как искусственный каучук, вискозный шелк, целлофан, органическое стекло, всевозможные пластмассы. Эти вещества имеют малую по сравнению с металлами плотность, малые теплопроводность и электропроводность и своеобразные механические свойства, резко отличающие их от других веществ. Особенно замечательны механические свойства резины, о которых речь будет далее и которые делают ее совершенно незаменимой в ряде отраслей техники (автомобильные шины, трубки, галоши и т. п.).

Химическая природа всех этих веществ почти одна и та же. Все они являются *полимерами* (от греческих слов: «по́ли» — много, «ме́рос» — часть, «мо́но» — один). Этот

термин означает, что молекулы этих веществ состоят из множества одинаковых частей (*мономеров*), соединенных в длинные цепи прочными химическими связями.

Мономеры состоят из небольшого числа легких атомов, куда непременно входят углерод и водород, часто входит кислород, иногда хлор или другие элементы. Пример строения полимера схематически показан на рис. 453; места соединения мономеров отмечены штриховой линией. Число

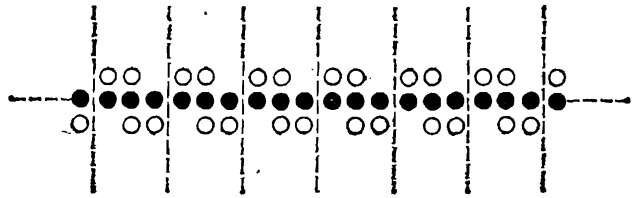
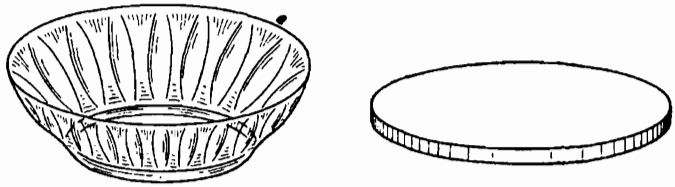


Рис. 453. Цепь мономеров, образующих полимер — один из видов синтетического каучука. Черные кружки изображают атомы углерода, белые — водорода

мономеров, составляющих молекулу полимера, обычно очень велико: тысячи или десятки тысяч мономеров. Так, например, молекула природного каучука построена из 3000—6000 мономеров, каждый из которых состоит из атомов углерода и водорода; молекула целлюлозы (основной части хлопка) содержит более 10 000 мономеров, состоящих из атомов углерода, кислорода и водорода. Необходимо отметить, что в одном и том же полимере (например, в целлюлозе) одновременно существуют молекулы, содержащие разное число мономеров; таким образом, молекулярная масса полимера не является вполне определенной величиной.

Физические свойства полимеров определяются в основном тем, что их молекулы представляют собой длинные прочные цепочки, сохраняющиеся при механических и термических операциях (прядение, продавливание сквозь узкие отверстия, прессование и т. п.), а также при растворении и плавлении полимеров. Эти цепочки иногда свиты в клубки, иногда более или менее вытянуты. Они могут переплетаться, как нитка в запутанном клубке. Звенья полимеров (т. е. мономеры) могут в большей или меньшей мере поворачиваться друг относительно друга; хотя угол поворота отдельного звена не может быть велик, но так как звеньев очень много, то закручивание молекулы может быть значительным. Это и обусловливает возможность больших деформаций предметов, изготовленных из полимеров.

Растворы полимеров всегда имеют значительную вязкость. Это связано с наличием длинных цепочек полимера в растворе. Вязкость самих полимеров весьма велика и быстро убывает при повышении температуры. При прессовании изделия из пластмассы ее нитеобразные причудливо переплетенные молекулы принудительно принимают новое расположение. Они стремятся вновь вернуться к прежнему расположению, но громадная вязкость пластмассы чрезвычайно замедляет процесс возвращения к прежней форме изделия. Повышение температуры ускоряет этот процесс.



а) *б)*

Рис. 454. *а*) Блюдце из плексигласа. *б*) То же блюдце после пребывания в кипящей воде

Если, например, блюдечко из органического стекла подержать несколько минут в кипящей воде, то оно принимает форму плоской пластинки, из которой оно было выпрессовано (рис. 454).

Особенно интересными являются механические свойства резины, т. е. эластичного вещества, изготавливаемого из каучука. Все знают, что изделия из резины можно растягивать во много раз больше, чем это возможно для других веществ. Это объясняется так. Каучук, как и всякий другой полимер, состоит из длинных, изогнутых в разных направлениях молекул. Степень изогнутости зависит от теплового движения звеньев цепи, т. е. от температуры. Определенной температуре соответствует определенная изогнутость молекулы каучука, тем бóльшая, чем выше температура. Но чистый каучук при температурах, близких к комнатной, находится в жидком состоянии. Чтобы придать ему эластичность, нужно связать между собой переплетенные концы молекул так, чтобы они не могли разойтись. Для этого нужно связать концы близко расположенных молекул «мостиками». Эти мостики могут быть сделаны разными способами. Самым старым способом является «вулканизация каучука», т. е. внесение в каучук серы. Атомы серы внедряются между звеньями двух молекул каучука, образуя мостики. Мостики связывают множество молекул каучука в одну общую структуру, каучук теряет текучесть и превращается в ре-

зину. Мостиков из атомов серы (или иных) не должно быть много, так как при излишнем их числе резина делается жесткой.

Что же происходит при растягивании резины? Молекулы каучука меняют форму, приближаясь к прямой линии и располагаясь более или менее параллельно друг другу. После снятия растягивающих сил молекулы каучука вновь принимают прежнюю, соответствующую данной температуре форму, и резиновое изделие снова укорачивается. Состояние вещества, при котором возможно очень большое удлинение без разрыва изделия, называют каучукообразным состоянием. Оно возможно только в некотором интервале температур. При понижении температуры вещество переходит в твердое состояние, а при повышении происходит разрушение структуры.

Кроме естественного каучука, добываемого из сока некоторых растений, в технике широко применяют искусственные каучуки, получаемые, например, из спирта.

§ 273. Сплавы. В технике почти никогда не применяют чистых металлов, т. е. металлов, состоящих из атомов только одного элемента (например, железа). Почти всегда металлические изделия состоят из различных сплавов металлов с металлами или с неметаллическими элементами. Например, большое значение в технике имеют всевозможные стали — сплавы железа, углерода и других элементов (хрома, вольфрама, марганца и многих других); широко употребляется латунь (сплав меди и цинка). В самолетостроении широко используются сплавы алюминия или магния с рядом элементов (медью, железом, цинком и др.), очень легкие и вместе с тем прочные.

Причина распространенности сплавов заключается в ряде их преимуществ перед чистыми металлами. Прежде всего, сплавы почти всегда прочнее металлов, из которых они состоят (заметим, что чистое железо называют «мягким»). Сплавы нередко плавятся при более низкой температуре, чем составляющие их металлы. Например, олово плавится при 232 °С, свинец — при 327 °С, а сплав олова со свинцом — около 170 °С.

Современная техника располагает множеством сплавов, технологические свойства которых сильно отличаются от свойств чистых металлов, благодаря чему удается удовлетворить самым разнообразным требованиям практики. Есть сплавы, почти столь же твердые, как алмаз; существуют весьма упругие сплавы; сплавы, сочетающие легкость и

прочность (дюрали); сплавы, не окисляющиеся не только при соприкосновении с водой, но даже при соприкосновении с кислотами (нержавеющие стали); сплавы, не изменяющиеся при накаливании докрасна (жаростойкие); сплавы с очень большим электрическим сопротивлением (нихром) или со специальными магнитными свойствами; сплавы, почти не расширяющиеся при нагревании (инвар), и т. д.

Отметим, что и так называемые чистые металлы всегда содержат в себе небольшое количество примесей, удаление которых крайне затруднительно. Поэтому чистые металлы можно рассматривать как сплавы с очень большим преобладанием одного из составляющих металлов. Между тем даже ничтожные количества примесей иногда резко меняют свойства металлов. Например, присутствие небольших количеств серы или фосфора в стали или чугуне делает их ломкими, присутствие примесей в меди резко понижает ее электропроводность, и т. д.

Что же представляют собой сплавы и почему их свойства разнятся от свойств составляющих их элементов? На этот вопрос нельзя дать общего ответа, так как сплавы могут иметь весьма различное, иногда очень сложное строение, в особенности если между элементами, его составляющими, возможны химические соединения.

Иногда при затвердевании сплава из него выделяются мелкие кристаллики чистых металлов, тесно перемешанные

Рис. 455. Шлиф поверхности латуни (сплав меди и цинка) при большом увеличении. Видны черные кристаллики меди вперемежку с серыми кристалликами цинка

между собой (рис. 455). Рост кристалликов в этой смеси затруднен присутствием кристалликов другого металла. А мы уже знаем, что мелкокристаллическое состояние металла является причиной повышенной прочности его.

Отметим, что кристаллики в металле всегда разделены очень тонкими прослойками (рис. 456). Эти прослойки имеют совсем иные физические свойства, чем сами кристаллики. Физические свойства металла определяются одновременно свойствами и кристалликов и прослоек. Например, слишком малая прочность прослоек привела бы к тому,

что металл рассыпался бы в порошок. Обычно прослойки прочнее самих кристалликов, и излом металла происходит по кристалликам, а не по границам между ними.

Так как кристаллики состоят из чистых металлов (или из химических соединений их), то в прослойках скопляются

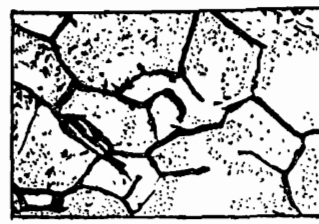


Рис. 456. Шлиф поверхности алюминия. Черные тонкие линии — следы прослоек между кристалликами

неметаллические примеси к металлу. Вследствие тонкости прослоек достаточно ничтожного количества примеси, чтобы резко изменить свойства прослоек, а вместе с тем и всего металла. Таким образом, можно объяснить, например, почему примеси серы к железу столь вредны.

§ 274. Затвердевание растворов. Соленая (например, морская) вода замерзает не при 0 °С, а при более низкой температуре. Так же обстоит дело и у других растворов. Температура затвердевания раствора *ниже*, чем чистого растворителя. По мере увеличения количества растворенного вещества температура затвердевания растворителя понижается. При замерзании не очень крепкого раствора замерзает только растворитель. Например, при замерзании соленой воды выделяются кристаллы чистой воды, а соль остается в растворе, «крепость» которого, т. е. содержание в нем соли, таким образом, увеличивается.

Понижение температуры затвердевания при увеличении массы растворенного вещества происходит лишь до определенного предела. При некоторой определенной концентрации замерзает уже не растворитель, а весь раствор целиком; при этой концентрации температура застывания ниже, чем при всякой иной. Для раствора поваренной соли в воде это получается, если количество соли в воде составляет примерно 30% по массе. Такой раствор замерзает лишь при —21 °С. Для водного раствора нашатыря (NH_4Cl) самая низкая температура —15 °С. Она получается для 20%-ного раствора. Раствор, содержащий нашатыря меньше или больше чем 20%, начинает замерзать при более высокой температуре.

? **274.1.** Почему в холодильных установках по трубам, проложенным в помещении, которое нужно охладить, гонят не чистую воду, а рассол?
274.2. Как во время мороза можно получить из соленой воды пресную?

§ 275. Охлаждающие смеси. Возьмем кусок сахара и коснемся им кипятка (рис. 457). Кипяток втянется в сахар и дойдет до наших пальцев. Однако мы не почувствуем ожога, как почувствовали бы, если бы вместо сахара взяли кусок ваты. Это наблюдение показывает, что растворение сахара сопровождается охлаждением раствора. Если мы хотели бы сохранить температуру при растворении неизменной, то должны были бы подводить к раствору энергию. Отсюда следует, что при растворении сахара внутренняя энергия системы сахар — вода увеличивается.

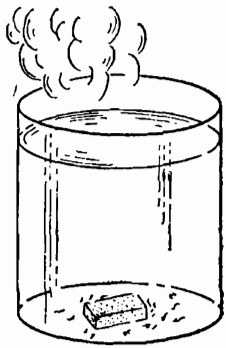


Рис. 457. Когда кипяток растворяет сахар, он сильно охлаждается

То же происходит при растворении большинства других кристаллов (именно тех, растворимость которых увеличивается с повышением температуры, § 262). Во всех подобных случаях *внутренняя энергия раствора больше, чем внутренняя энергия кристалла и растворителя при той же температуре, взятых в отдельности.*

В примере с сахаром мы видели, что необходимая для растворения сахара теплота заимствуется от кипятка, охлаждение которого заметно даже по ощущению. Если растворение производится в воде, имеющей комнатную температуру, то получившаяся смесь может в некоторых случаях охладиться ниже 0 °С, хотя смесь и остается жидкой, так как температура застывания раствора может быть значительно ниже нуля. Этим обстоятельством пользуются для получения сильно охлажденных смесей из снега и различных солей. Снег, начиная таять при 0 °С, образует воду, в которой растворяется соль; несмотря на понижение температуры, сопровождающее растворение, получившаяся смесь не затвердевает. Снег, смешанный с этим раствором, продолжает таять, заимствуя теплоту плавления от раствора, т. е. охлаждая его. Процесс может продолжаться до тех пор, пока не будет достигнута температура замерзания полученного раствора. Смесь снега и поваренной соли (в отношении 2 : 1) позволяет получать таким образом охлаждение до —21 °С;

смесь снега с хлористым кальцием ($CaCl_2$) (в отношении 7 : 10) — охлаждение до —50 °С.

? **275.1.** Почему при изготовлении мороженого берут не чистый лед, а смесь льда и соли?
275.2. Иногда тротуары посыпают солью, и от этого снег на тротуаре тает. Почему? Где ноги будут стыть больше: на заснеженном тротуаре или на таком же тротуаре, посыпанном солью?

§ 276. Изменения свойств твердого тела. Мы уже видели, что многие свойства поликристаллического тела, особенно механические свойства, зависят от размеров образующих его кристалликов: мелкокристаллические сплавы, как правило, прочнее. Структура же поликристаллических тел, в частности металлов, зависит, как показывает опыт, не только от химического состава сплава, но также и от предыстории образца, в частности от того, каким механическим и тепловым воздействиям он подвергался (холодная обработка: прокатка, ковка и т. д., термическая обработка: закалка, отжиг и т. п.). Если железную полосу подвергнуть прокатке или ковке, то ее прочность увеличивается. Исследование показывает, что при этом она приобретает волокнистое, мелкокристаллическое строение.

Другой пример. Новая ось железнодорожного вагона очень прочна. Однако, сделав большое число пробегов, она становится хрупкой и может сломаться. Исследование показывает, что мелкокристаллическое волокнистое строение, которое вначале обусловливало ее прочность, заменилось крупнокристаллическим, при котором прочность заметно уменьшилась. Росту кристалликов способствовали постоянные толчки, которым подвергалась ось. Однако и при отсутствии толчков имеет место рост кристалликов, хотя и более медленный.

Эти примеры показывают, что твердое тело не является чем-то неизменным. Составляющие его кристаллики живут своей жизнью и, меняя свои размеры и расположение, меняют свойства тела.

Наиболее сильно влияют на свойства твердых тел тепловые воздействия, которые могут вызвать изменение даже формы и строения самих кристалликов (их пространственной решетки). Так, например, железо при комнатной температуре имеет кристаллическую решетку иную, чем при более высоких температурах. При нагревании железо переходит в другие кристаллические формы (всего имеются четыре кристаллические формы железа). При переходе из одного кристаллического состояния в другое поглощается или вы-

деляется некоторое количество теплоты (так же, как и при плавлении и отвердевании), заметно меняются размеры тела и т. д. Это можно обнаружить на следующем опыте.

Натянем горизонтально железную проволоку длины 2—3 м и накалим ее электрическим током до светлокрасного каления. Она удлинится и сильно провиснет. Затем выключим ток и дадим проволоке остыть *). Мы увидим, что проволока сперва начнет подниматься, затем в некоторый момент поднимание прекратится, проволока сама собой снова накалится и провиснет, а потом снова быстро начнет подниматься. Момент, когда проволока вновь удлиняется, и есть момент, когда железо переходит из одного кристаллического состояния в другое (около 900 °С). Процесс можно наблюдать и в обратном порядке, если очень медленно увеличивать силу тока.

Интересный процесс происходит при закалке стали. При закалке охлаждение происходит настолько быстро, что сталь не успевает перейти из того кристаллического состояния, в котором она находится при высокой температуре, в то состояние, в котором она должна была бы находиться при комнатной температуре. В холодном состоянии перекристаллизация крайне замедлена и сталь остается в кристаллическом состоянии, соответствующем высокой температуре. При этом она становится очень твердой и хрупкой. Можно позволить стали перекристаллизоваться (частично или полностью), для чего надо снова нагреть ее и медленно охладить (отпуск стали).

---

*) Опыт удается лучше, если ток не выключать совсем, а лишь ослабить настолько, чтобы проволока остывала очень медленно.

§ 277. Введение. В разделе «Механика» неоднократно указывалось, что соприкасающиеся тела действуют друг на друга с некоторой силой в том случае, если они деформированы, например сжаты. Иногда деформация легко наблюдаема, но чаще она очень невелика, и для обнаружения ее требуются чувствительные приборы. Сравнивая мяч, свободно падающий, и мяч, лежащий на столе, мы установим, что во втором случае мяч деформирован (сжат), но чтобы обнаружить возникающую при этом деформацию стола (изгибание его крышки), понадобилось устройство, обладающее высокой чувствительностью (§ 70). Специальными методами можно также обнаружить, что вращающееся колесо деформировано (спицы и обод растянуты) по сравнению с колесом не вращающимся и т. д.

В разделе «Механика» деформация тел интересовала нас лишь постольку, поскольку с ней связано появление тех или иных сил. Рассматривая, например, твердые тела, мы не интересовались изменениями объема и формы тела при деформациях, так как они были малы и не влияли на решение вопросов, касающихся равновесия или движения тел. Так, рассматривая рычаг в виде прямого стержня, мы не принимали во внимание того, что при нагрузке он из прямого превращается в изогнутый. Однако при более точных расчетах надо принимать деформации во внимание. Особенно важно знать деформации в строительном деле, например при строительстве мостов, в машиностроении и т. д.

§ 278. Упругие и пластические деформации. Согнем немного стальную пластинку (например, ножовку), а затем через некоторое время отпустим ее. Мы увидим, что ножовка полностью (во всяком случае на взгляд) восстановит свою форму. Если возьмем такого же размера свинцовую пластинку и на такое же время согнем ее, то она не восстановит

свою форму полностью и останется согнутой. Деформации, которые полностью исчезают, как только исчезают деформирующие силы, как у стальной пластинки, называют *упругими*. Деформации, которые не исчезают по снятии деформирующих сил, как у свинцовой пластинки, называют *пластическими*.

Строго говоря, не наблюдается ни вполне упругих, ни вполне пластических деформаций. Если стальную пластинку продержать в согнутом состоянии очень долго (например, несколько лет), то по снятии деформирующих сил она не разогнется полностью. Получится *остаточная деформация*, которая будет тем значительнее, чем дольше пластинка была в деформированном состоянии.

Итак, *упругая деформация у всех тел с течением времени переходит в пластическую.*

Вещества, у которых упругая деформация в заметной мере переходит в пластическую лишь в течение длительного времени (годы!), называют *упругими веществами*. Примерами упругих веществ являются сталь, стекло. Вещества, у которых упругая деформация в заметной мере переходит в пластическую в течение короткого времени (секунды, доли секунды), называют *пластичными веществами*. Примеры: свинец, воск и т. п. Однако если промежуток времени будет слишком мал, то деформация и в пластичном веществе не успеет перейти в пластическую. Например, при очень кратковременной деформации свинцовая пластинка может повести себя так же, как и стальная.

Переход упругой деформации в пластическую зависит еще и от самой деформации. Чем больше деформация, тем меньший промежуток времени требуется для ее перехода в пластическую. Увеличивая деформацию какого-нибудь тела, мы дойдем, наконец, до такой деформации, при которой переход из упругой в пластическую происходит практически мгновенно. Мы говорим в таком случае, что достигли *предела упругости*. У упругих веществ предел упругости велик, а у пластичных веществ он мал. Заметим, что предел упругости зависит от температуры. Чем выше температура, тем ниже предел упругости у данного вещества.

? **278.1.** Почему пружинные динамометры после длительного употребления начинают давать неверные показания?

§ 279. Закон Гука. Мы выяснили, что деформация тел является упругой, т. е. не дающей заметной остаточной деформации, только при условии, что она невелика и длится не-

долго. Пусть эти условия соблюдены. Какова в этом случае связь между деформацией и силами, ее обусловливающими? Проще всего проследить эту связь на примере резиновой нити хорошего качества. Закрепим верхний конец такой нити неподвижно, а к нижнему концу будем подвешивать разные грузы (рис. 458). Если эти грузы таковы, что деформация является упругой, то удлинение нити оказывается пропорциональным растягивающей силе (в данном случае весу груза). То же обнаруживается при любой иной деформации (сжатии, сдвиге и т. д.).

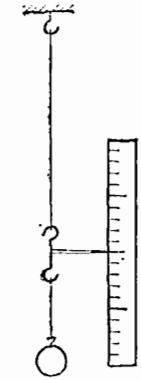


Рис. 458. Исследование зависимости удлинения резиновой нити от растягивающей силы

Итак, *при упругой деформации деформирующая сила и деформация пропорциональны друг другу*. Это и есть закон Гука, названный так по имени английского физика Роберта Гука (1635—1703). Отношение деформирующей силы к площади сечения тела, на котором эта сила распределяется, называют *напряжением*. Закон Гука означает, что деформация какой-либо части тела пропорциональна напряжению, которое имеется в этой части тела.

§ 280. Растяжение и сжатие. Упругие деформации, возникающие в телах, могут быть весьма разнообразны. Тело может растягиваться или сжиматься, изгибаться, перекашиваться, скручиваться. В большинстве случаев наблюдаемая деформация представляет собой несколько деформаций одновременно. В конечном счете, однако, любую деформацию можно свести к двум наиболее простым: *растяжению* (или *сжатию*) и *сдвигу*.

Стальная струна на балалайке, простая (не витая) проволока, поддерживающая груз, резиновая нить в рогатке служат примерами тел, подвергнутых одностороннему растяжению, ибо тело растягивается вдоль одного только направления. При таком растяжении тела удлиняются и одновременно несколько уменьшаются в поперечных размерах. Это хорошо видно при растяжении резиновой полоски, на которой начерчена сетка линий (рис. 459). Вследствие растяжения тела находятся в напряженном состоянии. В примере с резиновой полоской деформация отдельных частей ее, а следовательно, и напряжение приблизительно одинаковы по всему ее объему, за исключением мест вблизи приложения

внешних сил. То же можно сказать и относительно натянутой струны.

Бревна, распирающие грунт в глубоких узких канавах (рис. 460) или в рудниках, колонны, на которых покоится часть здания, ножки стола, поддерживающие столешницу, являются примерами тел, подвергнутых сжатию. Здесь мы имеем примеры *одностороннего* сжатия. При одностороннем сжатии тело немного «раздается», т. е. увеличивается в поперечных направлениях. Это хорошо заметно, если сжимать мягкую резинку, на которой начерчена сетка линий (рис. 461). На этом рисунке заметно также, что деформации отдельных частей могут быть неодинаковыми в разных местах тела: в середине резинка деформирована больше, чем по краям.

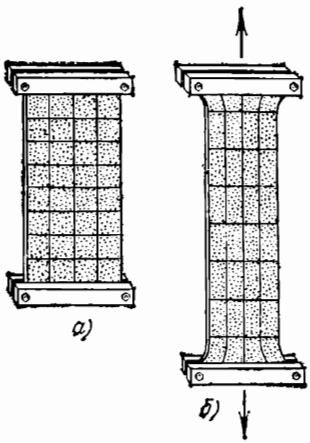


Рис. 459. *а*) На резиновой полоске начерчена сетка, ячейки которой имеют форму квадратов. *б*) При растяжении полоски ячейки сетки превращаются в прямоугольники

Измеряя растяжение проволок или сжатие стержней из различных материалов под действием данной нагрузки, мы обнаружим, что *деформация тем больше, чем длиннее образец и чем меньше его поперечное сечение*. Это нетрудно понять. Чем толще образец, тем меньшая нагрузка приходится на единицу площади его сечения, а чем он длиннее, тем больше будет удлинение, которое составляет определенную часть первоначальной длины: каждая единица длины получает одно и то же приращение. Свойства материала сказываются

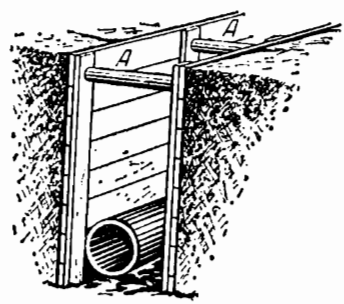


Рис. 460. Бревна *A*, удерживающие грунт от осыпания, находятся в состоянии сжатия

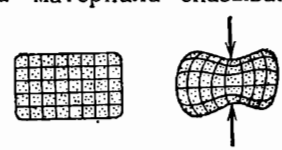


Рис. 461. Сжатие резинки. Ячейки сетки более деформированы в середине, чем по краям

очень сильно. Например, стальная проволока при тех же размерах и нагрузке растягивается в два с лишним раза меньше, чем медная.

При рассмотренных односторонних деформациях тела находятся под действием двух равных по модулю, противоположно направленных сил.

Нередко в природе и в технике мы встречаемся со *всесторонними* деформациями: всесторонним сжатием и всесторонним растяжением. И та и другая деформации наблюдаются в том случае, если деформируемое тело подвергается давлению со всех сторон или растяжению во все стороны. Например, в состоянии всестороннего сжатия находятся тела, погруженные в жидкость. В случае погружения тел на большую глубину в море деформация всестороннего сжатия велика, и это имеет значение для живущих там животных. Реже встречается всестороннее растяжение. В состоянии всестороннего растяжения находится, например, внутренняя часть холодного железного шара, опущенного в горячую воду. Большое значение имеют деформации всестороннего сжатия и растяжения при распространении звуковых колебаний (о которых будет идти речь в разделе «Колебания и волны» тома III).

? **280.1.** Как изменится удлинение, если, не меняя нагрузки, проволоку заменить другой из такого же материала, имеющей вдвое большие длину и диаметр?

280.2. Опыт показывает, что стальная проволока площади сечения 1 мм^2 и длины 1 м при растяжении силой 200 Н удлиняется на 1 мм. Какое удлинение получится, если стальную проволоку площади сечения 0,5 мм^2 и длины 3 м растягивать силой 300 Н?

§ 281. Сдвиг. Мы рассмотрели растяжение и сжатие, возникающие под действием двух равных по модулю и противоположно направленных сил. Теперь рассмотрим деформации, обусловленные двумя равными по модулю, противоположно направленными *моментами сил*.

Представим себе брус, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда и лежащий на горизонтальном полу (рис. 462). Действующая на брус сила тяжести $\boldsymbol{P}$, которая приложена в центре тяжести C, уравновешивается силой реакции со стороны пола $\boldsymbol{N}$. Так как брус неподвижен, то сила реакции должна быть приложена в точке A бруса, находящейся на одной вертикали с центром тяжести C (рис. 462, *а*). Пусть теперь к верхней грани бруса приложена горизонтальная сила $\boldsymbol{F}$ такая, что брус перекашивается, но не скользит по полу (рис. 462, *б*). Раз брус покоится, значит, на него действует еще одна сила, равная по модулю силе $\boldsymbol{F}$

и направленная в противоположную сторону. Этой силой, очевидно, является сила трения f. Сила F вместе с силой f образуют пару сил, которая должна была бы вызывать вращение бруса вокруг оси, перпендикулярной к плоскости

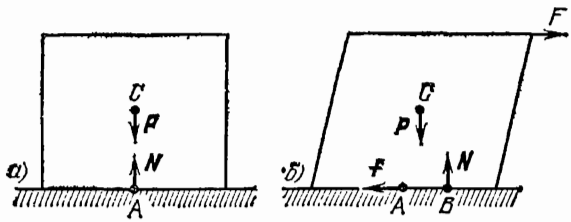


Рис. 462. *а*) Прямоугольный брус находится под действием двух уравновешивающихся сил P и N. *б*) Брус находится под действием двух уравновешивающихся пар сил, в результате чего брус перекошен

чертежа. Однако брус покоится; следовательно, существует другая пара сил, которая уравновешивает первую.

Нетрудно найти вторую пару сил. Если при отсутствии силы F сила N была приложена в точке A, то при наличии силы F реакция пола на брус несколько изменится и сила реакции N будет приложена в точке B, лежащей на рисунке правее точки A. В результате получается пара сил P и N, которая стремится вращать брус в направлении, противоположном тому, в котором вращался бы брус под действием пары сил F и f. Так как брус покоится, то пара сил F и f уравновешивается парой сил P и N. Действие этих пар сил

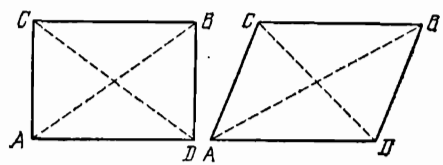


Рис. 463. Сдвиг сопровождается удлинением по направлению AB и укорочением по направлению CD

вызывает перекашивание бруса, и его сечение вместо прямоугольной формы приобретает форму параллелограмма.

Очевидно, такого же характера деформация произойдет и с любым прямоугольным параллелепипедом, который мы мысленно выделим в рассматриваемом теле. Деформацию, при которой прямой параллелепипед, взятый в теле, превращается в наклонный, имеющий объем, равный объему недеформированного параллелепипеда, называют *сдвигом*. Рис. 463 показывает, что сдвиг всегда сопровождается и

растяжением и сжатием (диагональ AB удлиняется, а диагональ CD укорачивается).

Сдвиг — очень распространенный вид деформации. Прежде всего, сдвиг имеет место во всех трущихся твердых телах как при трении покоя, так и при трении скольжения. Например, если тащат по полу тело, то и тело и пол находятся в состоянии сдвига. В состоянии сдвига находятся заклепки, связывающие два железных листа (рис. 464), если листы подвергнуты растяжению. Очень важным случаем сдвига являются деформации среды, когда в ней распространяются так называемые поперечные волны (которые будут рассмотрены в разделе «Колебания и волны» тома III).

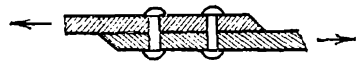


Рис. 464. При растягивании склепанных железных листов заклепки подвергаются сдвигу

Если деформация сдвига переходит в пластическую, то происходит перемещение одних слоев тела вдоль других. Таким образом, пластическая деформация сдвига отчасти сходна с течением жидкости: при течении жидкости ее слои непрерывно сдвигаются один вдоль другого. Напомним (§ 263), что упругость сдвига может служить признаком отличия твердого состояния от жидкого: при жидком состоянии вещества упругий сдвиг невозможен.

§ 282. Кручение. Кручение есть особый случай сдвига. Кручением называется деформация, имеющая место в стержне, если он находится под действием двух противоположно направленных моментов, приложенных к его концам. Чтобы получить наглядное представление о кручении, возьмемся

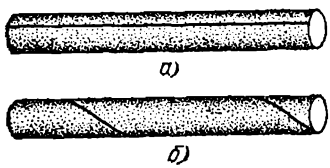


Рис. 465. *а*) Недеформированный резиновый стержень. *б*) Стержень в состоянии кручения

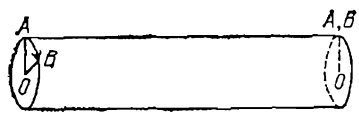


Рис. 466. Если правый конец трубки неподвижен, а на левом конце радиус OA принял положение OB, то угол AOB есть угол кручения

двумя руками за концы резинового стержня, вдоль образующей которого проведена линия (рис. 465), и будем концы стержня вращать в противоположных направлениях. Стержень подвергнется кручению, и линия вдоль образующей примет форму винтовой линии. Если один из концов стерж-

ня держать неподвижно и вращать другой конец, то угол поворота какого-нибудь сечения будет тем больше, чем дальше от неподвижного конца находится это сечение. Угол, на который повернется самое крайнее сечение, называют *углом кручения* (рис. 466).

Кручение — широко распространенный вид деформации. В закрученном состоянии находятся все тела, передающие вращающий момент от двигателя к машине: карданный вал автомобиля, вал, вращающий винт парохода, и т. п. В состоянии кручения находится также рукоятка отвертки, передающая вращающий момент от руки к винту.

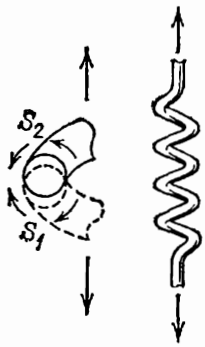


Рис. 467. Растягивание пружины является кручением проволоки, из которой сделана пружина

Растягивание цилиндрической пружины тоже является кручением. Действительно, рассмотрим два близких сечения пружины S_1 и S_2 (рис. 467). Из рисунка видно, что растягивание пружины ведет к повороту сечения S_1 по часовой стрелке и сечения S_2 против часовой стрелки, т. е. получается кручение проволоки, из которой сделана пружина.

Угол кручения растет с увеличением вращающих моментов, вызывающих кручение. При заданном вращающем моменте угол кручения зависит от материала, из которого сделано закручиваемое тело, а также от его размеров и формы. В случае стержней цилиндрической формы *угол кручения пропорционален длине стержня и обратно пропорционален четвертой степени диаметра*. Это значит, что небольшое изменение диаметра очень резко меняет угол кручения, если вращающий момент остался прежним. Этим пользуются при изготовлении физических приборов, где желательно достигнуть возможно большего угла кручения при чрезвычайно малых вращающих моментах (например, к этому стремятся при устройстве гальванометров). Применяя для подвешивания вращающихся частей проволочки диаметром в несколько микрометров, достигают поразительной чувствительности приборов.

? **282.1.** В физическом приборе требуется заменить проволочку, на которой подвешена вращающаяся часть, другой проволочкой, сделанной из того же материала, но вдвое более длинной. Требуется подобрать такой диаметр проволочки, чтобы при том же вращающем моменте угол кручения остался прежним. Каков этот диаметр, если заменяемая проволочка имела диаметр 0,3 мм?

§ 283. Изгиб. *Расположим чертежную линейку горизонтально*, закрепив один из ее концов (рис. 468). Прилагая к свободному концу ее некоторую силу, получим изгиб

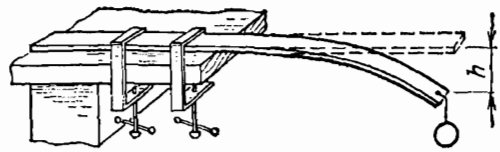
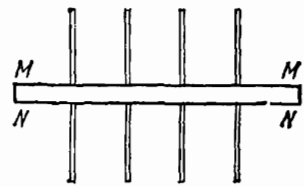


Рис. 468. Изгиб: h — стрела прогиба

линейки в сторону действия силы. Можно также положить линейку на две опоры и получить изгиб, надавив на нее посередине между опорами (рис. 469). В технике изгиб — одна из наиболее часто встречающихся деформаций. Изгибу подвержены рельсы железнодорожного пути, балки потолочных перекрытий в зданиях, всевозможные рычаги и т. д.

Изгиб — деформация, сводящаяся к растяжениям и сжатиям, различным в разных частях тела. В этом можно убедиться так. Воткнем в резиновую полосу (или в трубку) ряд параллельных спиц (рис. 470). Изгибая полосу, мы увидим по расположению спиц, что одни ее слои (слой MM) подверглись растяжению, а другие (слой NN) — сжатию. Некоторый средний слой не изменил своей длины (нейтральный слой).



За меру деформации в случае изгиба можно принять смещение

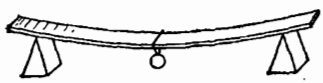


Рис. 469. Другой случай изгиба

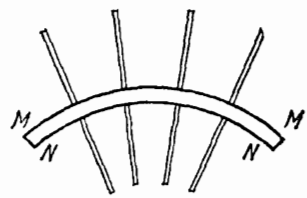


Рис. 470. Расположение спиц показывает, что одна сторона изгибаемого тела растянута, а другая — сжата

конца балки (рис. 468) или середины ее (рис. 469). Это смещение называют *стрелой прогиба*.

Исследуем, от чего зависит стрела прогиба балки. В качестве балки возьмем чертежную линейку, положим ее на

опоры, расположенные один раз далеко, а другой — близко друг от друга, и нагрузим гирей (рис. 471). Мы увидим, что с уменьшением длины той части линейки, которая находится между опорами, стрела прогиба уменьшается очень сильно. Если взять линейку более широкую (при той же

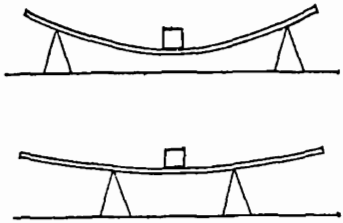


Рис. 471. Зависимость прогиба от длины балки

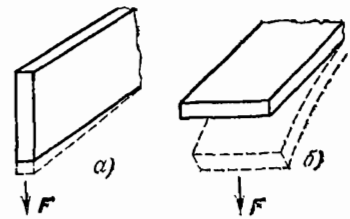


Рис. 472. Зависимость прогиба от формы сечения балки

толщине и том же расстоянии между опорами), то для нее стрела прогиба под действием той же нагрузки будет соответственно меньше. Увеличение толщины линейки приводит к значительному уменьшению стрелы прогиба.

Изменение толщины балки с прямоугольным сечением гораздо сильнее сказывается на стреле прогиба, чем изменение ширины. Чтобы убедиться в этом, достаточно попробовать сгибать чертежную линейку, установив ее на ребро (рис. 472, *а*) или укрепив ее плашмя (рис. 472, *б*). Очевидно, что в первом случае толщина линейки во столько же раз больше толщины ее во втором случае, во сколько раз ширина ее меньше. Но согнуть линейку в первом случае

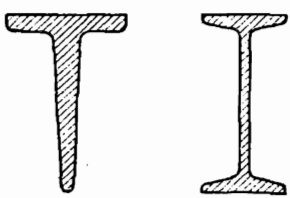


Рис. 473. Балка таврового и двутаврового сечения

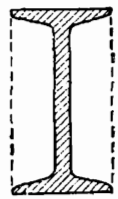


Рис. 474. Удаление незаштрихованной части балки прямоугольного сечения мало влияет на ее прочность

гораздо труднее. Легко понять, почему это так. В первом случае растяжение верхней части и сжатие нижней при той же стреле прогиба получается значительно больше.

Расчет показывает, что стрела прогиба балки прямоугольного сечения прямо пропорциональна нагрузке и кубу

длины балки и обратно пропорциональна кубу толщины балки и первой степени ее ширины. Опыт подтверждает этот вывод.

В технике часто пользуются балками с сечениями, изображенными на рис. 473 (*тавровые* и *двутавровые* балки). Примером двутавровой балки может служить рельс. Двутавровая балка представляет собой, в сущности, широкую балку прямоугольного сечения с удаленной частью среднего слоя (рис. 474), который меньше растягивается и сжимается и поэтому в меньшей степени противодействует изгибу. Двутавровая балка позволяет сэкономить материал и облегчить балку почти без ухудшения ее строительных качеств. Той же цели мы достигаем, применяя вместо стержней трубы (например, у велосипедной рамы).

? **283.1.** Испытайте различие в прогибах, которое получается, если нагрузить одним и тем же грузом тетрадь, на две опоры плашмя, и ту же тетрадь, свернутую трубкой.
283.2. Укажите примеры использования трубчатого строения в технике и в живой природе.
283.3. Пусть ширина прямоугольной балки втрое больше ее толщины (рис. 472). Во сколько раз стрела прогиба в случае б) больше, чем в случае а)?

§ 284. Прочность. Ни одно тело не может деформироваться, например растягиваться, беспредельно. В конце концов оно разрушается. Для каждого материала можно указать максимальную нагрузку на единицу площади сечения, которую он может выдержать *(разрушающая нагрузка)*. Чем больше разрушающая нагрузка, тем прочнее материал. Способность изделия противостоять разрушению зависит не только от качества материала, но также и от формы изделия и вида воздействия. Так, например, стержень легче разрушить продольным сжатием, чем растяжением, ибо в первом случае он может согнуться и сломаться, тогда как во втором он должен разорваться. Другой пример значения характера воздействия рассмотрен в гидростатике (§ 159), где показано, что полый шар (или подводную лодку) легче сплющить давлением снаружи, чем разорвать давлением изнутри.

Разрушающая нагрузка сильно зависит от качества материала и от способа его обработки. Поэтому можно указать только ее примерные значения (табл. 17). Разрушающая нагрузка сильно зависит от термической и механической обработки материала, а у сложных веществ также от их состава (сталь, стекло).

Таблица 17. Разрушающая нагрузка некоторых материалов при растяжении

Материал	Разрушающая нагрузка, 10^8 Па	Материал	Разрушающая нагрузка, 10^8 Па
Сталь	4—14	Дерево сосновое	0,2—0,8
Медь	2—5	Стекло	0,3—0,9
Свинец	0,1—0,2		

? **284.1.** Какой максимальный груз может выдержать стальной трос, площадь сечения которого равна 12 мм^2? Принять разрушающую нагрузку равной $6 \cdot 10^8$ Па.
284.2. Какова наибольшая длина свинцовой проволоки, которая не оборвется, если ее подвесить за верхний конец? Плотность свинца равна $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3. Принять разрушающую нагрузку равной $2 \cdot 10^7$ Па.

§ 285. Твердость. Кроме прочности, в технике еще различают материалы по их *твердости*. Из двух материалов тот считается более твердым, который царапает другой. Проведем краем осколка стекла по медной пластинке. Мы получим царапину. Наоборот, проводя краем медной пластинки по стеклу, не заметим никакой царапины. Следовательно, стекло тверже меди. Резцы и сверла для резания металлов должны обладать большей твердостью, чем обрабатываемый металл. Для меди, латуни, железа можно употреблять стальные закаленные резцы. В современной технике для резцов и сверл широко употребляют так называемые сверхтвердые сплавы.

Сверхтвердые сплавы состоят из мельчайших зерен карбидов вольфрама или титана, сцементированных кобальтом.

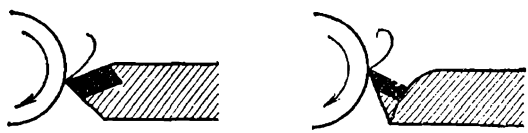


Рис. 475. Обработка металлического вала резцом, армированным пластинкой из сверхтвердого сплава (показана черным)

Они изготавливаются прессованием порошков карбидов при высокой температуре, при которой, однако, еще не происходит плавления, вследствие чего зерна карбидов сохраняют свою исключительную твердость. Резцы, сделанные из таких сплавов (рис. 475), сохраняют свою режущую способность при температурах до 700—800 °С. Так как именно

потеря режущих свойств при высоких температурах ограничивала скорость резания металлов (при работе на больших скоростях резцы сильно разогреваются), то ясно, что применение сверхтвердых сплавов позволило повысить эту скорость. Создан также другой тип сверхтвердых резцов — *минералокерамические резцы*, основной составной частью которых является окись алюминия, получаемая из минерала боксита. Минералокерамические резцы сохраняют режущую способность до температур 1100 °С и выше. Эта особенность позволила увеличить скорость резания металлов до неслыханного ранее значения — свыше 50 м/с. Из природных материалов наибольшей твердостью отличается алмаз. В настоящее время технические сплавы по своей твердости приближаются к алмазу.

? **285.1.** Испытайте на твердость имеющиеся под рукой материалы (сталь, свинец, стекло, дерево, ноготь и т. д.) и расположите их в ряд по убывающей твердости.

§ 286. Что происходит при деформации тел. Исследование строения тел посредством рентгеновских лучей (§ 266) показало, что при упругих деформациях кристалла происходит только небольшое искажение его решетки. Например, ячейки решетки, показанной на рис. 444, в случае деформации кристалла из кубиков превращаются в слегка наклонные параллелепипеды. По снятии деформирующих сил решетка возвращается к прежней форме. В поликристаллических телах эти временные изменения решеток в отдельных кристалликах могут быть различными. Упругие деформации в аморфных телах тоже связаны лишь с небольшими смещениями положений равновесия молекул. Совсем по-иному меняется при упругой деформации строение каучукообразных тел (об этом было рассказано в § 272). Этим и объясняется громадное различие в значениях упругих растяжений, которые могут иметь место в резиновой нити и, например, в стальной проволоке.

При пластических деформациях смещения молекул могут во много раз превышать расстояния между ними. В монокристаллах пластическая деформация связана с проскальзыванием отдельных слоев решетки друг относительно друга. В каждом кристалле существуют такие направления, по которым скольжение слоев решетки происходит особенно легко. Мы уже говорили (§ 264), что кристалл льда по своим механическим свойствам похож на стопу стеклянных пластинок, соединенных не вполне затвердевшим клеем. То же можно сказать и про другие кристаллы. На рис. 476 показан кристалл цинка, подвергшийся растяжению. На кристалле ясно видны следы скольжения слоев. Установлено, что скольжение слоев никогда не начинается сразу по всему объему кристалла. Оно начинается с какого-нибудь одного места, где решетка

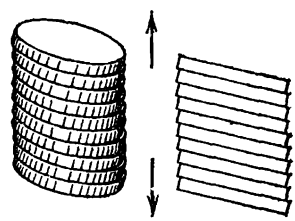


Рис. 476. Монокристалл цинка, подвергшийся растяжению (схема)

почему-либо ослаблена (§ 266), и затем постепенно распространяется на другие места.

В поликристаллах тоже возможны проскальзывания слоев решетки в маленьких кристаллах, составляющих поликристалл. Однако так как направления наболее легкого скольжения в отдельных кристалликах, вообще говоря, не совпадают, то возникновение скольжения в таких телах затруднено по сравнению с монокристаллами. Этот эффект проявляется тем в большей мере, чем мельче кристаллы. Поэтому в мелкозернистых телах пластическая деформация возникает при большей деформирующей силе, чем в крупнозернистых.

Кроме указанного обстоятельства, дело осложняется наличием прослоек между кристалликами, механические свойства которых отличаются от самих кристалликов. Что касается аморфных тел, то в них молекулярная картина пластической деформации такая же, как молекулярная картина спокойного (ламинарного) течения жидкости (§ 194). Мы уже говорили о том, что аморфное состояние можно рассматривать как жидкое с очень большой вязкостью.

§ 287. Изменение энергии при деформации тел. Груз, растягивающий проволоку, опускается и, следовательно, сила тяжести совершает работу. За счет этой работы увеличивается энергия деформирующегося тела, которое при этом переходит из ненапряженного состояния в напряженное. Таким образом, при деформации увеличивается *внутренняя энергия* тела. Увеличение внутренней энергии состоит в увеличении потенциальной энергии, зависящей от взаимного расположения молекул тела. Если деформация упругая, то при ее снятии эта добавочная энергия исчезает и за счет нее упругие силы совершают работу. При упругой деформации твердых тел не получается заметного нагревания их. В этом отношении они отличаются от газов, которые при сжатии нагреваются (§ 225). При пластической деформации твердых тел они значительно нагреваются. В этом повышении температуры, т. е. увеличении кинетической энергии молекул, и проявляется увеличение внутренней энергии деформированного пластически тела; конечно, и в этом случае увеличение внутренней энергии происходит за счет работы сил, обусловливающих деформацию. Сюда относятся случаи нагревания многократно сгибаемой проволоки или куска свинца, расплющиваемого ударами молотка, о которых говорилось в § 202.

Из изложенного в настоящей главе следует, что для практического использования материалов в строительной технике и при изготовлении всевозможных машин и механизмов чрезвычайно важно знать, как отзывается материал на воздействие внешних сил. Исследования по физике твердого тела позволили за последние годы выяснить много вопросов, относящихся к физической природе происходящих явлений.

§ 288. Введение. Всюду вокруг нас, и в природе и в технических установках, происходят взаимные превращения жидкости и пара. Жидкость превращается в невидимый пар, т. е. переходит в газообразное состояние (*испарение*); иногда, наоборот, появляются капельки жидкости, образующиеся из пара (*конденсация*). В особенно больших размерах происходят в природе и в технике взаимные превращения водяного пара и воды. Водяной пар образуется не только на громадных водных пространствах поверхности Земли, но и на суше; вода непрерывно испаряется с поверхности почвы, с листьев растений, с кожи и из легких животных, и т. д.

Присматриваясь к явлениям испарения, мы легко заметим, что при одной и той же температуре разные жидкости испаряются по-разному: эфир, бензин и тому подобные «летучие» жидкости испаряются быстро, вода — несколько медленнее, а масло, ртуть и т. п. испаряются настолько медленно, что это испарение без точных измерений незаметно. Однако испарение все же имеет место, и поэтому, например, не следует держать в комнате открытую ртуть, ибо пары ее весьма вредны для здоровья. *Все жидкости без исключения испаряются.*

Испаряются и превращаются в пар не только жидкости, но и все *твердые* тела — одни быстрее, другие чрезвычайно медленно. Известно, что мокрое и замерзшее белье все же постепенно сохнет на морозе. Пахучими, а значит, дающими пар, действующий на обоняние, бывают не только жидкости, но и твердые тела, например нафталин. Мы уже описали опыт с нагреванием йода, когда он испаряется, не переходя в жидкое состояние (§ 267).

? 288.1. Пуста ли «торричеллиева пустота»?

§ 289. Пар насыщенный и ненасыщенный. Лужи после дождя при ветре сохнут быстрее, чем при той же темпера-

туре в безветрие. Это показывает, что для испарения жидкости нужно, чтобы образующийся пар удалялся. Если пар совсем не удалять, например закупорить пробкой бутылку с жидкостью, то испарение скоро прекратится. Так как при этом ни жидкость не превращается в пар, ни пар не конденсируется в жидкость, то говорят, что пар и жидкость находятся *в равновесии* *). Пар, находящийся в равновесии с жидкостью, называют *насыщенным* паром. Это название передает ту мысль, что в данном объеме при данной температуре не может быть помещено большее количество пара.

В бутылке с жидкостью, кроме пара, над жидкостью находится еще и воздух. Однако нетрудно сделать так, чтобы над жидкостью находился только ее пар, почти без примеси других газов. Для этого пространство над жидкостью следует откачать насосом или изгнать газ продолжительным кипячением жидкости, при котором пар вытесняет газы. Исследуя поведение пара в пространстве,

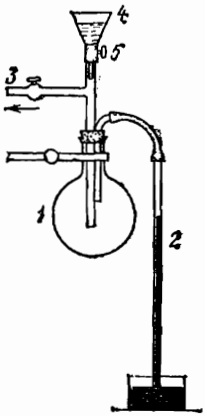


Рис. 477. Первые капли эфира, падающие в колбу *1*, испаряются, причем ртуть в трубке *2* быстро опускается. Когда наступает насыщение, падающие в колбу капли эфира не испаряются и уровень ртути больше не изменяется

откуда все посторонние газы удалены, мы получаем важные сведения об его свойствах. Исследование можно провести, например, следующим образом.

Круглодонная колба *1*, закупоренная резиновой пробкой, сообщается, как показано на рис. 477, со стеклянной трубкой *2*, опущенной в сосуд с ртутью. Сквозь другую трубку *3*, снабженную краном, из колбы возможно лучше откачивают воздух, причем ртуть в трубке *2* под дейст-

*) Здесь имеется в виду подвижное или динамическое равновесие, о котором сказано в § 260.

вием атмосферного давления поднимается. Пар ртути в этих условиях образуется в столь малых количествах, что его присутствием можно пренебречь.

Из воронки *4*, в которую налит эфир, через кран *5* осторожно, по каплям, вводят эфир в колбу *1*. Первые капли эфира моментально испаряются, и ртуть в трубке быстро опускается вниз. При этом в колбе находится *ненасыщенный* пар эфира. При увеличении количества испарившегося эфира увеличивается плотность пара, а вместе с тем и его давление, подобно тому как при увеличении плотности увеличивается давление всякого газа. Ненасыщенный пар, хотя и не следует точно газовым законам Бойля — Мариотта и Шарля, но, в общем, обладает всеми свойствами газов. Однако, продолжая добавлять эфир в колбу *1*, мы заметим, что ртуть в трубке *2* перестает опускаться, а добавляемый эфир более не испаряется: достигнуто *насыщение*. Сколько ни приливать еще эфира, плотность пара и его давление будут оставаться постоянными. Отметим, что во время опыта температура не должна изменяться *).

Повторив тот же опыт с другой жидкостью, например со спиртом, мы увидим, что давление насыщенного пара будет иным, чем у эфира. Давление насыщенного пара эфира при 20 °С составляет около 440 мм рт. ст., спирта — около 44 мм рт. ст.

Итак, *плотность и давление насыщенного пара при неизменной температуре являются постоянными величинами, у разных жидкостей — разными.*

§ 290. Что происходит при изменении объема жидкости и насыщенного пара. Рассмотрим, что означает утверждение: *давление насыщенного пара при неизменной температуре постоянно*. Чтобы уяснить суть дела, рассмотрим два опыта.

1. Сосуд *1* (рис. 478) закрыт резиновой пробкой, в которую вставлена воронка *2* с узким концом *3*. Верхнее отверстие в воронке можно закрывать резиновой пробкой *4*. Нальем в воронку примерно наполовину воды и немедленно закроем ее пробкой. Вода будет некоторое время перетекать из воронки *2* в сосуд *1*, но затем перетекание воды прекратится. Это произойдет потому, что по мере перетекания воды из воронки в сосуд объем воздуха в

*) Для этого колбу *1* надо погрузить в большой сосуд с водой комнатной температуры.

воронке *2* возрастает, а его давление уменьшается (закон Бойля — Мариотта). В то же время объем воздуха в сосуде *1* уменьшается и давление его увеличивается. Наконец, разность давлений в сосуде *1* и в воронке *2* уравновесит давление жидкости и ее течение прекратится.

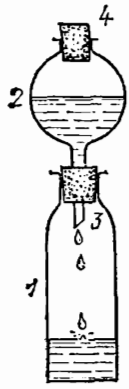


Рис. 478. В сосуде *1* и воронке *2* находятся вода и воздух; перетекание воды из воронки в сосуд скоро прекращается

Рис. 479. В сосудах *1* и *2* находятся вода и ее пар, воздух отсутствует; вода из сосуда *2* полностью стекает в сосуд *1*

2. Теперь рассмотрим специальный прибор (рис. 479). Цилиндрический сосуд *1* соединен узкой трубкой с сосудом *2*. Сосуд *2* запаян. Воздух из обоих сосудов перед запаиванием сосуда *2* был удален и в приборе находится только вода и ее пар. Как теперь происходит течение воды? Опрокидывая прибор, мы видим, что вода из сосуда *2* в сосуд *1* перетекает сквозь узкое место полностью, ничуть не задерживаясь. Это значит, что при перетекании воды давление пара ни в сосуде *1*, ни в сосуде *2* не меняется, хотя при этом объем пара в сосуде *1* уменьшается, а в сосуде *2* увеличивается. Но в таком случае очевидно, что при опускании уровня воды в сосуде *2* и увеличении объема пара происходит испарение воды как раз в такой мере, что плотность пара и его давление остаются неизменными. Наоборот, в сосуде *1* при уменьшении объема, не занятого жидкостью, пар все время конденсируется как раз настолько, что его плотность и давление тоже остаются постоянными.

С прибором, изображенным на рис. 479, можно произвести еще следующий поучительный опыт. Если резким

движением поднять прибор кверху, то столб воды в сосуде *1* поднимется, а внизу под ним образуется объем, заполненный паром. Затем поднявшийся столб воды упадет вниз. Когда он коснется дна сосуда, то раздастся резкий звенящий звук, как будто на дно упало твердое тело. Этот звук получается потому, что водяной столб, двигаясь в сосуде, не встречает никакого сопротивления со стороны пара. Действительно, на обе поверхности столба действуют одинаковые, но противоположно направленные силы — силы давления насыщенного пара, одинаковые при разных положениях столба в трубке. При перемещении столба жидкости с одной его стороны пар конденсируется в жидкость, а с другой стороны жидкость испаряется, давление же пара остается все время одним и тем же.

Повторив этот опыт с прибором, изображенным на рис. 478, в котором, кроме пара, есть еще и воздух, мы не услышим никакого стука. Воздух оказывает жидкости возрастающее по мере его сжатия, как говорят, «пружинящее» сопротивление. Подобно тому как при сжатии пружины сила, с которой она действует, увеличивается по мере ее сжатия (по закону Гука), так и здесь сила давления воздуха возрастает по мере уменьшения его объема (по закону Бойля — Мариотта) и потому тормозит движение воды. В отличие от воздуха, насыщенный пар имеет постоянное, не зависящее от объема давление и потому «пружинить» не может.

Этот опыт поясняет нам, почему при исчезновении пузырей пара внутри жидкости получаются резкие удары, иногда ведущие к повреждениям. Примером могут служить пароходные винты, на лопастях которых нередко образуются выбоины от частых ударов воды при исчезновении пузырей, возникающих при работе винта на поверхности лопастей (так называемая *кавитация*). При неправильной форме пароходного винта кавитация может разрушить его за несколько часов хода.

§ 291. Закон Дальтона для пара. Поместим в бутылку закупоренную пробирку с эфиром. Бутылку закроем пробкой со стеклянной трубкой, присоединенной к ртутному манометру (рис. 480, *а*). При закупоривании бутылки в ней находился атмосферный воздух, и уровни ртути в обоих коленах почти одинаковы. Затем резко встряхнем бутылку, чтобы пробирка разбилась (рис. 480, *б*). Мы увидим, что ртуть в манометре начнет подниматься. Через несколько минут установится разность уровней, равная понижению

уровня в опыте, показанном на рис. 477. Изменение уровня ртути показывает, что к давлению воздуха прибавилось давление паров эфира. Значит, равновесие между жидким эфиром и его парами устанавливается в присутствии воздуха при том же давлении паров эфира, что и в пространстве, откуда воздух удален. Правда, испарение эфира в

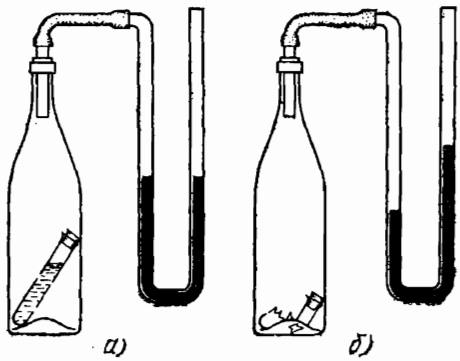


Рис. 480. *а*) В бутылке находится закупоренная пробирка с эфиром; манометр показывает, что давление воздуха в бутылке равно атмосферному. *б*) Пробирка разбита, и к воздуху примешался насыщенный пар эфира; манометр показывает увеличение давления

присутствии воздуха идет медленнее, чем без него, и поэтому равновесие устанавливается медленнее.

Из того наблюдения, что давление пара эфира и в присутствии воздуха и без него получается одинаковым, можно сделать вывод, что количество эфира, которое испаряется в определенное пространство, одинаково в обоих случаях при условии равенства температур).

Итак, *давление смеси газа и пара, находящегося в равновесии с жидкостью, равно сумме давлений, которые имели бы составные части смеси в отсутствие других частей.* Это — закон Дальтона в применении к пару.

? **291.1.** Если повторить опыт, изображенный на рис. 480, не удалив из бутылки остатков эфира, то при разбивании второй пробирки с эфиром манометр не показывает повышения давления. Почему?

§ 292. Молекулярная картина испарения. Вспомним, что молекулы жидкости движутся с самыми разнообразными скоростями. Для того чтобы молекула, находящаяся в поверхностном слое, могла вылететь за пределы жидкости, ее кинетическая энергия должна быть больше, чем работа, которую нужно при этом затратить против сил сцепления,

тянущих ее внутрь жидкости. Поэтому только те молекулы, которые имеют в данный момент достаточную скорость, смогут вылететь из поверхностного слоя жидкости наружу. Здесь они сталкиваются с другими молекулами, меняют направление движения, через некоторое время могут снова достигнуть поверхности жидкости и проникнуть вглубь нее. Таким образом, молекулы все время вылетают из жидкости и вновь возвращаются в нее. Если вылетает больше молекул, чем возвращается обратно, жидкость испаряется. Если, наоборот, молекулы в большем числе возвращаются в жидкость, чем вылетают из жидкости, происходит конденсация пара. Если же, наконец, число вылетающих из жидкости молекул равно (в среднем) числу возвращающихся, получается подвижное равновесие пара и жидкости и пар становится насыщенным.

Почему же у разных жидкостей равновесие получается при разном давлении пара, а следовательно, при разном числе молекул в единице объема? Причина заключается в различии в силах сцепления. У одних жидкостей (например, у ртути) силы сцепления очень велики, и потому шансы вылететь за пределы жидкости имеют только немногие наиболее быстрые молекулы. За пределы жидкости вырывается за единицу времени лишь небольшое число молекул. Поэтому для достижения равновесного состояния, т. е. для того, чтобы обратно в жидкость возвращалось такое же число молекул, достаточно небольшой плотности пара ртути. У других жидкостей (например, у эфира) силы сцепления малы, и при той же температуре за пределы жидкости могут улетать молекулы в значительном числе. Поэтому равновесное состояние достигается только при значительной плотности пара эфира над поверхностью жидкого эфира.

В гл. XIV мы видели, что силы сцепления молекул обусловливают поверхностное натяжение жидкости. При больших силах сцепления поверхностное натяжение велико. Следовательно, *чем больше поверхностное натяжение, тем менее летуча жидкость* и тем меньше давление насыщенного пара.

Число молекул, которыми обмениваются в единицу времени жидкость и соприкасающийся с ней насыщенный пар, даже в случае малолетучих жидкостей невообразимо велико. Об этом свидетельствует необыкновенная скорость, с которой происходит испарение жидкости, если почему-либо образующиеся пары не возвращаются в жидкость. Об этом же говорит скорость, с которой исчезает пар в опыте с ударом воды о дно сосуда (§ 290). Можно оценить, что при комнатной температуре с 1 м^2 поверхности воды в течение 1 с испаряется 10^{21} молекул.

§ 293. Зависимость давления насыщенного пара от температуры. До сих пор мы рассматривали явления испарения и конденсации при постоянной температуре. Теперь займемся вопросом о влиянии температуры. Легко заметить, что влияние температуры очень сильно. В жаркий день или вблизи печки все сохнет гораздо быстрее, чем на холоде. Значит, *испарение теплой жидкости идет интенсивнее, чем холодной.* Это легко объяснимо. В теплой жидкости большее число молекул обладает скоростью, достаточной для того, чтобы преодолеть силы сцепления и вырваться за пределы жидкости. Поэтому при повышении температуры вместе с увеличением скорости испарения жидкости увеличивается и давление насыщенного пара.

Увеличение давления пара легко обнаружить при помощи прибора, описанного в § 291. Опустим колбу с эфиром в теплую воду. Мы увидим, что манометр покажет резкое увеличение давления. Опустив ту же колбу в холодную воду или лучше в смесь снега с солью (§ 275), заметим, наоборот, понижение давления.

Итак, давление насыщенного пара сильно зависит от температуры. В табл. 18 приведены давления насыщенного пара воды и ртути при различных температурах. Обратим внимание на ничтожное давление пара ртути при комнатной температуре. Вспомним, что при отсчете барометра этим давлением пренебрегают.

Таблица 18. **Давление насыщенного пара воды и ртути при различных температурах (в мм рт. ст.)**

Температура, °С	Вода	Ртуть	Температура, °С	Вода	Ртуть
0	4,58	0,00021	100	760	0,28
20	17,5	0,0013	120	1 489	0,76
40	55,3	0,0065	140	2 711	1,85
60	149	0,026	200	11 660	17,2
80	355	0,092	300	64 450	245
90	526	0,16	374	165 530	1100

Из графика зависимости давления насыщенного пара воды от температуры (рис. 481) видно, что приращение давления, соответствующее увеличению температуры на 1 К, растет с температурой. В этом заключается отличие насыщенного пара от газов, давление которых при нагревании на 1 К одинаково увеличивается и при низких и

при высоких температурах (на 1/273 давления при 0 °С). Это отличие станет вполне понятным, если вспомнить, что при нагревании газов при постоянном объеме меняется только скорость молекул. При нагревании системы жидкость — пар меняется, как мы указали, не только скорость молекул, но и их число в единице объема, т. е. при большей температуре мы имеем пар большей плотности.

? **293.1.** Почему газовый термометр (§ 235) дает правильные показания только при совершенно сухом газе?

293.2. Предположим, что в замкнутом сосуде, кроме жидкости и пара, находится еще воздух. Как это отразится на изменении давления с повышением температуры?

293.3. Изменение давления пара в замкнутом сосуде при повышении температуры изображается графиком, показанным на рис. 482. Какое заключение можно вывести относительно процессов испарения внутри сосуда?

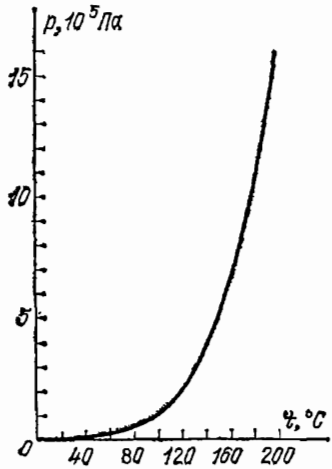


Рис. 481. Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры

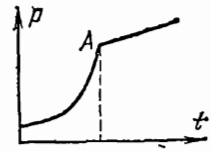


Рис. 482. К упражнению 293.3

§ 294. Кипение. Поместим стеклянный сосуд с холодной водой на горелку и будем наблюдать. Скоро дно и стенки сосуда покроются пузырьками; об их происхождении говорилось в § 260. В этих пузырьках, как мы знаем, находятся воздух и пар воды. Пузырьки появляются в тех местах стенок сосуда, где нет полного смачивания. Такими местами могут явиться следы жира на стенке или мелкие трещинки на ней.

Наблюдая за пузырьком при неизменной температуре, мы видим, что он сохраняет свои размеры; значит, давления изнутри и извне на его поверхность взаимно уравновешиваются. Так как внутри пузырька находится воздух, количество которого надо считать постоянным, то это равновесие является устойчивым. Действительно, если бы

по какой-либо случайной причине пузырек расширился, то давление воздуха в нем, согласно закону Бойля — Мариотта, уменьшилось бы и внешнее давление, остающееся при этом почти неизменным, снова уменьшило бы пузырек. Рассуждая таким же образом, легко выяснить, почему случайно уменьшившийся пузырек сейчас же снова расширится до прежнего объема. При повышении температуры пузырек постепенно расширяется настолько, что сумма давления воздуха и пара в нем остается равной внешнему давлению. Однако когда пузырек сделается достаточно большим, выталкивающая сила воды заставит его оторваться, подобно тому как отрывается слишком тяжелая капля воды, повисшая на крыше (рис. 372). При этом между пузырьком и стенкой сосуда образуется все сужающаяся воздушная перемычка (рис. 483) и, наконец, пузырек отрывается, оставляя у стенки небольшое количество воздуха, из которого с течением времени разовьется новый пузырек.

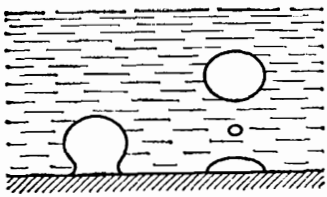


Рис. 483. Прилипшие ко дну сосуда с жидкостью и отрывающиеся пузырьки газа

Поднимаясь кверху, оторвавшиеся пузырьки снова уменьшаются в размерах. Почему это происходит? Эти пузырьки содержат пар воды и немного воздуха. Когда пузырек достигает верхних, еще не успевших нагреться слоев воды, то значительная часть водяного пара конденсируется в воду и пузырек уменьшается. Это попеременное увеличение и уменьшение пузырьков сопровождается звуками: закипающая вода «шумит». Наконец, вся вода прогревается в достаточной мере. Тогда поднимающиеся пузырьки уже не уменьшаются в размерах и лопаются на поверхности, выбрасывая пар во внешнее пространство. «Шум» прекращается, и начинается «бульканье» — мы говорим, что вода закипела. Термометр, помещенный в пар над кипящей водой, все время, пока вода кипит, показывает одну и ту же температуру, около 100 °С.

Очевидно, что при кипении давление паров, образующихся внутри пузырьков у дна сосуда, таково, что пузырьки могут расширяться, преодолевая атмосферное давление, действующее на свободную поверхность воды, а также давление столба воды. Мы приходим к выводу, что *кипение происходит при такой температуре, при которой давление насыщенного пара жидкости равно внешнему*

давлению. Температуру пара кипящей жидкости называют *температурой кипения* *).

Из приведенных рассуждений ясно, что температура кипения должна зависеть от внешнего давления. Это можно легко наблюдать. Поставим стаканчик с теплой водой под колокол воздушного насоса. Откачивая воздух, мы можем заставить воду вскипеть при температуре значительно ниже 100 °С (рис. 484). Наоборот, при повышении внешнего давления температура кипения повышается. Так, в котлах паровых машин воду нагревают под давлением в несколько атмосфер. Температура кипения при этом значительно превосходит 100 °С. При давлении около 15 атм температура кипения воды близка к 200 °С. Когда говорят о температуре кипения жидкости, не указывая давления, всегда имеют в виду температуру кипения при нормальном давлении (760 мм рт. ст.).

Зависимость температуры кипения от давления дает нам новый способ измерения

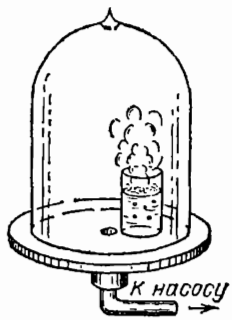


Рис. 484. При откачивании воздуха из-под колокола вода, имеющая температуру значительно ниже 100 °С, закипает

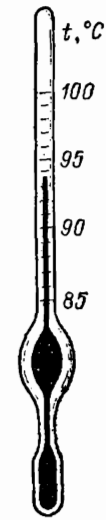


Рис. 485. Гипсотермометр

атмосферного давления. Измерив температуру кипения воды, можно по таблицам давления пара при разных температурах судить об атмосферном давлении. Если, например, находясь в горах, мы определили, что температура кипения воды — около 90 °С, то отсюда можно заключить (табл. 18), что давление воздуха составляет 526 мм рт. ст. Специально приспособленные для таких измерений термометры называют *гипсотер-*

*) Сама жидкость бывает немного перегрета относительно температуры кипения. *(Примеч. ред.)*

мометрами. Они устроены так, что дают возможность отсчитывать температуру около 100 °С с большой точностью (рис. 485).

Температуры кипения различных жидкостей (при нормальном давлении) сильно разнятся между собой. Это можно видеть из табл. 19.

Таблица 19. **Температура кипения некоторых жидкостей при 760 мм рт. ст.**

Жидкость	Температура кипения, °С	Жидкость	Температура кипения, °С
Жидкий гелий	—269	Спирт	78
» водород	—253	Вода	100
» кислород	—183	Ртуть	357
» азот	—196	Расплавленный цинк	906
Хлор	—34	Расплавленное железо	2880
Эфир	35		

Различие температур кипения разных веществ находит большое применение в технике, например при разделении нефтепродуктов. При нагревании нефти раньше всего испаряются наиболее ценные, летучие ее части (бензин), которые можно таким образом отделить от «тяжелых» остатков (масел, мазута).

Различие температур кипения веществ связано с различием в давлении пара при одной и той же температуре. Мы видели, что пар эфира уже при комнатной температуре имеет давление, превышающее половину атмосферного. Поэтому, чтобы давление пара эфира достигло атмосферного, нужно небольшое повышение температуры (до 35 °С). Иначе дело обстоит, например, у ртути, имеющей при комнатной температуре совсем ничтожное давление. Давление пара ртути делается равным атмосферному только при значительном повышении температуры (до 357 °С).

? **294.1.** Где кипящая вода горячее: на уровне моря, на горе или в глубокой шахте?

294.2. Для некоторых производственных процессов в пищевой промышленности (например, для варки свеклы) требуется температура воды выше 100 °С. Каким средством этого можно достичь?

294.3. Пользуясь табл. 18, определите наивысшую температуру, которую может иметь вода при давлении 2 и 0,2 атм.

294.4. На рис. 486 изображен *автоклав* (прибор, употребляющийся в химических производствах для процессов, требующих более высокой температуры, чем температура кипения находящейся в нем жидкости). Это — прочный котел с манометром *1*, наглухо закрывающийся крышкой так, что пар из него может уходить только через предохранительный клапан *2*. Какой температуры достигнет при нагревании котла находящаяся в нем вода, если площадь основания клапана равна 0,75 см² и расстояние от опоры *3* до клапана *2* равно 6,5 см, а до гири *4* — 18 см? Масса гири 1 кг. Массой стержня можно пренебречь.

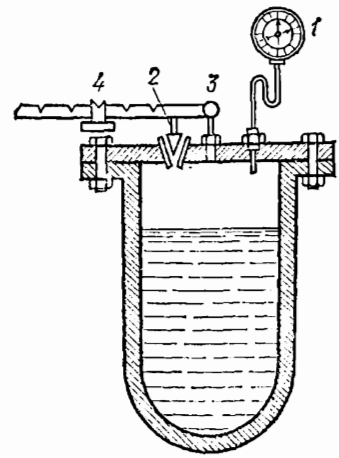


Рис. 486. К упражнению 294.4

294.5. Попробуйте вскипятить воду в узкой пробирке, наполненной до края, нагревая ее у дна. Почему в этом случае пузыри выбрасывают воду из пробирки?

Примечание. Нечто подобное происходит в громадных размерах в природе в так называемых *гейзерах* (в СССР на Камчатке, а также в ряде других стран, например в Исландии). Гейзер — периодически действующий фонтан, выбрасывающий горячую воду из узкого вертикального жерла в земле (рис. 487). Образование пара происходит на глубине нескольких десятков метров. Давление на такой глубине водоема может достигать нескольких атмосфер и вода может нагреваться значительно выше 100 °С. Когда внизу образуются пузыри пара, то часть воды вытекает, давление падает и парообразование перегретой воды идет с такой интенсивностью, что остающаяся вода выбрасывается на большую высоту.

294.6. Вскипятите воду в круглодонной колбе и закупорьте ее. Переверните колбу. Если теперь на дно колбы положить немного снега или облить ее холодной водой, то вода в колбе закипит. Объясните явление.

§ 295. Удельная теплота парообразования. Для того чтобы поддерживать кипение воды (или иной жидкости), к ней нужно непрерывно подводить теплоту, например подогревать ее горелкой. При этом температура воды и сосуда не повышается, но за каждую единицу времени образуется определенное количество пара. Из этого следует вывод, что для превращения воды в пар требуется приток теплоты, подобно тому как это имеет место при превращении кристалла (льда) в жидкость (§ 269). Количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы жидкости

Рис. 487. Гейзер

в пар той же температуры, называют *удельной теплотой парообразования* данной жидкости. Она выражается в джоулях на килограмм (Дж/кг).

Нетрудно сообразить, что при конденсации пара в жидкость должно выделяться такое же количество теплоты. Действительно, опустим в стакан с водой трубку, соединенную с кипятильником (рис. 488). Через некоторое время после начала нагревания из конца трубки, опущенной в воду, начнут выходить пузыри воздуха *). Этот воздух мало повышает температуру воды. Затем вода в кипятильнике закипит, после чего мы увидим, что пузыри, выходящие из конца трубки, уже не поднимаются вверх, а быстро уменьшаются и с резким звуком исчезают. Это — пузыри пара, конденсирующиеся в воду. Как только вме-

*) В качестве кипятильника надо взять сосуд с большим (относительно) количеством воздуха, чтобы пузыри воздуха шли довольно долго.

сто воздуха из кипятильника пойдет пар, вода начнет быстро нагреваться. Так как удельная теплоемкость пара примерно такая же, как и воздуха, то из этого наблюдения следует, что столь быстрое нагревание воды происходит именно вследствие конденсации пара.

При конденсации единицы массы пара в жидкость той же температуры выделяется количество теплоты, равное

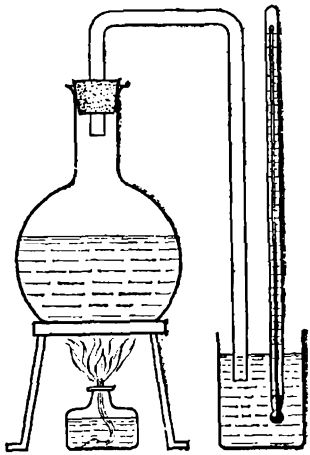


Рис. 488. Пока из кипятильника идет воздух, термометр показывает почти одну и ту же температуру. Когда вместо воздуха пойдет пар и начнет конденсироваться в стаканчике столбик термометра быстро поднимется, показывая повышение температуры

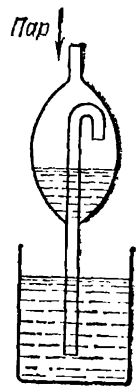


Рис. 489. Сухопарник — приспособление для задержания капелек воды, движущихся вместе с паром

удельной теплоте парообразования. Это можно было предвидеть на основании закона сохранения энергии. Действительно, если бы это было не так, то можно было бы построить машину, в которой жидкость сначала испарялась, а затем конденсировалась: разность между теплотой парообразования и теплотой конденсации представляла бы приращение полной энергии всех тел, участвующих в рассматриваемом процессе. А это противоречит закону сохранения энергии.

Удельную теплоту парообразования можно определить с помощью калориметра, подобно тому как это делается при определении удельной теплоты плавления (§ 269). Нальем в калориметр определенное количество воды и измерим ее температуру. Затем некоторое время будем

вводить в воду пар испытуемой жидкости из кипятильника, приняв меры к тому, чтобы шел только пар, без капелек жидкости. Для этого пар пропускают сквозь сухопарник (рис. 489). После этого вновь измерим температуру воды в калориметре. Взвесив калориметр, мы можем по увеличению его массы судить о количестве пара, сконденсировавшегося в жидкость.

Пользуясь законом сохранения энергии, можно составить для этого процесса уравнение теплового баланса, позволяющее определить удельную теплоту парообразования воды. Пусть масса воды в калориметре (включая водяной эквивалент калориметра) равна m_1, масса пара — m_2, теплоемкость воды — c, начальная и конечная температура воды в калориметре — t_0 и t, температура кипения воды — $t_к$ и удельная теплота парообразования — λ. Уравнение теплового баланса имеет вид

$$cm_1(t-t_0)=\lambda m_2+cm_2(t_к-t),$$

откуда

$$\lambda=\frac{cm_1(t-t_0)-cm_2(t_к-t)}{m_2}.$$

Результаты определения удельной теплоты парообразования некоторых жидкостей при нормальном давлении приведены в табл. 20. Как видно, эта теплота довольно велика. Большая теплота парообразования воды играет исключительно важную роль в природе, так как процессы парообразования совершаются в природе в грандиозных масштабах.

Таблица 20. **Удельная теплота парообразования некоторых жидкостей**

Вещество	λ, кДж/кг	Вещество	λ, кДж/кг
Вода	2250	Олово	3020
Спирт (этиловый)	910	Медь	5420
Эфир	373	Железо	6350
Ртуть	285		

Отметим, что содержащиеся в таблице значения удельной теплоты парообразования относятся к температуре кипения при нормальном давлении. Если жидкость кипит или просто испаряется при иной температуре, то ее удельная теплота парообразования иная. При повышении тем-

пературы жидкости теплота парообразования всегда уменьшается. Объяснение этого мы рассмотрим позже.

? **295.1.** Определите количество теплоты, необходимое для нагревания до температуры кипения и для превращения в пар 20 г воды при 14 °С.

295.2. Какая получится температура, если в стакан, содержащий 200 г воды при 16 °С, впустить 3 г пара при 100 °С? Теплоемкостью стакана пренебречь.

§ 296. Охлаждение при испарении. Всем известно, что в мокрой одежде холоднее, чем в сухой, особенно при ветре. Известно также, что, обернув сосуд с водой мокрой тряпкой и выставив его в жаркий день на ветер, мы заметно охладим воду в сосуде. Иногда с этой же целью в жарких странах употребляют специальные сосуды с пористыми стенками, сквозь которые вода медленно просачивается, поддерживая их все время влажными. Эти наблюдения показывают, что испарение вызывает *охлаждение* жидкости,

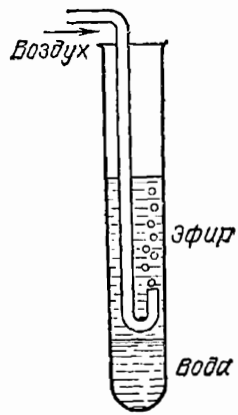


Рис. 490. Продувая воздух сквозь трубку, т. е. ускоряя испарение эфира, можно заставить воду внизу пробирки замерзнуть

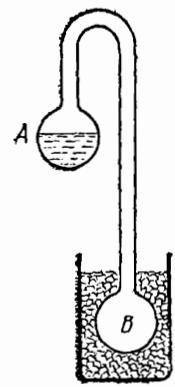


Рис. 491. Когда шарик *B* охлаждается, вода в шарике *A* замерзает

а вместе с тем и окружающих тел. В этом случае теплота парообразования заимствуется у самой жидкости.

Особенно сильное охлаждение получается, если испарение происходит очень быстро, так что испаряющаяся жидкость не успевает получать теплоту от окружающих тел. Быстрое испарение легко получить у летучих жидкостей. Например, при испарении эфира или хлористого этила легко получается охлаждение ниже 0 °С (рис. 490).

Этим пользуются врачи, когда им нужно заморозить кожу больного, чтобы сделать ее нечувствительной к боли. Охлаждение при испарении можно также наблюдать в следующем опыте. Два стеклянных шарика *A* и *B* соединены изогнутой стеклянной трубкой (*криофор*, рис. 491). В шариках находятся вода и ее пары, воздух удален. Шарик *B* помещают в охлаждающую смесь (смесь снега и соли). Тогда вода в шарике *A* замерзает. Причина этого такова. Охлаждение шарика *B* вызывает усиленную конденсацию в нем паров. Вследствие этого вода в шарике *A* испаряется и потому охлаждается. Температура падает настолько сильно, что вода в шарике *A* замерзает.

Охлаждение при испарении и выделение теплоты при конденсации паров играют исключительно важную роль в природе, обусловливая умеренность климата приморских стран. Отметим, что испарение пота с кожи человека и животных является способом, при помощи которого организм регулирует температуру тела. Во время жары кожа потеет и испарение пота охлаждает ее.

? **296.1.** Почему в резиновой одежде трудно переносить жару?
296.2. Почему при обмахивании веером легче переносить жару?
296.3. Имеются два одинаковых по форме и размерам стакана, один металлический, а другой фарфоровый. В стаканы наливают одинаковое количество воды и оставляют их надолго в комнате. Одинакова ли температура воды в стаканах?

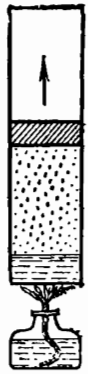


Рис. 492. Образующиеся пары поднимают поршень. При этом производится работа против сил внешнего давления

§ 297. Изменение внутренней энергии при переходе вещества из жидкого состояния в парообразное. Мы выяснили, что испарение жидкости возможно только при наличии притока теплоты к испаряющейся жидкости. Почему это так?

Во-первых, при испарении увеличивается внутренняя энергия вещества. Внутренняя энергия насыщенного пара всегда больше внутренней энергии жидкости, из которой этот пар образовался. Увеличение внутренней энергии вещества при испарении без изменения температуры происходит в основном благодаря тому, что при переходе в пар среднее расстояние между молекулами увеличивается. При этом возрастает их взаимная потенциальная энергия, так как, для того чтобы раздвинуть молекулы на бо́льшие расстояния, нужно затратить работу на преодоление сил притяжения молекул друг к другу.

Кроме того, совершается работа против внешнего давления, ибо пар занимает больший объем, чем жидкость, из которой он образовался. Совершение работы при парообразовании становится особенно наглядным, если представить себе, что жидкость испаряется в цилиндре и что образующийся пар поднимает легкий поршень (рис. 492), производя при

этом работу против атмосферного давления. Эту работу легко подсчитать. Сделаем этот подсчет для воды, кипящей при нормальном давлении и, следовательно, при температуре 100 °С. Пусть поршень имеет площадь 100 см². Так как нормальное атмосферное давление равно $1{,}013 \times 10^5$ Па, то на поршень действует сила $1{,}013 \cdot 10^5$ Па $\cdot 0{,}01$ м² = 1013 Н. Если поршень поднимется на 0,1 м, будет произведена работа 1013 Н $\cdot 0{,}1$ м = 101,3 Дж. При этом образуется $0{,}01 \cdot 0{,}1 = 10^{-3}$ м³ пара. Плотность пара при 100 °С равна 0,597 кг/м³, поэтому масса пара равна $0{,}597 \cdot 10^{-3}$ кг. Следовательно, при образовании 1 кг пара на работу против внешнего давления будет затрачено $101{,}3/(0{,}597 \cdot 10^{-3}) = 170$ кДж.

При испарении 1 кг воды при 100 °С расходуется 2250 кДж (удельная теплота парообразования). Из них 170 кДж затрачивается, как показывает наш подсчет, на работу против внешнего давления. Следовательно, остаток, равный 2250—170=2080 кДж, представляет собой *приращение внутренней энергии* 1 кг пара по сравнению с энергией 1 кг воды. Как видно, для воды бóльшая часть теплоты при испарении идет на приращение внутренней энергии и лишь небольшая часть тратится на совершение внешней работы.

? **297.1.** Определите приращение внутренней энергии при испарении спирта, если известно, что плотность пара спирта при температуре кипения равна 1,6 кг/м³.

§ 298. Испарение при кривых поверхностях жидкости. Дохнем на какой-нибудь блестящий металлический предмет (например, на лезвие перочинного ножа). Мы увидим, что на лезвии осядут мелкие капельки влаги. Затем этот налет начнет исчезать по краям, как бы сбегая с лезвия: испарение происходит только у края жидкости, где поверхность ее имеет выпуклую форму.

Что же происходит в том случае, если поверхность жидкости имеет вогнутую форму, например вогнутый мениск в узких капиллярах, имеющихся в пористых материалах? В этом случае испарение жидкости затруднено. Это является одной из причин, почему дрова, даже совсем сухие, все же содержат значительное количество воды (около 12 %), содержащейся в тонких каналах между волокнами дерева. Известно, что

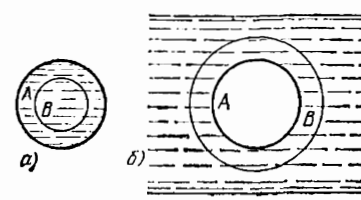


Рис. 493. *а*) Если капля *A* частично испарится, то ее новая поверхность *B* меньше начальной. *б*) Если жидкость частично испарится внутри пузыря *A*, то поверхность нового пузыря *B* больше начальной

сухое белье, сухая бумага и т. п. тоже содержат некоторое количество влаги. Это наблюдение показывает нам, что скорость испарения при одной и той же температуре зависит не только от *рода* жидкости, а также и от *формы ее поверхности*. При выпуклой поверхности испарение происходит интенсивнее, чем при плоской, а при вогнутой, наоборот, менее интенсивно.

Чем это объяснить? Обратим внимание на то, что при испарении с выпуклой поверхности (капля, рис. 493, *а*) площадь ее уменьшается; наоборот, при испарении с вогнутой поверхности (пузырь внутри жидкости, рис. 493, *б*) площадь ее возрастает. Но при изменении поверхности меняется и число молекул, расположенных на ней, а мы знаем, что

молекулы на поверхности обладают дополнительной энергией по сравнению с молекулами внутри жидкости. Поэтому увеличение поверхности жидкости связано с затратой дополнительной энергии. Эта дополнительная энергия и должна быть доставлена при испарении с вогнутой поверхности. Поэтому вогнутость поверхности затрудняет вылет молекул за ее пределы, т. е. уменьшает испарение по сравнению с плоской поверхностью.

Наоборот, испарение выпуклой капли уменьшает поверхность жидкости, а следовательно, и запас ее поверхностной энергии. В результате могут испариться новые молекулы. Таким образом, выпуклость поверхности облегчает молекулам вылет за ее пределы, т. е. усиливает испарение по сравнению с плоской поверхностью. Отсюда следует, что равновесие пара и жидкости в случаях выпуклой, плоской и вогнутой поверхностей устанавливается при *разных* плотностях пара: самая большая плотность пара получается в случае выпуклой поверхности, самая малая — в случае вогнутой. *Чем меньше радиус поверхности, тем больше различие.*

Если для вогнутой поверхности пар уже является насыщенным, то для плоской и в особенности для выпуклой поверхности насыщение может еще не быть достигнуто. Вот почему при сырой погоде прежде всего отсыревают пористые материалы, смачиваемые водой. Наоборот, маленькие капли с очень выпуклой поверхностью испаряются очень легко. Если маленькие капли находятся вблизи плоской поверхности воды или вблизи больших капель, то они испаряются, а получившийся пар вновь конденсируется на больших каплях. Таким образом, большие капли как бы поглощают маленькие. Рост больших капель за счет маленьких легко наблюдать, если рассматривать в микроскоп (при увеличении в 50—100 раз) слегка охлажденную стеклянную пластинку, которую заставили запотеть, дохнув на нее.

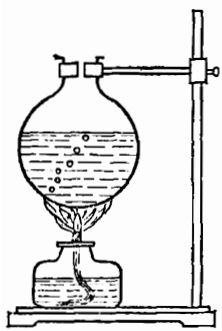


Рис. 494. После долгого кипения в колбе остается лишь одно место, от которого время от времени отделяются пузырьки

§ 299. Перегревание жидкости. Если долго кипятить воду в стеклянном сосуде, то можно наблюдать, как будет постепенно меняться процесс кипения. Число мест на стенках сосуда, от которых отделяются пузырьки с паром, с течением времени уменьшается. Наконец, остаются только одно или два таких места (рис. 494), но и от них пузырьки будут отрываться все реже и реже. Эти редкие пузырьки, отрываясь от стенки, немедленно быстро увеличиваются в размерах, и это сопровождается резкими звуками, как будто внутри жидкости происходят небольшие взрывы. Если в жидкость погружен термометр, то он показывает заметное (на 1—2 К) повышение температуры по сравнению с начальной температурой кипения.

Как объяснить это изменение? Мы уже выяснили (§ 294), что непременным условием устойчивости пузырька пара внутри жидкости является наличие в нем воздуха, давление которого при увеличении диаметра пузырька уменьшается. Когда весь воздух из пузырька удалится, устойчивое равновесие пузырька становится невозможным. Чтобы понять это, представим себе, что в жидкости случайно образовался маленький пузырек, содержащий только пар. Так как пузырек очень мал, то, как было показано в предыдущем параграфе, давление в нем замет-

возможно только в том случае, если давление внутри пузырька больше, чем давление жидкости. В силу этого пузырек, содержащий только пар, просто не может образоваться внутри жидкости, если температура не очень высока.

Однако так как давление пара при повышении температуры растет, как мы видели, очень быстро, то при достаточно высокой температуре пузырек, содержащий только пар, несмотря на неблагоприятные для его роста условия, все же может образоваться. Как только радиус его начнет увеличиваться, добавочное давление воды, о котором говорилось в § 255, начнет уменьшаться (напомним, что оно равно $2\sigma/R$), а давление пара в пузырьке начнет увеличиваться. Этим и обусловливается столь резко «взрывное» увеличение пузырька пара, если в нем нет воздуха.

Таким образом, наличие в жидкости пузырьков воздуха есть необходимое условие спокойного кипения без выбрасывания жидкости. В обычной кухонной посуде достаточно пузырьков воздуха в трещинах и в других изъянах внутренней поверхности посуды (особенно при наличии накипи). В химических лабораториях, где часто кипятят жидкости в стеклянных сосудах, стенки которых свободны от изъянов, в сосуды кладут пористые фарфоровые шарики, долго сохраняющие в своих порах воздух; при наличии шариков кипение происходит спокойно.

§ 300. Пересыщение паров. Изучая свойства насыщенного пара, мы установили (§ 293), что каждой температуре при обычных условиях соответствуют определенные плотность и давление насыщенного пара. Если в некотором объеме находится пар какой-нибудь жидкости, например воды, то в обычных условиях понижение температуры приведет к тому, что пар приблизится к состоянию насыщения, а затем начнет конденсироваться оседая в виде жидкости на стенках, а вдали от них образуя капельки тумана. Однако нетрудно обнаружить, что туман при охлаждении пара в одних случаях получается густой, в других — редкий, а при некоторых условиях может не появиться совсем.

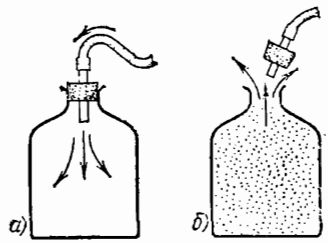


Рис. 495. *а*) В стеклянный сосуд нагнетается воздух. *б*) Когда вынимают пробку, в сосуде появляется туман

Произведем такой опыт. В толстостенный стеклянный сосуд, содержащий несколько капель воды, накачаем насосом воздух *) (рис. 495). При этом, как мы знаем, воздух в сосуде нагреется. Выждав несколько минут, чтобы воздух в сосуде принял комнатную температуру, откроем сосуд. Мы увидим, что в нем появился слабый туман. Причина этого такова. При открывании сосуда воздух в нем разредился и охладился. Это охлаждение повело к тому, что пар воды в сосуде дошел до насыщения и сконденсировался.

Бросим в сосуд горящую спичку. Она погаснет, оставив в нем незаметный на взгляд дым. Если мы теперь повторим опыт, то увидим, что сосуд после откупоривания наполнится туманом, значительно более густым, чем раньше. Значит, при наличии частиц дыма образование ту-

*) Немного, так как сосуд может лопнуть.

мана в воздухе облегчается. Частицы дыма служат центрами, около которых начинается конденсация пара (ядра конденсации). Поэтому при наличии дыма при тех же условиях появляется больше капелек тумана, чем в отсутствие его.

Если же воздух в сосуде тщательно очистить от пыли (например, фильтруя его сквозь вату) или, еще лучше, осадить имеющуюся пыль на дно, вызывая многократно конденсацию паров в сосуде, то туман при откупоривании сосуда со сжатым воздухом не появится даже при охлаждении значительно ниже температуры, при которой достигается насыщение. В этом случае получается пересыщенный пар, т. е. пар, давление которого выше, чем давление насыщенного пара при данной температуре.

Почему же при отсутствии частиц пыли образование капелек затруднено? Иными словами, почему для образования капелек нужны ядра конденсации? Чтобы понять это, вспомним, что давление пара около малых капель значительно больше, чем около плоской поверхности. Это ведет к тому, что малые капли чрезвычайно легко испаряются (§ 298). Такое свойство малых капель и является причиной затруднения конденсации при отсутствии пылинок. В самом деле, пусть в чистом воздухе где-нибудь случайно образовалось скопление молекул пара и получилась капелька. Эта капелька быстро испарится вновь.

Не то будет, если в воздухе находятся пылинки, состоящие из веществ, смачиваемых водой и хорошо растворимых в воде. Молекулы водяного пара, попав на такое вещество, удерживаются на них силами сцепления. Как только на такую пылинку осядет пар воды, сразу образуется капелька достаточно большого размера. Давление пара около нее будет лишь очень мало отличаться от давления пара у плоской поверхности, и капелька будет расти при очень малом пересыщении. В атмосфере ядрами конденсации служат чаще всего ничтожно малые крупинки морской соли, всегда носящиеся в воздухе. Немалую роль играет также дым.

? **300.1.** Статистика показывает, что вблизи промышленных центров туманы в выходные дни слабее, чем в рабочие. Объясните это.

§ 301. Насыщение пара при возгонке. Мы уже говорили (§ 288), что все твердые тела в той или иной мере испаряются. В этом случае тоже можно рассматривать равновесие системы твердое тело — пар, т. е. говорить о насыщении. Например, нафталин, помещенный в плотно закупоренной банке, находится в равновесии со своим паром; при комнатной температуре давление насыщенного пара нафталина — около 0,05 мм рт. ст. У многих твердых веществ давление насыщенного пара при комнатной температуре неизмеримо мало и только при высоких температурах достигает заметных значений. У вольфрама, из которого делаются волоски электрических ламп накаливания, давление пара даже при накале до 2200 °С достигает лишь $3 \cdot 10^{-7}$ мм рт. ст.

Если вещество при некоторой температуре может существовать и в виде кристаллов и в виде переохлажденной жидкости (§ 270), то давление пара вблизи переохлажденной жидкости всегда больше, чем вблизи кристалла. Это легко понять. Внутренняя энергия кристалла всегда меньше энергии такого же количества расплава, взятого при той же температуре. Поэтому разность между внутренней энергией пара и кристалла больше, чем разность между внутренней энергией пара и переохлажденной жидкости. По этой причине число молекул в кристалле, кинетическая энергия которых достаточна для вылета за пределы его, очевидно, меньше числа молекул в переохлажденной жидкости, которые могут вылететь за ее пределы. В результате давление пара вбли-

зи переохлажденной жидкости будет больше давления вблизи кристаллов той же температуры.

Наиболее важный пример этого представляет вода. В табл. 21 приведены значения давления насыщенного пара над переохлажденной водой и над льдом; из таблицы видно, что разность этих давлений растет по мере понижения температуры. Наличие разности давлений связано с неустойчивостью системы, очень часто имеющейся в атмосфере: капель переохлажденной воды и кристалликов льда. Водяной пар диффундирует от места, где его давление велико (т. е. от капель переохлажденной воды), к месту, где его давление мало (к кристалликам льда). Вследствие этого капли испаряются и уменьшаются в размерах, а льдинки растут. Мы возвратимся к этому вопросу в гл. XVIII.

Таблица 21. **Давление насыщенного пара над переохлажденной водой и над льдом (в мм рт. ст.)**

Температура, °С	Пар над водой	Пар над льдом
0	4,58	4,58
—2	3,96	3,88
—5	3,16	3,01
—10	2,14	1,95
—15	1,43	1,24

§ 302. Превращение газа в жидкость. Мы уже знаем, что *все* жидкие тела могут испаряться. Одни жидкости при данной температуре испаряются быстро, другие — медленно. При этом они превращаются в пар, т. е. переходят в газообразное состояние. Естественно поставить вопрос, можно ли газ превратить в жидкость? Каким путем можно этого достигнуть?

Если мы имеем ненасыщенный пар воды или эфира и будем сжимать их, то сначала их давление будет увеличиваться, подобно тому как это имеет место для обычных газов. Однако увеличение давления будет происходить только до тех пор, пока давление не достигнет давления насыщенного пара при температуре опыта. После этого оно уже не будет больше расти, а пар начнет конденсироваться в жидкость. Объем, в котором производится сжатие, уже не будет заполнен однородным веществом — газом: появится граница между веществом в двух состояниях — жидком и газообразном.

Еще в начале прошлого столетия английскому физику и химику Майклу Фарадею (1791—1867) и другим исследователям удалось превратить таким образом в жидкость ряд веществ, известных до того только в газообразном

состоянии. Они превратили в жидкость хлор и углекислый газ, сжимая их при возможно низкой температуре. На рис. 496 показано приспособление Фарадея для сжижения хлора. В колене *A* запаянной стеклянной трубки помещен сухой гидрат хлора. При нагревании из него выделяется

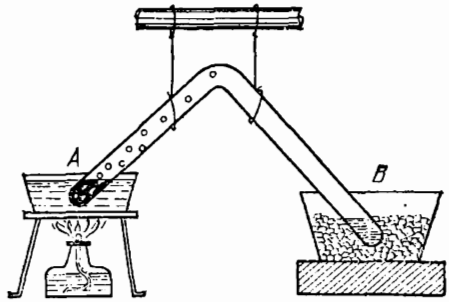


Рис. 496. Опыт Фарадея по сжижению хлора

газообразный хлор. Конец трубки *B* помещен в охлаждающую смесь. В нем получается жидкий хлор. Для сжижения таких газов, как хлор или углекислота, их нужно сжать гораздо сильнее, чем пары эфира. Например, чтобы при температуре 20 °С превратить в жидкое состояние хлор, нужно давление 7 атм, а для углекислоты — 60 атм. Это — давления их насыщенного пара при температуре 20 °С.

Однако некоторые из газов (водород, азот, кислород и др.) оказались крайне упорными. Никакое доступное Фарадею охлаждение и давление в несколько тысяч атмосфер не вызывали сжижения этих газов. В чем была причина этих неудач? Решить этот вопрос удалось только после того, как было подробно изучено, каким образом плотности жидкости и ее пара зависят от температуры и давления. Оказалось, что неудача была вызвана не тем, что в то время не умели создавать достаточно большие давления, а тем, что не умели создать достаточное охлаждение.

§ 303. Критическая температура. Если некоторое количество жидкости поместить в закрытый сосуд, то часть жидкости испарится и над жидкостью будет находиться насыщенный пар. Давление, а следовательно, и плотность этого пара зависят от температуры. Плотность пара обычно значительно меньше плотности жидкости при той же температуре. Если повысить температуру, то плотность жид-

кости уменьшится (§ 198), давление же и плотность насыщенного пара возрастут. В табл. 22 приведены значения плотности ρ воды и насыщенного водяного пара для разных температур (а следовательно, и для соответствующих давлений). На рис. 497 эти же данные приведены в виде

Таблица 22. **Свойства воды и ее насыщенного пара при разных температурах**

Температура, °С	Давление насыщенного пара, мм рт. ст.	Плотность воды, 10^3 кг/м³	Плотность насыщенного пара, кг/м³	Удельная теплота парообразования, кДж/кг
15	13	1,000	0,073	2454
50	92	0,998	0,083	2374
100	760	0,960	0,597	2250
150	3 570	0,920	2,54	2115
200	11 660	0,860	7,84	1940
300	64 450	0,700	46,9	1379
370	157 700	0,440	208	414
374	165 500	0,320	320	0

графика. Верхняя часть графика AK показывает изменение плотности жидкости в зависимости от ее температуры. При повышении температуры плотность жидкости

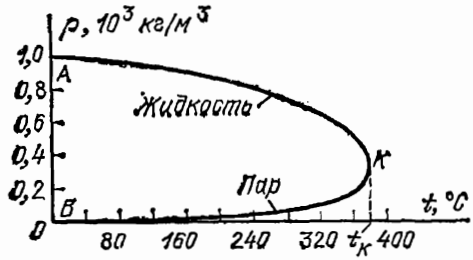


Рис. 497. Зависимость плотности воды и ее насыщенного пара от температуры

уменьшается. Нижняя часть графика BK показывает зависимость плотности насыщенного пара от температуры. Плотность пара увеличивается. При температуре, соответствующей точке K, плотности жидкости и насыщенного пара совпадают.

Из таблицы видно, что чем выше температура, тем меньше разница между плотностью жидкости и плотностью

ее насыщенного пара. При некоторой температуре (у воды при 374 °С) эти плотности совпадают. Температуру, при которой плотности жидкости и ее насыщенного пара совпадают, называют *критической температурой* данного вещества. На рис. 497 ей соответствует точка *К*. Давление, соответствующее точке *К*, называют *критическим давлением*. Критические температуры различных веществ сильно разнятся между собой. Некоторые из них приведены в табл. 23.

Таблица 23. **Критическая температура и критическое давление некоторых веществ**

Вещество	Критическая температура, °С	Критическое давление, атм	Вещество	Критическая температура, °С	Критическое давление, атм
Ртуть	1700	около 1600	Углекислый газ	31	73
Вода	374	218,5	Кислород	—118	50
Спирт этиловый	243	62,7	Азот	—146	33
Эфир	197	35,8	Водород	—240	12,8
Хлор	146	76	Гелий	—263	2,26

На что указывает существование критической температуры? Что будет при еще более высоких температурах?

Опыт показывает, что при температурах, более высоких чем критическая, вещество может находиться *только* в газообразном состоянии. Если мы будем уменьшать объем, занятый паром, при температуре выше критической, то давление пара возрастает, но он не становится насыщенным и продолжает оставаться однородным: как бы велико ни было давление, мы не обнаружим двух состояний, разделенных резкой границей, как это всегда наблюдается при более низких температурах вследствие конденсации пара. Итак, если температура какого-нибудь вещества выше критической, то равновесие вещества в виде жидкости и соприкасающегося с ней пара невозможно ни при каком давлении.

Критическое состояние вещества можно наблюдать при помощи прибора, изображенного на рис. 498. Он состоит из железной коробки с окнами, которую можно нагревать выше 200 °С («воздушная баня»), и находящейся внутри бани стеклянной ампулы с эфиром. При нагревании бани мениск в ампуле поднимается, делается более плоским и,

наконец, исчезает, что и свидетельствует о переходе через критическое состояние *). При охлаждении бани ампула внезапно мутнеет вследствие образования множества мельчайших капелек эфира, после чего эфир собирается в нижней части ампулы.

Как видно из табл. 22, по мере приближения к критической точке удельная теплота парообразования становится все меньше и меньше. Это объясняется тем, что при повышении температуры уменьшается различие внутренних энергий вещества в жидком и парообразном состояниях. В самом деле, силы сцепления молекул зависят от расстояний между молекулами. Если плотности жидкости и пара отличаются мало, то мало отличаются и средние расстояния между молекулами. Следовательно, при этом будут мало отличаться и значения потенциальной энергии взаимодействия молекул. Второе слагаемое теплоты парообразования — работа против внешнего давления — тоже уменьшается по мере приближения к критической температуре. Это следует из того, что чем меньше различие в плотностях пара и жидкости, тем меньше расширение, происходящее при испарении, и, значит, тем меньше совершаемая при испарении работа.

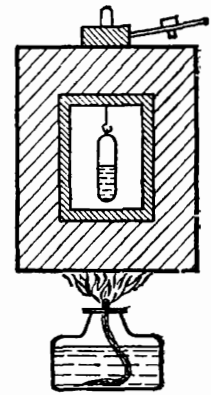


Рис. 498. Прибор для наблюдения критического состояния эфира

На существование критической температуры впервые указал в 1860 г. Дмитрий Иванович Менделеев (1834—1907), русский химик, открывший основной закон современной химии — периодический закон химических элементов. Большие заслуги в изучении критической температуры имеет английский химик Томас Эндрюс, произведший обстоятельное исследование поведения углекислоты (CO_2) при изотермическом изменении занимаемого ею объема. Эндрюс показал, что при температурах ниже 31 °С в замкнутом сосуде возможно сосуществование угле-

*) Необходимо, конечно, подобрать такое количество эфира, при котором наступает критическое состояние, т. е. при критической температуре давление паров достигает критического значения. При недостаточном количестве эфира он весь испарится, не давая нужного давления: мениск постепенно понизится до дна ампулы. При излишнем количестве эфира он расширится и заполнит всю ампулу ранее достижения критической температуры.

кислоты в жидком и в газообразном состояниях; при температурах выше 31 °С такое сосуществование невозможно и весь сосуд наполнен только газом, как бы ни уменьшать его объем.

После открытия критической температуры стало понятно, почему долго не удавалось превратить в жидкость такие газы, как кислород или водород. Их критическая температура очень низка (табл. 23). Чтобы превратить эти газы в жидкость, их нужно *охладить ниже критической температуры*. Без этого все попытки их сжижения обречены на неудачу.

§ 304. Сжижение газов в технике. Когда было выяснено, что для сжижения газов нужно охлаждение их ниже критической температуры, усилия исследователей были направлены на разработку способов получения низких температур. Эти усилия увенчались успехом, и в настоящее время имеется ряд машин для получения всех без исключения газов в жидком виде. Эти машины, в особенности машины для сжижения воздуха, получили широкое распространение в технике.

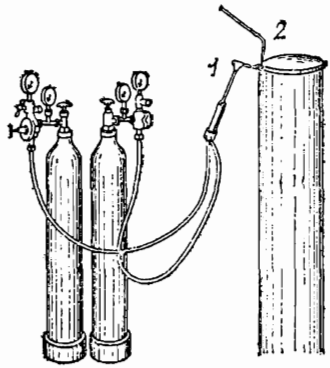


Рис. 499. Автогенная сварка металлов. К горелке *1* поступают из баллонов по двум трубкам кислород и ацетилен; проволока *2* плавится в кислородно-ацетиленовом пламени и заливает свариваемый шов

Сжижение воздуха используется в технике для разделения его на составные части. Разделение достигается при испарении жидкого воздуха. При этом сначала испаряются составные части воздуха, имеющие более низкую температуру кипения: неон, азот, а затем аргон, кислород. Дело происходит совершенно так же, как, например, при отделении более легко кипящего спирта от воды путем перегонки. Полученные газы находят себе широкое применение: а) азот идет для получения аммиака; б) аргон, неон и другие инертные газы употребляются для наполнения электрических ламп накаливания, а также газосветных ламп; в) кислород служит для многих целей: смешивая его с ацитиленом (или с водородом) и сжигая эту смесь, получают пламя, имеющее высокую температуру и упо-

требляющееся для сварки и резки металлов (рис. 499). Большое значение приобрело кислородное дутье для ускорения металлургических процессов; кислород используют также и для медицинских целей.

Кроме того, жидкий кислород употребляется во взрывной технике. Смесь жидкого кислорода с опилками, сажей, нафталином и другими легко окисляемыми веществами представляет собой взрывчатое вещество громадной силы (оксиликвит). Взрыв происходит потому, что в присутствии кислорода, находящегося в жидком состоянии и, следовательно, занимающего малый объем, сгорание этих веществ протекает очень быстро. При сгорании происходит сильное нагревание, продукты реакции получаются газообразные (углекислота), происходит мгновенное и очень сильное расширение — взрыв. Это взрывчатое вещество имеет то преимущество, что по испарении кислорода оно перестает быть опасным.

Машины для получения жидкого воздуха бывают различных типов. Мы опишем здесь схему машины, действие которой основано на охлаждении сильно сжатого воздуха при его расширении (§ 225). Воздух поступает в компрессор *1* (рис. 500); здесь его сжимают до давления в несколько

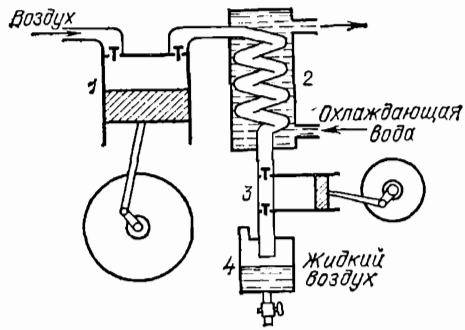


Рис. 500. Схема машины для получения жидкого воздуха

десятков атмосфер. При этом он нагревается. Из компрессора *1* воздух поступает в теплообменник *2*, где он охлаждается проточной водой до первоначальной температуры и затем идет в детандер *3* (расширитель). Детандер представляет собой цилиндр с поршнем. В детандере воздух расширяется. При этом он выталкивает поршень и совершает работу. Внутренняя энергия воздуха расходуется на эту работу, и температура его падает настолько сильно,

что он конденсируется в жидкость; сжиженный воздух собирается в сосуде *4*.

Иногда детандеры осуществляются не в виде цилиндра с поршнем, а в виде турбины (турбодетандер П. Л. Капицы), в которой происходит расширение газа, производящего работу вращения турбины. Весьма важно, что ротор (вращающаяся часть турбины) во время работы машины «висит» в потоке расширяющегося газа, не касаясь стенок турбины. Вследствие этого отпадает необходимость смазки, что очень существенно, так как подбор смазки для частей машин, работающих при столь низких температурах, крайне затруднителен. Обычные смазки при низких температурах затвердевают. Кроме того, достоинством машин для сжижения газов, сконструированных П. Л. Капицей, является их высокая производительность при относительно малых размерах.

Температура кипения жидкого воздуха очень низка. При атмосферном давлении она равна —190 °С. Поэтому жидкий воздух в открытом сосуде, когда давление его паров равняется атмосферному, кипит, пока температура его не понизится ниже —190 °С. Так как окружающие тела значительно теплее, то приток теплоты к жидкому воздуху, если бы он хранился в обычных сосудах, был бы настолько значителен, что за очень короткий срок весь жидкий воздух испарился бы. Поэтому его сохраняют в специальных сосудах, создающих хорошую защиту от доступа теплоты извне. Это — сосуды того же типа, что и обычные термосы. Они представляют собой стеклянные или металлические сосуды с двойными стенками (рис. 501), из пространства между которыми воздух тщательно удален. Переход теплоты через такое пространство с очень разреженным газом крайне затруднен. С целью предохранения от нагревания лучами внутренние стенки полости делаются блестящими (посеребренными). Такие сосуды для хранения жидкого воздуха были предложены Дьюаром. В хорошем сосуде Дьюара жидкий воздух испаряется настолько медленно, что его можно сохранять два, три дня и больше.

Для того чтобы, несмотря на непрерывный, хотя и медленный приток теплоты, сжиженный газ не нагревался, он должен оставаться в открытом сосуде, чтобы иметь возможность постепенно испаряться. Вследствие затраты теплоты на испарение сжиженный газ остается все время холодным. Если закупорить сосуд Дьюара, т. е. воспрепятствовать испарению, то сжиженный газ нагреется и давление его паров возрастет настолько, что разорвет сосуд.

Если бы сосуд был весьма прочным, например стальной баллон, вроде изображенного на рис. 375, то сжиженный газ нагрелся бы постепенно до температуры выше критической и перешел бы в газообразное состояние. Таким образом, *единственный способ длительного сохранения сжиженного газа — это применение открытых сосудов Дьюара.*

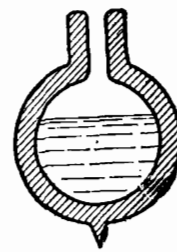


Рис. 501. Разрез сосуда Дьюара. Снизу виден конец трубки, через которую при изготовлении сосуда откачивался воздух из пространства между стенками и которая по окончании откачки отпаяна

§ 305. Вакуумная техника. В настоящее время широко используются различные пустотные (вакуумные) приборы, т. е. приборы, состоящие из стеклянной или металлической колбы, из которой возможно лучше откачан воздух. Это — электрические лампы, радиолампы, фотоэлементы, сосуды Дьюара и т. п. Очень часто также употребляются приборы, наполненные инертными газами (например, электрические лампы или светящиеся трубки, употребляемые для освещения и рекламы). Чтобы наполнить их инертным газом, надо предварительно откачать воздух. Таким образом, создалась новая отрасль техники — *вакуумная техника.*

Для получения вакуума используются следующие способы.

1. Прежде всего механические насосы, удаляющие воздух посредством движения, например, поршня. Наиболее широким распространением пользуется вращательный масляный насос. Устройство и действие его описаны в § 171.

2. Для получения более высокого вакуума употребляют насосы иного типа. Наиболее широким распространением пользуется диффузионный, иначе пароструйный, насос, в котором используются пары специальных масел, а иногда ртути. Такой насос может работать только при условии предварительной откачки воздуха другим насосом. Предварительная откачка воздуха обычно делается вращательным насосом. Устройство ртутного диффузионного насоса схематически показано на рис. 502. Он состоит из сосуда *1* с ртутью, непрерывно подогреваемого горелкой или электрической печкой. Образующийся при этом пар ртути поступает через трубку *2* в полость *3*, охлаждаемую проточной водой.

Действие насоса основано на том, что молекулы газа, поступающего по трубке *4* из откачиваемого сосуда, диффундируют из объема *5* в полость *3*, заполненную паром, где парциальное давление газа меньше, чем в объеме *5*. Здесь молекулы газа захватываются струей пара и увлекаются ею. Пар конденсируется на стенках и стекает обратно в сосуд *1*. Газ же отсасывается сквозь трубку *6* насосом, дающим предварительное разрежение. Диффузионный насос может работать, только если предварительно достигнуто такое разрежение, что длина свободного пробега

молекул пара стала больше диаметра трубки *3*. Диффузионный насос является одним из наиболее совершенных насосов.

При откачке воздуха из стеклянных или металлических колб надо принимать особые меры к тому, чтобы удалить также и те молекулы воздуха, которые адсорбированы стенками (§ 258). Для этого откачиваемые сосуды (например, электролампы) во время откачки нагревают (до

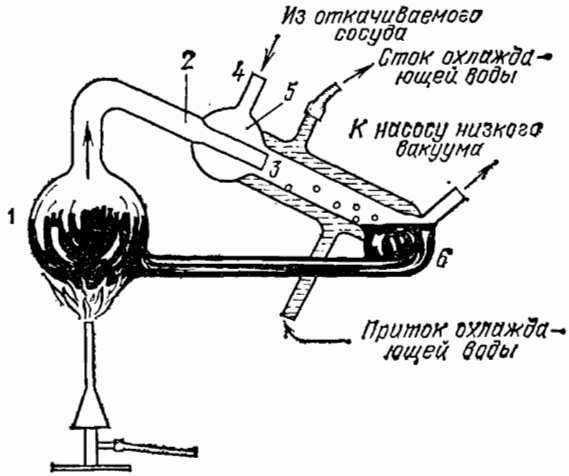


Рис. 502. Ртутный диффузионный насос

300—400 °С) в особых печах. При нагревании стеклянных стенок прилипшие к ним молекулы воздуха отделяются и откачиваются насосом. Если произвести откачку, не прогревая колбы, то через некоторое время внутри колбы снова появится газ, и вакуум будет недостаточным.

3. В большинстве вакуумных приборов во время их работы происходит постепенное выделение газа из их стеклянных и металлических частей, несмотря на предварительное прогревание. Чтобы выделяющиеся газы не вредили работе прибора, внутри него помещают непрерывно действующий газопоглотитель. В осветительных лампах накаливания газопоглотителем является фосфор, наносимый прямо на вольфрамовую нить и после предварительного прокаливания лампы оседающий прозрачным слоем на ее стенках. В радиолампах обычно используют слой бария, который распыляют внутри лампы после ее откачки; зеркальный налет бария поглощает газы в течение всего срока службы лампы.

В современных вакуумных приборах достигается вакуум порядка 10^{-8} мм рт. ст. Это значит, что плотность газа в них в миллиарды раз меньше плотности атмосферного воздуха. Однако даже при таком разрежении в 1 см^3 находится несколько сотен миллионов молекул. С этим результатом интересно сопоставить тот факт, что плотность вещества в межзвездном пространстве такова, что на 1 см^3 приходится не более сотни молекул.

§ 306. Водяной пар в атмосфере. Количество водяного пара, содержащегося в воздухе, имеет важнейшее значение для

процессов, происходящих в атмосфере. Оно оказывает также большое влияние на жизнь растений и животных. Количество водяного пара в воздухе можно выразить при помощи следующих величин: а) *давление водяного пара* (парциальное, § 239); б) *абсолютная влажность воздуха* — масса водяного пара в 1 м³ воздуха, выраженная в граммах; в) *относительная влажность воздуха* — отношение давления пара, содержащегося в воздухе, к давлению насыщенного пара при той же температуре, выраженное в процентах. В табл. 24 приведены значения давления насыщенных паров воды при различных температурах, выраженные в миллиметрах ртутного столба, а также абсолютная влажность воздуха, соответствующая этому давлению.

Таблица 24. **Давление насыщенного пара воды и абсолютная влажность воздуха в зависимости от температуры**

Температура, °С	Давление насыщенного пара, мм рт.ст.	Абсолютная влажность воздуха, г/м³
—40	0,143	0,18
—30	0,382	0,46
—20	0,940	1,08
—10	2,14	2,37
0	4,58	4,86
5	6,10	6,84
10	9,21	9,41
15	12,7	12,8
20	17,5	17,32
30	31,8	30,4
40	55,4	51,1

Давление насыщенного пара зависит также от того, находится ли пар над поверхностью переохлажденной воды или над поверхностью льда. Над льдом давление насыщенного пара меньше, чем над переохлажденной водой при той же температуре (§ 301). Это значит, что если в воздух, содержащий водяной пар вблизи состояния насыщения, внести кусочек льда и капельку переохлажденной воды, то на поверхности льда начнется конденсация и он будет увеличиваться в размерах, а капелька воды будет испаряться и уменьшаться. Этот процесс имеет очень большое значение при образовании осадков (§ 311).

Для определения влажности воздуха пользуются гигрометром и психрометром.

1. Волосной гигрометр изображен на рис. 503. Основная часть прибора — обезжиренный человеческий волос *1*, обладающий способностью удлиняться при увеличении относительной влажности воздуха. Волос *1* навит на ролик *2* и держится в натянутом состоянии грузиком *3*. При изменении влажности меняется длина волоса, ролик *2* вращается и движет стрелку *4*. Деления шкалы указывают

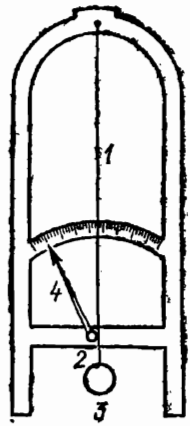


Рис. 503. Волосной гигрометр

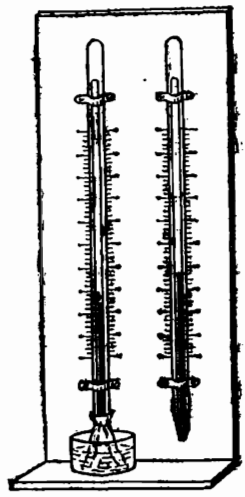


Рис. 504. Психрометр

относительную влажность. Если одновременно измерять и температуру воздуха, то можно определить абсолютную влажность воздуха и давление водяного пара.

Пусть, например, относительная влажность равна 50%, а температура воздуха равна 20 °С. Тогда из табл. 24 находим, что давление насыщенного пара при температуре 20 °С равно 17,5 мм рт. ст., абсолютная влажность — 17,32 г/м³. Следовательно, давление (парциальное) водяного пара равно 17,5 ·0,5=8,75 мм рт. ст., а в 1 м³ воздуха содержится 17,32 ·0,5=8,66 г воды в виде пара.

2. Психрометр изображен на рис. 504. Прибор состоит из двух одинаковых термометров. Резервуар одного из термометров обернут куском чистого батиста, нижний край которого опущен в небольшой стеклянный стаканчик с дистиллированной водой. Вода смачивает батист и испаряется на шарике термометра, если водяной пар в воздухе не является насыщенным. Вследствие потери тепла на

испарение шарик термометра охлаждается и смоченный термометр показывает меньшую температуру, чем сухой. Разница между показаниями термометров тем больше, чем больше отличается давление водяного пара, содержащегося в воздухе, от давления насыщенного пара. По показаниям сухого и смоченного термометров при помощи особых психрометрических таблиц находят давление водяного пара и относительную влажность воздуха.

При понижении температуры воздуха при постоянной массе водяного пара относительная влажность возрастает, так как чем ниже температура воздуха, тем ближе водяной пар к состоянию насыщения. Наконец, при какой-то определенной температуре относительная влажность становится равной 100 %, и дальнейшее понижение температуры приводит к конденсации водяного пара. Появляется туман, «запотевают» окна, на траве оседают капельки росы. Температуру, при которой пар при данном давлении становится насыщенным, или, что то же самое, при которой относительная влажность воздуха становится равной 100 %, называют *точкой росы*. Точку росы легко определить, медленно охлаждая металлический стакан, например бросая в него кусочки льда, и замечая температуру, при которой стакан запотевает.

Существуют и специальные приборы для определения точки росы, действующие примерно по тому же способу. Зная точку росы, можно определить давление водяных паров и влажность воздуха абсолютную и относительную. Пусть, например, точка росы равна 10 °С, а температура воздуха равна 20 °С. Из табл. 24 находим, что при 10 °С давление насыщенного пара равно 9,21 мм рт. ст., а в 1 м³ содержится 9,41 г воды в виде пара. При 20 °С давление насыщенного пара было бы равно 17,5 мм рт. ст. Следовательно, относительная влажность воздуха равна $(9{,}41 : 17{,}5) \cdot 100 = 52{,}6$ %.

? **306.1.** Какова относительная влажность воздуха, если в 1 м³ содержится 7,5 г водяных паров, а температура воздуха равна 10 °С?

306.2. Какова масса водяного пара в комнате объемом 115 м³, если при 20 °С относительная влажность равна 60 %?

306.3. При температуре воздуха 15 °С относительная влажность равна 55 %. Выпадет ли роса, если температура воздуха упадет до 10 °С?

§ 307. Атмосфера. Воздушная оболочка Земли — атмосфера — представляет собой слой воздуха, плотность которого постепенно убывает по мере удаления от поверхности Земли. Уже на высоте около 50 км давление воздуха в 1000 раз меньше, чем у поверхности Земли, так что еще более высокие слои атмосферы представляют собой чрезвычайно разреженный газ.

Сведения о строении атмосферы были получены в результате подъема самопишущих приборов на самолетах, а также приборов, поднимаемых на резиновых баллонах, наполненных водородом, и передающих автоматически по радио данные о температуре, давлении и влажности воздуха на различных высотах, вплоть до 40 км. Эти приборы называют радиозондами.

В последнее время верхние слои атмосферы изучаются с помощью ракет и искусственных спутников Земли.

В атмосфере различают несколько слоев. Нижний слой толщины около 11 км в умеренных широтах и 14—17 км в тропических широтах называют *тропосферой*. В этом слое воздуха сосредоточен почти весь водяной пар атмосферы, в нем образуются восходящие и нисходящие токи воздуха, формируются облака и, вообще, происходят процессы, влияющие на изменения погоды. В тропосфере температура воздуха уменьшается с высотой в среднем на 5—6 °С на каждый километр высоты.

Над тропосферой простирается *стратосфера*, почти всегда безоблачная. В нижней части стратосферы, до высот, равных 30 км, температура почти не меняется и равна примерно —55 °С. В более высоких слоях стратосферы температура воздуха повышается, достигая наибольших значений (до 40 °С) на высоте 50—60 км. Далее температура вновь понижается. Такое повышение температуры связано с тем, что на высоте от 20 до 25 км расположен слой озона, нагревающегося вследствие поглощения ультрафиолетовых лучей, испускаемых Солнцем. Над стратосферой, на высоте более 80 км, находится *ионосфера*.

Атмосферный воздух состоит из азота (78,1 % по объему *)), кислорода (21 %) и аргона (0,9 %), к которым постоянно примешаны в небольших количествах углекислый газ, гелий, неон, криптон и ксенон. Благодаря перемешиванию в нижних слоях атмосферы, состав воздуха до высот примерно 100 км почти одинаков. В атмосфере содержится также водяной пар, попадающий туда при испарении с поверхности морей и материков. Роль водяного пара в явлениях, происходящих в атмосфе-

*) Это означает, что из 1000 молекул воздуха 781 являются молекулами азота, 210 — молекулами кислорода и 9 — молекулами аргона. *(Примеч. ред.)*

ре, очень велика, хотя самого пара немного (обычно меньше 1 %). Конденсация водяного пара дает начало облакам и осадкам, сопровождается выделением большого количества теплоты; при испарении осадков теплота поглощается.

§ 308. Тепловой баланс Земли. Днем поверхность Земли непрерывно нагревается лучами Солнца. Измерениями было установлено, что вблизи поверхности Земли 1 квадратный метр поверхности, поглощающей все падающие на нее лучи, получает при перпендикулярном падении лучей около 700 джоулей энергии в секунду. Атмосфера задерживает часть солнечных лучей. Солнечный свет рассеивается газами атмосферы, частицами пыли, капельками воды, а также поглощается озоном (в верхних слоях атмосферы), водяным паром, углекислотой, кислородом и пылью. Особенно сильно поглощается ультрафиолетовая часть спектра, излучаемого Солнцем. Поэтому по мере поднятия над поверхностью Земли интенсивность радиации, получаемой от Солнца, возрастает, и в ее составе появляется все большее количество ультрафиолетовых лучей.

На границе атмосферы интенсивность радиации составляет 1400 джоулей на квадратный метр в секунду (1,4 кВт/м^2). Эту величину называют *солнечной постоянной*. Количество энергии, поступающей на Землю от Солнца, в десятки тысяч раз больше, чем человечество расходует для приготовления пищи, отопления жилищ, работы двигателей и т. п. Растения также используют лишь небольшую часть этой энергии (около 1 %), запасая ее в виде внутренней энергии веществ, входящих в состав зеленых частей растения. Не вся энергия, идущая от Солнца, поглощается поверхностью Земли. Значительная ее часть (около 42 %) отражается облаками и поверхностью Земли, а также рассеивается атмосферой. Около 15 % поглощается атмосферой и лишь 43 % поглощается поверхностью Земли.

Энергия, поглощенная поверхностью Земли, расходуется на излучение, нагревание воздуха, почвы и водных поверхностей и на испарение. С необъятных водных просторов океанов, а также и с суши за год испаряется свыше 500 000 км^3 воды, т. е. количество воды, почти равное количеству воды в Черном море. На испарение затрачивается немного меньше половины всей поглощенной земной поверхностью энергии солнечных лучей. В дальнейшем, при конденсации испарившейся воды, такое же количество теплоты, которое было затрачено при испарении, выделяется в атмосферу. Это нагревает атмосферу и предохраняет ее таким образом от слишком резких понижений температуры. Далеко не всегда конденсация водяного пара происходит там же, где образуется пар. Часто пар переносится ветром на большие расстояния, и конденсация происходит в районах, более холодных, чем те, где происходило испарение. Этот процесс, так же как и процесс переноса воздушными течениями теплоты, полученной ими от нагретых поверхностей, приводит к смягчению климатических условий в холодных районах.

Вследствие малой теплопроводности почвы тепло, затрачиваемое на нагревание почвы, распространяется очень неглубоко — на глубину не более 25 м. Вследствие того, что распространение тепла происходит очень медленно, наиболее высокие температуры в глубине почвы наблюдаются не в то время, когда они были отмечены на поверхности почвы, а несколько позднее. Так, например, на глубине 2 м максимум температуры наступает не в июле, как на поверхности почвы, а в августе. В морях, благодаря перемешиванию воды при волнении, тепло проникает на большие глубины (сотни метров). Часть полученного от Солнца тепла поверхность Земли теряет посредством излучения. Но благодаря тому, что в атмосфере есть водяной пар, это излучение час-

тично снова поглощается атмосферой, что уменьшает потерю тепла Землей.

Как же происходит, что атмосфера может пропускать лучи, идущие от Солнца, и задерживать излучение Земли? В состав излучения Солнца входят как видимые лучи, действующие на наш глаз и называемые светом, так и невидимые (ультрафиолетовые и инфракрасные). Земля, как и всякое другое тело, температура которого ниже 500 °С, излучает в заметном количестве только инфракрасные лучи. Земля излучает, конечно, и днем и ночью, но днем тепловое действие излучения незаметно, так как потеря теплоты за счет излучения полностью перекрывается количеством теплоты, получаемым при поглощении лучей Солнца. Ночью охлаждение земной поверхности благодаря излучению хорошо заметно. Особенно сильно охлаждаются вследствие излучения шероховатые темные поверхности, например вспаханная земля, земля, покрытая травой, и т. д. Водяной пар обладает особенностью, имеющей важное значение в рассматриваемом явлении. Он гораздо сильнее поглощает инфракрасные лучи, чем видимые. Поэтому земная атмосфера является своеобразной ловушкой для энергии солнечных лучей.

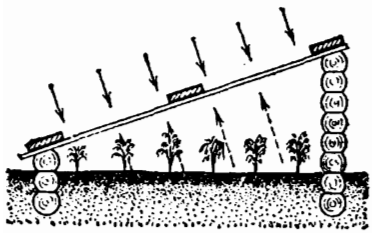


Рис. 505. Тепловые лучи, испускаемые нагретой землей, не проходят через стеклянную раму парника

Видимые лучи, энергия которых составляет значительную часть солнечного излучения (около 40 %), свободно проникают сквозь атмосферу и поглощаются земной поверхностью. За счет поглощенной энергии земная поверхность излучает инфракрасные лучи, которые поглощаются водяным паром и нагревают атмосферу. Если бы этого не было, то средняя температура поверхности Земли составляла бы не 15 °С, как это имеет место на самом деле, а была бы значительно ниже нуля. В этом смысле действие водяного пара сходно с действием стекол, служащих для закрывания парников (рис. 505).

§ 309. Адиабатические процессы в атмосфере. Мы говорили до сих пор о том, что атмосферный воздух может нагреваться или охлаждаться, соприкасаясь с более теплыми или холодными телами, заимствуя у них или отдавая им теплоту. Мы упоминали также о том, что воздух может сам излучать и поглощать энергию в виде энергии видимых или невидимых лучей *). Однако существуют и такие процессы, при которых температура воздуха меняется, хотя воздух при этом не получает и не отдает теплоты окружающим телам.

Процессы, при которых отсутствует теплообмен с окружающей средой, называют, как было указано в § 225, *адиабатическими*. Там же было выяснено, что при адиабатическом расширении газ охлаждается, так как при этом совершается работа против сил внешнего давления, в результате чего внутренняя энергия газа уменьшается. Воздух в восходящем потоке расширяется, так как, поднимаясь, он попадает в области все меньшего давления. Этот процесс происходит практически без

*) Поглощение и излучение энергии производятся в основном только водяными парами и углекислым газом, составляющими лишь ничтожную часть атмосферы. Остальные газы, входящие в состав атмосферы, почти не поглощают и не излучают энергии.

теплообмена с окружающими слоями воздуха, тоже поднимающимися и тоже охлаждающимися. Поэтому расширение воздуха в восходящем потоке можно считать адиабатическим. Итак, *подъем воздуха в атмосфере сопровождается его охлаждением*. Расчет и измерения показывают, что подъем воздуха на 100 м сопровождается охлаждением приблизительно на 1 К.

Проявления действия адиабатических процессов в атмосфере весьма многочисленны и разнообразны. Пусть, например, воздушный поток на своем пути встречает высокий горный хребет и вынужден подниматься по его склонам вверх. Восходящее движение воздуха сопровождается его охлаждением. Поэтому климат горных стран всегда холоднее климата ближайших равнин, и на больших высотах господствует вечный мороз. На горах, начиная с известной высоты (на Кавказе, например, с высоты 3000—3200 м), снег уже не успевает стаять летом и накапливается год за годом в виде мощных снежников и ледников.

Когда воздушная масса опускается, она сжимается и при сжатии нагревается. Если воздушный поток, перевалив через горный хребет, спускается вниз, он снова нагревается. Так возникает *фён* — теплый ветер, хорошо известный во всех горных странах — на Кавказе, в Средней Азии, в Швейцарии. По-особому протекает адиабатический процесс охлаждения во влажном воздухе. Когда воздух достигает при своем постепенном охлаждении точки росы, водяной пар начинает в нем конденсироваться. Так образуются мельчайшие капли воды, из которых состоит туман или облако. При конденсации выделяется теплота парообразования (§ 295), которая замедляет дальнейшее охлаждение воздуха. Поэтому поднимающийся поток воздуха будет охлаждаться при конденсации пара медленнее, чем тогда, когда воздух совершенно сухой. Адиабатический процесс, при котором идет одновременно конденсация пара, называется *влажно-адиабатическим*.

? **309.1.** Каким является процесс расширения воздуха в опыте, изображенном на рис. 495, когда: а) ядер конденсации много; б) ядра конденсации отсутствуют?

309.2. Когда воздух переваливает через горный хребет, то его температура оказывается после переваливания более высокой, чем она была на той же высоте до переваливания. Объясните явление.

§ 310. Облака. Когда воздух вместе с находящимся в нем водяным паром по той или иной причине охлаждается, водяной пар может конденсироваться в виде капелек воды или ледяных кристаллов. Так образуются облака и туманы. Они состоят из мельчайших капелек воды (диаметра от 3 до 40 мкм) или столь же мельчайших частиц льда (рис. 506 и 507). Конденсация начинается тогда, когда воздух достигает точки росы. Капли облаков и туманов столь мелки, что падают в воздухе чрезвычайно медленно, почти незаметно. Очень часто при морозе, т. е. при температуре ниже 0 °С, эти капли являются переохлажденными, т. е. остаются жидкими и не замерзают. В том случае, когда воздух охлаждается благодаря соприкосновению с холодной поверхностью Земли или моря, в приземном слое воздуха образуется туман. Облака — это тот же туман, только они возникают в более высоких слоях атмосферы.

Мы уже говорили, что когда некоторая масса воздуха поднимается вверх, то она расширяется и охлаждается. В таком охлаждении — главная причина образования облаков. При сильных воздушных потоках, направленных вертикально вверх, образуются особенно плотные, непросвечивающие белые клубящиеся облака. Такие облака называют *кучевыми*. Иногда они перерастают в высокие, высотой в несколько ки-

лометров, *грозовые* облака, имеющие волокнистую, как бы растрепанную верхушку (рис. 508). В том случае, когда восходящее движение в атмосфере очень медленное (несколько сантиметров в секунду), но охватывает одновременно огромную массу воздуха на протяжении многих

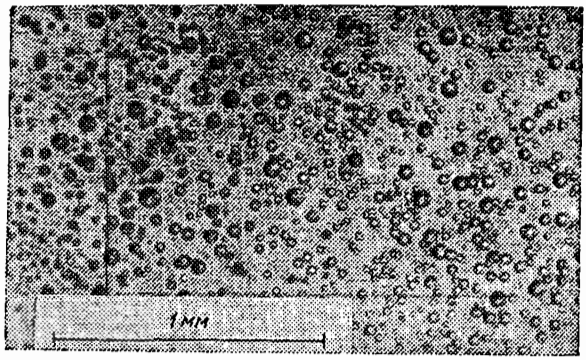


Рис. 506. Облачные капли

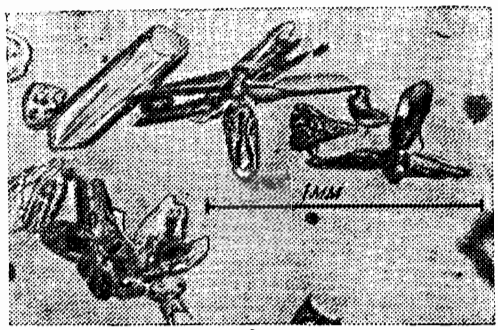


Рис. 507. Облачные кристаллы льда

сотен километров, образуются *слоисто-дождевые* облака, серые, плотные и бесформенные. Слой таких облаков иногда имеет толщину 4—5 км.

В атмосфере может также возникать волнообразное движение воздуха. В гребешках воздушных волн воздух поднимается вверх, и там образуются отдельные облачка или облачные валы, а в промежутках между гребешками остаются просветы (рис. 509). Такие облака в народе называются «барашками». В облаке более крупные капельки могут сталкиваться с более мелкими, потому что крупные падают скорее и догоняют при падении мелкие. Со временем так могут образовываться капли настоящего дождя.

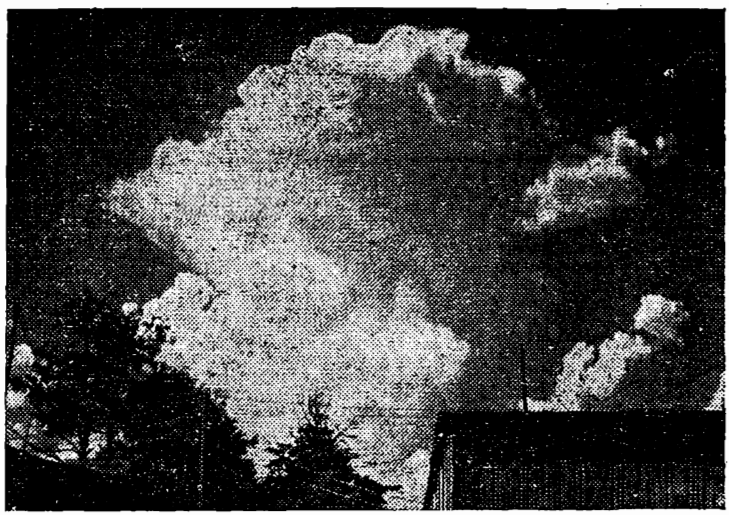


Рис. 508. Грозовое облако

Чаще же всего осадки (дождь, снег и пр.) образуются в облаках благодаря различному давлению насыщенного водяного пара над водой и льдом (§§ 301 и 306). Это происходит следующим образом. Предположим, что в облако, состоящее из переохлажденных капель, попадает частица льда. Такая система является неустойчивой (§ 306) и, вследствие диффузии водяного пара от капель к кристаллам, последние растут, а

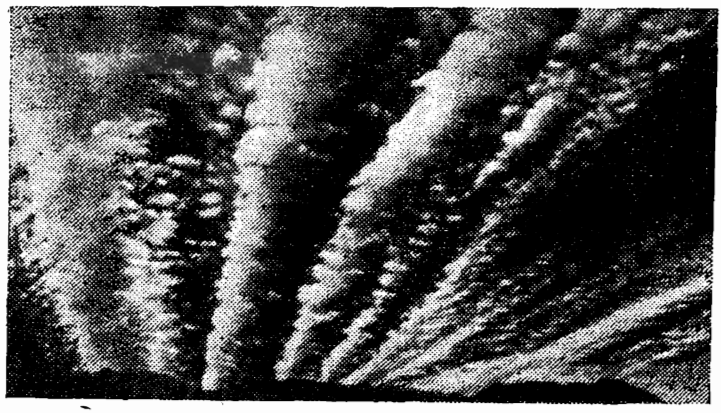


Рис. 509. Волнистые облака

капли испаряются. Таким путем в облаке вырастают большие снежинки. Они постепенно выпадают из облака. Если они внизу попадают в слой более теплого воздуха с температурой выше 0 °С, то могут растаять в нем и выпасть в виде капель дождя.

Снег, дождь, град и т. д. в метеорологии объединяют общим названием «осадки». Количество осадков определяют, вычисляя, какой толщины (в миллиметрах) слой воды образовался бы на поверхности Земли, если бы вода никуда не стекала и не испарялась. Для определения количества воды, содержащейся в снеге, его растапливают. Самые сильные ливни, когда-либо наблюдавшиеся в СССР, давали более 300 мм осадков в сутки. В центральных областях нашей страны уже 20 мм осадков надо считать сильным дождем. За год, например, в Москве, выпадает всего 540 мм осадков, в дождливой Западной Грузии — до 2600 мм. В Индии, экваториальной Африке и на Гавайских островах имеются местности, где годичное количество осадков достигает 12 000 мм.

§ 311. Искусственные осадки. В последние годы было предложено и успешно испробовано несколько способов искусственного осаждения облаков и образования из них осадков. Для этого в переохлажденном капельном облаке с самолета разбрасывают мелкие частицы («зерна») твердой углекислоты, имеющей температуру около —70 °С. Вокруг этих

Рис. 510. Вид сверху на слой облаков, среди которых прошел самолет, разбрасывающий частицы твердой углекислоты Черная граница справа — крыло самолета, с которого произведено фотографирование. Темная полоса в море облаков — результат осаждения облака после разбрасывания зерен твердой углекислоты

зерен в воздухе образуется благодаря столь низкой температуре огромное число очень мелких кристалликов льда. Эти кристаллики затем рассеиваются в облаке благодаря движению воздуха. Они служат теми зародышами, на которых после вырастают большие снежинки — точно так, как это описано выше (§ 310). В слое облаков при этом образуется широкий (1—2 км) просвет вдоль всего пути, который прошел самолет (рис. 510). Образовавшиеся при этом снежинки могут создать довольно сильный снегопад.

Само собой разумеется, что таким путем можно осадить лишь столько воды, сколько уже содержалось ранее в облаке. Усилить же процесс конденсации и образования первичных, самых мелких облачных капель пока еще не в силах человека.

§ 312. Ветер. Воздух атмосферы всегда охвачен движением, более или менее быстрым. Движение воздуха, направленное вдоль земной поверхности (параллельно ей), называется ветром. Ветер в 3—5 м/с — слабый ветер, только колеблющий ветки деревьев, а ветер в 13—15 м/с — сильный, мешающий пешеходу идти ему навстречу и поднимающий пенящиеся волны в море. Кроме скорости ветра, определяют также и его направление: откуда дует ветер — с севера, северо-востока и т. д. Энергия ветра используется в ветряных мельницах и насосах, в ветросиловых и ветроэнергетических установках, с ее помощью движутся парусные суда. Использование ее тем выгоднее, чем устойчивее и сильнее ветры в данной местности. Эти установки лучше всего применять в степной местности, на открытых берегах морей и т. д.

Движение воздуха идет от мест и областей, где давление воздуха больше, к тем местам, где давление на том же самом уровне меньше. Различия в давлении воздуха вызываются разными причинами. Например, морской бриз возникает из-за неодинакового нагревания поверхности земли и воды солнцем, а также разной скорости их охлаждения ночью. В летний день почва на побережье нагревается сильнее, чем поверхность моря.

Действительно, в сравнительно прозрачной воде теплота солнечных лучей распространяется на значительную глубину и изменение температуры поверхности будет мало, в то время как на суше нагревается лишь самый поверхностный слой почвы, которая к тому же обладает меньшей удельной теплоемкостью (около 1 кДж/(кг·К)). Воздух над сушей нагревается сильнее, чем над водой, и поднимается вверх, так как его плотность меньше, чем плотность находящегося вокруг холодного воздуха. В результате давление у земли уменьшается и к месту пониженного давления притекает более холодный воздух с моря. Такой поток и называется дневным бризом. Ночью наблюдают обратное явление: суша, прогретая за день только в тонком слое, остывает быстрее, чем вода; остывает и увеличивает свою плотность и воздух над сушей; так возникает ветер от берега к морю.

Аналогично происхождение ветров, меняющихся от лета к зиме и называемых муссонами. В Азии летом температура воздуха может превышать 50 °С и давление воздуха сильно понижается. В результате мощный поток более холодного воздуха с грозами и ливнями вторгается с моря в конце мая или начале июня в Индию. Зимой над Сибирью и Центральной Азией давление воздуха возрастает и холодный воздух течет оттуда на восток — на Японское и Желтое моря и на юг — к берегам Индийского океана. Аналогичные сменяющиеся муссоны наблюдаются, например, над Африкой.

Ветры, охватывающие значительные участки Земли, никогда не дуют прямо в направлении от большого давления к малому. Можно доказать, что все тела, движущиеся по поверхности Земли, вследствие ее вращения получают ускорение вправо в северном полушарии и влево в южном (сила Кориолиса, § 136). Это относится и к движущемуся воздуху. В результате воздух, стекающий к области пониженного давления, закручивается (в северном полушарии) против часовой стрелки (циклон), а воздух, растекающийся от мест повышенного давления, закручивается по часовой стрелке (антициклон).

Иногда большие разности давлений возникают на значительной высоте; тогда на этой высоте появляются сильные ветры (до 130 м/с), называемые струйными течениями, хотя на уровне земли в это время может и не быть ветра. Обычно это узкие полосы ветров; они наблюдаются зимой в высоких широтах на высоте 3—4 км, над Японским и Охотским морями на высоте 7 км, а также летом над югом СССР — Кав-

казом и Средней Азией. В струйных течениях образуются высокие полупрозрачные волнистые облака. Их быстрые движения и изменчивость показывают, как велики скорость, мощность и порывистость струйного течения.

§ 313. Предсказание погоды. Мы видели, как разнообразные физические явления в атмосфере определяют погоду, т. е. приводят к возникновению ветра, образованию облаков, выпадению осадков и т. д. Ввиду исключительно большого значения погоды для самых разных областей человеческой деятельности (сельского хозяйства, мореплавания, авиации и др.) весьма важно иметь надежные прогнозы погоды, уметь пред-

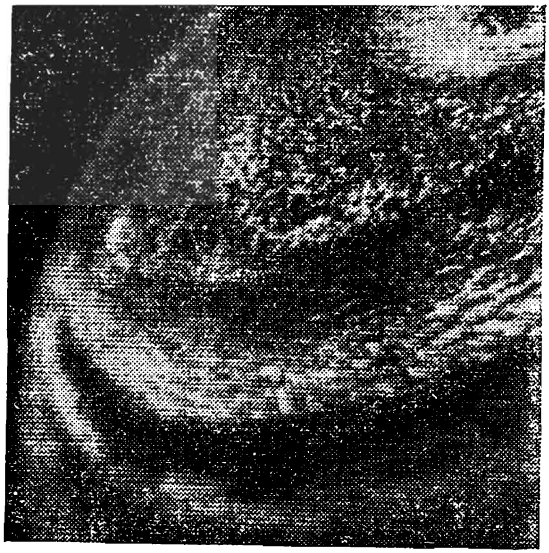


Рис. 511. Вид из космоса облачного покрова Земли

сказывать погоду. Способы предсказания погоды, основанные на наблюдении местных примет, пришли к нам еще из древности. Местные приметы погоды могут иметь физический характер (выпадение росы, вид неба на закате) или относиться к живым существам (ревматические боли перед ненастьем, характер поведения насекомых и птиц).

Процессы, определяющие погоду, охватывают огромные движущиеся массы воздуха различной температуры и влажности, простирающиеся над значительными участками поверхности Земли; местная погода и ее изменение определяются состоянием атмосферы не только в данном пункте, но и вдали от него. Поэтому местные приметы, хотя они и основаны на внимательном наблюдении природы, недостаточны для надежного прогноза и не могут заменить физический метод решения сложного вопроса предсказания погоды.

Такой метод заключается в сопоставлении результатов огромного числа систематических наблюдений свойств атмосферы, выполняемых в

разных точках Земли. Для этой цели повсеместно, не только в населенных пунктах, но и в пустынях и других редко посещаемых человеком местах (в том числе и вблизи полюсов Земли), устраивают метеорологические станции. На таких станциях ежедневно в определенное время суток измеряют важнейшие физические величины, характеризующие состояние атмосферы: давление воздуха, температуру, влажность, количество осадков, скорость и направление ветра и т. д. Эти сведения сообщаются по телеграфу или по радио, так что каждая страна может пользоваться не только данными своих станций, но и станций всего земного шара.

Опираясь на многолетний опыт изучения подобных сводок, удается делать прогнозы гораздо более точно, чем на основании только местных примет. Кроме того, такой способ позволяет получать прогноз сразу для большой территории. Еще лучшие результаты получают, если не ограничиваются качественным сопоставлением полученных сведений, а пользуются ими как исходными данными для количественного расчета процессов, идущих в атмосфере. Законы протекания этих процессов очень сложны, а требуемые вычисления чрезвычайно трудоемки; чтобы получить прогноз достаточно быстро для практических целей, необходимо пользоваться быстродействующими электронными вычислительными машинами.

Для повышения точности прогнозов весьма важно знать общий вид облачности над всей Землей. Недавно для получения таких данных начали изучать атмосферу, наблюдая ее из космоса; изображения облачного покрова передаются на Землю с искусственных спутников Земли по телевидению. Одно такое телевизионное изображение, переданное со спутника Земли, приведено на рис. 511. Вихревое спиралевидное строение облаков указывает на мощный циклон, охвативший огромную площадь (до 2000 км в поперечнике).

§ 314. Условия, необходимые для работы тепловых двигателей. Простейшей машиной, при помощи которой люди давно использовали энергию излучения Солнца для получения работы, являются ветряные мельницы (ветряные двигатели). Вращение крыльев двигателя, приводящее в движение вал, совершающий какую-либо работу, возникает под действием ветра. Для возникновения ветра необходима разность давлений, а эта последняя возникает вследствие различия в температуре различных частей атмосферы. Ветер есть не что иное, как конвекционное движение атмосферы, обусловленное неравномерным нагреванием ее.

Таким образом, энергия, доставляемая Солнцем, может быть использована для получения работы в ветряном двигателе только при условии, что имеется разность температур отдельных частей атмосферы, создаваемая поглощением лучистой энергии Солнца и частичным испусканием ее в мировое пространство. Установлено, что непрерывное или периодически повторяющееся получение работы за счет охлаждения тел может иметь место лишь в том случае, если совершающая работу машина не только получает теплоту от какого-либо тела (это тело называют *нагревателем*), но вместе с тем отдает часть теплоты другому телу (*холодильнику*). Итак, на совершение работы идет не вся теплота, полученная от нагревателя, а только ее часть, остальная же теплота отдается холодильнику.

Машины, производящие механическую работу в результате обмена теплотой с окружающими телами, называются *тепловыми двигателями*. В большинстве таких машин

*) В настоящей главе слово «машина» употребляется в смысле «двигатель» — устройство, совершающее работу за счет получаемой теплоты, тогда как раньше мы говорили о простых машинах, понимая под ними механизмы, передающие работу.

нагревание получается при сгорании топлива, благодаря чему нагреватель получает достаточно высокую температуру. В этих случаях работа совершается за счет использования внутренней энергии смеси топлива с кислородом воздуха. Кроме того, существуют машины, в которых нагревание производится Солнцем, а также проекты машин, использующих разности температур морской воды. Однако пока ни те, ни другие не имеют заметного практического значения. В настоящее время эксплуатируются также тепловые машины, использующие теплоту, выделяющуюся в реакторе, где происходит расщепление и преобразование атомных ядер (подробнее об этом рассказано в томе III).

§ 315. Паросиловая станция. Раньше всего (в конце XVIII века) были созданы *паровые поршневые двигатели (паровые машины)*. Спустя примерно 100 лет появились паровые турбины. Как показывает название, работа этих двигателей производится посредством пара. В огромном большинстве случаев — это водяной пар, но возможны машины, работающие с парами других веществ (например,

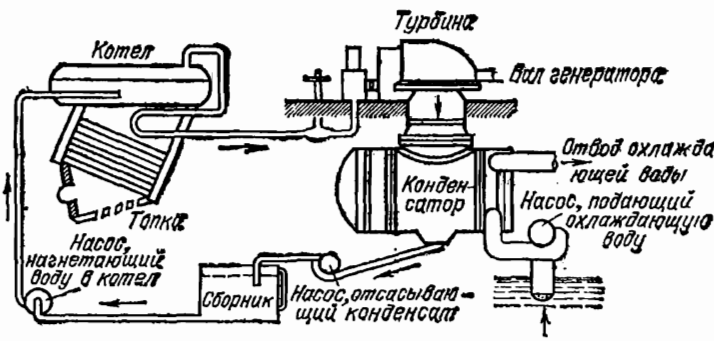
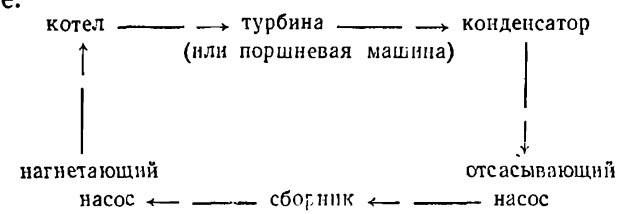


Рис. 512. Схема оборудования паросиловой станции

ртути). Паровые турбины ставятся на мощных электрических станциях и на больших кораблях. Поршневые двигатели в настоящее время находят применение только в железнодорожном и водном транспорте (паровозы и пароходы).

Для работы парового двигателя необходим ряд вспомогательных машин и устройств. Все это хозяйство вместе носит название *паросиловой станции* (рис. 512). На паросиловой станции все время циркулирует одна и та же вода.

Она превращается в пар в котле, пар производит работу в турбине (или в поршневой машине) и снова превращается в воду в барабане, охлаждаемом проточной водой (конденсатор). Из конденсатора получившаяся вода посредством насоса через сборный бак (сборник) снова направляется в котел. Итак, круговорот воды происходит по следующей схеме:



В этой схеме паровой котел является нагревателем, а конденсатор — холодильником. Так как в установке циркулирует практически одна и та же вода (утечка пара невелика и добавлять воды почти не приходится), то в котле почти не получается накипи, т. е. осаждения растворенных в воде солей. Это важно, так как накипь плохо проводит тепло и уменьшает коэффициент полезного действия котла. В случае появления накипи на стенках котла ее удаляют. В следующих параграфах мы рассмотрим части паросиловой станции по отдельности.

§ 316. Паровой котел. Он состоит из топки и собственно котла. Уголь или дрова сжигаются в топке на колосниковых решетках. Жидкое топливо сжигается в распыленном

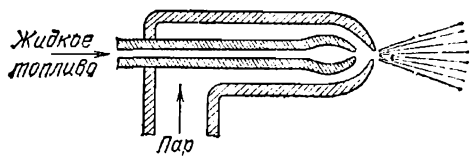


Рис. 513. Схема устройства форсунки

состоянии; распыление обычно производится с помощью пара в форсунках (рис. 513). Пар или сжатый воздух, вырываясь из узкого отверстия в трубке, засасывает жидкое топливо и разбрызгивает его (ср. пульверизатор, § 182).

Котел состоит из барабана и труб, через стенки которых теплота от горячих топочных газов передается воде. Иногда вода находится снаружи труб, а по трубам идут топочные

газы (огнетрубный котел, дымогарные трубы). Иногда, наоборот, вода находится внутри труб, а горячие газы омывают их (водотрубный котел, рис. 514). Во многих паровых котлах пар подвергается перегреванию в особых змеевиках, омываемых горячими газами. При этом он из

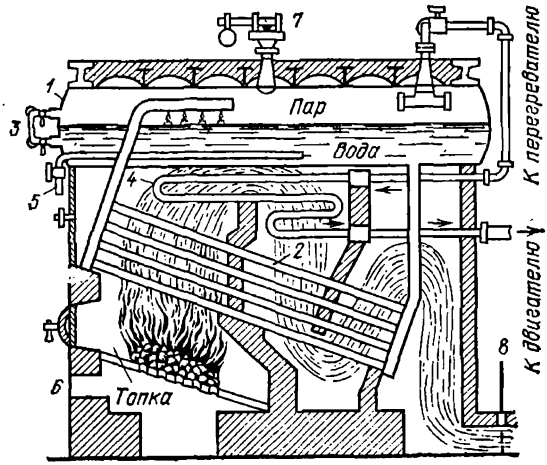


Рис. 514. Схема устройства водотрубного котла: *1* — барабан котла, *2* — водотрубная часть, *3* — водомерное стекло, *4* — перегреватель, *5* — труба для подачи воды в котел, *6* — поддувало, *7* — предохранительный клапан, *8* — заслонка в борове

насыщенного делается ненасыщенным. Этим достигается уменьшение конденсации пара (на стенках паропроводов и в турбине) и повышается к. п. д. станции.

На котле имеются манометр для наблюдения за давлением пара и предохранительный клапан, выпускающий пар в случае, если давление его превысит допустимую величину. На днище барабана имеются приспособления для наблюдения за уровнем воды в котле (водомерное стекло). Если уровень воды опустится настолько, что пламя будет нагревать стенки котла в тех местах, где они не соприкасаются с водой, то возможен взрыв котла.

Энергия горячих топочных газов передается воде в котле не целиком. Часть ее рассеивается в котельной, часть уносится с газами в дымовую трубу. Кроме того, значительную потерю может дать неполное сгорание топлива. Признаком этого является черный дым из труб станции. Черный цвет придается дыму крупинками несгоревшего угля.

? **316.1.** Почему соприкосновение пламени с теми частями стенок котла, где они не омываются водой, может повести к взрыву котла?

§ 317. Паровая турбина. Из котла пар по паропроводу поступает в турбину или в поршневую машину. Рассмотрим сначала турбину (рис. 515, *а*). Турбина состоит из стального цилиндра, внутри которого находится вал *сс* с укрепленными на нем рабочими колесами. На рабочих колесах находятся особые изогнутые лопатки (рис. 515, *б*

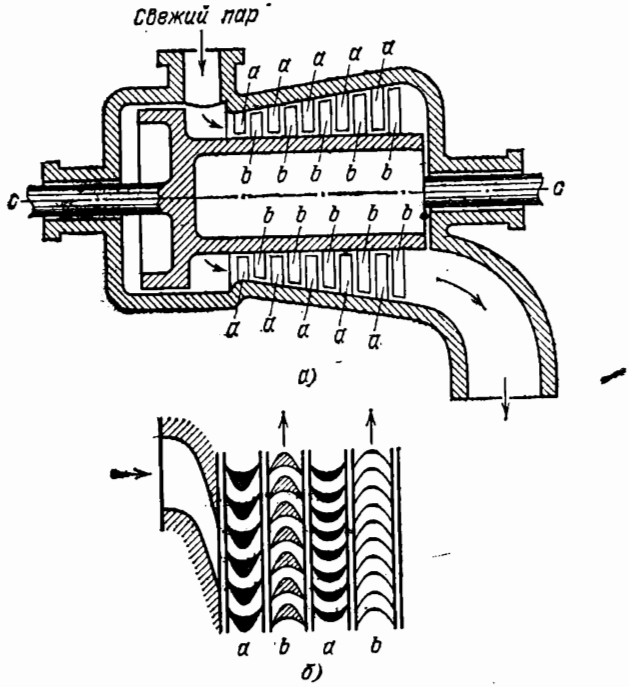


Рис. 515. *а*) Схема устройства паровой турбины. *б*) Расположение на валу *сс* турбины лопаток: *а* — направляющих, *b* — рабочих

и 516, где изображено одно из рабочих колес с соплом). Между рабочими колесами помещаются сопла или направляющие лопатки. Пар, вырываясь из промежутков между направляющими лопатками, попадает на лопатки рабочего колеса. Рабочее колесо при этом вращается, производя работу. Причиной вращения колеса в паровой турбине является реакция струи пара, как это было объяснено в § 184. Внутри турбины пар расширяется и охлаждается. Входя

в турбину по узкому паропроводу, он выходит из нее по очень широкой трубе (рис. 515, *а*). Отметим, что турбина может вращаться только в одном направлении и скорость вращения ее не может меняться в широких пределах. Это затрудняет применение паровых турбин на транспорте, но очень удобно для вращения электрических генераторов.

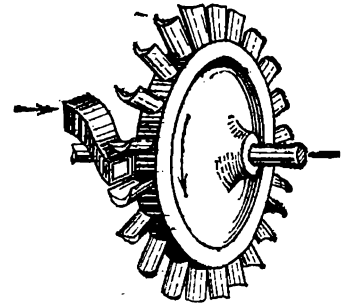


Рис. 516. Лопатки на рабочем колесе паровой турбины

Весьма важной для электрических станций является возможность строить турбины на громадные мощности (до 1 000 000 кВт и более), значительно превышающие максимальные мощности других типов тепловых двигателей. Это обусловлено равномерностью вращения вала турбины. При работе турбины отсутствуют толчки, которые получаются в поршневых машинах при движении поршня взад и вперед.

§ 318. Поршневая паровая машина. Основы конструкции поршневой паровой машины, изобретенной в конце XVIII века *), в основном сохранились до наших дней. В свое время паровая машина дала технике, до того почти не знавшей машин-двигателей, новое мощное средство развития. В настоящее время она частично вытеснена другими типами двигателей. Однако у нее есть свои достоинства, заставляющие иногда предпочесть ее турбине. Это — простота обращения с ней, возможность менять скорость и давать задний ход.

Устройство паровой машины показано на рис. 517. Основная ее часть — чугунный цилиндр *1*, в котором ходит поршень *2*. Рядом с цилиндром расположен парораспределительный механизм. Он состоит из золотниковой коробки, имеющей сообщение с паровым котлом. Кроме

*) Ф. Энгельс говорит, что «паровая машина была первым действительно интернациональным открытием» (*К. Маркс, Ф. Энгельс.* Соч.— 2-е изд., т. 14, с. 570). Энгельс упоминает Папина (француз), Лейбница (немец), Сэвери и Ньюкомена (англичане), а также Уатта (англичанин), придавшего «паровой машине в принципе ее современный вид». Энгельсу в то время не были известны материалы о русском горном инженере, работавшем на Урале и в Сибири, И. И. Ползунове (1728—1766), на 21 год раньше Уатта разработавшем проект паровой машины.

котла, коробка посредством отверстия *3* сообщается с конденсатором (в паровозах чаще всего просто через дымовую трубу — с атмосферой) и с цилиндром посредством двух окон *4* и *5*. В коробке находится золотник *6*, движимый

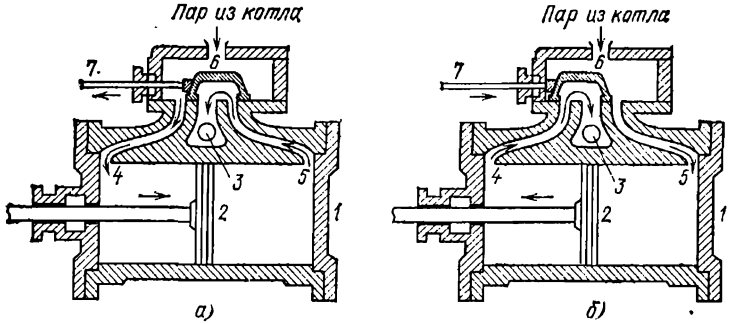


Рис. 517. Устройство цилиндра и золотниковой коробки паровой машины. *а*) Пар входит в цилиндр слева. *б*) Пар входит в цилиндр справа

специальным механизмом посредством тяги *7* так, что, когда поршень движется направо (рис. 517, *а*), левая часть цилиндра через окно *4* сообщается с паровым котлом, а правая — через окно *5* с атмосферой. Свежий пар входит в цилиндр слева, а отработанный пар из правой части цилиндра уходит в атмосферу. Затем, когда поршень движется налево (рис. 517, *б*), золотник передвигается так, что свежий пар входит в правую часть цилиндра, а отработанный пар из левой части уходит в атмосферу.

Пар подается в цилиндр не во все время хода поршня, а только в начале его. После этого благодаря особой форме золотника пар отсекается (перестает подаваться в цилиндр) и работа производится расширяющимся и охлаждающимся паром. Отсечка пара дает большую экономию энергии. На паровозах обычно установлены два цилиндра (иногда больше). Пар поступает сначала в один цилиндр, а затем во второй. Так как пар в первом цилиндре расширяется, то диаметр второго цилиндра значительно больше первого. На паровозах, как правило, ставятся огнетрубные котлы; имеется пароперегреватель.

До сих пор строили паровозы, выпускающие пар в атмосферу. На новых мощных паровозах ставят конденсаторы, и пар в них циркулирует так же, как и в паросиловой станции *).

*) В наше время паровозы почти вытеснены тепловозами и электровозами. *(Примеч. ред.)*

? **318.1.** Каково среднее давление пара в цилиндре паровой машины, если ход поршня равен 40 см, площадь поршня равна 250 см^2 и мощность машины при 120 об/мин равна 15 кВт? Принять во внимание, что при одном обороте вала машина делает два хода.

§ 319. Конденсатор. Как было указано в § 315, после турбины или поршневой машины пар поступает в конденсатор, играющий роль холодильника. В конденсаторе пары должны превратиться в воду. Но пар конденсируется в воду только в том случае, если отводится выделяющаяся при конденсации теплота испарения. Это делают при помощи

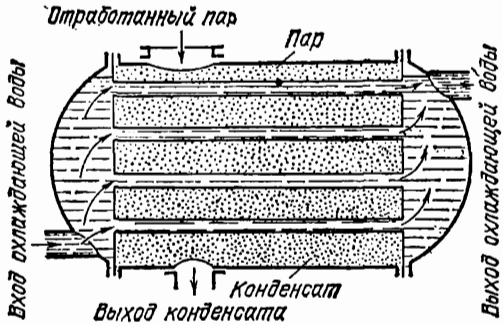


Рис. 518. Схема поверхностного конденсатора

холодной воды. Например, конденсатор может быть устроен в виде барабана, внутри которого расположены трубы с проточной холодной водой (рис. 518). Отработанный пар проходит мимо труб, по которым протекает холодная вода. Пар конденсируется. Получившийся конденсат отсасывается от конденсатора по трубе, показанной снизу. В конденсаторах давление пара обычно значительно ниже атмосферного (0,02—0,03 атм). Воду, получившуюся из пара (конденсат), и воздух, проникший вместе с ней, откачивают из конденсатора особым насосом.

§ 320. Коэффициент полезного действия теплового двигателя. Назначение теплового двигателя — производить механическую работу. Мы уже указывали (§ 314), что только часть теплоты, полученной двигателем, затрачивается на совершение работы. Отношение механической работы, совершаемой двигателем, к израсходованной энергии называется *коэффициентом полезного действия двигателя* (к. п. д.).

Рассмотрим вопрос об учете энергии, расходуемой в двигателе. Обычно это энергия смеси: топливо — кислород

воздуха. Ее легко оценить, если известны количество топлива и его *удельная теплота сгорания*, т. е. количество теплоты, выделяющееся при полном сгорании 1 кг топлива. Удельную теплоту сгорания различных сортов топлива определяют, сжигая небольшую порцию топлива в закрытом сосуде, помещенном в калориметр. Удельная теплота сгорания некоторых сортов топлива приведена в табл. 25 (цифры округлены).

Таблица 25. **Удельная теплота сгорания некоторых сортов топлива**

Топливо	Удельная теплота сгорания, МДж/кг
Керосин	44
Бензин	46
Уголь каменный	30
» бурый	20
Дерево	10

Рассмотрим пример. Пусть в двигателе сожжено 3 кг бензина. Выделившаяся при этом энергия равна 46 МДж/кг × × 3 кг = 138 МДж. Если при израсходовании 3 кг бензина двигатель произвел работу 29 МДж, то его к. п. д. = = 29 : 138 = 0,21, т. е. равен 21 %.

§ 321. Коэффициент полезного действия паросиловой станции. Энергетический баланс паросиловой станции с турбиной показан на рис. 519. Он является примерным; к. п. д. паросиловой станции может быть и больше (до 27 %). Потери энергии, которые имеют место при работе паросиловой станции, можно разделить на две части. Часть потерь обусловлена несовершенством конструкции и может быть уменьшена без изменения температуры в котле и в конденсаторе. Например, устроив более совершенную тепловую изоляцию котла, можно уменьшить потери теплоты в котельной. Вторая, значительно большая часть — потеря теплоты, переданной воде, охлаждающей конденсатор, оказывается при заданных температурах в котле и в конденсаторе совершенно неизбежной. Мы уже указывали (§ 314), что условием работы теплового двигателя является не только получение некоторого количества теплоты от нагревателя, но и передача части этой теплоты холодильнику.

Большой научный и технический опыт по устройству тепловых двигателей и глубокие теоретические исследования, касающиеся условий работы тепловых двигателей, установили, что к. п. д. теплового двигателя зависит от

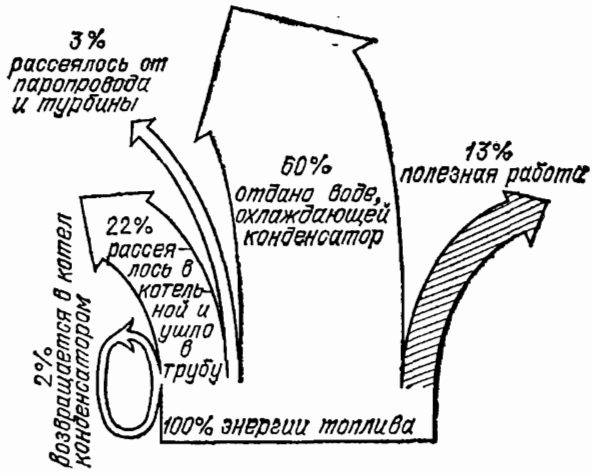


Рис. 519. Примерный энергетический баланс паросиловой станции с турбиной

разности температур нагревателя и холодильника. Чем больше эта разность, тем больший к. п. д. может иметь паросиловая установка (конечно, при условии устранения всех технических несовершенств конструкции, о которых упоминалось выше). Но если разность эта невелика, то даже самая совершенная в техническом смысле машина не может дать значительного к. п. д. Теоретический расчет показывает, что если термодинамическая температура нагревателя равна T_1, а холодильника T_2, то *к. п. д. не может быть больше* чем

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Так, например, у паровой машины, пар который имеет в котле температуру 100 °С (или 373 К), а в холодильнике 25 °С (или 298 К), к. п. д. не может быть больше (373—298)/373=0,2, т. е. 20 % (практически, вследствие несовершенства устройства, к. п. д. такой установки будет значительно ниже). Таким образом, для улучшения к. п. д. тепловых машин нужно перейти к более высоким температурам в котле, а следовательно, и к более высоким

давлениям пара. В отличие от прежних станций, работавших при давлении 12—15 атм (что соответствует температуре пара 200 °С), на современных паросиловых станциях начали устанавливать котлы на 130 атм и более (температура около 500 °С).

Вместо увеличения температуры в котле можно было бы понижать температуру в конденсаторе. Однако это оказалось практически неосуществимым. При очень низких давлениях плотность пара очень мала и при большом количестве пара, пропускаемого за одну секунду мощной турбиной, объем турбины и конденсатора при ней должен был бы быть непомерно велик.

Кроме увеличения к. п. д. теплового двигателя, можно пойти по пути использования «тепловых отбросов», т. е. теплоты, отводимой водой, охлаждающей конденсатор.

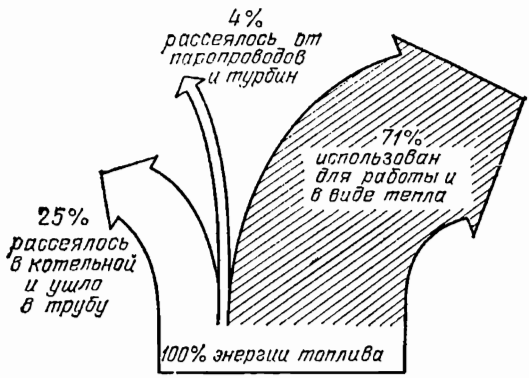


Рис. 520. Примерный энергетический баланс ТЭЦ

Вместо того чтобы спускать нагретую конденсатором воду в реку или озеро, можно направить ее по трубам водяного отопления или использовать ее для промышленных целей в химической или текстильной промышленности. Можно также производить расширение пара в турбинах только до давления 5—6 атм. Из турбины при этом выходит еще очень горячий пар, могущий служить для ряда промышленных целей.

Станция, использующая отбросы теплоты, снабжает потребителей не только электрической энергией, полученной за счет механической работы, но и теплотой. Она называется *теплоэлектроцентралью* (ТЭЦ). Примерный энергетический баланс ТЭЦ представлен на рис. 520.

§ 322. Бензиновый двигатель внутреннего сгорания. Перейдем теперь к другим типам тепловых двигателей. Самый распространенный тип современного теплового двигателя — *двигатель внутреннего сгорания*. Двигатели внутреннего сгорания устанавливаются на автомобилях, самолетах, танках, тракторах, моторных лодках и т. д. Двигатели внутреннего сгорания могут работать на жидком топливе (бензин, керосин и т. п.) или на горючем газе, сохраняемом

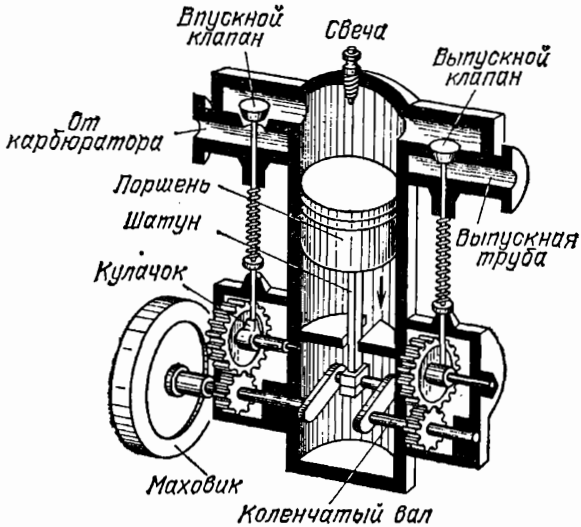


Рис. 521. Устройство автомобильного двигателя

в сжатом виде в стальных баллонах или добываемом сухой перегонкой из дерева (газогенераторные двигатели).

Мы рассмотрим устройство четырехтактного бензинового двигателя автомобильного типа. Устройство двигателей, устанавливаемых на тракторах, танках и самолетах, в общих чертах сходно с устройством автомобильного двигателя.

Основной частью двигателя внутреннего сгорания является один или несколько цилиндров, *внутри* которых производится сжигание топлива (рис. 521). Отсюда и название двигателя. Внутри цилиндра может передвигаться поршень (рис. 522). Поршень представляет собой полый, с одной стороны закрытый цилиндр *1*, опоясанный пружинящими кольцами *2*, вложенными в канавки на поршне (поршневые кольца). Назначение поршневых колец — не

пропускать газы, образующиеся при сгорании топлива, в промежуток между поршнем и стенками цилиндра (показаны штриховой линией). Поршень снабжен металлическим стержнем *3* («пальцем»), служащим для соединения поршня с шатуном *4*. Шатун в свою очередь служит для передачи движения от поршня коленчатому валу *5*.

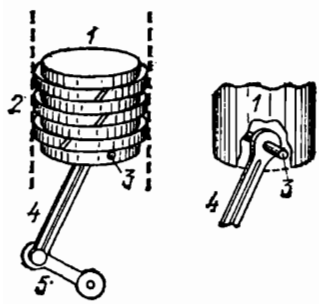


Рис. 522. Устройство поршня двигателя внутреннего сгорания. Справа показано присоединение шатуна к поршню

Верхняя часть цилиндра сообщается с двумя каналами, закрытыми клапанами. Через один из каналов — впускной подается горючая смесь, через другой — выпускной выбрасываются продукты сгорания. Клапаны имеют вид тарелок, прижимаемых к отверстиям пружинами. Клапаны открываются при помощи кулачков, помещенных на кулачковом валу; при вращении вала кулачки поднимают клапаны посредством стальных стержней (толкателей). Кроме клапанов, в верхней части цилиндра помещается так называемая свеча. Это — приспособление для

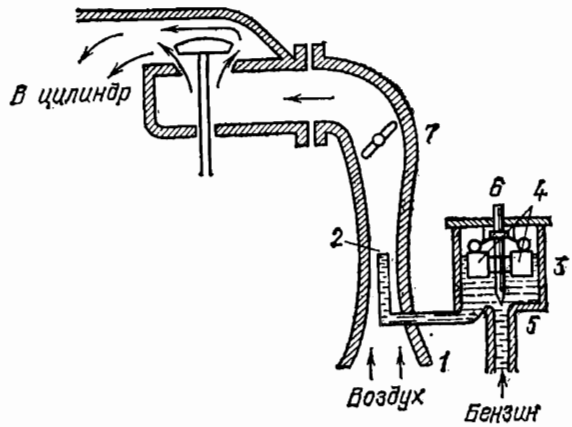


Рис. 523. Устройство карбюратора

зажигания смеси посредством электрической искры, получаемой от установленных на двигателе электрических приборов (магнето или бобины).

Весьма важной частью бензинового двигателя является прибор для получения горючей смеси — карбюратор. Его устройство схематически показано на рис. 523. Если в цилиндре открыт только впускной клапан и поршень движется к коленчатому валу, то сквозь отверстие *1* засасывается воздух. Воздух проходит мимо трубочки *2*, соединенной с поплавковой камерой *3*. В камере *3* находится бензин, поддеживаемый при помощи поплавка *4* на таком уровне, что в трубочке *1* он как раз доходит до конца ее. Это достигается тем, что поплавок, поднимаясь при натекании бензина в камеру, запирает отверстие *5* особой запорной иглой *6* и тем прекращает подачу бензина, если уровень его повысится. Воздух, проходя с большой скоростью мимо конца трубочки *2*, засасывает бензин и

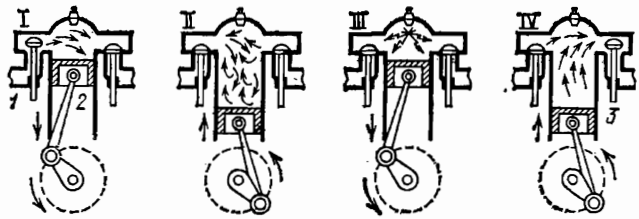


Рис. 524. Четыре такта работы двигателя внутреннего сгорания

распыляет его (пульверизатор, § 182). Таким образом получается горючая смесь (пары бензина и воздух), приток которой в цилиндр регулируется дроссельной заслонкой *7*.

Работа двигателя состоит из четырех тактов (рис. 524).

I такт — *всасывание*. Открывается впускной клапан *1*, и поршень *2*, двигаясь вниз, засасывает в цилиндр горючую смесь из карбюратора.

II такт — *сжатие*. Впускной клапан закрывается, и поршень, двигаясь вверх, сжимает горючую смесь. Смесь при сжатии нагревается.

III такт — *сгорание*. Когда поршень достигает верхнего положения (при быстром ходе двигателя несколько раньше), смесь поджигается электрической искрой, даваемой свечой. Сила давления газов — раскаленных продуктов сгорания горючей смеси — толкает поршень вниз. Движение поршня передается коленчатому валу, и этим производится полезная работа. Производя работу и расширяясь, продукты сгорания охлаждаются и давление их падает. К концу рабочего хода давление в цилиндре падает почти до атмосферного.

IV такт — *выпуск* (выхлоп). Открывается выпускной клапан *3*, и отработанные продукты горения выбрасываются сквозь глушитель в атмосферу.

Из четырех тактов двигателя (т. е. за два оборота коленчатого вала) только один, третий, является рабочим. Ввиду этого одноцилиндровый двигатель должен быть снабжен массивным маховиком, за счет кинетической энергии которого двигатель движется в течение остальных тактов. Одноцилиндровые двигатели ставятся главным образом на мотоциклах. На автомобилях, тракторах и т. п. с целью получения более равномерной работы двигателя ставятся четыре, шесть и более цилиндров, установленных на общем валу так, что при каждом такте по крайней мере один из цилиндров работает. Чтобы двигатель начал работать, его надо привести в движение внешней силой. В автомобилях это делается при помощи особого электромотора, питающегося от аккумулятора (стартер).

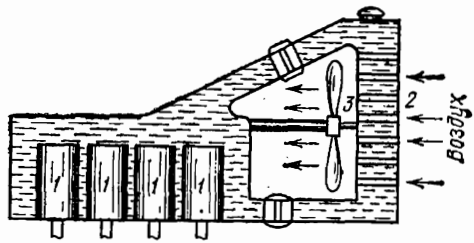


Рис. 525. Схема устройства водяного охлаждения цилиндров двигателя автомобиля

Добавим, что необходимой частью двигателя является приспособление для охлаждения стенок цилиндров. При чрезмерном перегревании цилиндров наступает пригорание масла, возможны преждевременные вспышки горючей смеси и детонация (взрыв горючей смеси вместо сгорания, имеющего место при нормальной работе). Детонация не только вызывает понижение мощности, но и разрушительно действует на мотор. Охлаждение цилиндров производится проточной водой, отдающей теплоту воздуху (рис. 525), или непосредственно воздухом. Вода циркулирует, омывая цилиндры *1*. Движение воды вызывается нагреванием ее вблизи цилиндров и охлаждением в радиаторе *2*. Это — система медных трубок, по которым протекает вода. В радиаторе вода охлаждается потоком воздуха, засасываемого при движении вентилятором *3*.

Кроме четырехтактных двигателей, существуют менее распространенные двухтактные двигатели. Мы не будем их рассматривать.

Двигатель внутреннего сгорания обладает рядом преимуществ, являющихся причиной его широкого распространения (компактность, малая масса). С другой стороны, недостатками двигателя являются: а) то, что он требует жидкого топлива высокого качества; б) невозможность получить при его помощи малую частоту вращения (при малом числе оборотов, например не работает карбюратор). Это заставляет прибегать к разного рода приспособлениям для уменьшения частоты вращения (например, к зубчатой передаче).

? 322.1. Какова мощность четырехцилиндрового двигателя, делающего 300 об/мин, если среднее давление равно 5 атм, ход поршня — 0,3 м и площадь поршня — 120 см²?

§ 323. Коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания. Присматриваясь к условиям, при которых производится работа в двигателе внутреннего сгорания, мы видим сходство с условиями, при которых производится работа в паровом двигателе. Здесь тоже имеется наличие

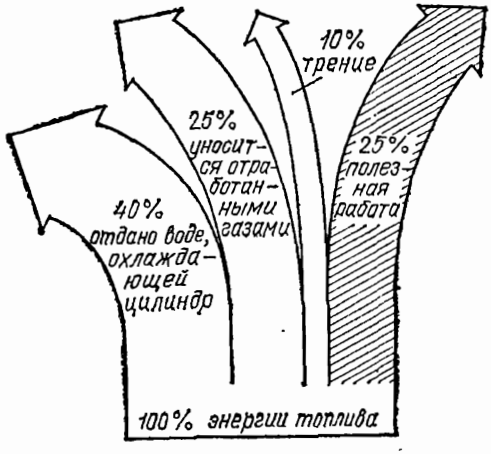


Рис. 526. Энергетический баланс автомобильного двигателя

разности температур: с одной стороны, источник тепла (в данном случае источником тепла является химическая реакция горения) создает высокую температуру рабочего вещества; с другой стороны, имеется громадный резервуар,

в котором рассеивается получающаяся теплота,— атмосфера; она играет роль холодильника.

Так как температура газов, получающихся при сгорании смеси внутри цилиндра, довольно высока (свыше 1000 °С), то к. п. д. двигателей внутреннего сгорания может быть значительно выше к. п. д. паровых двигателей. На практике к. п. д. двигателей внутреннего сгорания равен обычно 20—30 %. Примерный энергетический баланс двигателя автомобильного типа показан на рис. 526.

? **323.1.** Двигатель мощности 7,35 кВт потребляет в час 2,8 кг бензина. Каков его к. п. д.?
323.2. Какую работу можно произвести, если затратить в двигателе с к. п. д. 20 % 0,5 кг бензина?

§ 324. Двигатель Дизеля. Как повысить к.п.д. двигателя внутреннего сгорания? И расчеты и опыты показывают, что для этого надо употреблять большую степень сжатия (отношение между наибольшим и наименьшим объемами цилиндра, рис. 527). При большом сжатии горючая смесь сильнее нагревается и получается более высокая температура во время горения смеси. Однако в двигателях автомобильного типа нельзя употреблять сжатие более 4—5-кратного. При большей степени сжатия горючая смесь нагревается в течение второго такта настолько, что воспламеняется раньше, чем нужно, и детонирует.

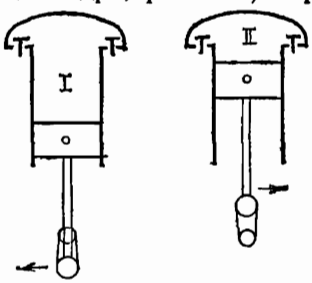


Рис. 527. Степень сжатия есть отношение объема газа в цилиндре при положении поршня I к объему при положении поршня II

Это затруднение обойдено в двигателе, сконструированном в конце XIX века Р. Дизелем (двигатель Дизеля или просто *дизель*). Устройство дизеля схематически показано на рис. 528. В дизеле подвергается сжатию не горючая смесь, а чистый воздух. Сжатие применяется 11—12-кратное, причем получается нагревание воздуха до 500—600 °С. Когда сжатие заканчивается, в цилиндр вбрызгивается жидкое топливо, например нефть. Делается это при помощи особой форсунки, работающей от сжатого воздуха, нагнетаемого компрессором *). Зажигание разбрызганной

*) В некоторых типах дизелей компрессор отсутствует и вбрызгивание нефти производится насосом, дающим очень большое давление,

и испарившейся нефти происходит вследствие высокой температуры, получившейся в цилиндре при сжатии, и не требует никаких вспомогательных поджигающих устройств. Во время горения нефти, продолжающегося значительно

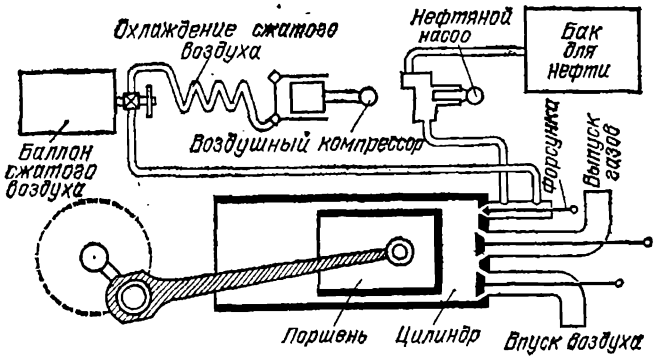


Рис. 528. Схема двигателя Дизеля

дольше, чем горение смеси бензин — воздух в автомобильном двигателе, поршень движется вниз и производит работу. Затем производится выбрасывание отработанных газов.

Дизель оказался более экономичным двигателем, чем бензиновый (к. п. д. около 38 %). Он может иметь значительно бóльшую мощность. Дизели ставят на судах (теплоходах), тепловозах, тракторах, грузовых автомобилях, небольших электростанциях. Большим преимуществом дизеля является то, что он работает на дешевых «тяжелых» сортах топлива, а не на дорогом очищенном бензине. Кроме того, дизели не нуждаются в особой системе зажигания. Однако в тех случаях, когда требуется минимальный вес двигателя при данной мощности, дизели оказываются менее выгодными.

§ 325. Реактивные двигатели. В § 188 мы рассмотрели действие реактивной струи, сообщающей движение реактивным самолетам и ракетам. Реактивная струя создается реактивным двигателем, являющимся по существу двигателем внутреннего сгорания. На рис. 529 показана схема устройства одного из типов реактивных двигателей, устанавливаемых на самолетах. Двигатель заключен в цилиндрический корпус, открытый спереди (воздухоприемное отверстие) и сзади (выходное сопло). Воздух входит в пе-

реднее отверстие (это показано стрелками) и попадает в компрессор, состоящий из ряда лопаток, укрепленных на вращающихся колесах. Компрессор гонит воздух вдоль оси двигателя, уплотняя его при этом. После компрессора воздух поступает в камеру, в которую впрыскивается

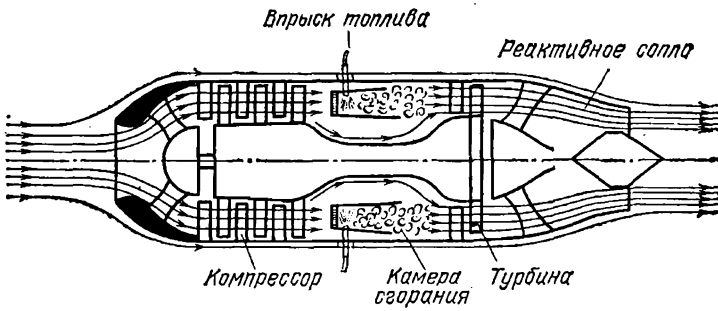


Рис. 529. Схема устройства реактивного двигателя

горючее. Получается горючая смесь, которая воспламеняется, образуя газы высокой температуры и высокого давления. Газы направляются к выходному соплу, по пути приводя в действие газовую турбину, вращающую компрессор, а затем вырываются через сопло из заднего отверстия двигателя. Как было объяснено в § 187, газы, покидающие двигатель и получающие огромную скорость в направлении назад, действуют на самолет с силой реакции, направленной вперед. Эта сила и приводит в движение самолет.

§ 326. Передача теплоты от холодного тела к горячему. Мы убедились на ряде примеров, что работа производится тогда, когда теплота переходит от горячего тела (нагревателя) к холодному (холодильнику), причем холодильник получает меньше теплоты, чем отдает нагреватель. Внутренняя энергия нагревателя убывает не только потому, что он передает теплоту холодильнику, но также и потому, что производится работа.

Выясним, при каких условиях имеет место обратный процесс — передача теплоты от холодного тела к горячему?

Примером такого рода могут служить холодильные машины, применяемые в пищевой промышленности (для изготовления мороженого, для хранения мяса и т. п.). Схема устройства компрессорной холодильной машины является обратной устройству паросиловой установки.

Она показана на рис. 530. Рабочим веществом в холодильной машине обычно служит аммиак (иногда углекислый газ, сернистый ангидрид или какой-либо из галоидоводородов, получивших специальное название «фреоны»). Компрессор *1* нагнетает пары аммиака под давлением 12 атм в змеевик *2* (он соответствует конденсатору). При сжатии

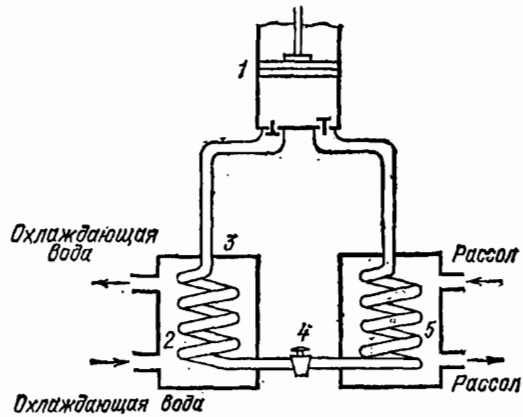


Рис. 530. Схема устройства компрессорной холодильной машины

пары аммиака нагреваются, и их охлаждают в баке *3* проточной водой. Здесь пары аммиака обращаются в жидкость. Из змеевика *2* аммиак через вентиль *4* поступает в другой змеевик *5* (испаритель), где давление около 3 атм.

При прохождении через вентиль часть аммиака испаряется и температура понижается до —10 °С. Из испарителя аммиак отсасывается компрессором. Испаряясь, аммиак заимствует теплоту, необходимую для испарения, от окружающего испаритель соляного раствора (рассола). Вследствие этого рассол охлаждается примерно до —8 °С. Таким образом, рассол играет роль холодного тела, отдающего теплоту горячему телу (проточной воде в баке *3*). Струя охлажденного рассола направляется по трубам в охлаждаемое помещение. Искусственный лед получают, погружая в рассол металлические коробки, наполненные чистой водой.

Кроме компрессорных холодильных машин, для бытовых целей применяют абсорбционные холодильные машины, где сжатие рабочего газа достигается не при помощи компрессора, а путем абсорбции (поглощения, растворения) в подходящем веществе. Так, в бытовом холодильнике (рис. 531) крепкий водный раствор аммиака (NH_3) нагревается электрическим током в генераторе *1* и выделяет газообразный ам-

миак, давление которого достигает 20 атм. Газообразный аммиак после осушки (в осушителе, не показанном на схеме) конденсируется в конденсаторе *2*. Сжиженный аммиак поступает в испаритель *3*, где он вновь превращается в газ, заимствуя у испарителя значительное количество теплоты. Газообразный аммиак абсорбируется (растворяется в воде) в абсорбере *4*, где, таким образом, вновь образуется крепкий раствор аммиака, который перетекает в генератор *1*, вытесняя оттуда обедненный (после выделения газа) раствор в абсорбер. Так осуществляется непрерывный цикл, причем внутри охлаждаемого объема (шкафа) помещается испаритель (сильно охлаждаемый при испарении аммиака), а все остальные части расположены вне шкафа.

Возникает вопрос, почему в конденсаторе газообразный аммиак сжижается, а в испарителе он испаряется, хотя температура испарителя

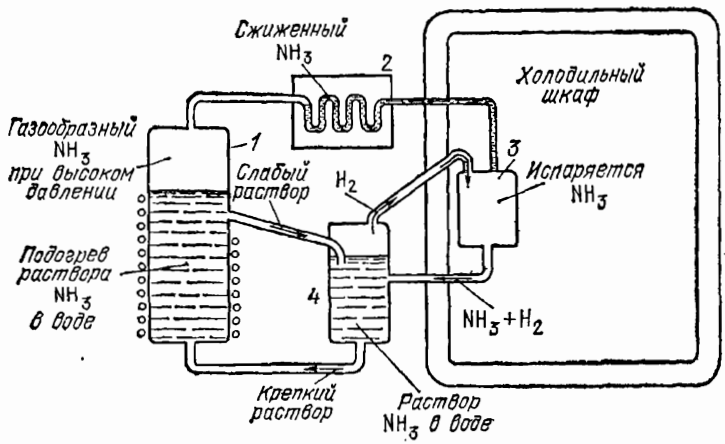


Рис. 531. Схема устройства абсорбционной холодильной машины

ниже, чем температура конденсатора? Это достигается благодаря тому, что вся система заполнена водородом при давлении около 20 атм. Когда нагревают генератор, то газообразный аммиак выделяется из кипящего раствора, причем давление его доходит примерно до 20 атм. Аммиак вытесняет водород из верхней части генератора и конденсатора в испаритель и абсорбер. Таким образом, аммиак в конденсаторе находится под собственным высоким давлением и поэтому сжижается при температуре, близкой к комнатной, в испаритель же жидкий аммиак попадает под низким парциальным давлением, а находящийся в испарителе водород обеспечивает нужное суммарное давление, равное давлению в конденсаторе и других частях системы.

Смесь водорода и газообразного аммиака из испарителя переходит в абсорбер, где аммиак растворяется в воде, что вызывает нагревание раствора, а водород проходит сквозь теплый раствор и, нагревшись там, переходит благодаря конвекции в холодный испаритель. На место же растворившегося аммиака в испарителе испаряются его новые порции, вызывая дальнейшее охлаждение испарителя. Преимущество этой конструкции состоит в отсутствии движущихся механических частей. Циркуляция аммиачного раствора (между *1* и *4*) и циркуляция водорода

(между *4* и *3*) осуществляется за счет разности плотностей, обусловленной разностью температур (раствор в *1* горячее, чем в *4*, а водород в *4* теплее, чем в *3*).

Итак, чтобы осуществить передачу теплоты от холодного тела к горячему, нужно произвести работу внешней силой. При этом горячее тело получит не только то количество теплоты, которое отдано холодным телом, но также и то, которое эквивалентно произведенной работе.

? **326.1.** В комнате установили холодильник, приводимый в действие мотором, питающимся от электросети. Стало ли от этого в комнате холоднее?

5.1. Точки оси цилиндра. 9.1. 25 см. 9.2. 6 м/с. 12.2. 10 м. 12.3. $s=s_0+vt$. 12.4. $s=s_0+v(t-t_0)$. 12.5. 2,7 с; —2 м; 0,75 м/с. 12.6. 60 мин; 40 км. 12.7. 1 ч. 12.8. Нуль. 14.2. 40 км/ч. 19.1. I) $(2+2t/3)$ м/с; II) $(6-3t/2)$ м/с; III) $(-6+3t)$ м/с; IV) $(-1-t)$ м/с. 22.1. $s=(v^2-v_0^2)/2a$; $v=\sqrt{v_0^2+2as}$. 22.4. 330 м. 22.5. 4 м/с. 22.6. Около 14 м/с. 22.7. 32 м. 24.1. 500 км. 28.2. 2 км. 28.3. 12 ч. 28.4. В два раза. 28.5. 10 м/с. 28.6. а) 10 м/с; б) Нуль. 28.7. 2 ч 40 мин. 45.1. $1{,}5\cdot10^6$ Н. 45.2. Около 3 с. 47.1. 9,8 Н. 47.2. Отношение путей равно обратному отношению масс. 51.1. 4 м/с. 54.1. 15 м. 54.3. а) $v=\sqrt{2gh}$; б), в) $v=\sqrt{v_0^2+2gh}$. 54.4. 15 м; 20 м/с. 54.5. Примерно в 1,4 раза. 54.6. 45 м. 72.2. 49 Н; 69 Н. 72.3. 17,3 кН. 72.4. 14°; 101 Н. 73.1. *BC*: 10 Н; *CG*: 11,6 Н; *CD*: 5,8 Н; *DE*: 10 Н. 74.1. $m=M/\sqrt{2}=1{,}4$ кг; 7,3 Н. 74.2. Около 56°. 81.1. На расстоянии 3 см от места скрепления. 81.3. 147 Н; 441 Н. 83.2. Да: при наклонении центр тяжести линейки поднимается. 83.4. На 12 см. 84.1. Выигрыш в силе в два раза. 92.1. $1{,}8\cdot10^6$ Дж. 92.2. 9600 Дж. 95.1. 196 Н. 100.2. На разгон от 5 до 10 м/с. 101.1. 25 м/с; 20 м/с при отсутствии начальной скорости. 103.1. 625 Н. 103.2. 28 кН. 103.3. 3200 Дж. 106.1. 0,7 мВт. 106.2. $6\cdot10^4$ Н. 106.3. Около 1,4 кВт. 107.1. В восемь раз. 107.2. 400 кВт. 109.1. 96%. 109.2. Около 4500 Дж. 109.3. 69%. 109.4. 54%. 109.5. 43 кН. 109.6. Нет. 112.1. 25 м/с; через 1,5 с. 112.2. 4,5 м/с. 113.1. 7 м/с и 9,8 м/с; 4,9 м. 113.2. 45 м. 115.1. 1/2. 115.2. Угловая скорость часовой стрелки вдвое больше угловой скорости вращения Земли. 116.1. 33 Н. 116.2. 7,7 м/с. 118.1. Около $4\ с^{-1}$. 119.1. При $m_1/m_2=r_2/r_1$, т. е. если общий центр тяжести находится в точке O. 119.2. 14,8 Н. 119.3. 7 рад/с. 120.1. $v=\sqrt{rg/2}$; $v=\sqrt{rg}$. 124.1. На 16,4%. 124.2. 101 Н. 124.3. Искомая точка отстоит от центра Луны на 0,1 расстояния между Землей и Луной. 125.1. С первой космической скоростью. 125.2. На расстоянии, равном 6,62 радиуса Земли, от центра Земли, т. е. на высоте около 36 000 км над поверхностью Земли. 128.1. $\operatorname{tg}\alpha=w/g$; $T=m\sqrt{a^2+g^2}$. 128.2. $F=mw$. 134.2. При $T\approx80$ мин. 140.1. 0,9 л. 148.1. Да. 152.1. 10 м; 40 м. 153.1. 168 см. 154.1. На 27,2 мм. 155.1. 5,5 атм. 155.2. 29 м. 160.1. 12,25 Н. 160.2. 8,88 Н. 160.3. 4 м. 160.5. 4,26 г на чашку, где подвешена медь. 161.1. $2{,}3\cdot10^3$ кг/м^3. 161.2. $\rho=\rho_1(G-G_2)/(G-G_1)$, где ρ_1 и ρ_2 — плотно-

сти воды и исследуемой жидкости. **161.3.** $0{,}91 \cdot 10^3$ кг/м^3. **161.4.** $0{,}24 \cdot 10^3$ кг/м^3. **162.4.** 0,8. **162.5.** 0,43; шарик немного поднимется. **162.6.** 4,6 кг. **162.7.** а) 0,736; б) 0,054. **169.1.** Давление жидкости быстро падает при ее расширении; поэтому, расширяясь, сжатая жидкость может произвести лишь незначительное расширение тканей. **172.1.** Вода — 73 см; ртуть — 5,3 см. **173.1.** На 70 см. **174.1.** Увеличить деления в два раза. **174.2.** Около 67 кг. **175.1.** Наружу. **177.1.** Приблизительно на 1 Н. **177.2.** Нет. **178.1.** 1000 кг; 865 кг. **195.1.** Увеличивается. **195.2.** Сталь расширяется больше дерева. **195.3.** Нет. **195.4.** Между стеклом и проволочкой может образоваться зазор (течь). **195.5.** Жидкость в горлышке колбы начала бы подниматься сразу после опускания колбы в горячую воду; общая высота поднятия уровня жидкости в горлышке была бы больше. **195.6.** Снизу. **196.2.** Около 99 °F. **197.1.** 555 мм. **197.2.** От -10 °C до $+50$ °C. **197.3.** 19,96 мм. **199.1.** 50,12 мл. **200.1.** $1{,}1 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$. **203.1.** Если скорость опускающихся грузов мала, то при подсчете изменения механической энергии можно пренебречь кинетической энергией грузов и считать, что результатом произведенной работы является только изменение температуры в сосуде. **209.1.** Объем не изменится. **209.2.** 23 °C; если сначала вливают горячую воду, окончательная температура ниже 23 °C; если сначала вливают холодную воду,— выше 23 °C (при условии, что температура внешней среды лежит между 50 и 10 °C). **212.1.** В середине. **212.2.** Теплопередача от пламени к бумаге снизу одинакова по всей площади, где пламя касается листка. Теплопередача от бумаги к находящемуся на ней воздуху меньше, чем теплопередача от бумаги к воздуху через металлическую булавку при той же разности температур. Поэтому бумага под булавкой будет холоднее, чем остальная бумага. **212.3.** Между волокнами имеются прослойки из воздуха, теплопроводность которого мала. **212.4.** Цинковая. **212.5.** Капелька на сильно накаленной плите отделена от нее слоем плохо проводящего водяного пара. При слабом накале капелька воды прилегает к плите вплотную. **212.6.** Конвекционные течения отсутствовали бы и нижние слои жидкости имели бы значительно более высокую температуру, чем верхние. **212.7.** При свободном падении банки конвекционные течения воздуха в ней отсутствуют. **212.8.** Теплопроводность водорода больше теплопроводности воздуха. **223.1.** а)—в) Уровни ртути останутся прежними; г) уровень ртути в правом колене поднимется еще выше. **223.2.** 0,78 атм. **223.3.** Стрелка манометра перейдет за красную черту. **223.4.** $2{,}68 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$. **225.1.** Процесс накачивания воздуха в шину происходит настолько быстро, что теплообмен с окружающими телами недостаточен и сжимаемый внутри насоса воздух нагревается. Вместе с тем немного нагреваются и стенки насоса. При многократном повторении процесса повышение температуры стенок становится заметным **227.1.** 1000 мм рт. ст. **227.2.** 5,3 атм. **227.3.** Около 6,5 мм^3. **227.4.** 36 см^2. **228.2.** Площади равны. **229.1.** 0,136 кг. **232.1.** 865 м^3. **234.1.** Неправильно. **236.1.** 1,17 м^3. **236.2.** Около 2,4 м/с. **237.1.** Поднимется. **238.2.** 66 см^3. **238.3.** 529 °C. **238.4.**

894 л. **238.5.** 0,059 кг/м^3. **238.6.** Около 1200 м^3. **242.2.** $2{,}7 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$. **242.3.** $3{,}3 \cdot 10^{-27}$ кг; $5{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг. **243.2.** 1200 м/с; 36 м/с. **243.3.** 3800 м/с; 358 м/с. **244.1.** Молекулы газа движутся с различными скоростями. **246.1.** 743 Дж/(кг·К); 1039 Дж/(кг·К). **246.2.** 929 Дж/К. **247.1.** 232 Дж/(кг·К); 136 Дж/(кг·К). **249.2.** Пленка собирается в круглую каплю, которая вследствие тонкости пленки имеет очень малый размер. **250.1.** 11,8 мкДж. **250.2.** 2,5 мДж. **250.3.** 435 Дж; 435 Дж. **253.1.** Силы сцепления между молекулами воды и стекла больше сил сцепления между молекулами воды; вода удерживается около стекла до тех пор, пока не накопится капля достаточно большого размера. Силы сцепления между молекулами ртути и стекла, наоборот, меньше сил сцепления между молекулами ртути, и ртуть не накапливается вблизи поверхности стекла. **253.2.** На стекающую воду, кроме силы тяжести, действуют силы сцепления, заставляющие струю воды менять направление движения. **253.3.** Так как жир не смачивается водой, над лезвием слой воды отсутствует и лезвие опускается в воду до тех пор, пока сила давления воды снизу не уравновесит вес лезвия. В случае чистого лезвия вода растекается по нему. **253.4.** Расплавленный припой смачивает чистую металлическую поверхность и не смачивает окисленную. **255.1.** Добавочное давление в малом пузыре больше добавочного давления в большом пузыре. **255.2.** При малом. **255.3.** Свободная поверхность капли, находящейся между пластинками, имеет седлообразную форму. Приближенно ее можно принять за цилиндрическую поверхность с радиусом кривизны, равным половине расстояния между пластинками. Эта поверхность является вогнутой, а потому давление в капле меньше атмосферного, причем разница тем больше, чем радиус кривизны меньше. Сила, сдавливающая пластинки, тем больше, чем больше разность между давлением атмосферы и давлением в капле и чем больше площадь, на которой эта разность давлений существует. **255.4.** Если капля в узком месте трубки имеет одинаковую кривизну по обеим сторонам, то давление газа по обе стороны капли одинаково. Стоит капле немного сместиться (например, вправо), как радиус кривизны с правой стороны увеличится, а с левой — уменьшится. Вследствие этого появится разность давлений, которая будет препятствовать дальнейшему движению капли. Если капель в трубке много, то противодействие продуванию трубки становится большим. **255.5.** Масса отрывающейся капли тем больше, чем больше поверхностное натяжение жидкости. **256.1.** Вода смачивает мел, входит в его поры и вытесняет из них воздух. **256.2.** Вода поднимается тем выше, чем меньше расстояние между стенками, а следовательно, и радиус кривизны поверхности воды. **256.4.** Поверхностное натяжение у горячей воды меньше, чем у холодной, и вследствие этого высота поднятия у горячей воды должна быть меньшей. С другой стороны, плотность горячей воды меньше плотности холодной, и это должно вызвать увеличение поднятия воды. Обнаруживаемое на опыте уменьшение поднятия воды указывает на то, что изменение поверхностного натяжения воды при изменении температуры

больше, чем изменение ее плотности. 256.5. Вода в левой трубке может быть поднята при отсутствии толчков до того же уровня, до которого поднимается уровень воды в обычном капилляре того же диаметра. В правой трубке при медленном ее подъеме мениск в вертикальной части будет держаться на одном уровне до тех пор, пока не дойдет до горизонтальной части; тогда он быстро перейдет на следующую вертикальную часть. **256.6.** Свободная поверхность воды и в прямом капилляре и в изогнутом обращена вогнутостью вверх. Поэтому капиллярные силы тянут воду вверх и в прямой трубке и в изогнутой. **257.1.** 5,8 см; 2,2 см. **257.2.** 0,021 Н/м. **269.1.** 118 г. **275.2.** На тротуаре, посыпанном солью. **278.1.** Появляется остаточная деформация. **280.1.** Уменьшится вдвое. **280.2.** 9 мм. **282.1.** 0,36 мм. **283.2.** Кости животных, перья птиц, стебли растений. **283.3.** В 9 раз. **284.1.** 734 кг. **284.2.** 180 м. **288.1.** В ней находится пар ртути. **291.1.** Воздух уже насыщен паром эфира, и нового испарения не происходит. **293.1.** Давление насыщенного пара воды меняется при нагревании иначе, чем давление газа. **293.3.** При температуре, соответствующей точке *A* на графике, вся жидкость испаряется. **294.3.** 120 °С; 60 °С. **294.4.** 140 °С. **294.6.** При охлаждении дна колбы давление пара над водой делается меньше давления насыщенного пара, соответствующего температуре воды в колбе. **295.1.** 52 кДж. **295.2.** 24 °С. **298.1.** Затруднено испарение воды с поверхности тела, и вследствие этого уменьшена отдача теплоты в воздух. **296.3.** В фарфоровом сосуде вода холоднее. **297.1.** 847 кДж/кг. **306.1.** 80 %. **306.2.** 1,2 кг. **306.3.** Нет. **309.1.** а) Влажно-адиабатический; б) адиабатический. **309.2.** При подъеме процесс расширения является влажно-адиабатическим, а при опускании процесс сжатия является адиабатическим. Поэтому понижение температуры при подъеме меньше, чем повышение ее при опускании. **318.1.** 3,7 атм. **322.1.** 18,39 кВт. **323.1.** 21 %. **323.2.** 4600 кДж. **326.1.** В комнате станет теплее.

Абсолютно твердое тело 140, 279, 490
Абсолютный нуль 438
Адсорбция 482, 483, 560
Автоклав 541
Альтиметр 335
Американские горки 233
Ампер 101
Ангстрем 31
Антициклон 273, 571
Ареометр 314
Атмосфера 283, 296
— Земли 321, 407, 561, 564
— техническая 284
— физическая 283, 335
Атомы 410, 411, 413
Афелий 239
Аэродинамика 341
Аэростат 341

Барометр-анероид 332, 334
Барометр ртутный 332, 333
Батискаф 303, 304
Батисфера 303
Бином линейного расширения 387
— объемного расширения 388
Блок двойной 171, 172, 174, 180, 188
— дифференциальный 174
— простой 170, 171, 174
— сложный 173
Бриз 571
Броуновское движение 417, 418, 446

Вакуумная техника 327, 559
Вакуумные приборы 560
Ватт 207
Вектор 60
Векторы коллинеарные 213
— свободные 65
Вертолет 374, 375
Вес 115, 116, 117, 234, 263, 268
Весы десятичные 117
— крутильные 243
— пружинные 115, 118, 234
— рычажные 116, 117, 118
Ветер 375, 407, 571
Вечный двигатель 405, 480
Вещества пластичные 516
— упругие 516
Винт 176, 177
Влажность воздуха абсолютная 561—563
— — относительная 561—563
Вода 391, 399, 465, 485, 487, 497, 505, 553
Водоизмещение 314
Водолазный колокол 305
Водомерная трубка 293, 294
Водопровод 297, 349
Водяное отопление 381
Водяной эквивалент 402, 502, 544
Возгонка 500
Воздушный шар 339, 340, 346
— тормоз 343
Волновое сопротивление 368
Ворот 172
Вращающий момент 209, 522
Вычитание векторов 62
Вязкость 407, 504

Газы 320, 407, 414
Гейзер 541
Гигрометр 561, 562
Гидродинамика 345
Гипербола 432
Гипсотермометр 539, 540
Градус Цельсия 383
График пути 41
— скорости 53
Гребное колесо 359

Гребной винт 360
Горная болезнь 338

Давление 281—284, 287, 290, 292, 320
— атмосферы 322, 324, 325, 328, 331, 335
— газа 421, 422, 445
— гидростатическое 290, 303
— избыточное 343
— критическое 554
— парциальное 443, 486, 487
— — водяного пара 562, 563
— полное 346, 347
— статическое 346—348, 351
Двигатель внутреннего сгорания 585, 589
— Дизеля 590, 591
— реактивный 361, 362, 591, 592
— тепловой 574
Движение вращательное 25
— замедленное 49
— криволинейное 25
— механическое 19
— молекулярное 415, 416
— поступательное 24
— прямолинейное 25
— равномерное 35, 36
— равнопеременное 53
— равноускоренное 50—52
— ускоренное 49
Детандер 557
Деформация 81, 119, 139, 231, 232
— пластическая 515, 516, 527, 528
— упругая 194, 515—517, 527
Джоуль 186, 191, 197, 397
Дина 100
Динамика 76
Динамометр 86, 87
Дирижабль 339, 341
Диффузия 415, 450, 485, 486, 488
Домкрат 178

Единицы давления 283, 296
— физических величин основные 101
— — — производные 101

Жесткость пружины 194
Жидкий воздух 557
— грунт 317
— кислород 557
Жидкостные пленки 467
Жидкость перегретая 539, 548

Закалка стали 514
Закон Авогадро 445—447
— Архимеда 309, 310, 312, 319, 338, 339, 462
— Бернулли 350—352, 371
— Бойля — Мариотта 428, 430, 432, 433, 436, 445, 531—533, 538
— Бэра 273
— всемирного тяготения 241, 242
— Гей-Люссака 435—437, 440
— Генри 487
— Гука 516, 517, 533
— Дальтона 443, 445, 446, 533, 534
— Дюлонга и Пти 502
— инерции 78, 98, 109, 253, 258
— кратных отношений 411
— Ньютона второй 97—100, 107, 214, 215, 253, 258
— — первый 78, 98
— — третий 104, 106, 230, 243, 253, 259
— Паскаля 287, 320
— постоянных отношений 410
— равенства действия и противодействия 104
— сохранения импульса 109, 110, 259
— — работы 200
— — энергии 180, 198, 199, 202, 206, 392, 395, 400, 404, 405, 427, 502, 543
— Шарля 424, 425, 436—440, 449, 531
Законы Кеплера 238, 239, 241
Золотниковая коробка 579, 580
Золотое правило механики 179—181, 188, 288
Зонд 347

Изгиб 523
Измеритель скорости потока 347
Импульс тела 107
Ионосфера 564
Ионы 496
Искусственный спутник Земли 245, 263, 285, 306, 338, 363, 564, 573
— — — синхронный 252
Испарение 408, 529, 545, 547

Кабестан 172, 173
Кавитация 533
Калориметр 400, 402, 502, 543, 544, 582
Калория 397

Кандела 101
Капилляр 377, 481
Капиллярная трубка 478—480
Капиллярные явления 478
Карбюратор 586, 587
Каучук 508, 509
Кварцевое стекло 379
Кельвин 101, 383, 438
Кессонная болезнь 306
Килограмм 100, 101
Кинематика 21
Кипение 537, 538
Клин 175, 176
Количество теплоты 396, 398
Компонента вектора 64
Компрессор 342
Конвекция 407
Конденсатор 581
Конденсация 408, 529
Концентрация раствора 488, 489
Координата точки 27, 57
Кориолисова сила 270
Космическая скорость вторая 252
— — первая 247
Коэффициент полезного действия двигателя внутреннего сгорания 589, 591
— — — механизма 210, 211
— — — паросиловой станции 582
— — — теплового двигателя 581, 583
— трения покоя 130
— — скольжения 131
Кривошипный механизм 175
Криофор 546
Кристаллизация 489, 499, 504
Кристаллическая решетка 495, 497
Кристаллы атомные 497
— ионные 496, 497
— молекулярные 497
Кручение 521, 522

Лед 505
Линии тока 352, 366, 371
Лошадиная сила 207
Луна 242, 245, 269, 273

Магдебургские полушария 325
Макромир 412, 421
Манометр 342, 346
— жидкостный 296
— мембранный 282, 334
Масса 95, 397
— атмосферы 322
— атомная (относительная) 444
Масса Земли 244
— молекулярная (относительная) 445, 507
— молярная 446, 455, 456
Материальная точка 243
Маятник Фуко 271, 279
Медицинская пневматическая банка 325, 326
Меры длины английские 31
— — старые русские 31
Метацентр 318
Метацентрическая высота 318
Метр 30, 31, 101
Механика 20
Механический эквивалент теплоты 397
Микромир 412, 413, 421
Миллиметр водяного столба 296
— ртутного столба 296
Модуль вектора 60, 65
— перемещения 27
Молекулы 410, 411, 413
Молекулярная теория 410, 414, 495
Моль 101, 446, 447
Момент силы 152—154, 519, 521
— пары сил 156
Монгольфьер 340
Монокристалл 491, 493, 528
Мономеры 507
Мощность 207, 208
— механизма 210
Муссоны 571

Нагреватель 574, 576, 582
Наклонная плоскость 147, 187
Напряжение (механическое) 379, 380, 517
Насос водоструйный 353
— воздушный вращательный 327
— — поршневой 327
— — ротационный 327, 559
— диффузионный 327, 559, 560
— нагнетательный 297, 298
— пароструйный 559
— разрежающий 327
Насыщение 531
Несмачивание 469—472, 479
Нониус 32, 33
Нормальные условия 442, 447
Ньютон 100
Ньютон-метр 154

Облака 567
Обледенение 504
Обогащение руды 483

Оксиликвит 557
Опыт Герике 325, 326
— Джоуля 394, 397, 402
— Паскаля 301
— Торричелли 332, 333
— Фарадея 552
— Штерна 451—453
Орбиты планет 238
Осадки 570
Охлаждающие смеси 512

Пар 457, 529
— насыщенный 530, 531, 535, 536, 549, 553, 561
— ненасыщенный 531
— пересыщенный 549
Пара сил 156, 317
Парабола 217, 255, 355
Паровая машина 579
Паровой котел 343, 539, 576, 577
Паросиловая станция 575
Парус 345
Паскаль 283
Пена 467, 468
Перегрузка 265
Перемещение 27, 59, 60
Переохлаждение 503, 504
Перигелий 239
Перпетуум мобиле 405
Пикнометр 389
Плавучесть 315
Планеты 238
Плечо силы 152
— пары сил 156
Плотность вещества 118, 277, 312, 320, 388, 389, 505
— газа 432, 440, 443, 444
— — относительная 443, 444
Пневматические инструменты 341, 342
— тормоза 343
Поверхностное натяжение 463—466, 469, 476, 479, 481, 535
Поверхностные явления 458
Поверхность равного давления 289
— уровня 289, 292
Поглощение лучей 408
Подводная лодка 303, 306, 307, 316, 317, 319, 339, 344, 442
Подводные крылья 374
Поликристалл 494, 513, 528
Полимеры 308, 490, 506, 507
Полиспаст 173, 174
Положение равновесия 162
Постоянная Авогадро 446, 447
— газовая 447, 455, 456
Постоянная гравитационная 242—244
— солнечная 565
Предел упругости 516
Предельный угол наклона 166
Преобразователь силы 170, 172, 288
Пресс винтовой 178, 288
— гидравлический 287, 288
Принцип сохранения работы 188, 189
— относительности Галилея 80
Приращение величины 50, 68, 197
Проекция вектора 64, 65
— скорости на оси координат 65
— точки 63
Пропеллер 360
Пространственная решетка 496
Простые машины 169, 188, 189, 200, 210, 288
Противогаз 483
Процесс адиабатический 428, 566
— влажно-адиабатический 567
— изотермический 428
Прочность 525
Психрометр 561, 562
Пульверизатор 353, 576
Путь 27, 57
Пьезометр 278

Работа 180, 182, 184, 185
Равновесие динамическое 457, 486, 530
— тела безразличное 163, 165
— — неустойчивое 163
— — устойчивое 163, 166
— тепловое 405
Радиан 101
Радиозонд 564
Разложение вектора на составляющие 63
Разрушающая нагрузка 525, 526
Ракета 361, 362, 365
— баллистическая 363
Растворение 485
Растворимость 486, 487, 489
Растворы 488, 508, 511
— насыщенные 486, 489
— пересыщенные 489
Растяжение 517
Резина 508, 509
Ртуть 529, 536, 540, 544, 554, 560, 575
Рычаг 157, 169, 170, 288, 392
— неравноплечий 172
— равноплечий 170

Световой год 40
Свободная поверхность жидкости 289, 354, 355, 460, 473
Свободное падение 112, 125, 247
Связи жесткие 148, 228, 230, 231
Сдвиг 517, 519—521
Сегнерово колесо 357
Секунда 33, 101
Сжатие 517
Сжижение газов 556
Сжимаемость 278, 321
Сила 84
— выталкивающая 308, 317, 319, 338—340
— инерции центробежная 267—270, 355
— Кориолиса 270, 272, 273, 571
— лобового сопротивления 370, 373
— поддерживающая 308, 319
— подъемная 370—374
— сопротивления воды 368
— — воздуха 135, 136, 366, 370
— трения качения 131
— — покоя 129, 130, 358
— — скольжения 130, 131
— тяжести 116, 117, 135, 187, 268
Силы внешние 108
— внутренние 108, 109
— всемирного тяготения 81, 82, 260
— давления 276, 279, 280, 284, 307, 320
— инерции 258—260, 273, 353
— магнитные 82
— молекулярные 399, 418, 465, 474, 482
— реакции 147
— — связей 149
— — струи 356—358, 361, 363
— сцепления 418, 457, 459, 465, 469, 472, 535
— трения 81, 128, 202, 349
— упругие 81, 119, 120, 277, 320
— электрические 82
Система единиц 101
— — Международная (СИ) 31, 101
— отсчета 22, 76, 253
— — вращающаяся 266
— — гелиоцентрическая 238, 259, 265
— — инерциальная 78, 80, 99, 238, 253, 270
— — неинерциальная 253, 254, 259, 271, 353
Система тел 108
Сифон 298, 299
Скаляр 61
Скалярное произведение векторов 184
Скафандр 304, 305, 319
Скорость 35, 36, 49, 60, 66
— линейная 223
— мгновенная 49
— падения предельная 135, 136
— света 39, 40, 74
— средняя 46, 47
— — молекул 417, 425, 448—451
— угловая тела 224
— — точки 223
Сложение векторов 61
— — по правилу параллелограмма 61
— — — — треугольника 61
— перемещений 71
— сил 90—92
— скоростей 71
Смазка 473
Смачивание 469—472, 479, 482
Сообщающиеся сосуды 293—295
Сопротивление среды 81, 134
Составляющая вектора 63
Составляющие силы 144
Состояние невесомости 263, 264, 285, 408, 461
— равновесия 423
— стационарное 486
Сосуд Дьюара 558, 559
Соударение идеально упругих шаров 200, 414
— неупругое 110
Сплавы 509, 510
Средняя длина свободного пробега 416
Статика 138, 139
Стекло 495, 501
Стерадиан 101
Стратостат 338, 341, 442
Стратосфера 564
Стрела прогиба 523, 524
Стробоскоп 28, 29
Сублимация 500
Сухопарник 543
Сушильная машина 229

Тахометр 225, 226
Твердость 526
Тела аморфные 490, 494, 500, 504, 527, 528
— кристаллические 490, 491
— пластичные 120

Тела поликристаллические 491, 493, 494, 513
— твердые 513
— упругие 120
Температура 378, 382, 414, 416
— абсолютная 438
— затвердевания 501, 511
— кипения 539, 540, 558
— критическая 458, 552, 554—556
— плавления 501
— термодинамическая 437, 438, 440, 449
Температурный коэффициент давления 424, 435, 436
— — линейного расширения 385, 386, 389, 493, 495
— — объемного расширения 388—390, 435, 436
Тепловое расширение линейное 378, 380
— — объемное 380
Теплоемкость 398, 400
— молярная 455
— удельная 399, 400, 402, 455
— — газов 453
— — почвы 571
— — при постоянном давлении 454
— — — — объеме 454
Теплопередача 396, 405
Теплопроводность 406, 493—495, 506, 565
Теплота 392
Теплоэлектроцентраль 584
Термометр 382
— газовый 384, 439, 485
— жидкостный 382, 384
— медицинский 384
— ртутный 383, 384, 439
— Цельсия 383
Термоэлектричество 408
Течение ламинарное 376, 377, 528
Точка плавления 501
— росы 563, 567
Траектория движения 22
Трение качения 132
— покоя 134
— скольжения 130
Тропосфера 564
Трубка Пито 347
Туман 504, 549, 550
Турбина водяная 357, 358
— паровая 357, 578
Турбодетандер 558
Турбулентность 375—377, 408

Убыль величины 197
Угол кручения 522
Удельная теплота парообразования 541—544
— — плавления 502, 503
— — сгорания 582
Умножение вектора на скаляр 62
Уравнение Бернулли 350
— состояния газа 441, 442
— теплового баланса 401, 544
Ускорение 50, 51, 60, 67, 78, 94, 214
— касательное 214
— мгновенное 51, 68
— нормальное 70, 215
— свободного падения 113, 242, 244, 268
— — — нормальное 113
— среднее 51
— тангенциальное 214
— центростремительное 70, 214, 223, 224
Условие равновесия тел 138, 143, 146, 152, 154, 157, 165
— — жидкости 329
Устойчивость судна 317, 318

Фаза вещества 457
Фён 567

Холодильная машина 405, 592—594
Холодильник 574, 576, 582

Центр давления 309, 317, 318
— тяжести 156, 159, 164—166, 309, 317, 318
Центробежный регулятор 237
Центры кристаллизации 504
Цеппелин 341
Циклон 273, 571
Циркуляция 370, 372, 373

Частота вращения 208, 223
Часы водяные 34
— карманные 34
— кварцевые 35
— маятниковые 34
— молекулярные 35
— песочные 34

Шариковый подшипник 132
Шкала температур термодинамическая 438
— — Фаренгейта 383
— — Цельсия 383, 437, 438

Эквивалентность сил инерции и сил тяготения 260—262, 268, 274
Эксперимент 17
Электромагнитные волны 408
Электронный микроскоп 412
Электроны 413, 414
Эллипс 238, 492
Энергия 180, 191
— внутренняя 205, 393, 395—398, 403, 414, 427, 460, 502, 512, 528, 546, 547, 550, 557
Энергия кинетическая 196, 414
— механическая 196
— — полная 197, 198, 395
— поверхностная 458, 460
— потенциальная 191, 192, 194, 250, 414
— тепловая 398
Эрг 186
Эффект Магнуса 370—372

Ядра атомов 413
— конденсации 550

ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ УЧЕБНИК ФИЗИКИ

под редакцией академика *Г. С. Ландсберга*

Том 1

Механика. Теплота. Молекулярная физика

Редактор *М. Н. Андреева*
Художественный редактор *Т. Н. Кольченко*
Техн. редактор *Л. В. Лихачева*
Корректоры *О. А. Сигал, А. Л. Итатова*

ИВ № 12703

Сдано в набор 19.10.84. Подписано к печати 08.07.85. Формат 84×108¹/₃₂. Бумага тип. №3. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 31,92. Усл. кр.-отт. 32,13. Уч.-изд. л. 35,54. Тираж 300000 экз. (1-й завод 1— 200000 экз.) Заказ № 3842. Цена 1 р. 40 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени
МПО «Первая Образцовая типография» имени А. А. Жданова
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
113054 Москва М-54, Валовая, 28